

# 薄肉梁理論による鉄道車両構体の有限要素解析

Finite Element Analysis of a Railroad Car-Body Based on the Thin-Walled Beam Theory

川井 忠彦\*・藤谷 義信\*\*・神津 啓時\*\*\*

Tadahiko KAWAI, Yoshinobu FUJITANI and Keiji KOUZU

著者らは、かつて本誌に“梁理論の精密化に関する二、三の試み”と題する解説をシリーズで投稿し、その5(生産研究 26 巻 6 号, p.202~216, 昭和 49 年 6 月)において三次元剪断変形理論に立脚した薄肉梁構造有限要素解析の定式化を試みた。最近その理論に基づいた鉄道車両構体解析のマイコン用プログラムを開発し、その実用性をテストしたので報告したい

## 1. は し が き

伝統的梁理論は曲げ振りや曲げに対応する剪断変形の影響を考慮に入れた薄肉梁理論の出現により、一応完成の域に達したと考えられる。

最近川井研究室では鉄道車両軽量化のため、この薄肉梁理論に立脚した車両構体解析のマイコン用プログラムを試作し、その実用性を検討したので報告する。

## 2. 剪断変形の影響を考慮に入れた梁理論の概要

図 1 に示す断面様な薄肉梁を考え、その断面内の一点を原点とし、長手方向を  $z$  軸とする右手座標系を考える。

梁の工学的理論における変位関数は次式のごとく与えられる。

(a) 梁の変位関数

$$\begin{aligned}
 U(x, y, z) &= u(z) - y\theta(z) \\
 V(x, y, z) &= v(z) + x\theta(z) \\
 W(x, y, z) &= w(z) - xu'(z) - yv'(z) \\
 &\quad + \omega_n(x, y)\theta'(z) + W_s(x, y, z)
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

ここに、 $( )' = d( )/dz$  であり、

$u(z)$ : 原点 0 の  $x$  軸方向変位 ( $y$  軸まわりの曲げ)

$v(z)$ : 原点 0 の  $y$  軸方向変位 ( $x$  軸まわりの曲げ)

$w(z)$ :  $z=z$  断面の  $z$  軸方向平均変位

$\theta(z)$ :  $z=z$  断面の  $z$  軸まわりの回転変位

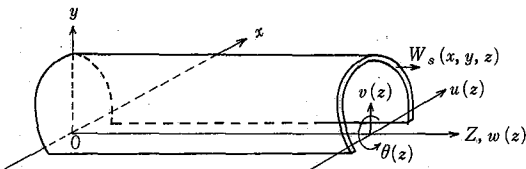


図 1 薄肉梁の解析に利用する座標系

$\omega_n(x, y)$ : 正規化された St. Venant のゆがみ関数  
 $W_s(x, y, z)$ : 梁の剪断変形に対する補正ゆがみ関数である。

(b) 梁の歪み成分

(1)式の変位関数を微分して微小歪み成分を求めると次のようになる。

$$\begin{aligned}
 \epsilon_x &= \epsilon_y = \gamma_{xy} = 0 \\
 \epsilon_z &= w'(z) - xu''(z) + yv''(z) \\
 &\quad + \theta''(z)\omega_n(x, y) + \partial W_s / \partial z \\
 \gamma_{xz} &= \theta'(z)(\partial \omega_n / \partial x - y) + \partial W_s / \partial x \\
 \gamma_{yz} &= \theta'(z)(\partial \omega_n / \partial y + x) + \partial W_s / \partial y
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

(c) 梁の応力成分

したがって、梁の応力成分は次式のごとく与えられる。

$$\sigma_z = E\epsilon_z, \tau_{xz} = G\gamma_{xz}, \tau_{yz} = G\gamma_{yz} \tag{3}$$

ここに、 $E$  はヤング率、 $G$  は剪断弾性係数である。

(d) 梁の歪みエネルギー

(2), (3)式を用いると歪エネルギーは次のようになる。

$$v = \iiint 1/2(E\epsilon_z^2 + G\gamma_{xz}^2 + G\gamma_{yz}^2) dx dy dz \tag{4}$$

(e) 梁の変形を支配する仮想仕事方程式

梁の変位ベクトル  $u$ , 応力, 歪みベクトルを  $\sigma, \epsilon$ , 外力ベクトルを  $\bar{P}$  (体積力),  $\bar{F}$  (表面力) とすれば、梁の変形が満たすべき仮想仕事方程式  $\delta v - \delta w = 0$  は次式により与えられる。

$$\begin{aligned}
 &\iiint \delta \epsilon^T \sigma dx dy dz - \iiint \delta u^T \bar{P} dx dy dz \\
 &\quad - \iint \delta u^T \bar{F} dS = 0
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

今、変位ベクトル  $u$  は次式のごとく与えられるとする。

$$u = u_i + u_s$$

ここに

$$u = (U, V, W, \theta), u_i = (u, v, w, \theta),$$

$$u_s = (0, 0, W_s)$$

すると、(5)式は変位  $u_i$  および  $u_s$  を互いに独立な変位とみなして変分をとるべきであるから、 $u_i$  および  $u_s$

\* 東京大学生産技術研究所 第2部

\*\* 広島大学工学部

\*\*\* 日本国有鉄道・車両設計事務所

の満足すべき変分方程式として次の二式が得られる.

(i) 変位  $u_i$  が満足すべき変分方程式

$$\begin{aligned} & \iiint \delta \epsilon_i^T \sigma_i dx dy dz - \iiint \delta u_i^T \bar{P} dx dy dz - \iint \delta u_i^T \bar{F} dS \\ & + \iiint \delta \epsilon_s^T \sigma_s dx dy dz = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

(ii) 変位  $u_s$  が満足すべき変分方程式

$$\begin{aligned} & \iiint \delta \epsilon_s^T \sigma_s dx dy dz - \iiint \delta u_s^T \bar{P} dx dy dz - \iint \delta u_s^T \bar{F} dS \\ & + \iiint \delta \epsilon_i^T \sigma_i dx dy dz = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

ここに,  $\epsilon = \epsilon_i + \epsilon_s$ ,  $\sigma = \sigma_i + \sigma_s$  である.

$\sigma_i, \epsilon_i$  は梁理論に基づく応力および歪み成分を表し,  $\sigma_s, \epsilon_s$  は剪断変形補正項  $W_s(x, y, z)$  に基づく応力, 歪成分を表している.

(6), (7) 式はそれぞれの式の第 4 項 ( $\sigma_s, \sigma_i$  をそれぞれの式に対する初期応力とみなした場合の仮想仕事項) の存在によって連成しあうことになる.

以上が梁の三次元剪断変形理論を支配する基礎変分方程式である.

### 3. 三次元剪断変形梁理論の有限要素法による定式化

今, 与えられた梁を図 2 のように  $n$  個の梁要素に分割し, さらに各要素を  $m$  個の要素 (三角柱要素など) の集合体に理想化する. 梁要素の変位関数を次に定める.

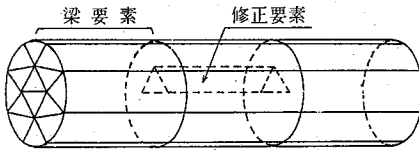


図 2 梁要素および修正要素

(a) 変位関数  $u(x, y, z)$

$$u(x, y, z) = A_i(x, y, z)d_i + A_s(x, y, z)d_s \quad (8)$$

ここに,  $d_i$  は梁要素の節点変位,  $d_s$  は梁要素両端面上の修正節点変位ベクトルを表し,  $A_i(x, y, z), A_s(x, y, z)$  は各変位ベクトル場の形状関数 (shape function) である.

(b) 歪み成分  $\epsilon(x, y, z)$

$$\begin{aligned} \epsilon(x, y, z) &= \epsilon_i + \epsilon_s = \partial u = \partial A_i d_i + \partial A_s d_s \\ &= B_i(x, y, z)d_i + B_s(x, y, z)d_s \end{aligned} \quad (9)$$

(c) 応力成分  $\sigma(x, y, z)$

$$\begin{aligned} \sigma(x, y, z) &= D_i \epsilon_i + D_s \epsilon_s \\ &= D_i B_i(x, y, z)d_i + D_s B_s(x, y, z)d_s \end{aligned} \quad (10)$$

(d) 歪みエネルギーの変分  $\delta v$

$$\begin{aligned} \delta v &= \iiint \delta \epsilon^T \sigma dx dy dz \\ &= \sum_n \sum_m \iiint (\delta d_i^T B_i^T + \delta d_s^T B_s^T) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times (D_i B_i d_i + D_s B_s d_s) dx dy dz \\ &= \sum_n (\delta d_i^T k_{ii} d_i + \delta d_i^T k_{is} d_s \\ & + \delta d_s^T k_{si} d_i + \delta d_s^T k_{ss} d_s) \end{aligned} \quad (11)$$

ここに,

$$\begin{aligned} k_{ii} &= \sum_m \iiint B_i^T D_i B_i dx dy dz \\ k_{is} &= \sum_m \iiint B_i^T D_s B_s dx dy dz \\ k_{si} &= \sum_m \iiint B_s^T D_i B_i dx dy dz \\ k_{ss} &= \sum_m \iiint B_s^T D_s B_s dx dy dz \end{aligned} \quad (12)$$

(e) 外力のなす仮想仕事  $\delta w$

$$\begin{aligned} \delta w &= \iiint \delta u^T \bar{P} dx dy dz + \iint \delta u^T \bar{F} dS \\ &= \sum_n \sum_m \iiint (\delta d_i^T A_i^T + \delta d_s^T A_s^T) \bar{P} dx dy dz \\ & + \sum_n \sum_m \iint (\delta d_i^T A_i^T + \delta d_s^T A_s^T) \bar{F} dS \\ &= \sum_n (\delta d_i^T f_i + \delta d_s^T f_s) \end{aligned} \quad (13)$$

ここに,

$$\begin{aligned} \bar{f}_i &= \iiint_i A_i^T(x, y, z) \bar{P} dx dy dz \\ & + \iint A_i^T(x, y, z) \bar{F} dS \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \bar{f}_s &= \sum_m \iiint_s A_s^T(x, y, z) \bar{P} dx dy dz \\ & + \sum_m \iint A_s^T(x, y, z) \bar{F} dS \end{aligned} \quad (15)$$

(f) 仮想仕事方程式  $\delta v - \delta w = 0$

(11), (13) 式より次式が得られる.

$$\begin{aligned} \sum_n \{ \delta d_i^T (k_{ii} d_i + k_{is} d_s - f_i) \\ + \delta d_s^T (k_{si} d_i + k_{ss} d_s - f_s) \} = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

(g) 梁全体の剛性方程式

(16) 式において, 変位ベクトル  $d_i$  と  $d_s$  の独立性から次のような剛性方程式が得られる.

$$K_{ii} d_i + K_{is} d_s = F_i \quad (17-a)$$

$$K_{si} d_i + K_{ss} d_s = F_s \quad (17-b)$$

ここに,

$$\begin{aligned} K_{ii} &= \sum_n k_{ii}, \quad K_{is} = \sum_n k_{is}, \quad K_{si} = \sum_n k_{si} \\ K_{ss} &= \sum_n k_{ss} \end{aligned} \quad (18)$$

$$F_i = \sum_n f_i, \quad F_s = \sum_n f_s \quad (19)$$

であり, (17) 式の  $d_i, d_s$  は改めて梁全体の梁節点変位および三次元修正節点変位ベクトルであると定義する.

さて, (17-b) 式を  $d_s$  について解くと,

$$d_s = K_{ss}^{-1} F_s - K_{ss}^{-1} K_{si} d_i \quad (20)$$

この式を (17-a) 式に代入すれば,

$$(K_{ii} - K_{is} K_{ss}^{-1} K_{si}) d_i = F_i - K_{is} K_{ss}^{-1} F_s \quad (21)$$

となる. そこで,

$$\begin{aligned} K_{eff} &= K_{ii} - K_{is} K_{ss}^{-1} K_{si}, \\ F_{eq} &= F_i - K_{is} K_{ss}^{-1} F_s \end{aligned} \quad (22)$$

とおくと、

$$K_{eff}d_i = F_{eq} \quad (23)$$

という式が得られる。

ここで定義した  $K_{eff}$  は (22) 式からわかるように、断面剛と仮定して得られる梁の剛性  $K_{ii}$  から剪断変形や断面の影響による剛性低下を差し引いた正味の剛性マトリックスで、与えられた梁の有効剛性マトリックスと呼ばれるべきものである。また  $F_{eq}$  も三次元変形の影響も考慮した梁の等価節点力ベクトルである。換言すれば、(23) 式は剪断変形並びに断面変形の影響を考慮に入れた梁の剛性方程式である。

さて、(1) 式で与えられる梁要素の変位関数は具体的に次のように与えられる。

$$\begin{aligned} & \begin{Bmatrix} U(x, y, z) \\ V(x, y, z) \\ W(x, y, z) \end{Bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} N(z) & 0 & 0 & -yN(z) \\ 0 & N(z) & 0 & xN(z) \\ -xN'(z) & -yN'(z) & n(z) & \omega_n(x, y)N'(z) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \theta_i \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_s(x, y, z) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s \\ v_s \\ w_s \end{Bmatrix} \quad (24) \end{aligned}$$

ここに、右辺第 1 項のマトリックスについては、

$$N(z) = H(z)A, \quad n(z) = h(z)a$$

$$H(z) = \lfloor 1, z, z^2, z^3 \rfloor, \quad h(z) = \lfloor 1, z \rfloor$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3/l^2 & -2/l & 3/l^2 & -1/l \\ 2/l^3 & 1/l^2 & -2/l^3 & 1/l^2 \end{bmatrix}$$

$$a = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/l & 1/l \end{bmatrix}$$

$l$ : 梁要素長さ

$$\begin{aligned} u_i^T &= \lfloor u_L, u'_L, u_R, u'_R \rfloor \\ v_i^T &= \lfloor v_L, v'_L, v_R, v'_R \rfloor \\ w_i^T &= \lfloor w_L, w_R \rfloor, \quad \theta_i^T = \lfloor \theta_L, \theta'_L, \theta_R, \theta'_R \rfloor \quad (25) \end{aligned}$$

また、第 2 項の  $N_s(x, y, z)$  は薄肉梁要素の場合、次式のごとく与えられる (図 3 参照)。

$$N_s = H_s(s, z)A_s^{-1}, \quad H_s(s, z) = \lfloor 1, s, z, sz \rfloor$$

$$A_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/l & 1/l & 0 & 0 \\ 0 & -1/L & 1/L & 0 \\ 1/IL & -1/IL & -1/IL & 1/IL \end{bmatrix}$$

$$w_s^T = \lfloor W_{sLi}, W_{sLj}, W_{sRi}, W_{sRj} \rfloor \quad (26)$$

これらの式を用いると、(12) 式に対応する剛性マトリックスは次のようになる。

$$[K_{is}] = [K_{si}]^T = \sum_m \left\{ (-Etl/6L) \times \right.$$

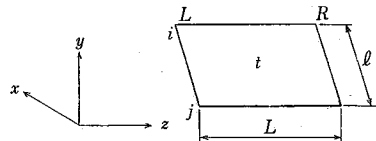


図 3 要素の変位場

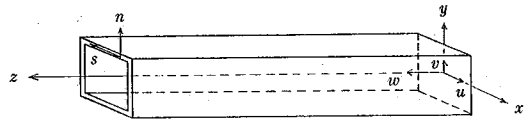


図 4 薄肉梁モデルの座標系

$$\left. \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2x_i+x_j & x_i+2x_j & -(2x_i+x_j) & -(x_i+2x_j) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(2x_i+x_j) & -(x_i+2x_j) & 2x_i+x_j & x_i+2x_j \end{bmatrix} \right\} \quad (27-a)$$

$$\begin{aligned} [K_{ss}] &= \sum_m \left( GtL/6l \begin{bmatrix} 2 & S.Y.M \\ -2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \right. \\ & \left. + EtI/6L \begin{bmatrix} 2 & S.Y.M \\ 1 & 2 \\ -2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \right) \quad (27-b) \end{aligned}$$

ここに、

$$l = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$$

$t$  は要素板厚である。

#### 4. 鉄道車両構体の薄肉梁モデル化と有限要素解析

(i) 縦曲げ解析

図 4 に従う座標系において、縦曲げ問題の場合の変位関数は次のようになる。

$$\begin{aligned} U(x, y, z) &= u(z) \\ V(x, y, z) &= 0 \\ W(x, y, z) &= -xu'(z) + W_s(x, y, z) \quad (28) \end{aligned}$$

ここで、薄肉梁を取扱うので、直角座標系のかわりに図 4 に示す  $s$ - $n$  座標系を採用すると、歪み成分、応力成分はそれぞれ次式のように表される。

$$\begin{aligned} \epsilon_z &= -x(s) \cdot u''(z) + \partial W_s(s, z) / \partial z \\ \gamma_{sz} &= \partial W_s(s, z) / \partial s \quad (29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_z &= -Ex(s) \cdot u''(z) + E \partial W_s(s, z) / \partial z \\ \tau_{sz} &= G \partial W_s(s, z) / \partial s \quad (30) \end{aligned}$$

したがって、歪みエネルギー  $v$  として次式を得る。

$$v = 1/2 \iint (\sigma_z \epsilon_z + \tau_{sz} \gamma_{sz}) t ds dz$$

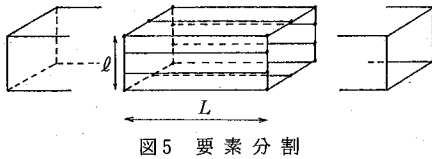


図5 要素分割

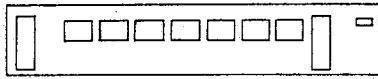


図6 相当曲げ剛性

$$= 1/2 \iint \{ E(-x(s)u''(z) + \partial W_s(s, z)/\partial z)^2 + G(\partial W_s(s, z)/\partial s)^2 \} t ds dz \quad (31)$$

さて、有限要素法を導入するため薄肉梁を図5のような梁要素と補正要素に分割し、離散化してゆくと、結局次のような剛性方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} K_{ii} & K_{is} \\ K_{si} & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ w_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{F} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (32)$$

$K_{ii}$  は標準梁要素からなる全体剛性マトリックスであり、 $K_{is} (= K_{si})$ 、 $K_{ss}$  はすでに(27)式で与えられるマトリックスを表している。

(ii) 簡易振り解析

先に述べたように、ここでは水平曲げとの連成を無視した簡易振り解析を行って、実験結果との対応を調べる。縦曲げ問題と同様に、次式の変位関数から出発して解析を進める。

$$\begin{aligned} U(x, y, z) &= -y\theta(z) \\ V(x, y, z) &= x\theta(z) \\ W(x, y, z) &= \omega(x, y)\theta'(z) + W_s(x, y, z) \end{aligned} \quad (33)$$

$s-n$  座標系を採用すると、歪エネルギーの変分は、

$$\begin{aligned} \delta v &= \int EI_\omega \theta'' \delta \theta'' dz + \int GK \theta' \delta \theta' dz \\ &+ \iint E \omega (\partial W_s / \partial z) \delta \theta'' t ds dz \\ &+ \iint E \omega (\partial \delta W_s / \partial z) \theta'' t ds dz \\ &+ \iint \{ E \partial W_s / \partial z \delta \delta W_s / \partial z + G \partial W_s / \partial s \delta \delta W_s / \partial s \} t ds dz \end{aligned} \quad (34)$$

となり、最終的に要素剛性方程式として次式を得る。

$$\begin{bmatrix} k_{\theta\theta} & k_{\theta s} \\ k_{s\theta} & k_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta \\ w_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (35)$$

ここに、

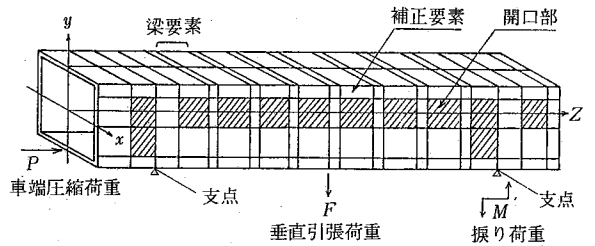


図7 解析車両モデル例

$$k_{\theta\theta} = 12EI_\omega/L^3 \begin{bmatrix} 12 & & & \text{S.Y.M} \\ 6L & 4L^2 & & \\ -12 & -6L & 12 & \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} + GtL/6I$$

$$k_{\theta s} = EtI/6L \times \begin{bmatrix} 36 & & & \text{S.Y.M} \\ 3L & 4L^2 & & \\ 36 & 3L & 36 & \\ 3L & -L^2 & -3L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2\omega_i + \omega_j & \omega_i + 2\omega_j & -(2\omega_i + \omega_j) - (\omega_i + 2\omega_j) & \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(2\omega_i + \omega_j) - (\omega_i + 2\omega_j) & 2\omega_i + \omega_j & \omega_i + 2\omega_j & \end{bmatrix}$$

であり、 $k_{ss}$  は(27)式で与えられる。  
 $EI_\omega$  は梁の曲げ振り剛性を表す。

5. 解析例

鉄道車両設計の初期段階で、剛性予測値を知ることは極めて有意義である。一般に、「相当曲げ剛性」値は次式により算出されている(図6参照)。

$$EI_{eq} = \omega l^2 (5l_1^2 - 24l_2^2) / 384\delta$$

ここで、

- $EI_{eq}$ : 相当曲げ剛性 (kg・mm<sup>4</sup>)
- $\omega$ : 等分布荷重密度 (kg/mm)
- $\delta$ : 車体中央部たわみ (mm)
- $l_1$ : 車体支持点間距離 (mm)
- $l_2$ : 支点からの張出し長さ (mm)

相当曲げ剛性は普通、旅客車で  $1.0 \sim 1.7 \times 10^{14}$  (kg・mm<sup>4</sup>) の範囲が目安とされており、この相当剛性値は車体の固有振動数との関連から、車体の強度のみならず、動荷重を受けたときの乗心地の影響など広く検討を受ける対象となる。

したがって、本研究においても荷重を受けたときの車体の変形の大きさに注目して結果を整理した。

まず、図7に示す車両モデルについて、床・側・屋根の板厚と、骨組の強度を等価剛性に置換して補正要素に折り込ませた材料定数値および荷重条件、拘束条件を定め、開口部については該当部のエネルギーを取り除く形

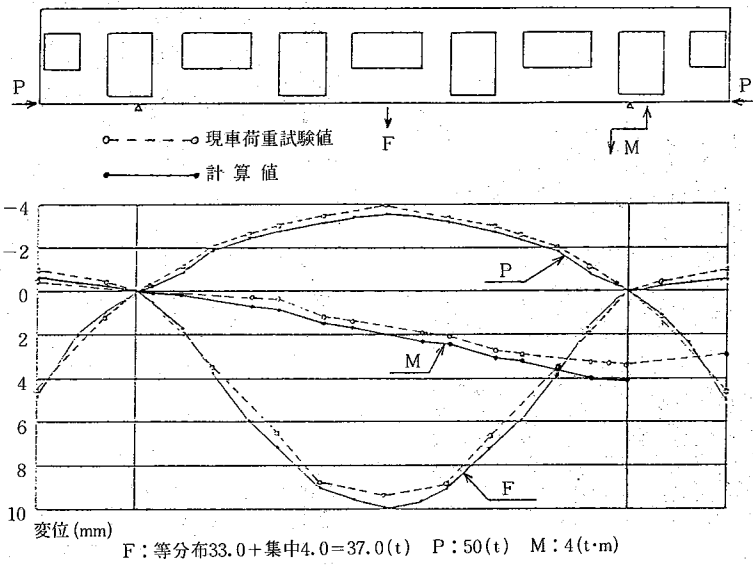


図8 203系電車 解析例

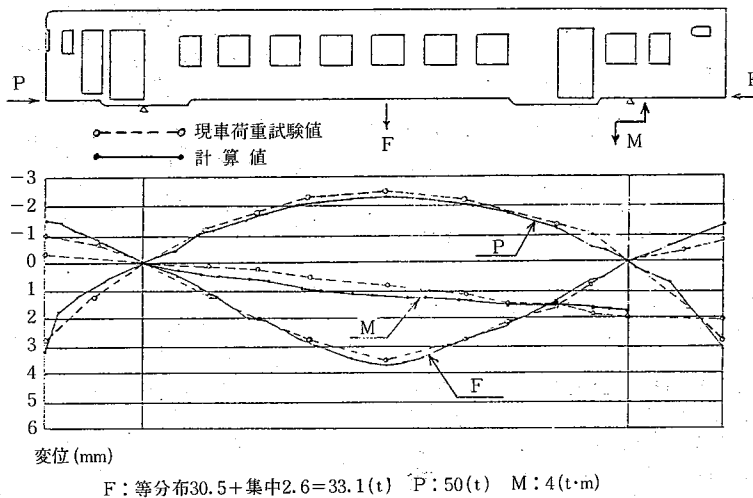


図9 キハ37形気動車 解析例

でその影響を評価した。

以下に具体例を示す。

(I) 203系軽合金製電車

薄肉梁理論に基づいて作成された構造解析プログラムを用い、昭和57年11月から常盤線・地下鉄千代田線相互乗入れ用に投入された203系通勤形電車(軽合金製車体、写真1参照)の現車荷重試験(昭和57年6月実施)との比較を試みる。

203系電車の車体全体の要素分割数は、梁要素24、補正要素432。荷重条件は現車荷重試験と同一の荷重条件(図8参照)を採用した。現車荷重試験結果と計算値の比較を図8に示す。

(II) キハ37形軽快気動車

次に解析を先行させた例を示す。計算は昭和57年10月に行い、現車荷重試験は同年11月に実施された(写真2, 3)。

キハ37形気動車(鋼鉄車体)は昭和58年1月から久留里、加古川線等の地方簡易線に投入されている。

要素分割数は車体全体で梁29要素、補正580要素で、荷重条件は現車試験計画値(図9参照)による。計算結果と現車試験値との比較を図9に示す。

6. 結 論

剪断変形補正を行った薄肉梁理論を鉄道車両設計の初



写真1 203系軽合金製電車

期段階における剛性予測に適用しその実用性を確認した。

## 7. 謝 辞

本研究の遂行に当り、川井研究室の椎名章二助手、鉄道技術研究所の荒井 汎主任研究員、車両設計事務所の松澤 浩次長、柿沼博彦主任技師、石野竹治補佐(当時)に貴重な助言と適切な指導をいただいた。これらの方々のご協力に厚くお礼申し上げる次第である。

(1983年6月2日受理)

## 参 考 文 献

- 1) Kawai T. et al: "FINITE ELEMENT ANALYSIS OF THIN-WALLED STRUCTURES BASED ON THE MODERN ENGINEERING THEORY OF BEAMS" Proc. of the third conference on matrix methods in structural mechanics, Wright-Patterson AIR FORCE BASE, Ohio, Oct. 1971, AFFDL-TR-71-160, P. 113~148
- 2) Kawai T. and Tada Y.: "FINITE ELEMENT



写真2 キハ37構体荷重試験(1)



写真3 キハ37構体荷重試験(2)

ANALYSIS OF A WING STRUCTURES" Advances in Computational Mechanics and Design, UAH Press The University of Alabama in Huntsville, Huntsville, Alabama, 1972.

- 3) 川井忠彦・藤谷義信: "梁理論の精密化に関する二、三の試み(その1)他" 生産研究 Vol. 25, No. 6 (1973.6)
- 4) 川井忠彦編: "薄肉梁および骨組構造の新離散化解析" 生研セミナーテキスト・コース76 (1982.11)
- 5) 荒井 汎: "有限要素法による客貨車構体の強度設計", 鉄道技術研究所報告 NO. 859 (1973.7)