

空中三角測量におけるバンドル調整法のライト地区への応用

An Application of Bundle Adjustment in Aerial Triangulation to Rheidt Test Area

村井俊治*・松岡龍治*・奥田勉*

Shunji MURAI, Ryuji MATSUOKA and Tsutomu OKUDA

はじめに

西独のライト地区 (Rheidt) は、120 点の精密な基準点の対空標識が設置され、空中三角測量のブロック調整法の精度を比較するための国際的なテスト地区となっている。著者らは、ブロック調整法のなかでも最も理論的に秀れていると言われていたバンドル調整法を独自に開発したので¹⁾、ライト地区において用いられているテストデータを適用し、他の研究者達の開発した手法により得られた精度と比較してみた。

1. ライト地区の概要

ライト地区は、東西および南北とも約 2 km の正方形に近い形をしており、標高は約 54~58 m の平坦な場所である。このテスト地区には、120 点の精密な基準点が設置されている (図 1 参照)。

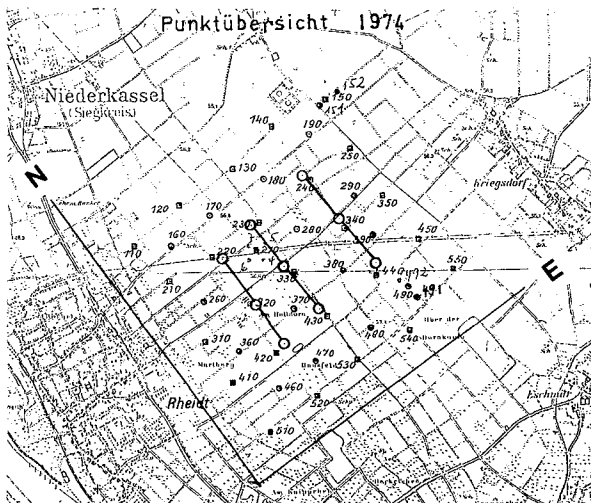


図 1 ライトテスト地区の概要

2. 使用した写真データ

使用した写真データは、ウィルド RC 8 (画面距離 $f=151.992$ mm) で撮影された 13 枚の写真を、カナダの国立研究所 (NRC) がモノコンパレータで測定したものである。

空中写真は次の 2 種類の縮尺で撮影されている。

(1) 撮影高度 $H=$ 約 840 m, 写真縮尺 1/5,500
コース数 3 で各コース 3 枚の合計 9 枚である。オーバーラップおよびサイドラップともに 60% の重複をしている。それぞれの写真には、29~39 点、平均して 34 点の基準点が撮影されている。

(2) 撮影高度 $H=$ 約 1,650 m, 写真縮尺 1/10,000
テスト地区全域をカバーしており、東、西、南、北の 4 方向に飛行したときの 4 枚の写真である。それぞれの写真には、111~120 点、平均 117 点の基準点が撮影されている。

3. 使用したバンドル法の理論式

著者らは、以下の理論式を有するセルフキャリブレーションのモデルを開発した。

$$\left. \begin{aligned} x &= -f \frac{a_{11}(X-X_0) + a_{12}(Y-Y_0) + a_{13}(Z-Z_0)}{a_{31}(X-X_0) + a_{32}(Y-Y_0) + a_{33}(Z-Z_0)} + dx \\ y &= -f \frac{a_{21}(X-X_0) + a_{22}(Y-Y_0) + a_{23}(Z-Z_0)}{a_{31}(X-X_0) + a_{32}(Y-Y_0) + a_{33}(Z-Z_0)} + dy \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、 (x, y) : 写真座標

(X, Y, Z) : 地上座標

f : 画面距離

表 1 バンドル調整法による精度 (単位: μm)

セルフキャリブレーション	(1) 写真 13 枚	(2) 写真 9 枚	(3) 写真 4 枚
(1) なし	8.15 (24.6)	8.23 (24.6)	8.10 (21.5)
(2) あり	5.52 (21.7)	5.94 (21.9)	5.07 (12.6)

(注) 写真上の残差の平均二乗誤差, カッコ内は最大残差

* 東京大学生産技術研究所 第 5 部

研 究 速 報

表 2 パンドル法で用いられている各種のセルフキャリブレーションモデル

上段 開発者	未知数の数 (K)
下段 数学的モデル	
(1) 村井, 松岡, 奥田	K=11 (fを加えて12とすること可)
$dx = x_0 + x(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + (p_1 x + p_2 y + p_3 xy + p_4 x^2)$ $dy = y_0 + y(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + (p_5 xy + p_6 y^2)$	
(2) Brown	K=18
$dx = a_1 x + a_2 y + a_3 xy + a_4 y^2 + a_5 x^2 y + a_6 xy^2 + a_7 x^2 y^2 + \frac{x}{c}(a_{13}(x^2 - y^2) + a_{14} x^2 y^2 + a_{15}(x^4 - y^4))$ $+ x(a_{16}(x^2 + y^2) + a_{17}(x^2 + y^2)^2 + a_{18}(x^2 + y^2)^3)$ $dy = a_8 xy + a_9 x^2 + a_{10} x^2 y + a_{11} xy^2 + a_{12} x^2 y^2 + \frac{y}{c}(a_{13}(x^2 - y^2) + a_{14} x^2 y^2 + a_{15}(x^4 - y^4))$ $+ y(a_{16}(x^2 + y^2) + a_{17}(x^2 + y^2)^2 + a_{18}(x^2 + y^2)^3)$	
(3) Ebner	K=12
$dx = b_1 x + b_2 y - b_3(2x^2 - 4B^2/3) + b_4 xy + b_5(y^2 - 2B^2/3) + b_7 x(x^2 - 2B^2/3) + b_9(x^2 - 2B^2/3)y$ $+ b_{11}(x^2 - 2B^2/3)$ $dy = -b_1 y + b_2 x + b_3 xy - b_4(2y^2 - 4B^2/3) + b_6(x^2 - 2B^2/3) + b_8(x^2 - 2B^2/3)y + b_{10}x(y^2 - 2B^2/3)$ $+ b_{12}(x^2 - 2B^2/3)(y^2 - 2B^2/3)$	
(4) El-Hakim, Faig	K=11
$dx = a_1 x + a_2 y + q \frac{x}{r}$ $dy = -a_1 y + a_2 x + q \frac{y}{r}, \text{ where}$ $q = a_3 r \cos \lambda + a_4 r \sin \lambda + a_5 r^2 + a_6 r^2 \cos 2\lambda + a_7 r^2 \sin 2\lambda + a_8 r^3 \cos \lambda + a_9 r^3 \sin \lambda + a_{10} r^3 \cos 3\lambda + a_{11} r^3 \sin 3\lambda$ $r = x^2 + y^2 \text{ and } \lambda = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$	
(5) Grün	K=12
$dx = a_1 y + a_2 xy + a_3 xy^2 + a_4 x^2 y + a_5 y^2 + a_6 x^2 y^2$ $dy = b_1 y + b_2 xy + b_3 xy^2 + b_4 x^2 y + b_5 x^2 + b_6 x^2 y^2$	
(6) Kölbl, Juhl	K=9
$dx = a_3 \frac{x}{r}(r^3 - r/r_0^2) + a_4 x \left(\sin \frac{r \cdot \pi}{r_0} \right)^2 + a_5 \frac{x}{r} \sin \left(\frac{2r\pi}{r_0} \right) + r^{1.85} \cdot \frac{y}{r} (a_6 \cos \alpha + a_7 \sin \alpha + a_8 \cos 2\alpha + a_9 \sin 2\alpha)$ $dy = a_1 x + a_2 y + a_3 \frac{y}{r}(r^3 - r/r_0^2) + a_4 y \left(\sin \frac{r\pi}{r_0} \right)^2 + a_5 \frac{y}{r} \sin \left(\frac{2r\pi}{r_0} \right) + r^{1.85} \cdot \frac{x}{r} (a_6 \cos \alpha + a_7 \sin \alpha + a_8 \cos \alpha + a_9 \sin 2\alpha)$ <p>where $\alpha = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$</p> <p>$r_0 =$ a given constant (radial distance, where radial distortion is wanted to be zero for the second time)</p>	
(7) Mauelshagen	K=15
$dx = a_4 xy + a_5 y^2 + a_6 x^2 y + a_8 xy^2 + a_9 y^3$ $dy = b_1 x + b_2 y + b_3 x^2 + b_4 xy + b_7 x^2 y + b_8 xy^2 + b_9 y^3$	
(8) Schut	K=14
$dx = c_3 xy + c_5 y^2 + c_7 x^2 y + c_9 xy^2 + c_{11} x^2 y^2 + c_{13} x^3$ $dy = c_1 y + c_2 x + c_4 x^2 + c_6 xy + c_8 x^2 y + c_{10} xy^2 + c_{12} x^2 y^2 + c_{14} y^3$	
(9) Salmenperä, Kilpelä	K=7
$dx = b_1 x + b_2 y + b_3 x r^2 (1 - r_0/r) + b_4 x r^4 (1 - r_0/r) + b_5 x r^6 (1 - r_0/r) + b_6 \cdot 2xy + b_7 (r^2 + 2x^2)$ $dy = -b_1 y + b_2 x + b_3 y r^2 (1 - r_0/r) + b_4 y r^4 (1 - r_0/r) + b_5 y r^6 (1 - r_0/r) + b_6 (r^2 + 2y^2) + b_7 \cdot 2xy,$ <p>where r_0 is a given constant (first radial distance, where radial distortion is wanted to be zero).</p>	

a_{ij} : 3×3 の回転行列

(dx, dy) : 系統的内部標定要素で(2)式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} dx &= x_0 + \bar{x}(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + (p_1 \bar{x} + p_2 \bar{y} + p_3 \bar{x}\bar{y} + p_4 \bar{x}^2) \\ dy &= y_0 + \bar{y}(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + (p_5 \bar{x}\bar{y} + p_6 \bar{y}^2) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$\bar{x} = x - x_0$ $\bar{y} = y - y_0$

$r^2 = \bar{x}^2 + \bar{y}^2$

(x_0, y_0) : 主点位置ずれ

(k_1, k_2, k_3) : 放射方向わい曲収差の係数

$(p_1 \sim p_6)$: フィルム変形の係数

4. テストの方法

使用する写真データの違いによって次の3つのケースについてテストを行った。

- (1) 13枚全部の写真データを同時に使用する場合
- (2) 縮尺1/5,500の写真9枚を使用する場合
- (3) 縮尺1/10,000の写真4枚を使用する場合

また(1)式あるいは(2)式に示した内部標定要素を未知係数として解く、いわゆるセルフキャリブレーションの有無によって次の2つのケースに分けた。

- (1) セルフキャリブレーションなし ($dx = dy = 0$ とおき、 f は検定値を用いる)
- (2) セルフキャリブレーションあり ($k_1 \sim k_3, p_1 \sim p_6$ の合計11個を未知変数として扱う)

5. テストの結果

東大生産技術研究所のFACOM M170 (8Mバイトメモリー)を用いてテストが行われた。

表1にテスト結果を示す。この表に示された値は、基準点の写真上の残差の二乗平均で次式で与えられる。

$$v = \sqrt{\frac{\sum (v_{x_i}^2 + v_{y_i}^2)}{n}}$$

(v_{x_i}, v_{y_i}) : (x, y) の残差 (単位 μm)

n : 基準点数

表中のカッコ内の数字は最大残差 (単位 μm) を示す。

表1からもわかるように、セルフキャリブレーションをした場合の方が、しない場合より約30%前後精度が良くなっている。写真データの違いによってわずかに結果が異なるが、いずれの場合においてもセルフキャリブレーションなしの場合8 μm 台であり、セルフキャリブレーションありの場合5 μm 台であった。

6. 外国で開発されたバンドル法の結果との比較

本研究で用いたライト地区のデータと同じデータを用

表3 各種バンドル法による精度の比較(写真13枚)

手 法	平均二乗残差 (μm)
0) セルフキャリブレーションなし	8.1
1) 村井ら (本研究)	5.5
2) Brown	7.2
3) Ebner	7.1
4) El-Hakim, Faig	6.0
5) Grün	7.2
6) Kölbl, Juhl	7.8
7) Mauelshagen	6.2
8) Schut	6.3
9) Salmenperä, Kilpelä	5.6

いて行われた各種のバンドル法によるブロック調整の精度が公表されている²⁾。バンドル法の相違は、セルフキャリブレーションのモデルの相違であり、(1)式における dx と dy のとり方が異なる。

すでに公表されているセルフキャリブレーションのモデルを表2に示す。これらのモデルのうち、(1), (2), (6), (9)のモデルは写真上に表れる誤差に物理的意味を持たそうとしたものであり、(3), (4), (5), (7), (8)のモデルは写真上に表れる系統的誤差を多項式等に用いて表現しようとしたものである。いずれの場合においても導入した係数が互いに独立でないと、収束解が得られない。

表3は、表2に示した9つの手法による精度の比較をしたものである。表に示した値は、写真13枚を用いたときの写真上での残差の平均二乗誤差で示している。

この表を見ると本研究で示した著者らの手法は、すでに公表されている外国の手法のうち最も精度のよいものと同等の精度であり、著者らの開発した手法が国際的に優秀なものと実証された。

お わ り に

本研究で開発されたプログラムは、日本写真測量学会のバンドル法研究開発委員会において認定され、学会公認のプログラムとなっている。(1983年9月14日受理)

参 考 文 献

- 1) 村井俊治, 鈴木真: バンドル法による空中三角測量の精度に関する研究: 写真測量とリモートセンシング, vol. 21, No. 2, 1982, 4
- 2) H. Ziemann, S. F. El-Hakim: System Calibration Versus Self Calibration: Proceedings of ISPRS, Com. I Symposium, 1982