

# 極限解析の圧延加工への応用 (第4報)

## —非対称圧延の一般的解析モデルの構成—

Application of Limit Analysis to Rolling Process 4th Report

—Analytical Model of Asymmetrical Rolling Process and its Application—

木 内 学\*・向 四海\*

Manabu KIUCHI and Su-Hai HSIANG

### 1. はじめに

近年、非対称圧延加工が注目され、各所で研究が進められている。特に、非対称圧延における各種の影響因子の果す役割を把握し、その特性を明らかにするために、プラスチックや鉛を用いた実験的な研究が多く行われ、圧延荷重・圧延トルクや圧延後の製品の特性について検討するなど、さまざまな研究が行われている。しかしながら、各研究ごとに対象が異なっており、非対称圧延を総合的な立場から理解する試みが必ずしも十分なされていないのが現状である。本報では極限解析の手法を用いこれを拡張して、非対称圧延の系統的な解析を試み、非対称圧延において、被圧延材の变形に影響を与える因子(上下ロール径およびその接触角度、圧延方向・厚さ方向への塑性変形域のひろがり、上下ロールの影響範囲、被圧延材の進入方向、被圧延材の進入速度)を可変パラメータとする解析モデルを提案し、その速度場の妥当性について検討した結果を報告する。

### 2. 解析モデルの特徴

非対称圧延の解析モデルの概念図を図1に示す。被圧延材の入側での傾斜角を $\lambda$ とし、塑性変形域と剛性域との境界 $\Gamma_{n1}(B_1C)$ および $\Gamma_{n2}(B_2C)$ を直線と仮定する。速度場を求める際に、被圧延材の入口速度 $u_i$ 、上ロールの接触角度 $\alpha_1$ 、上下ロールの影響領域を決めるパラメータ $l$ および塑性変形域の長さ $l$ などを可変パラメータとして導入する。この解析モデルは、以下の特徴を有している。(1)速度場の構成に際して、上下ロールの影響領域を分けて考える。(2)圧延方向の速度については、板厚方向に線形分布を仮定する。(3)境界条件を完全に満足する、いわゆる動的相容速度場である。(4)非対称圧延を総合的に扱うことができる汎用性の高い速度場である。

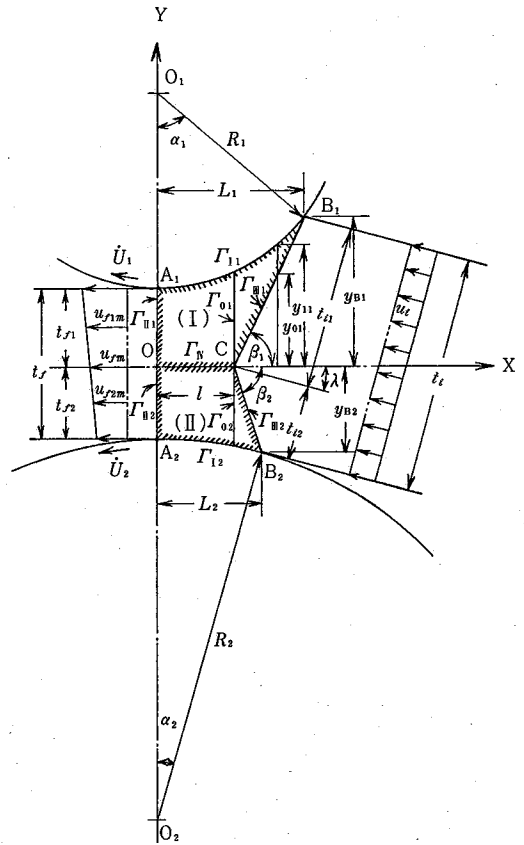


図1 非対称圧延の解析モデル

### 3. 動的相容速度場

図1に示すように、ZONE(I), (II)を塑性変形領域とし、その他の領域を剛体とする。上述の仮定より塑性変形域内の $x$ 方向の速度成分 $u_{xj}$ の一般形を次式のように表す。

$$u_{xj} = u_{xjm} [1 + f_j(x) \{y - \frac{1}{2}(y_{1j} + y_{0j})\}]_{j=1,2} \quad (1)$$

\* 東京大学生産技術研究所 第2部

上式より、境界  $\Gamma_{ij}$  の速度  $u_{fj}$  は次式で表される。

$$u_{fj} = u_{fjm} [1 + q_{fj} (y - \frac{1}{2} t_{fj})]_{j=1,2} \dots\dots\dots (2)$$

ところで、境界  $\Gamma_{ij}$  では  $x$  方向速度成分は連続していると考えられるので、次式が満足されなくてはならない。

$$u_{fj} = \{u_{xj}\}_{\Gamma_{ij}} = \{u_{xj}\}_{x=0, j=1,2} \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 $u_{xjm}, u_{fjm}$ :  $x$  方向速度成分の平均値、

$$q_{f1} = -q_{f2} = q_f \cong 0$$

上述の表示式を用い、具体的には、ZONE (I) 内の速度場を次式のように表す、

$$\begin{aligned} 0 \leq x \leq l : \quad & u_{x1} = G_1(x)y + G_2(x) \\ & v_{y1} = -\frac{1}{2} G_1'(x)y^2 - G_2'(x)y \\ l \leq x \leq L_1 : \quad & u_{x1} = F_1(x)y + F_2(x) \\ & v_{y1} = -\frac{1}{2} F_1'(x)(y^2 - y_{01}^2) \\ & \quad - F_2'(x)(y - y_{01}) \end{aligned} \dots\dots\dots (4)$$

ただし、

$$\begin{aligned} G_1(x) &= u_{x1m} (p_1 x^2 + q_1) \\ G_2(x) &= u_{x1m} - G_1(x) \frac{1}{2} y_{11} \\ F_1(x) &= u_{x1m}^* f_1(x) \\ F_2(x) &= u_{x1m}^* - F_1(x) \frac{1}{2} (y_{11} + y_{01}) \\ f_1(x) &= \frac{2\{u_{x1m}^* y'_{11} + u_{x1m}^* (y_{11} - y_{01})\}}{u_{x1m}^* (y_{11} - y_{01}) y_{01}} \\ p_1 &= \frac{f_1(l) - q_{f1}}{l^2} \\ q_1 &= q_{f1} = q_f \end{aligned}$$

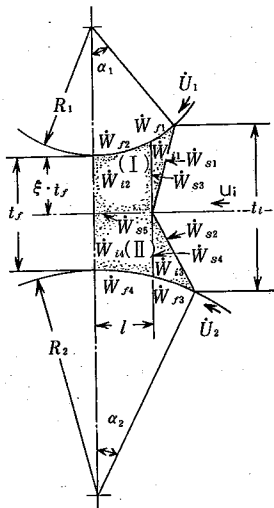


図2 圧延時の各仕事率

$$u_{x1m} = (u_{i1m} t_i) \frac{1}{y_{11}} = (u_{f1m} t_{f1}) \frac{1}{y_{11}}$$

$$u_{x1m}^* = \frac{u_{i1m}}{y_{11} - y_{01}} \{ (y_{01} - y_{01}) \cos \lambda + (L_1 - x) \sin \lambda \}$$

ただし、体積一定の条件および次の境界条件を導入する。

(i) 剛塑性境界  $\Gamma_{11}$  で速度の連続性が保たれる。(ii) 被圧延材とロールが接する境界 ( $\Gamma_{11}$ ) で、速度ベクトルがロールのプロファイルに沿わなければならない。(iii) ZONE (I) と ZONE (II) との接触境界 ( $\Gamma_{1v}$ ) で、 $y$  方向の速度成分が存在しない。

また、ZONE (II) の動的可容速度場は ZONE (I) と同様に、 $0 \leq x \leq l$  と  $l \leq x \leq L_2$  の2つの領域を分けて考え、 $x$  方向の平均速度を導入し、併せて体積一定の条件、境界条件を用いて求められる。

以上の速度場を用い、被圧延材の塑性変形に伴う内部仕事  $\dot{W}_i$ 、ロールとの接触境界における摩擦損失  $\dot{W}_f$ 、速度の不連続境界における剪断仕事率  $\dot{W}_s$  が得られる。被圧延材の塑性変形に伴う全変形エネルギーはこれらの各仕事率の総和として求められる。(図2参照)

$$j = \sum \dot{W}_i + \sum \dot{W}_f + \sum \dot{W}_s \dots\dots\dots (6)$$

また、速度場を求めるに際しては、被圧延材の入口速度  $u_i$ 、上ロール接触角度  $\alpha_1$ 、塑性変形域の長さ  $l$ 、上下ロールの影響域を表すパラメータ  $\xi$  などを可変パラメータとして導入している。これらのパラメータを変化させることにより全変形エネルギーの最小化を図ることができる。なお以下の解析においては、全変形エネルギーの最小化に F・P・S 法 (Flexible Polyhedron Search Method) を用い、被圧延材は剛完全塑性体、変形は2次元変形、ロールは剛体であると仮定している。また、摩

$$R_1 = R_2 = 100, t_i = 10, t_r = 5, \tau = 50\%, \sigma_o = 1.0, m = 1.0$$

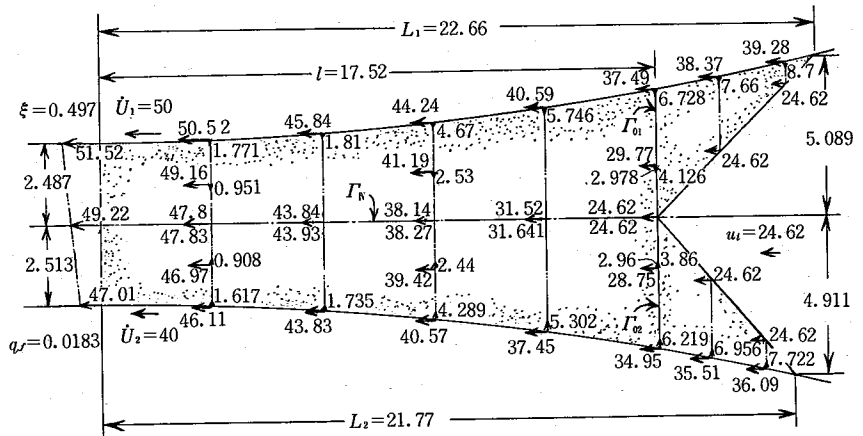


図3 同径異周速圧延の場合の速度場

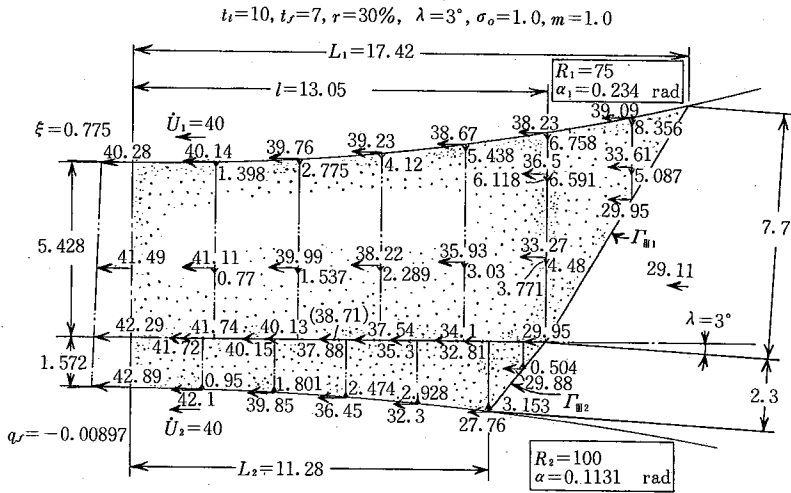


図 4 異径同周速圧延の場合の速度場

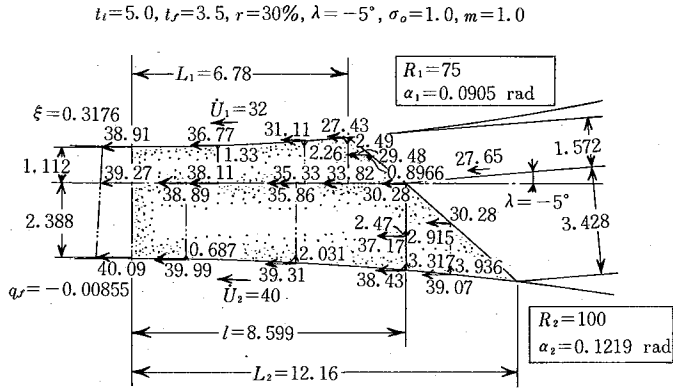


図 5 異径異周速圧延の場合の速度場

擦損失の計算においては定摩擦条件を用い、定数  $m$  を導入する。

#### 4. 速度場の計算例

以上の解析モデルにおいて、各種非対称因子が含まれた場合の速度場の構成が妥当であるか否かをチェックするために、いくつかの数値計算を行った。図 3 には同径異周速の場合の速度場の計算例を示す。上下のロール半径は同一であり ( $R_1=R_2=100$ )、上ロールの周速  $\dot{U}_1=50$ 、下ロールの周速  $\dot{U}_2=40$ 、圧延前板厚  $t_i=10$ 、压下率  $r=50\%$ 、被圧延材が水平に進入する (入側の傾斜角  $\lambda=0^\circ$ ) 場合の計算結果である。ただし変形抵抗  $\sigma_0=1.0$ 、摩擦定数  $m=1.0$  としてある。図から判るように、ロール入側で被圧延材が一定の速度でロールギャップに進入したにもかかわらず、ロール出側における速度分布は板厚方向

で線形分布となっている。また、ロールギャップ内の塑性変形域内においては、境界  $\Gamma_{01}, \Gamma_{02}$  における垂直速度成分 (圧延方向の速度成分) の連続性が保たれ、さらに境界  $\Gamma_{IV}$  で板厚方向の速度成分が存在しない、などの境界条件が満足されていることが判る。そのほか被圧延材とロールとの接触境界で、被圧延材の速度ベクトルがロールのプロファイルに沿う条件も満足されている。

次に、被圧延材が入側で傾斜角を有して進入する場合について検討する。図 4 は異径同周速で入側の傾斜角が  $3^\circ$  (下へ傾く) の場合の解析結果である。得られた速度場は上述の全ての境界条件を満足し、さらに境界  $\Gamma_{I1}$  と  $\Gamma_{I2}$  ではそれぞれの境界に垂直な速度成分が連続であるとの条件も満足している。図 5 は異径異周速で傾斜角が  $-5^\circ$  (上へ傾く) の場合の解析結果である。同様に、全ての境界条件が満足されている。

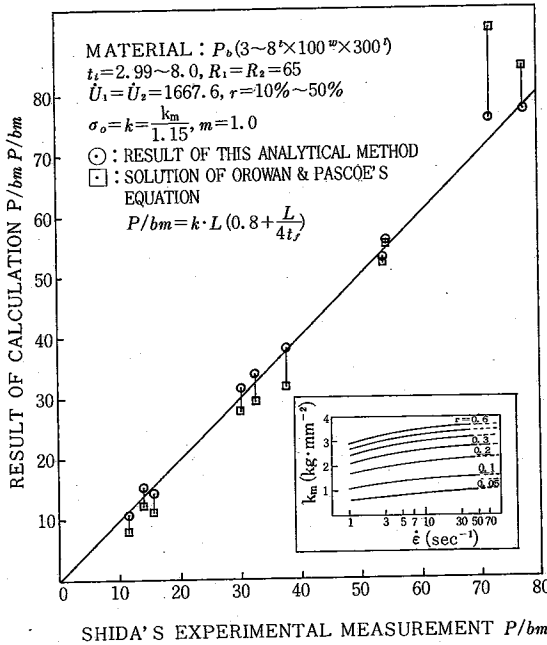


図6 圧延荷重の比較 (対称圧延の場合)

### 5. 圧延荷重に関する検討

上述の解析モデルの実用性をチェックするため、一部の実験結果との比較を行った。志田<sup>1)</sup>は鉛板などを使用して対称圧延実験を行い、圧延荷重と変形抵抗の測定ならびに圧延理論式の検討を行っている。そこで、これらの実験に対応するシミュレーションを行い、結果の比較を行った。常温無潤滑での鉛の圧延はほぼ固着摩擦が仮定できると考えられるので、解析する際に摩擦定数  $m = 1.0$  とした。また、鉛の変形抵抗  $\sigma_0$  は志田の平均変形抵抗 ( $k_m$ ) より求めた値を使用した。実験条件に対応する対称圧延の数値計算を行い、得られた全変形エネルギーから、単位幅当たりの圧延荷重を算出し ( $p/b = \frac{j \times R}{L \times \dot{U}}$ ,  $R$ : ロール半径,  $\dot{U}$ : ロール周速  $\dot{U} = \frac{\pi DN}{60} = 1667, L$ : 投影接触弧長), 志田の実験結果と比較した結果を図6に示す。図中、Orowan & Pascoeの圧延荷重の計算式より求めた圧延荷重も示されている。図から判るように、本解析モデルを用いて得られた圧延荷重は実際の圧延荷重によく一致している。

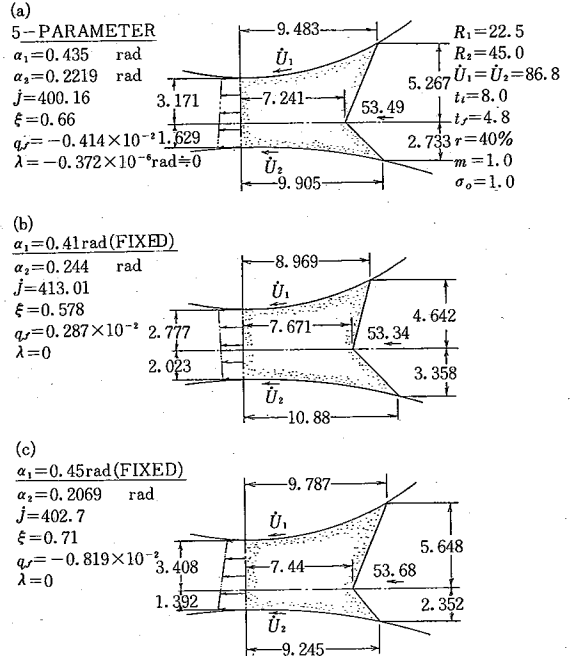


図7 5パラメータおよび被圧延材の進入高さの最適化後の速度場

入側での傾斜角  $\lambda$  を上述の4つの可変パラメータ ( $u_i, l, \xi, \alpha_i$ ) に加え、5パラメータを用いて速度場の最適化処理を行った結果を図7(a)に示す。得られた結果より、一般に  $\lambda$  がゼロの場合に全変形エネルギーが最も小さくなるのが判る。また、入側での傾斜がない場合、被圧延材の上下の平行移動が出側の速度分布に与える影響を図7(b), (c)に示す。この速度分布はすなわち製品先端の曲がりを表すものである。図から判るように、入側での被圧延材の上下への平行移動により、出側の製品先端の曲がりが大きく変化することが判る。

### 6. ま と め

本報で提案した解析モデルを用いて、速度場および対称圧延の場合の圧延荷重について検討した結果、この解析モデルの妥当性について知ることができた。この解析モデルは、製品の上下への曲がりの解析にも適用できるが、その詳細は次報で報告する。

(1983年11月22日受理)

### 参 考 文 献

- 1) 志田茂: 塑性と加工, 7-67(1966), p. 424