

不連続体力学のすすめ(その6)

——地盤力学諸問題への応用——

Development of Discontinuum Mechanics

—An Application to Geotechnical Engineering Problems—

川井忠彦*・竹内則雄*

Tadahiko KAWAI and Norio TAKEUCHI

土や岩盤における節理等は引張りに弱く亀裂が入り易い、また、外力の作用によって相対的にずれ易い(迂り易い)性質もある。このような変位の不連続性が卓越する材料に対し、連続体力学を基礎とする有限要素や終局状態を仮定する極限解析法が広く用いられてきたが、その適用範囲は限られている。著者らは“剛体-パネモデル”による増分解析プログラムに亀裂の発生や閉合効果を考慮した Tension Crack Analysis と称するプログラムを開発、各種地盤力学諸問題に適用した実例を本誌速報欄にシリーズで投稿してきた。本小論はその解析法の理論的基礎および主要研究成果の總括的説明と実際の地盤解析への応用例の紹介がその目的である。

1. 地盤力学と数値解析

土や岩盤から構成される地盤の応力解析に有限要素法¹⁾が利用され始めたのはさほど古い話ではないが、現在のように広く利用されるようになったのは大型計算機の急速な普及とその手法の使いやすさによるものであろう。従来、地盤の変形や応力あるいは安定問題は弾性学や剛塑性理論を基礎として研究されてきたが^{2),3)}、数学的には極めて複雑な非線形境界値問題となり、解析的に解き得る場合は局限され、多かれ少なかれ数値解析法により近似解を求めざるを得なかったのである。このような時機に登場した有限要素法は電子計算機の発達に支えられ、すべての問題を解決したかの如く見えた。

しかしながら、この有限要素法が威力を発揮し得るのは線形弾性問題の範囲内であって、材料の非弾性挙動の絡んでくる、いわゆる非線形問題になるとその数値解の精度の保証はほとんど不可能であり、また、計算時間がかかり過ぎて実用化には程遠い現状にあることが最近強く認識されてきた。

ところで、土や岩盤の変形・破壊を議論する場合、図1に示されるように微視的立場と巨視的立場の二通りが考えられる。問題の性質にもよるが、通常の応力解析では一般に巨視的立場により行われている。この巨視的立場に立ったとしても、土や岩盤を連続体と見なすには一般的にあまりにも不均一、不均質であり、粒状体としてすなわち、不連続体として取り扱うべきである。また、土や岩盤には節理等の存在により引張りに弱く亀裂が入り易いとか外力の作用によって相対的にずれやすい性質もある。

したがって、土や岩盤等の解析では、上述の概念を取り入れた、すなわち、不連続体としての取り扱いが⁴⁾ぜひ

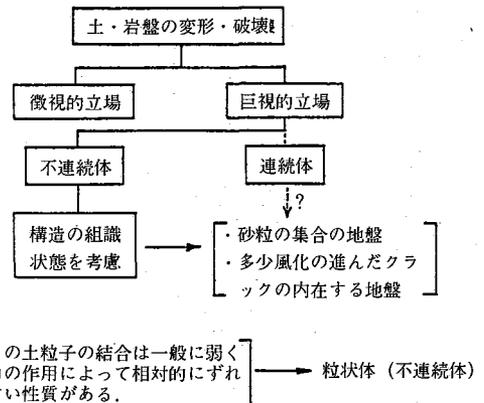


図1 土・岩盤の変形破壊と解析の立場

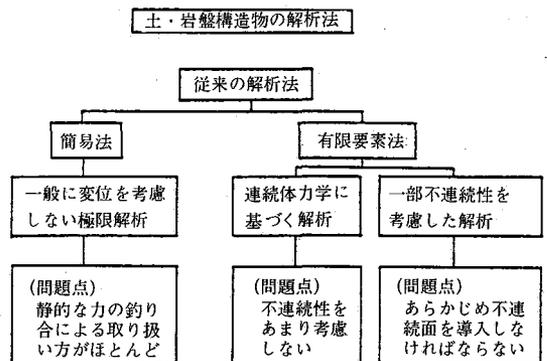


図2 従来の解析法の問題点

必要となる。このような観点から土質力学においては極限解析手法が古くから導入され、簡易解析法として広く使われてきたのは当然の帰結であった。しかし、このような手法があまり大きな発達を遂げなかった理由は、荷重増分的取り扱いがまったくなされていなかったこと、

* 東京大学生産技術研究所 第2部

応力の平衡は考えるが変位についてはあまり考えない粗
 ばい解析法であったこと、また、土の力学的性質が不明
 なので剛塑性体に近似して境界の速度条件に適合する塑
 性流れ場の速度系（可容速度）を見つけ出すことが精一
 杯であったことによる。実際の複雑な地盤において、可
 容速度場を見つけることは極めて困難であり、このよう
 な古典的解析手法がおのずから行き詰ってしまったの
 もうなずける。

以上のような数値解析上の問題点は図2のように整理
 して考えることができよう。

2. “剛体-バネモデル”の地盤工学への展開

上述のような古典的解析手法や有限要素法の問題点に
 かんがみ、川井は塑性変形や破壊の本質は沁りにあると
 して、従来の有限要素法の概念とはまったく異なる新し
 い離散化モデルを発表した。⁴⁾ このモデルは、要素自身は
 剛体であると仮定し、要素分割を行うことによって生ず
 る各要素境界辺上にスプリングを設け、要素内の仕事の
 代わりに、要素境界辺上に集中化された表面力の仕事を
 用いてエネルギーを評価する方法であり、増分計算を行
 うことで自動的に沁り面を決定することができる。また、
 要素内応力分布は考えていないが、崩壊機構条件と
 要素間の表面力の釣り合い条件を満足しているため、崩
 壊荷重に対する上界値を与えることがわかる。すなわち、
 本モデルは一般化された極限解析用のモデルであり、し
 かも変位パラメータとして重心に剛体変位を設定する
 ため、要素間の切断をパラメータの変更無しに簡単に
 行える利点がある。

当初、本モデルは金属構造物の極限解析に利用され、
 図3に示すような各種要素も開発されてその実用性はほ
 ぼ実証されてきた^{5)~7)}。金属材料のように結晶から成る
 硬い材料と、土のような粒状体から構成される比較的ゆ
 るくつまった物質ではおのずからその性質が異なるが、
 いずれの材料も、その塑性変形や破壊が沁り (slip) と
 いう変位場の不連続性に支配されていることは疑問の余
 地のないところである。

特に土や岩盤の節理等は引張りに弱く亀裂が入り易いた
 め、マクロ的なクラックの導入が必要である。このよう
 な理由から静的な解析においても図4に示される非線形
 解析法の検討が必要である。また、盛土や切土あるいは
 杭、矢板等を扱うために図5に示され計算アルゴリズム
 の開発も必要不可欠である。

以上のような問題点を解決することによって地盤力学
 問題に対する解析の第一歩が可能となるものと思われる。

3. 非線形解析法の開発と適用

地盤が崩壊する原因は数多く考えられ、それらの原因
 が影響し合って破壊が生ずるが、あらゆる破壊条件をシ
 ミュレーションの中に取り入れて解析することは至難の

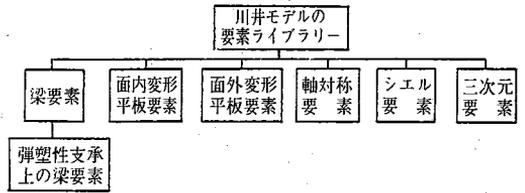


図3 川井モデルの要素ライブラリー

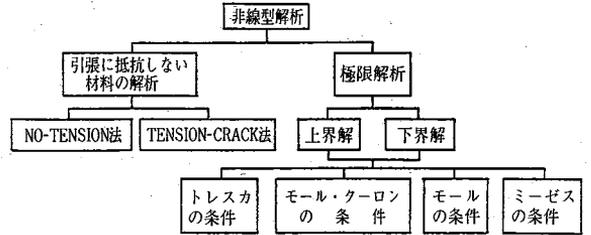


図4 川井モデルによる非線形解析法の開発

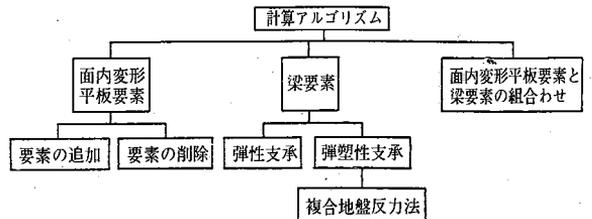


図5 川井モデルによる各種の計算アルゴリズムの開発

業であり、実験あるいは計算機の性能を考え合わせると
 ほとんど不可能といっても過言ではない。とくに、解析
 的方法を用いる場合はあらゆる条件とは言わないまでも、
 現在よく知られている二、三の条件を取り入れて一般
 的な解を得ることさえ困難である。

しかし、ある一つの原因によって生ずる破壊パターン
 がまったく無意味であるということではなく、多くの経
 験を積んだ技術者にとっては技術上参考になる点も多い
 はずである。数値実験を行うことにより多くの破壊条件
 を含んだ崩壊パターンを知ることができれば、技術者に
 対してこれほど有意義な点はない。特に土や岩盤等の問
 題ではいまだ不明確な点が多く、いたずらに高度な力学
 理論を展開してもそれほど有意義な結果も得られないの
 が現状であろう。できるなら、経済的で簡単にできるシ
 ミュレーション技法を開発し、経験豊かな技術者がその結
 果を利用し実務に役立てうる方法を取りたいものであ
 る。

さて、非線形問題というのは数値計算上不安定になり
 易い問題でもあり、また各種の制約も受けるためどうし
 ても複雑になりがちである。ところが、“剛体-バネモデル”
 は物理的なイメージでモデルを捕えることができ直接的
 な破壊現象の表現が可能である。その反面、弾性解析に
 対するメリットというものが見失われてしまうが、目的

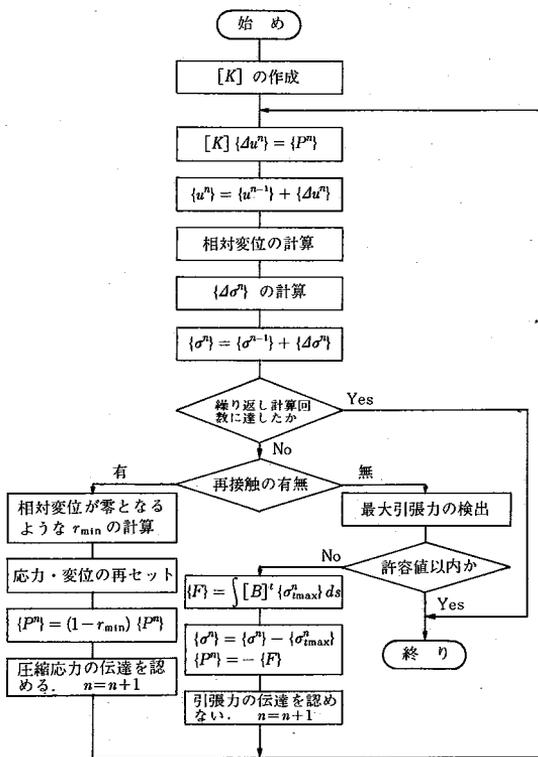


図6 Tension-Crack 解析法のフロー

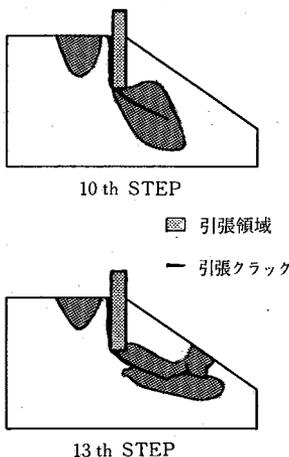


図7 斜面上の杭の安定解析結果

を崩壊現象を捕えるものに限定すれば非常に有効な手法である。

このようなものの代表的な例が Tension-Crack 法である。この方法は土のような引張りには抵抗しない材料に対し、竹内⁹⁾によって開発された方法で、解析フローが図6に示されている。図6からも理解されるように直接要素間の切断、再接触等を行う方法で“剛体-バネモデル”の要素特性が生かされている。有限要素法と同様な方法

を行おうとすると二重節点等のパラメーター変換やクラックの進展方向等の取り扱いが困難であるといった問題点が生ずる。一見複雑そうに見える計算アルゴリズムも本モデルを利用することで従来法に比べ数段簡単になる。現在、この方法は地盤力学問題ばかりでなく、機械工学や整形外科等の多くの分野の接触問題の解析に利用されている。図7は本法の地盤工学問題に適用した代表的な例で、斜面上に杭を設置し水平力を加えた場合の安定条件を模型実験によって調査した報告書⁹⁾を基に解析したものである。直接的なクラックの表現により破壊の進展が良く理解できる結果となっている。

さて、地盤のもう一つの、そして最も多く起こる破壊原因であるせん断破壊について考えてみる。地盤に許容値以上の荷重が上部構造を通じて加わったり、土自身の重さによって大きな荷重を受けたとき、土は沁り破壊を生ずる。これによって構造物に不等沈下や転倒が生じ極めて危険な状態となったり、斜面等では地沁りが発生したりする。このような問題を解析するのが安定解析であり極限解析であるが、この場合問題となるのが破壊の定義である。今、土を剛塑性体と仮定し塑性論的に考えると、外力の作用によって土構造の全体もしくは一部に塑性変形が生じたとき、その構造物は破壊したと考える。このような立場に立つと“剛体-バネモデル”はまさに最適な方法であり、荷重に対して塑性論でいう上限値を与えることが可能である。構成方程式の扱いを通常の塑性流れ則に従うものとし、数値計算法に山田の方法¹¹⁾を用いれば、沁りの発生するバネを一つ一つ切断してゆくことになり破壊の進展や適切な極限荷重を求めることができる。ただしこの方法の欠点はバネを一つ一つ切断するため計算時間がかかってしまうことである。できるだけ精密な崩壊荷重を得るためにはやむを得ないことかもしれないが、この点についてはまだ改良の余地は残されていると思われる。

4. 地盤工学諸問題への適用

安定解析に関する数値実験を行う際問題となるのが破壊規準である。現在実験技術の進歩に伴い多くの実験式的破壊規準も提案されているが、どの方法をとっても一般的にあらゆる問題に適用できる式はない。ここでは、土の代表的な破壊規準であるモール・クーロンの条件を用いることにする。

1) 支持力問題の解析

数理塑性学を土の支持力問題に応用する理論が、Prandtlによって与えられた。このときの仮定は、土を(c-φ)塑性体とし、自重を考慮しないというものであった。ここでは、この種の問題に“剛体-バネモデル”を適用することを考えてみる。図8(a)は解析モデルと荷重一沈下曲線であり、図(b)は沁り線の発達と沁り面上の応力を正解と比較したものである。変位の急増する荷重

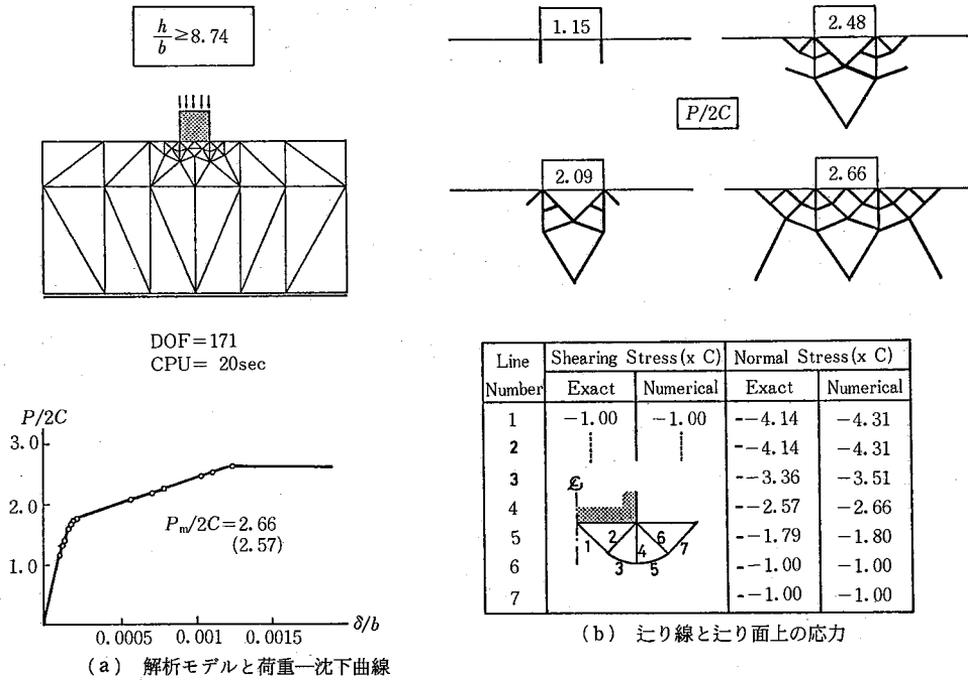


図8 浅い基礎の支持力

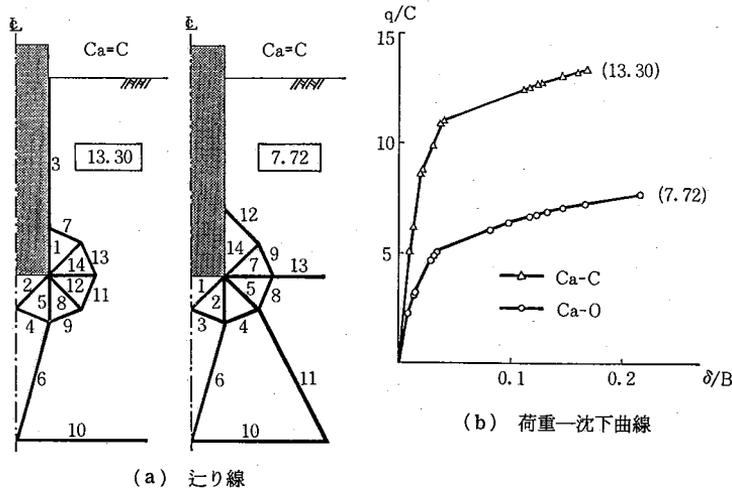


図9 深い基礎の支持力

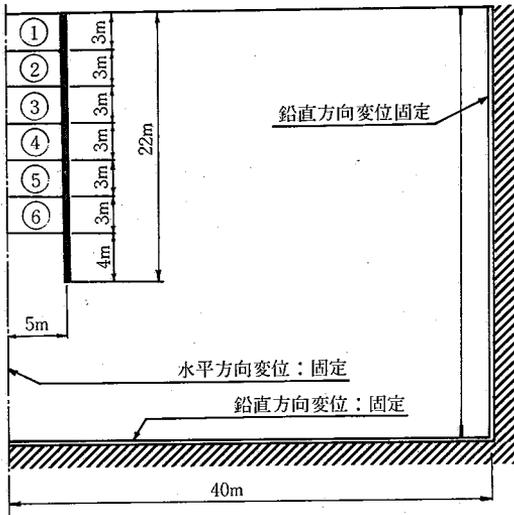
状態や、絞り線状態が良く理解できると思う。

つぎに、これを応用して根入れの深い基礎について考えてみる。一般に根入れが深くなると全体構造はメカニズムを形成しにくくなり、先端破壊の様相が現れる。もちろん最高荷重に対する周辺摩擦の影響も大きくなる。そこで、図9に示すように根入れ幅比3の比較的深い基礎の支持力問題を解析した。図(a)は絞り線とその発生順、また最高荷重を画いたもので、周辺摩擦を考慮した場合とそうでない場合では絞り線の発生の仕方が異なるが、どちらの場合も基礎直下が先に破壊するようである。

そこで、図(b)に示すような荷重—沈下曲線を画いてみた。周辺摩擦を考慮した場合で7番目のすべり線が発生したとき、周辺摩擦を無視した場合で6番目のすべり線が生じたときから変位が急増する。一般に土の降伏強度は破壊強度の約2/3程度であるといわれているが、本計算においてもその傾向が明確に得られていることがわかる。

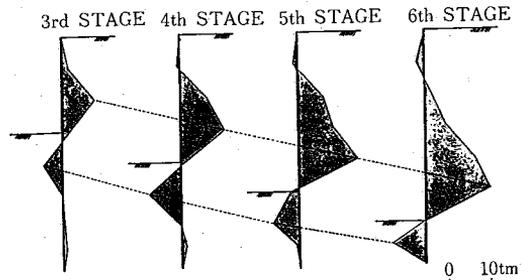
2) たわみ性土留壁の解析

“剛体-バネモデル”は骨組要素も平面要素と同じ3自由度であるため、簡単に結合して解析することができる。

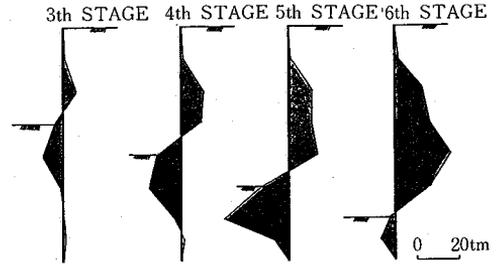


Foundation		Sheet Pile	
E (t/m ²)	5,000	E (t/m ²)	2.1×10^7
ν	0.3	ν	0.3
γ (t/m ²)	1.7	A (cm ²)	447
C (t/m ²)	0.5 (0.1)	I (cm ⁴)	180,000
ϕ	30°		
K	0.4		

図10 自立式矢板の解析



(a) 弾性解析



(b) 離散化極限解析

図12 矢板の曲げモーメント

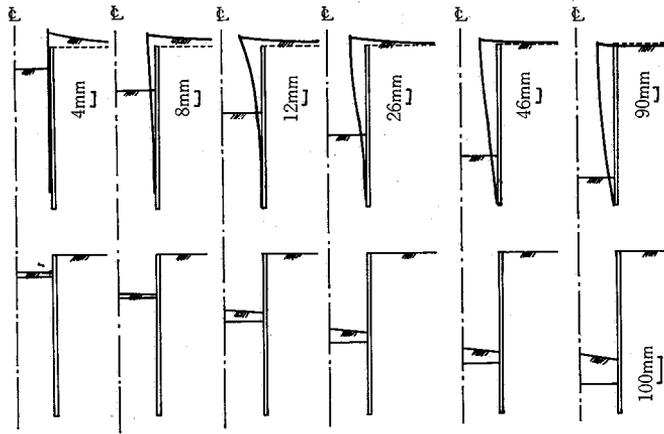


図11 矢板のたわみと底面変位

ここではその応用例としてたわみ性土留壁の解析を試みる。図10は簡単な自立式土留め工のモデル図である。境界条件ならびに材料定数は図に示すとおりで()内は矢板と地盤の接触面上の定数を示す。また、破壊は地盤だけに起こるものとし、矢板については弾性体とみなした。解析手順は初めに静止土圧係数による初期応力をばねに与え、その後、矢板を作成し図中の○に囲まれた番号の順に掘削を進めていった。

図11は、各掘削段階で塑性計算を行ったときの変位モードを示している。掘削の初期のころは矢板は前方に倒れる傾向にあるが、ある程度掘削が進むと矢板全体が前方に移動する傾向にある。また、掘削底面の盛り上がりも掘削が進むにつれて大きくなる傾向にある。

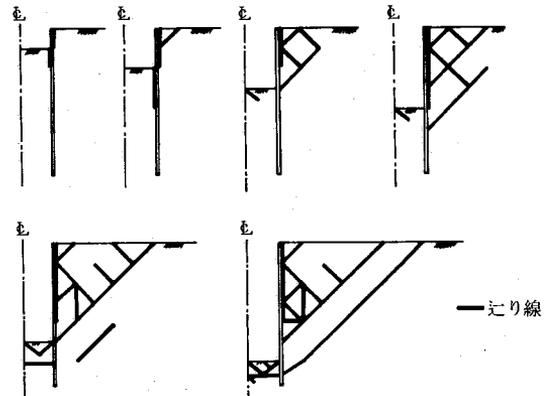


図13 自立式矢板におけるりり線

material properties	layer									
Young's modulus (t/m ²)		5×10 ³	5×10 ³	5×10 ³	1×10 ⁴	5×10 ⁴	1×10 ⁵	2×10 ⁵	5×10 ⁵	1×10 ⁶
Poisson's ratio		0.4	0.4	0.35	0.3	0.3	0.3	0.25	0.25	0.25
unit weight (t/m ³)		1.8	1.8	1.8	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
cohesion (t/m ²)		10.0	10.0	5.0	5.0	10.0	20.0	50.0	100.0	200.0
angle of internal friction	(case-1)	30°	30°	0°	0°	0°	35°	45°	45°	45°
	(case-2)	30°	0°	0°	0°	0°	35°	45°	45°	45°
	(case-3)	0°	0°	0°	0°	0°	35°	45°	45°	45°

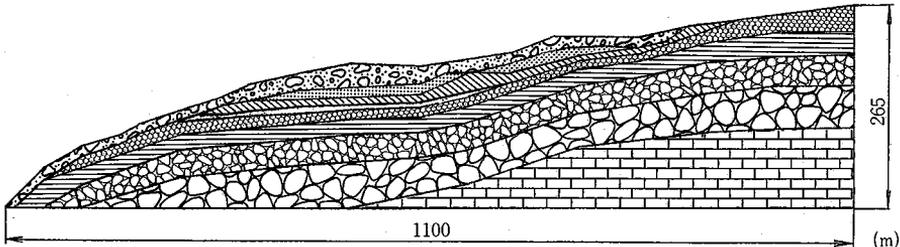


図14 長野県信州新町における奈良尾地切り解析モデル

図12は、各掘削段階における矢板の曲げモーメント図を画いたものであり、掘削によって地表面に現れた部分ばかりではなく、地中部でも大きな曲げモーメントを生ずる結果となった。

図13はそのときのり線を画いたものである。

3) 斜面安定問題の解析

ここでは斜面安定問題の応用例として地切り問題の解析例を示す。本例題は長野県信州新町で発生した奈良尾地切り¹⁰⁾の例をモデル化したものである。りりが発生する斜面はいつも急勾配であるとは限らず本例題のようにゆるやかな斜面においてもたびたび発生する。しかも、地りり面は単純な円弧で表現することができず複雑な複合りり面を形成している。したがって、通常の円弧を利用した安定解析では明確なりり線を得ることができず、最も危険なりり面をさがすのは不適當である。なぜ地りりが発生するかということになるといまだ明確な原因は理解されていないといって過言ではないであろう。しかし、地りりが急斜面ばかりでなくなだらかな斜面でも発生するということを考えると間隙水圧の影響すなわち土中水の影響が少なからず関係しているともまちがいないであろう。しかし、地下水の分布状態を知ることは非常に困難であり、特に降雨後の一時的非定常の場合にはほとんど解析不可能に近いものと思われる。また、かりに地下水水位が理解されても、りり面に作用する水圧を地下水水位から換算する方法は必ずしも正しい間隙水圧を示すとは限らないという報告もでていいる。そこで、ここでは大胆な仮定ではあるが、ある一定の地盤が地下水により飽和状態になったと仮定し、その地層の内部摩擦角

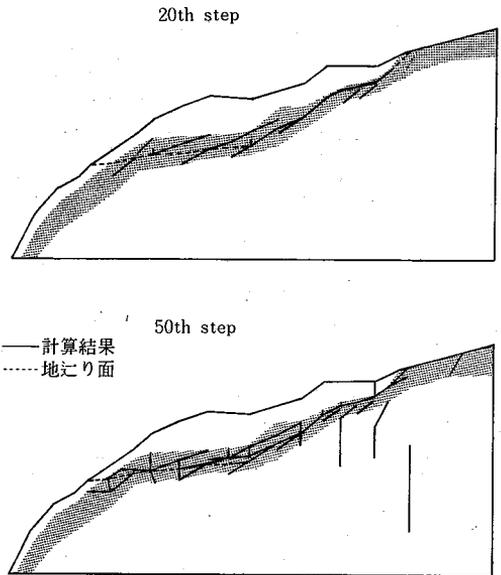


図15 解析結果 (CASE 1)

が働かなくなったとして解析を試みた。

図14に解析に用いたモデル図と材料定数が示してある。上段に計算を行ったケースが、CASE 1~3として示してある。CASE1は実際に地りりが発生した付近の地層が地下水によって飽和状態になったと仮定し、その部分の内部摩擦角を零とした例である。CASE 2はさらに飽和領域が地表近くまで増えたと想定したもので、CASE 3は完全に地表面まで飽和したと仮定した例である。

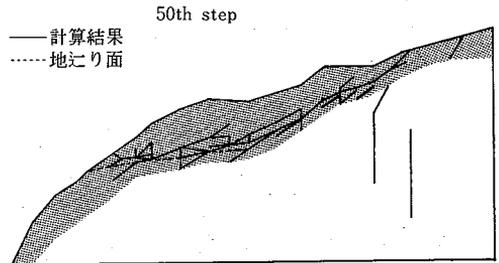
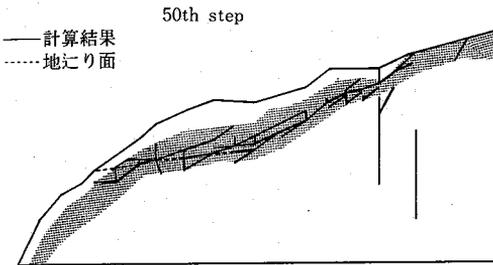
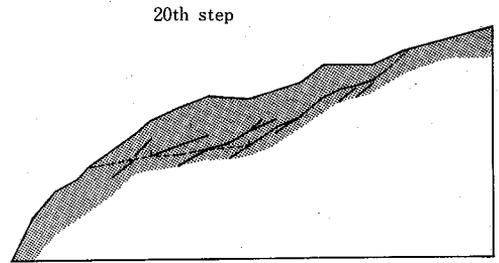
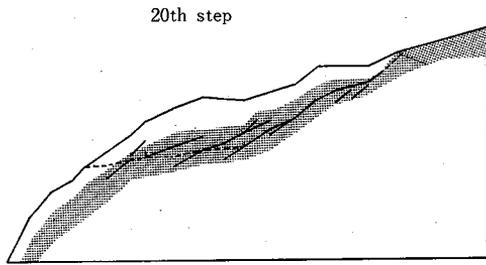


図16 解析結果 (CASE 2)

図17 解析結果 (CASE 3)

図 15 は CASE 1 の計算結果である。黒ぬりの部分が地下水により飽和状態になったと仮定した部分で、実線が本法による沁り線、破線が現実に発生した地沁面を表している。また、表現の都合上図の縦軸のスケールを 2 倍にとっている。

図 16, 図 17 はそれぞれ CASE 2 と CASE 3 の計算結果であるが、沁り線の傾向は CASE 1 とほとんど一致している。

以上のことから単純に結論を出すことはできないが、なんらかの形で地下水が斜面の崩壊に影響をもたらしたものと考えられる。特に興味深いのは種々の飽和領域の仮定にもかかわらず、ある一定の沁り面によって斜面が崩壊するといったことである。これは、その地山の中で地下水の影響による定数の変化後、地山の形状あるいはせん断強さ等によって決まる、沁りやすい面が発生するためではないかと思われる。

5. む す び

“剛体-バネモデル”は一般化された極限解析用のモデルであり、固体力学分野に限らず数多くの分野の問題に適用可能である。本稿ではそれらのうち地盤工学諸問題に適用する場合の問題点や適用例を示した。地盤工学諸問題の解析において、決め手となるような解析法が無い現在、ここで紹介した離散化解析手法が一つの有力な手段となり得るものと考えられる。

今後、残された課題としては間隙水圧の問題や動的問題の取り扱いがある。この種の問題は計算アルゴリズムから考え直す必要があり、単純な従来法の適用だけでは

あまり多くの成果は得られないものと思われる。ハードがらみの解析が必要であろう。(1983年8月2日受理)

参 考 文 献

- 1) Zienkiewicz, O., C.: "The Finite Element Method", 3rd Ed., McGrawHill Book Co. (UK) Limited
- 2) 山口柏樹: "摩擦塑性体の沁り線の幾何学", 土木学会論文集, 第 61 号, p.1~p.9 (1959)
- 3) 山口柏樹: "土の剛塑性理論における極限定理と応用", 土木学会論文集, 第 145 号, p12~p22 (1967)
- 4) Kawai, T.: "New Element Models in Discrete Structural Analysis"日本造船学会論文集, 第 141 号 (1977)
- 5) 近藤一夫: "低次形状関数モデルを用いた梁および平板構造要素解析の基礎的研究", 東京大学提出学位論文 (1977)
- 6) 都井裕: "簡易化された要素モデルによる板殻構造解析に関する基礎的研究", 東京大学提出学位論文 (1978)
- 7) 渡辺正明: "新離散化モデルと二三の船舶工学の基礎的問題への応用に関する研究", 東京大学提出学位論文 (1979)
- 8) 竹内則雄・川井忠彦: "新離散化モデルによる地盤基礎の極限解析 (その 1) -引張りに抵抗しない材料の解析-", 生産研究, 32, 6, p.301~p.304 (1980)
- 9) 高速道路調査会: "基礎構造に関する調査研究・昭和 48 年度報告書" (1974)
- 10) 斎藤豊他: "長野県信州新町奈良尾地すべりの滑動状況と原因" 地すべり, 15, 3, p.1~p.10 (1978)
- 11) 山田嘉昭: "非線形問題解析法の現状と展望", 生産研究, 22, 1, p.6~p.14 (1970)