

自然林地と都市化域における不飽和帯水分の挙動の相違(3)

—毛管ヒステリシス理論とその適用法—

Differences in the Behavior of Soil Moisture between Natural Forest Basin and Urbanized Basin (3)

—Theory of Capillary Hysteresis and the Method of its Application to Field Studies—

虫 明 功 臣*・岡 泰 道*

Katumi MUSIAKE and Yasumiti OKA

1. ま え が き

流域内の水循環過程において不飽和帯水分の挙動は重要な役割を果たすが、現状ではそれを定量的に把握する方法が確立されていない。

前報¹⁾では、その一つの方法として、テンシオメータの観測記録を用い、自然林地と都市化域における降雨時の観測成果を示した。この結果、テンシオメータに基づく浅層の不飽和帯水分増加量が一雨雨量と比較的よく対応していることが明らかになった。

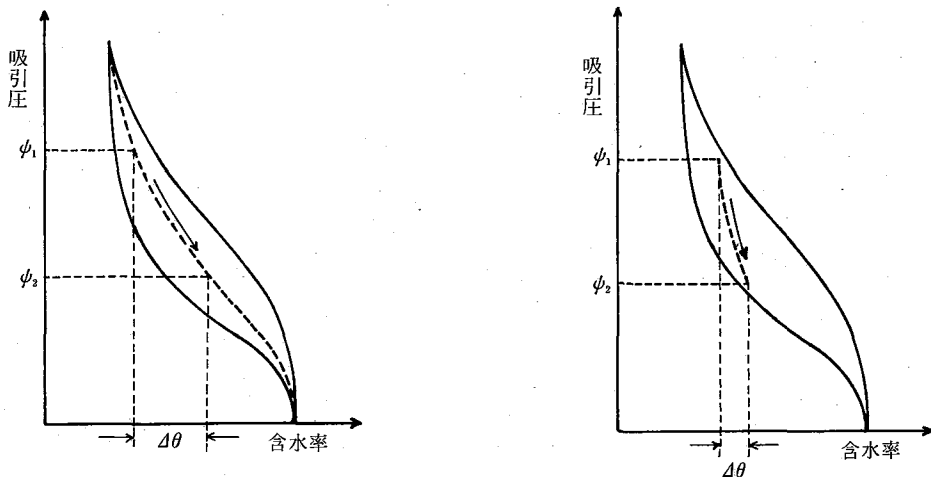
しかし前報では、自然林地の不飽和帯表層部(深度5cm~35cm)の pF 水分曲線にみられるヒステリシスについて、脱水・吸水過程のメインループの平均値を用いるという、簡単のための便宜的な方法を採用していた。本報ではこの点に関する議論を進め、従来の毛管ヒステリシス理論とそれを具体的に現地に適用する方法について述べる。

2. pF 水分曲線におけるヒステリシス

一つの状態にある土中水と含水率は過去の水分履歴に依存しており、必ずしも1対1に対応するとは限らない。この現象を pF 水分曲線のヒステリシスと呼ぶが、その原因としては、(a) インクビン効果、(b) 接触角の変化、(c) エントロピーの増加、(d) 土粒子の再配列、等が挙げられる。²⁾

自然林地表層の関東ロームの場合、団粒構造が発達し、粗大な間隙と微細な間隙が混在することが、特に(a)と関連し、ヒステリシスループの幅を大きくしている一因と考えられる。³⁾

こうしたヒステリシスを無視した場合、たとえば降雨時については、吸引圧 ψ から含水率 θ への変換は図1(a)の矢印上 $\psi_1 \rightarrow \psi_2$ のような一価関数を用いることになる。しかし実際には、降雨前は乾燥状態で、 ψ_1 は脱水曲線に近いところであり、その後降雨により吸引圧が急激に低下して吸水側に近づくとという経路をたどる(図1(b))。つまり図1(a)では含水率の変動を過大評価して



(a) 脱水・吸水の平均曲線を用いた場合

(b) ヒステリシスを考慮した場合

図1 pF 水分曲線を用いた、吸引圧 ψ から含水率 θ への変換

*東京大学生産技術研究所 第5部

研 究 速 報

しまう結果となる。吸引圧が急激に変化する現象を取り扱う場合、ヒステリシスの影響が大きいことがこれらの模式図からわかる。

3. 毛管ヒステリシス理論

3.1 独立領域理論

ヒステリシスを解析する有用な手段として Everett,⁴⁾ Enderby⁵⁾ らが発展させた独立領域理論がある。これを毛管ヒステリシスに応用し、 pF 水分曲線上の走査曲線を求める一般的な方法を初めて開発したのが Poulouvassilis^{6),7)} である。

独立領域理論では、各領域は一つの型の間隙のみで構成され、その間隙は開口部の半径 r と内部半径 ρ によって特徴づけられる(図 2 (a), (b))。このことは間隙が互いに独立である、すなわちすべての間隙が試料(あるいは土層)の外側に直結されているようにふるまうことを意味する。

Poulouvassilis は、 pF 水分曲線のヒステリシスループ内で脱水・吸水する土中の間隙の体積を V とし、図 3 に示す平行四辺形領域 $OABC$ に対応させた。この領域を一定の吸引圧幅 ΔS ごとに細分割し、各領域に対応する間隙体積 V_{ij} を実験に基づいて求める。 V_{ij} は吸引圧 ϕ_i で脱水し、 ϕ_j で吸水する間隙を表している。ただし $\phi_i \geq \phi_j$ だから ΔOBC 上では $V_{ij} = 0$ となる。図 2 との関連で考えれば r が ϕ_i に、 ρ が ϕ_j に対応している。

Poulouvassilis の方法では ΔS ごとの走査曲線を実験から求めておかなければならないのが欠点となる。Mualem はこの方法をさらに発展させ、間隙体積の分布関数を数学的に取り扱いきやすようにした。

3.2 mualem の方法

Mualem は pF 水分曲線のヒステリシス領域内に含まれる間隙をすべてヒステリシスに関与する間隙としていた⁸⁾ が、後に可逆過程を考慮に入れたモデル化⁹⁾ を行った。ここでは後者の方法を述べる。

先に示した図 2 のように、開口部の半径が r 、間隙内の半径が ρ で代表される間隙群を考え、 $\bar{r}, \bar{\rho}$ を以下のように定義する。

$$\bar{r} = \frac{r - R_{\min}}{R_{\max} - R_{\min}}, \quad \bar{\rho} = \frac{\rho - R_{\min}}{R_{\max} - R_{\min}} \quad (1)$$

ただし $R = a/\psi$ (a : 定数, ψ : 吸引圧), $R_{\min} \leq (r, \rho) \leq R_{\max}$, 系内における間隙の分布関数は $\bar{r}, \bar{\rho}$ の 2 変数関数 $f(\bar{r}, \bar{\rho})$ で表され、これを所定の領域について積分することにより含水率が得られる。

$\bar{r}, \bar{\rho}$ に関する積分領域の概念的なモデル化は図 4 (a), (b) のように行われ、正方形 $OABC$ が $\bar{r}, \bar{\rho}$ の変動幅 ($0 \leq \bar{r} \leq 1, 0 \leq \bar{\rho} \leq 1$) を示している。

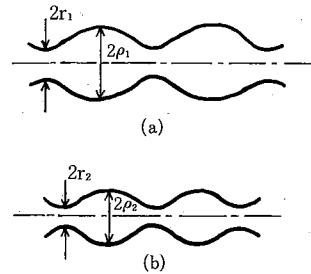


図 2 独立領域理論の概念説明図

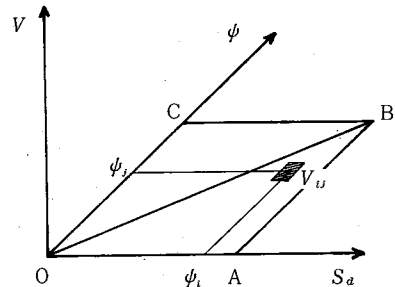


図 3 Poulouvassilis の独立領域モデル

2) 脱水過程 (図 4 (b)): 吸引圧 ϕ が $\phi(\bar{R})$ から $\phi(\bar{R} - d\bar{R})$ まで減少すると、 $\bar{R} - d\bar{R} \leq \bar{\rho} \leq \bar{R}$ の内径を持ち、 $\bar{R} \leq \bar{r} \leq 1$ なる開口部半径を持つ間隙群は排水される。

したがって図 4 からわかるように、 ΔOAB の領域は非可逆過程を、 ΔOBC の領域は可逆過程を表している。分布関数 f が $f(\bar{r}, \bar{\rho}) = h(\bar{r}) \cdot l(\bar{\rho})$ と分離できると仮定すれば、積分は容易に実行でき、

$$L(\bar{R}) = \int_0^{\bar{R}} l(\bar{\rho}) d\bar{\rho}, \quad H(\bar{R}) = \int_0^{\bar{R}} h(\bar{r}) d\bar{r} \quad (2)$$

で定義される $L(\bar{R}), H(\bar{R})$ を $\theta_d(\bar{R}), \theta_\omega(\bar{R})$ の 2 変数関数として求めることができる。ただし添字 d は脱水曲線を、 ω は吸水曲線を表す。Mualem のモデルの本質はこの H , および L に、したがって $f(\bar{r}, \bar{\rho})$ に解析的な表示を与えている点およびメインループのみを用いてループ内の走査曲線が得られるという点にある。

ここで独立変数を \bar{R} から $\psi(\psi < 0)$ に変換して考える。ただし $\bar{R} \propto 1/\psi$ となっているので $\bar{R} = 0 (R = R_{\min})$ が ϕ_{\min} に、 $\bar{R} = 1 (R = R_{\max})$ が ϕ_{\max} に対応する。さらに、Enderby⁵⁾ による次の表記法を用いる。

$$\theta(\psi) = \theta \begin{pmatrix} \phi_1 & \psi \\ \phi_{\min} & \phi_2 \end{pmatrix}$$

これは系がまず ϕ_{\min} から ϕ_1 まで吸水し、その後 ϕ_2 まで脱水し、再び ϕ まで吸水したときの含水率を表している(図 5)。

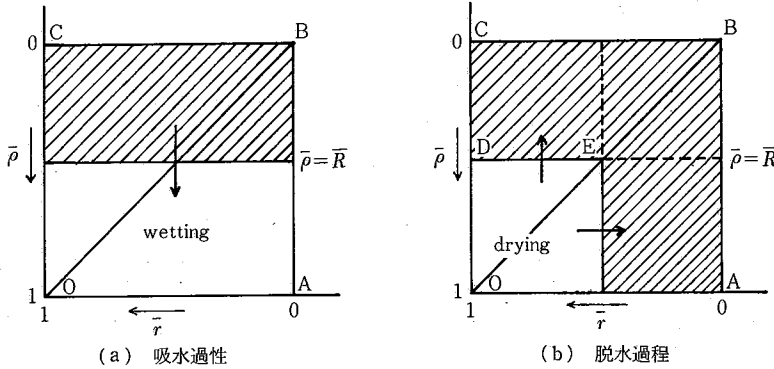


図4 Mualem のモデル

以上のような方法を用いれば、脱水・吸水をくり返した場合の走査曲線が次のように得られる。

- (1) 飽和 (ψ_{max}) から吸引圧 ψ_1 まで脱水し、再び ψ まで吸水する場合、そのときの含水率 θ は

$$\theta \left(\begin{matrix} \psi_{max} & \psi \\ \psi_1 & \end{matrix} \right) = \theta_w(\psi) + \frac{\theta_u - \theta_w(\psi)}{\theta_u - \theta_w(\psi_1)} \{ \theta_d(\psi_1) - \theta_w(\psi_1) \} \quad (3)$$

ただし θ_u は飽和含水率。

- (2) 吸引圧 ψ が乾燥状態 (ψ_{min}) から吸水→脱水→吸水を繰り返す、最後に吸水過程になる場合。

$$\theta \left(\begin{matrix} \psi_1 & \psi_3 & \dots & \psi_{N-1} & \psi \\ \psi_{min} & \psi_2 & & & \end{matrix} \right) = \theta_w(\psi) + \{ \theta_w(\psi_{N-1}) - \theta_w(\psi) \} \frac{\theta_d(\psi_N) - \theta_w(\psi_N)}{\theta_u - \theta_w(\psi_N)} + \sum_{j=1}^{N/2-1} \{ \theta_w(\psi_{2j-1}) - \theta_w(\psi_{2j+1}) \} \frac{\theta_d(\psi_{2j}) - \theta_w(\psi_{2j})}{\theta_u - \theta_w(\psi_{2j})} \quad (4)$$

- (3) (2)と同様に吸引圧が徐々に変化し、最後に脱水過程になる場合。

$$\theta \left(\begin{matrix} \psi_1 & \psi_3 & \dots & \psi_N \\ \psi_{min} & \psi_2 & & \psi \end{matrix} \right) = \theta_w(\psi) + \{ \theta_w(\psi_N) - \theta_w(\psi) \} \frac{\theta_d(\psi) - \theta_w(\psi)}{\theta_u - \theta_w(\psi)} + \sum_{j=1}^{(N-1)/2} \{ \theta_w(\psi_{2j-1}) - \theta_w(\psi_{2j+1}) \} \frac{\theta_d(\psi_{2j}) - \theta_w(\psi_{2j})}{\theta_u - \theta_w(\psi_{2j})} \quad (5)$$

4. Mualem の方法の現地データへの適用法

Mualem の方法は pF 水分曲線のヒステリシスループが時間的に変化しないという仮定を含んでいる。膨潤・収縮土ではこの仮定が当てはまらないが、今回対象としている関東ロームについてはループの変動が多少あってもそれはサンプリングによる測定誤差の範囲に入っていると考えられるので、考慮しないことにする。

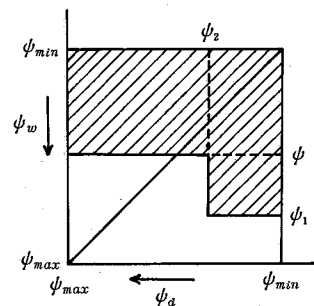


図5 $\psi_{min} \rightarrow$ (吸水) $\rightarrow \psi_1 \rightarrow$ (脱水) $\rightarrow \psi_2 \rightarrow$ (吸水) $\rightarrow \psi$ という過程をたどったときの積分領域 (斜線部)

またヒステリシスループの ψ_{max} に近い部分で、この方法は実験値とずれる場合があるが、 $d\theta_d(\psi)/d\psi = 0$ (at $\psi = \psi_{max}$) と仮定すれば解決され、この仮定はほとんどの土に適用できると Mualem は指摘している。実際、関東ロームについても pF 水分曲線³⁾ をみる限りでは、この仮定はほぼ満たされていると考えられる。

前節の式(4)、(5)において、吸引圧変動の組 ψ_i ($i = 1, 2, \dots, n$) は常に $\psi_{2i} > \psi_{2i+2}$, $\psi_{2i-1} < \psi_{2i+1}$ の条件を満たしていなければならない。したがって現地データに対して(4)、(5)式を用いる場合は、乾燥時 (ψ_{min}) を起点として、求めるべき時点の吸引圧 ψ に至るまでの吸引圧変化を追跡し、上記の条件を満たすように ψ_i を選ばなければならない。

降雨期間中の含水率変化は(4)式を用いて求めることができるが、この式を現地データに適用する際の問題点とともに、走査曲線の具体的な求め方を以下に述べる。

- ① ψ_{min} は、厳密には吸水曲線と脱水曲線の交わる点をとらなければならないが、観測記録上ではその点に至るまで乾燥することはまれであるので、比較的小さい値を ψ_{min} の目安として選んだ。この場合、計算は吸水曲線上から始まることになる。つまり ψ_{min}

研 究 速 報

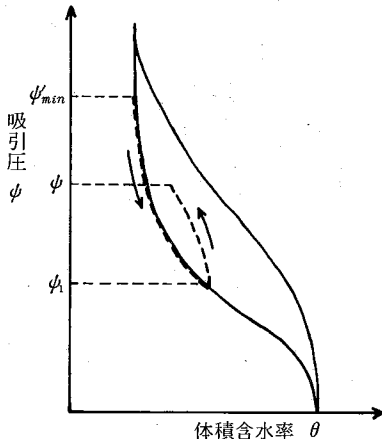


図6 $\psi_{min} \rightarrow$ (吸水) $\rightarrow \psi_1 \rightarrow$ (脱水) $\rightarrow \psi$ となるとき経路

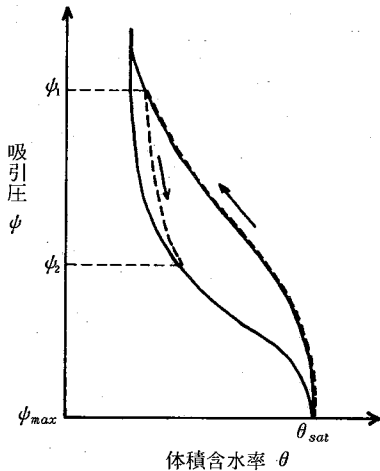


図7 ψ_{max} (飽和) \rightarrow (脱水) $\rightarrow \psi_1 \rightarrow$ (吸水) $\rightarrow \psi$ となるとき経路

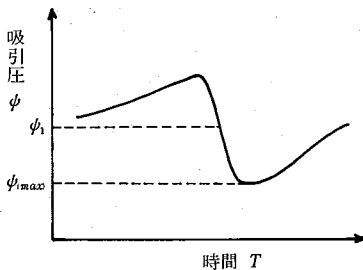


図8 降雨前後の代表的な吸引圧変化の例

\rightarrow 吸水 (ψ_1) \rightarrow 脱水 (ψ) という変化については図6のような経路で計算される。

- ② 降雨直前に極度の乾燥状態にあり、この時点の吸引圧 ψ がそれ以前の数カ月以内で最小となるときには、(4)式の標記に従えば $\theta(\psi)$ となり計算で

きない。極度の乾燥状態の場合、 θ はメインループの脱水曲線にかなり近づいていると考えられる (ただし、そのときの θ は求められない)。したがって $\theta(\psi_1)$ を $\theta_d(\psi_1)$ に等しいと近似し、(3)式すなわち第一次吸水走査曲線を用いて、 $\theta(\psi)$ の変化を求める (図7)。

- ③ (4)式において ψ の時間的変化が $\psi_1 > \psi \rightarrow \psi_1 = \psi \rightarrow \psi_1 < \psi$ という過程をたどる場合 (図8)。

$\psi_1 > \psi$ の範囲では(4)式があてはまる。 $\psi_1 = \psi$ になると θ は吸水曲線上に乗る。したがって $\psi_1 \leq \psi \leq \psi_{max}$ の範囲では θ はメインループの吸水曲線上の値をとる。 $\psi = \psi_{max}$ となってからは

$$\theta(\psi_{min}^{\psi_{max}} \psi)$$

5. おわりに

本稿では、独立領域理論に基づく Mualem の方法を現地データに適用し、 pF 水分曲線のヒステリシスを考慮に入れるための具体的な方法を示した。

次報では、この方法を用いて、降雨時の不飽和帯水分変動量を推定し、さらに流域単位での水収支解析に拡張した結果を述べる。(1983年10月3日受理)

参 考 文 献

- 1) 虫明功臣・岡 泰道・小池雅洋：自然林地と都市化域における不飽和帯水分の挙動の相違(2)，生産研究，Vol. 34, No.11, 1982
- 2) 土壌物理研究会編：土の物理学，森北出版，pp 222~225, 1979
- 3) 虫明功臣・小池雅洋・岡 泰道：自然林地と都市化域における不飽和帯水分の挙動の相違(1)，生産研究，Vol. 34, No.10, p 447, 1982
- 4) たとえば Everett, D.H.: A General Approach to Hysteresis, Trans. Faraday Society, Vol. 50, Part 10, pp.1077~1096, 1954
- 5) たとえば, Enderby, J.A.: The Domain Model of Hysteresis, Trans. Faraday Society, Vol. 51, Part 6, pp.835~848, 1955
- 6) Poulouvassilis, A.: Hysteresis of Pore Water, An Application of the Concept of Independent Domains, Soil Science, Vol.93, pp.405~412, 1962
- 7) Poulouvassilis, A.: Hysteresis of Pore Water in Granular Porous Bodies, Soil Sci., Vol.109, pp.5~12, 1970
- 8) Mualem, Y.: Modified Approach to Capillary Hysteresis Based on A Similarity Hypothesis, Water Resources Research, Vol.9, pp.1324~1331, 1973
- 9) Mualem, Y.: A Conceptual Model of Hysteresis, Water Res. Res., Vol.10, pp.514~520, 1974