

機械工作におけるマトリックス数値解析法の適用形態

Application of Matrix Method in Machining

谷 泰 弘*

Yasuhiro TANI

機械工作におけるマトリックス数値解析法の適用形態とその問題点および将来への展望について述べている。現在有限要素法は、切削機構・工具の変形・工作機械の剛性・加工変質層の諸問題に適用されている。しかし、解析手法やモデル化・境界条件や材料定数の評価・工具と被削材との接触問題や工作機械の接合面の取り扱い・破断および新生面生成と数多くの問題が残されており、今後の新しい展開が期待される。

1. はじめに

一般に機械工作、特に切削加工の分野においては、従来技術先行型であり、理論およびそれに類する解析の成果が現場にて応用されることは非常に稀であった。そうした中で現在有限要素法は有用な解析手法の一つとして現場に浸透しつつある。たとえば工作機械の設計時における剛性計算に有限要素法が用いられており、最近急激に普及しつつある CAD に関連して種々の汎用的なプログラムが開発されている。しかし以下に述べるように、その計算の精度からいって定性的な検討の範囲で使用されているのみであり、定量的に把握する結果までには至っていない。

切削加工の分野への有限要素法の適用対象は、研究の動向に伴い変遷している。O. C. Zienkiewicz¹⁾が示唆したように、まず切削機構の解明に関する研究のために導入された。切削現象が大変形・破壊・接触問題等の複雑な事象を含んでいるため、解析の対象としては非常に興味深い題材であるが、あまりの複雑さのためにまずは理想化された状態での解析が行われている。

被削材が接触する工具の変形・摩耗も重要である。前述のように接触問題を取り扱うことは非常に難しいために、接触領域は力学的あるいは幾何学的境界と考えて解析が行われている。現在のところ工具の静力学的変形および熱変形の解析結果が報告されているが、工具の破損・摩耗との関連については明確にされていない。

前述の切削のメカニズムに関連した事象とは別に、機械工作の分野で重要な問題であるのが工作機械の剛性である。工作機械の剛性は機械加工された製品の仕上げ精度に密接に関連する。この方面への適用に対しては、境界条件や非線形な挙動をする接合部の取り扱い等が現在の論点となっている。

機械加工の精度が向上するにつれ、加工された製品に

残留する加工変質層が最近問題となっている。というのは塑性あるいは熱変形による残留応力が、製品の応力腐食・クラック・破断等につながるためである。現在この製品に存在する残留応力の解析が、計測と関連しながら進められている。

以上のように有限要素法は種々の形で機械工作の諸問題に適用されているが、まだ十分とは言えない。こうした背景のもとではまず現状をふまえて、次の段階への足がかりとするのが賢明である。そこでここではマトリックス法がいかに適用されているか具体的に示し、現状の問題点や将来への展望について述べる。

2. 機械工作の諸問題への適用

2.1 切削機構

前にも述べたが、機械工作への有限要素法の適用は、切削機構を解析することから始まっている。切削理論に関係することを研究する者にとって、解析のみで切削時における諸量（切りくず生成・切削力・切削温度・工具すくい面上の応力・工具摩耗等）を予測することは夢である。ところが切削現象は熱・歪速度・工具と被削材間の摩擦・破断・新生面生成・振動・材料の塑性異方性等が複雑に絡み合い、また相互依存の関係にあり、単純に解き明かせるものでない。

従来切削機構を理論的に解析するためには、仮想的なせん断またはせん断領域を決めることにより行うもの^{2),3)}とすべり線理論により行うもの^{4),5)}が主流を占めてきた。しかし、これらはいずれも完全塑性体等の近似がなされており、精度の点で信頼性にとぼしかった。一方有限要素法を使用すれば、複雑な形状も考慮しやすく、実際に近い仮定のもとで解析することが可能となる。

切削は一般的に三次元現象であるが、これをそのまま解析することは有限要素法をもってしても現状の計算機の記憶容量と計算時間の制約のために困難である。このためその基礎である二次元切削の解析が行われている。また切削には切りくず形態からいって流れ型・せん断

* 東京大学生産技術研究所 第2部

型・むしれ型・亀裂型・構成刃先型が存在する。ここでも最も基本で解析しやすい流れ型が選択されている。

定常切削状態の解を得るためには、その過程を切削開始から追跡計算するシミュレーション法をとるべきである。たとえば切削現象の一つである破断を解析の中に取り入れることは解析を難しくする。今一つ問題であるのが、工具と切りくず(被削材)との接触問題である。しかもこの接触領域は解析上重要な境界となっている。本来の切削過程から考えれば、強制変位の形で境界条件を設定すべきであるが、すくい面に沿う方向の扱い方が問題となる。すなわちこの方向に関しては力・変位共に未知であり、これを解決するためには実験等により変位を決定するか、摩耗特性を考えるかすることになる。

垣野⁹⁾は工具すくい面に摩擦係数一定という最も単純な形で解析しており、工具逃げ面については全く考慮していない。すくい角0°の工具を前進させて、被削材の変形を解いている。しかし破断の条件の代入に苦慮し、この方向の解析を断念している。図1にはこの解析により求められた被削材の変形と相当応力の分布を示す。この図より垣野は「切削開始時にはせん断面がすくい面から徐々に前方に進むのではなく、初めから工具のかなり前方で急激に変形が生じる領域が存在する」と結論している。

次に垣野は定常状態での切削の解析を行っている。ここでも破断は考えず、工具を微量前進させて変形を求め、図2のような応力分布を導いている。しかし切削現象にとって大きなウエイトを占めるせん断角は、四六黄銅を極低速で二次元切削した時に観測した角度を用いている。垣野も論文中で認めているように、この解析は「単に工具で材料を押し付けているのみであり、新しい加工面は生成されず、実際の切削現象の十分なシミュレシ

ョンとは言えない」。また時間的要素がまったく考慮されておらず、不完全ではあったが、初めての試みという意味で大きな成果をあげている。

一方工具すくい面の境界条件として竹中ら^{7~9)}は強制力の形態をとっている。この境界条件としてのすくい面応力分布は二次元切削の実験より求められている。しかしこの応力分布は境界条件として代入時には近似曲線の形であるため、すくい面が直線に保たれず、苦慮している。このため最終形状が切削状態と一致するように修正操作を行っている。この報告では実測切削力とあうように解析を行うと、得られる塑性域は非常に大きくなっている。これは一つには垣野も指摘しているように破断が考慮されていないために応力の解放が行われないためである。また一つには弾性復帰が考えられていないため、そして切りくずの流れに沿った要素分割がされていないためと考えられる。後者については竹中らが第3報⁹⁾でその効果を実証している。

以上の点を考えれば白樫ら¹⁰⁾の論文は注目に値する。切削開始から定常状態に至る過程を逐次追跡して計算はしていないが、半生成切りくずモデルを計算の起点とし、流線に沿って要素分割するとともに、歪速度を考慮した流動応力特性やより精度の高い近似である摩擦特性を用いている。また図3に示されるように破断も考慮している。ただしすくい面と逃げ面に同一の摩擦特性をあてはめている点、歪速度・応力・温度等に拘束される破断条件を用いていない¹¹⁾点に問題がある。またこうした半生成モデルを出発点としているために、切削距離約10μmごとに要素の流動応力特性の修正を行い、この操作を10回繰り返した結果を収束状態としている。

せん断角については図4に示されるように種々の条件にて計算を行い、最適値を見出し出している。しかし刃先

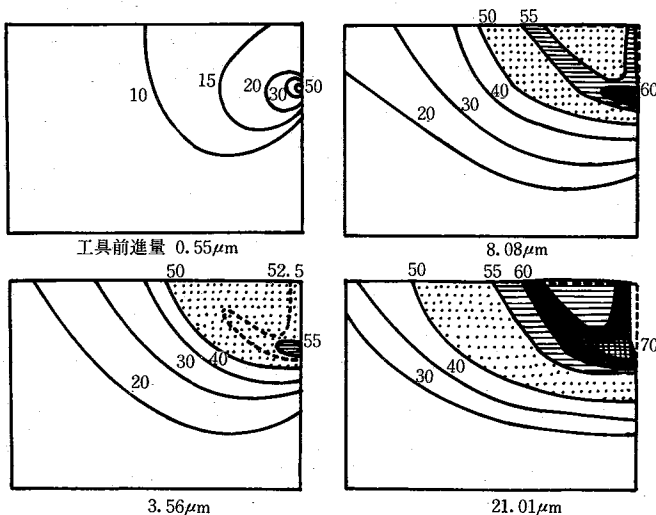


図1 相当応力分布(垣野)⁹⁾

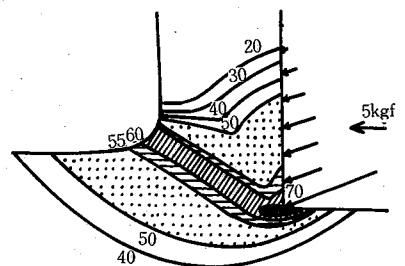


図2 工具が24μm前進した時の相当応力と工具すくい面上の切削力(垣野)⁹⁾

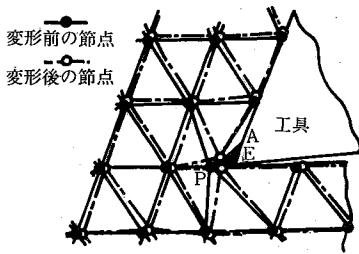


図 3 工具刃先での破断の様子 (白樫ら)¹⁰⁾

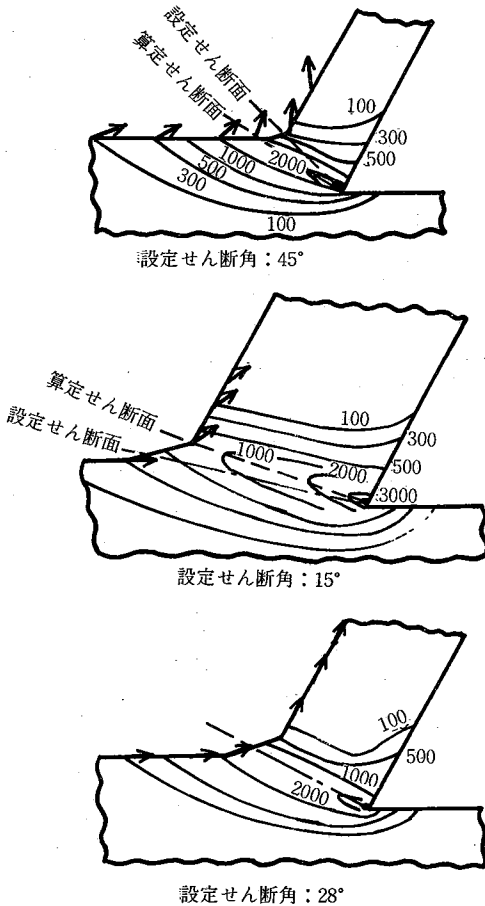


図 4 せん断角の決定 (白樫ら)¹⁰⁾

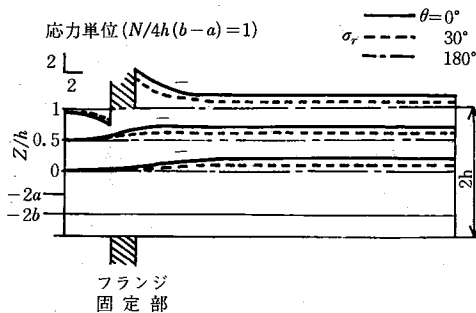


図 5 σ_r の分布 (尾田ら)¹²⁾

近傍での主せん断応力の値が低くなっている。これは破断条件に問題があるためと考えられる。同論文にて温度分布とすくい面応力分布が求められているが、実験値とよくあっている。このことから白樫らは「工具刃先における被削材の破壊は単純な分離として処理すれば十分である」としているが、塑性異方性についても考慮されていないし、時間積分も無視されているため、疑問の残るところである。また分割も特に細かい(要素数 286)わけでもなく、周辺における境界条件(全固定)も十分とは言えない。

2.2 工具の破損

被削材の変形を考えるにしても、その接触の相手である工具の変形は重要であり、また工具の破損、摩擦は切削性能を低下させるだけでなく、安全性の点からも大きな問題である。尾田ら¹²⁾は安全性という意味で最も重要な研削砥石に非対称負荷である研削抵抗が作用したときの応力解析をしている。研削作業の能率向上化と被削材の仕上げ面精度の向上化のため砥石の高速回転が望まれ、実現されつつある現状にとってまことに時機を得た解析である。

砥石は砥粒、結合剤および気孔からなる不均質な材料であるが、これを一応等方で均一な材料と仮定し、これら砥石の有する不均一性を単純に平均化した材料定数を使用している。この論文ではフランジによる締めつけ力と回転遠心力に対しては軸対称負荷であるため、有限円筒の三次元弾性論^{13),14)}を用いて解析している。一方研削抵抗に関しては、その非対称荷重をフーリエ展開することにより軸対称体の有限要素法¹⁵⁾により解いている。ここで研削力は余弦分布で与えられるとしている。図5はその結果の一例であり、「 $\theta=0^\circ$ でのフランジ締めつけ部内周域には σ_r のかなり大きな引張り応力の生じることが明らかになった」と結んでいる。有限要素法としては弾性解析であるので、非対称荷重の取り扱いを除けば、ほとんど問題はないが、結果の実際との対応を検討すべきである。

竹中ら⁷⁾は切削工具を剛体と見なすための論拠を得るために、工具すくい面に強制力の形で境界条件を与えて解析を行っている。この解析により工具と切りくずとの接触面を直線と見なせるとしているが、逃げ面や熱的影響に対して考慮する必要がある。

そういう意味で岸浪らはもう少し系統だった解析を行っている。まず切削力が作用したときの静変形について、二次元切削における工具を例にとり、切削熱や衝撃力はないとして解析している¹⁶⁾。工具すくい面にのみ、光弾性測定の結果をもとに強制力の境界を与えている。工具刃先点での集中力は最初適当に与えて、工具内部の主応力差分布・主応力方向を求め、光弾性測定における等色線・等傾線と比較することにより決定している。

岸浪らは工具逃げ角の影響を重視し、逃げ角と変形との関係を求めている。また逃げ角と工具すくい面応力分布との関連について求めており、逃げ角が大きくなるにしたがい、工具刃先は過切削の状態に変形するとしている。しかし逃げ面における境界条件については全く考慮されておらず、この結果をそのまま受け入れることは困難である。また逃げ角が変化しているにもかかわらず、境界条件としての工具すくい面上の応力分布は全く変化しないと考えられており、実際的に多少の問題がある。

次に工具の熱変形について解析している¹⁷⁾。切削工具の切りくず接触長さの領域に、ある一定の温度分布が与えられたとして解いている。求められた温度分布は逃げ角に関係なく、切りくず接触長さの部分を中心にほぼ同心円状の分布となっており、実際的でない結果となっている。図6には切削力と切削熱が同時に作用したときの工具刃先の変形の様子が示されている。切削力による変形よりも切削熱による変形が大きいとしているが、境界条件の実際との対応に問題があるため、この結果の信頼性は不明である。

2.3 工作機械の剛性

工作機械の有する動力を十分に使用し、加工能率を増大させるためには、工作機械が十分高い剛性を持つことが必要となる。また工作機械の剛性は製品の精度に大きな影響を及ぼしている。有限要素法では工作機械の静剛

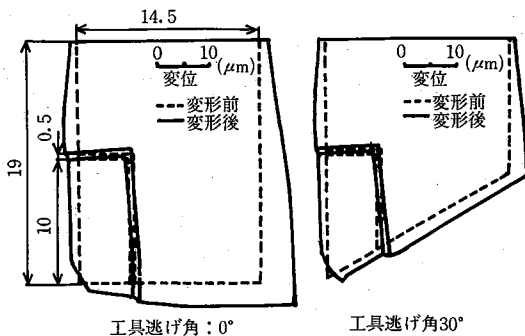


図6 切削力と切削熱が同時に作用したときの工具刃先の変形(秋山ら)¹⁷⁾

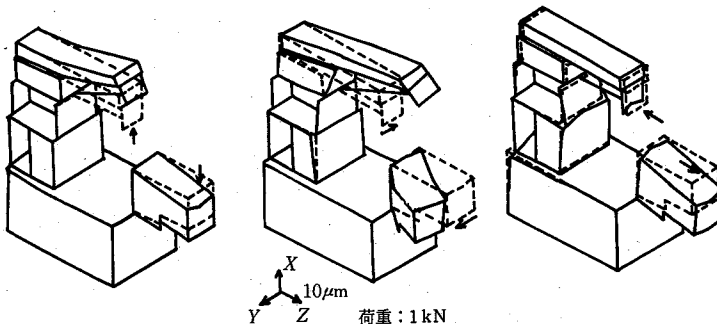


図7 フライス盤の静変形(佐田ら)²¹⁾

性、動剛性、熱剛性に対してほとんど同一のデータにより解析できるうえに、複雑な構造であっても従来の方法よりも高精度に計算しううために、多くの研究者により適用されている。またその解析結果は設計にフィードバックできるため、最近脚光を浴びているCADとの関連からも、多くの論文^{8),19)}が発表されている。

佐田ら²⁰⁾はCholeski分解法を利用した節点消去法により静剛性について解析している²¹⁾。境界条件については、その節点に等価なバネが接続していると考え、このバネ定数を対応する剛性マトリックスの対角項に加えている。これは工作機械構造が数点でレベリングやブロックなどで支持されていることをよくモデル化していると述べているが、疑問の残るところである。図7はその解析結果の一例である。工作機械のように各所に接合面や摩擦面などを有する構造では、その部分の取り扱いが問題となる。またその影響は熱剛性の解析を行うとより顕著に現れる。

熱剛性を解析しようとする、各部の発熱量、熱に関する特性値(熱伝達率、接合面の熱抵抗等)、液体の移動量、冷却器の能力などが正確に分からねばならない。奥島らは工作機械の熱変形について解析を行っている^{22),23)}が、その中で実験により熱伝達率、接合面の熱抵抗、発生熱量の同定をしている。奥島らはこの第1報²²⁾にて簡単なモデルにより解析と実験の比較をし、定常解析を行い、第2報²³⁾においては非定常解析を行っている。図8にはフライス盤の熱変形の解析結果を示す。実測値に比較して主軸に近い点では計算値が大きく、一方コラムの点では小さくなっている。この原因は潤滑油の影響と推測されている。

竹内ら²⁴⁾もジグ研削盤について非定常解析を行っている。工作機械では、変化する加工条件に応じて生じる熱源強さの変動や工具交換、被削材の着脱のための機械停止などにより、一般的に発熱は常に安定しておらず、このためにその熱変形も非定常のものとなる。また工作機械の熱変形は時定数が大きく、時間とともに徐々に生じるために、竹内らはこうした時間的変化を重視して解析

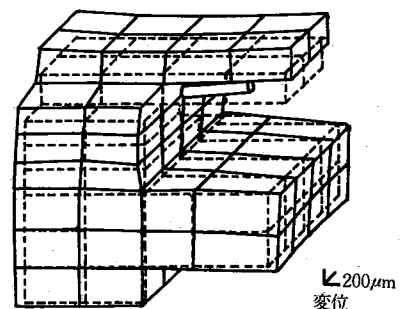


図8 フライス盤の熱変形(奥島ら)²³⁾

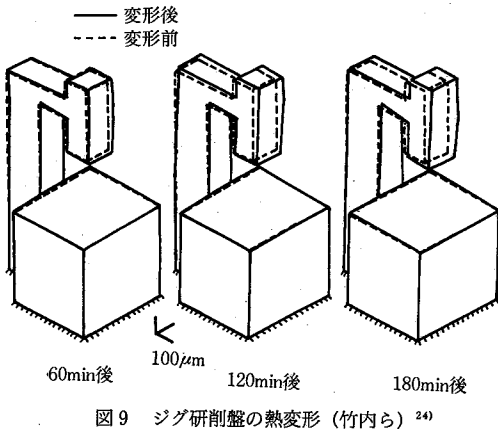


図9 ジグ研削盤の熱変形(竹内ら)²⁴⁾

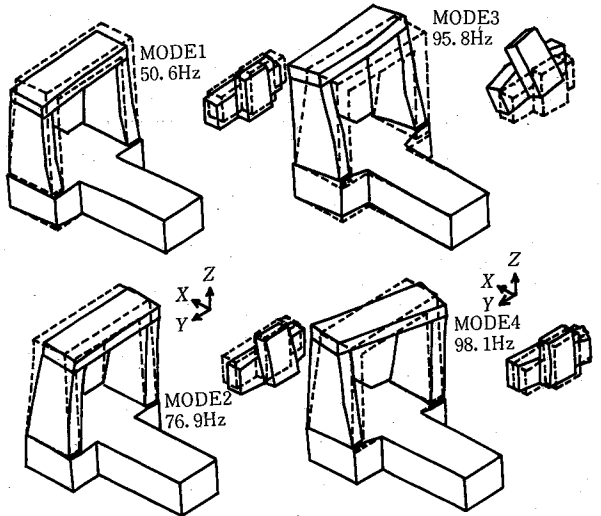


図10 中ぐり盤の振動モード(佐田ら)²¹⁾

している。図9は、その熱変形の時間変化である。また使用条件(運転および停止を繰り返したとき)による温度変化を考察し、その結果から停止時間が長いような使用方法は避けるべきだとしている。

熱変形による加工精度の低下の防止のためには、(1)熱膨張係数の小さい材料の使用、(2)発熱の抑制とその制御、(3)適切な工作機械構造への改善、等が必要となる。同論文にてシングルコラムタイプとダブルコラムタイプとの構造の違いによる熱変形の影響について考察し、熱的対称性を有する構造²⁵⁾を解析により見出すことが重要としている。

動剛性に関してはこれまで集中質量法、分布質量法などが解析手法として多用されてきた^{26)~29)}。しかし、これらは過度のモデル化を行っており、そのモデル化には熟練を要し、また複雑な形状の解析となると十分ではなかった。その点で有限要素法は現実的なモデル化が行え、しかも精度がある程度保障されている³⁰⁾。しかし有限要素法では精度の向上を図るためには要素数が一般に多くなるので、計算時間・所要容量を減少させる計算の技術が必要となる。そこで佐田らは低次の固有値と固有ベクトルを求める有効な方法である、Rayleigh 商を共役傾斜法により最小化する方法³¹⁾により解析している^{21)~32)}。ジグ中ぐり盤の固有振動数と振動モードを図10に示す。この解析を通じて境界条件と締結部の取り扱いについて佐田らは「計算結果ではベットがほとんど変形せず、実際の剛性よりも高く評価されている」ことを指摘している。

このことは節点消去法を利用した Jacobi 法により固有ベクトルの近似値を求め、それを初期値として共役傾斜法により解を求めた、佐田らの工作機械のモデルでの結果にも現れている³⁰⁾。この結果によれば曲げ変形に対しては分割した要素数が少なくてもよい精度が得られているが、ねじり変形の場合には精度が悪くなっている。これは一つには境界条件の入れ方によるものと考えられる。また板が直交している部分にて面内および面外変形

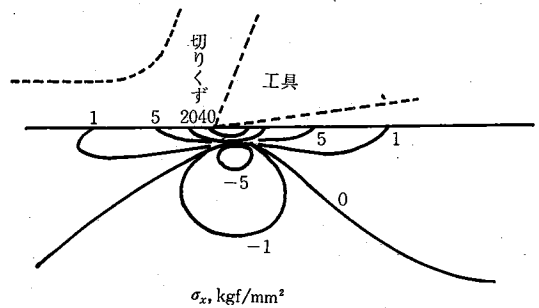


図11 切削加工における残留応力分布(垣野ら)³⁷⁾

が組み合わさるときに変位関数に違いがあり、解の適合条件が満たされていないことによる可能性もある。

佐藤らは工作機械を構成している各部分構造の特性を知ることが第一と考え、旋盤のベットについて解析を行い^{33)~36)}、その中で境界条件としての支持の問題、ねじり振動の問題について検討を加えている。

2.4 加工変質層

金属材料等を機械加工すれば表層部に残留応力が生じ、この残留応力の存在が製品の使用特性(疲労強度や耐摩耗性など)に対して悪影響を与え、製品の寸法精度を害する。機械加工により生じる残留応力は大別すれば、(1)機械的效果によるもの、(2)熱応力によるもの、(3)組織の相変態による体積変化によるもの、に分けられる。

垣野は熱応力により生じる残留応力の解析を行っている³⁷⁾。そのため温度分布を理論的に、あるいは実験的に求め、これをもとに熱応力を導いている。この状態から温度分布を取り除き弾性的に除荷し、図11に示される残留応力分布を算出している。この解析では被削材内部の温度分布については入力する形をとっており、理論的ではなかった。また工具の移動ということがまったく考慮され

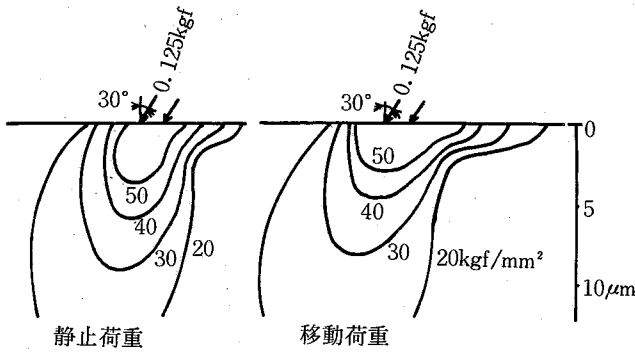


図12 荷重移動の影響(江田ら)³⁸⁾

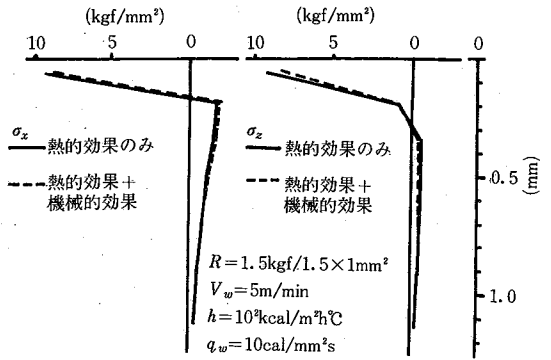


図13 研削加工における残留応力分布(江田ら)³⁹⁾

ていなかった。

こうした点で江田らの解析は対象が研削であったが、より進んだものであった。江田らはまず研削力により生じる残留応力について解析している³⁸⁾。研削力は砥石接触弧内で何点かの集中荷重の形で与えられ、順次移動させている。図12にはその移動の影響が示されている。しかし当論文では静的に荷重の移動が取り扱われており、非定常問題としての解析となっているかは不明である。第2報³⁹⁾では熱的影響も含めた形で考察している。この論文では熱的影響と機械的影響との影響の割合を中心に考察しており、最終的に研削加工層の残留応力は研削速度による熱応力が支配的という図13の結果を得ている。

一般に研削加工においては1パスにおける砥石と被削材との接触時間は短く、しかもその間に熱源の分布は非定常に変化している。このため二次元的な解析が必要となる。また現在報告されているものでは影響の及んでいる範囲が境界に達しており、考慮すべき領域を考え直すことが必要である。より実際に即した解析が今後の課題となる。

3. 今後の問題点

前節にて各問題にあたって今後解析すべき点について触れた。本節ではそれらの点について総括的に考察する。

3.1 解析手法

有限要素法を用いて正確にモデル化するためには、多くの要素に分割することが必要となる。計算時間や計算容量に制限があるため、現状の手法ではどうしても扱える要素数に限界が生じる。逆行列や固有値をより高性能に求める方法が種々発表されているが、これらをもってしても根本的な解決とはならない。そうした意味で川井の物理モデル⁴⁰⁾を使用した解析を行う⁴¹⁾とか、最近話題になっている境界要素法⁴²⁾を使用するとか、新しい展開が期待される。著者らは境界要素法と有限要素法との結合解法^{43),44)}により、機械工作に関連する諸問題を解こうとしている^{45)~47)}。これによればかなり広い領域において

精度よく問題を解くことができる。また振動問題では前節で触れたようにねじりの精度が悪い。ねじりを精度よくモデル化できるような新しい要素の開発⁴⁸⁾も待たれるところである。

3.2 境界条件・材料定数の評価

精度よい結果を得るためには、解析がしよせんモデル化であるため、境界条件や材料定数をいかに評価し、その特徴をモデルとして取り込むかにある。境界条件について言えば、例えば完全固定という形をとるのか、あるいは多少弾性や粘性のある形をとるかということである。またその時の自由度の設定等について、実際の状態を十分に把握した上で決定する必要がある。また熱解析のところでも述べたように熱伝達率等の定数の同定、複雑な形状での放熱量、発生熱量等の評価を十分な精度で行う必要がある。構造解析における質量の同定、複雑な形状のモデル化等、問題点は少なくない。こうした点を簡単に評価する方法の確立も今後の課題である。

3.3 接触問題

構造物であれば必ず接触面を有している。その接合面における接触状態の評価も境界と同様に重要である。特に摩擦面の取り扱いは微妙である。接合面は力学上重要であるだけでなく、熱的にも大きな影響を及ぼす。部分構造からなる物体に関しては、接合面も含めて解析法を考えるべきである。

境界条件とも関連するが、解析ではどの領域までを解析対象とするかがポイントとなる。できるだけ広い範囲をカバーするためには、前述の境界要素法や半無限要素等を積極的に取り入れていく必要がある。接合面の状態を適確に表現できる要素の開発あるいはモデルの開発も必要である。

3.4 破断

切削加工の領域への破壊力学の導入は、相当以前から叫ばれている。しかし白樫らが行ったように、通常の破壊力学では解決できないものが加工の中には存在するのではないだろうか。切削加工においてはその破断のメカ

ニズムが解明されていない。切削における破断は自然発生的に起こっているのではなく、強制的に生じているのである。今後メカニズムも含めた基礎的な研究が望まれる。

4. おわりに

有限要素法は、そのハンドブック⁴⁹⁾が出版されるまでになっている。またパッケージとして売られているプログラムも多種にわたっている。ところで有限要素法は一般のユーザにとって身近なものとなっているのであろうか。いやけっしてそうではない。以上述べてきたように問題は山積みされて残っている。モデル化に精通している者が使える有限要素法であり、別の意味の熟練者の必要性がでてきている。より現実の問題に即した形で解析ができるようにしなければシミュレータとしての使用の意味を失う。そのためには計算機の進歩に待つところもなくはないが、解析手法の見直しも必要である。

機械工作という非線形現象を解析するためには、マトリックス数値解析法は実に有力な手法である。しかし解析により新しい事象を見出すことは難しい。それは著者も含めた研究者の力不足に負うところもあるが、まだ解決されていない多くの問題点があることを意味している。そういう観点から解析手法はより細分化されることが必要である。工作機械の剛性解析への適用は、CAD と関連して最も早く実用化されることになるであろう。しかし、この分野でも最近の工作機械が高精度を要求され、しかも定量的な解析結果が望まれているため、一体構造でない工作機械の接合面の問題は一つの大きな課題となる。

以上述べてきたように機械工作の実際問題への適用ということに関してはまだまだ解決しなければならない多くの問題が残されている。(1983年11月21日受理)

参考文献

- 1) O. C. Zienkiewicz: 基礎工学におけるマトリックス有限要素法, 培風館, (昭50) 388
- 2) M. E. Merchant: Mechanics of Metal Cutting Process, I, Orthogonal Cutting and a Type 2 Chip, J. Appl. Phys., 16, 5 (1945) 267
- 3) 奥島啓式・人見勝人: 二次元切削機構の解析, 日本機械学会論文集, 25, 150 (昭34) 54
- 4) W. B. Palmer & P. L. B. Oxley: Mechanics of Orthogonal Machining, Proc. Instn. Mech. Engrs., 173, 24 (1959) 623
- 5) 白井英治・牧野亮哉: 低速流れ型切削における応力ひずみ分布, 精密機械, 33, 4 (昭42) 245
- 6) 垣野義昭: 有限要素法による二次元切削機構の解析, 精密機械, 37, 7 (昭46) 503
- 7) 竹中規雄・岡部政之: 有限要素法による切削機構解析(第1報), 日本機械学会講演論文集, 700-14 (昭45) 13
- 8) 竹中規雄・岡部政之: 有限要素法による切削機構解析(第2報), 日本機械学会講演論文集, 710-10 (昭46) 109
- 9) 竹中規雄・岡部政之: 有限要素法による切削機構解析(第3報), 日本機械学会講演論文集, 740-15 (昭49) 189
- 10) 白樫高洋・白井英治: 二次元流れ型切削のシミュレーション解析, 精密機械, 42, 5 (昭51) 340
- 11) 横内弘宇・中島明一: 有限要素法による切削機構の解析(第1報), 昭和47年度精機学会春季大会学術講演会前刷, (昭47) 1
- 12) 尾田十八・柴原正雄・宮本博: 研削砥石の三次元応力解析, 精密機械, 38, 4 (昭47) 377
- 13) 柴原正雄・尾田十八: 軸対称変形をする有限円筒問題, 日本機械学会論文集, 34, 259 (昭43-3) 388
- 14) 柴原正雄・尾田十八: 回転円筒の三次元応力解析, 日本機械学会論文集, 35, 270 (昭44-2) 278
- 15) 川股重也・塩屋繁松: 回転体の非対称問題に対する剛性行列, 生産研究, 20, 1 (昭43) 45
- 16) 岸浪建史・横内弘宇・星光一・斉藤勝政: 有限要素法による工具刃先の剛性解析, 精密機械, 39, 10 (昭48) 1023
- 17) 秋山俊彦・覚知尚志・岸浪建史・斉藤勝政: 有限要素法による切削工具の熱変形解析, 精密機械, 41, 6 (昭50) 512
- 18) 吉村允孝: 動剛性合成法による機械構造物の静特性および動特性のCAD, 精密機械, 41, 11 (昭50) 1060
- 19) 大久保信行・竹内芳美・佐田登志夫: 工作機械構造の剛性解析システム(第3報), 精密機械, 43, 2 (昭52) 174
- 20) 佐田登志夫・大久保信行・竹内芳美: 工作機械構造の剛性解析システム(第1報), 精密機械, 42, 10 (昭51) 955
- 21) 佐田登志夫・大久保信行: 有限要素法による薄板構造物の動剛性解析と工作機械への応用, 工作機械の剛性および切削性能の向上に関する研究分科会成果報告書, (昭49) 559
- 22) 奥島啓式・垣野義昭・沢井浩治・菊池敏彦: 工作機械の熱変形に関する研究(第1報), 精密機械, 38, 3 (昭47) 283
- 23) 奥島啓式・垣野義昭・菊池敏彦: 工作機械の熱変形に関する研究(第2報), 精密機械, 38, 7 (昭47) 565
- 24) 竹内芳美・大久保信行・佐藤和信・佐田登志夫: 工作機械構造の剛性解析システム(第2報), 精密機械, 43, 1 (昭52) 67
- 25) 奥島啓式・垣野義昭: 精密機器の熱変形, 日本機械学会誌, 75, 645 (昭47-9) 1371
- 26) J. C. Maltbaek: Classical Beam Method for the Prediction of Vibration Characteristics of Machine Tool Structures, Proc. 5th Int. M. T. D. R. Conf., (1964)
- 27) S. Taylor & S. A. Tobias: Lumped-constants Method for the Prediction of the Vibration Characteristics of Machine Tool Structure, Proc. 5th Int. M. T. D. R. Conf., (1974)
- 28) W. Döpfer: Möglichkeiten zur Berechnung von Werkzeugmaschinen mit Digitalrechner-Programmen, Ind-Anz., 90 (1968) 265
- 29) 吉村允孝: 電子計算機による構造物の動特性解析法, 精密機械, 36, 3 (昭45) 212
- 30) A. C. Stephen & S. Taylor: Computer Analysis of Machine Tool Structures by the Finite Element Method, Proc. 9th Int. M. T. D. R. Conf., (1968)

- 31) R. L. Fox & M. P. Kappor : A Minimization Method for the Solution of the Eigenproblem Arising in Structural Dynamics., A. I. A. A., (1968)
- 32) 佐田登志夫・宮本博・高島信行・三好俊郎 : 有限要素法による工作機械の動剛性の解析, 精密機械, 37, 3(昭46) 218
- 33) 佐藤壽芳・大堀真敬・駒崎正洋・黒田佳男・相良誠 : 板による工作機械構造の振動特性計算法, 工作機械の剛性および切削性能の向上に関する研究分科会研究成果報告書, (昭49) 524
- 34) 黒崎明・西田公至・佐藤壽芳 : 工作機械構造の有限要素法による振動特性解析, 日本機械学会講演論文集, 760-17 (昭51-10) 80
- 35) 那須雄次・中村良也・佐藤壽芳 : 工作機械構造の振り振動に関する研究, 生産研究, 32, 11 (昭55) 533
- 36) 酒井高昭・大堀真敬・佐藤壽芳・尾高広昭 : 工作機械要素構造の振動解析, 日本機械学会講演論文集, 810-13(昭56-10) 87
- 37) 垣野義昭・奥島啓次 : 被削材温度分布の残留応力に及ぼす影響の理論的解析, 精密機械, 35, 12 (昭44) 775
- 38) 江田弘・貴志浩三・大久保昌典 : 有限要素法による研削加工層の残留応力のシミュレーション解析, 精密機械, 45, 11 (昭54) 1347
- 39) 江田弘・貴志浩三・大久保昌典・上野秀雄 : 有限要素法による研削加工層の残留応力のシミュレーション解析(続報), 精密機械, 47, 3 (昭56) 314
- 40) 川井忠彦 : 物理モデルによる連続体力学諸問題の解析(第二回), 生研セミナーテキスト(コース48), (昭54)
- 41) 谷泰弘・長尾高明・竹中規雄 : プラスティシオンモデル実験による正面研削の研究(第4報), 昭和56年度精機学会春季大会学術講演会論文集, (昭56) 100
- 42) C. A. プレビア・S. ウォーカー : 境界要素法の基礎と応用, 培風館, (昭56)
- 43) C. A. Brebbia & P. Georgiou : Combination of Finite and Boundary Elements for Elastostatics, Appl. Math. Modelling, 3. No. 2 (1979)
- 44) O. C. Zienkiewicz, D. W. Kelly & P. Betters : The Coupling of the Finite Element Method and Boundary Solution Procedures, Iso. J. Num. Meth. Engng., 11 (1977) 355
- 45) 谷泰弘・仙波卓弥・佐藤壽芳 : クリープフィード研削時に生じる残留応力の解析(第1報), 生産研究, 35, 6(昭58) 311
- 46) 仙波卓弥・谷泰弘・佐藤壽芳 : クリープフィード研削時に生じる残留応力の解析(第2報), 生産研究, 35, 8(昭58) 381
- 47) 仙波卓弥・谷泰弘・佐藤壽芳 : クリープフィード研削時に生じる残留応力の解析(第3報), 生産研究, 35, 10(昭58) 478
- 48) 神田芳文 : 機械構造物の動的有限要素解析のための新要素の開発, 東京大学学位論文, (昭56)
- 49) 鷲津久一郎・宮本博・山田嘉昭・山本善之, 川井忠彦 : 有限要素法ハンドブック, 培風館, (昭56)

