

乱流促進体まわりの流れの数値予測に関する研究 (第 3 報)

—Large Eddy Simulation による流れ場の予測—

Study on Numerical Prediction of the Flow around Turbulence Promoters (3rd Report)

—Numerical Prediction of Flow Field by Large Eddy Simulation—

狩 野 正 徳*・小 林 敏 雄*・石 原 智 男*

Masanori KANO, Toshio KOBAYASHI and Tomo-o ISHIHARA

1. ま え が き

物体まわりの乱流あるいは管路・チャンネル内乱流を数値的にシミュレートする方法としては Boussinesq モデル, $k-\epsilon$ モデル, 応力方程式モデル, Large Eddy Simulation などが提案されている. このうち, Large Eddy Simulation (以下, LES と略記する) は比較的最近になって提案された乱流計算法であり, 流れ場を大規模流れ場と小規模のそれとに分け, 前者にはナビエ・ストークス方程式を適用して流れ場を直接計算し, 後者にはなんらかのモデルを導入し直接計算を避けようとするものである. この考え方は, 大規模な渦の構造は流れごとに異なっており, 普遍的なモデルを作ることが困難であること, および小規模な渦の構造は等方的であるとみなせることが多く普遍的なモデルを提案しやすいという経験的事実に基づいている. さて, LES を用いて壁面境界をもつ乱流場を計算するためには, 多大の計算機記憶容量と計算時間を必要とする. したがって現在のところ LES の適用例は極めて少ない. Deardorff は初めて LES を用い, 無限大のレイノルズ数における二次元チャンネル流れを, 流れ方向 $24 \times$ 壁垂直方向 $20 \times$ スパン方向 14 の格子分割で計算し, 時間平均速度分布と乱れの分布が従来の実測値とかなり良く合うことを示した.¹⁾ その後, Schumann らは小規模スケールの流れ場の Subgrid Scale (SGS) 応力成分を等方性成分と非等方性成分とに分け, SGS 乱流エネルギーの輸送方程式を導入することを試みた.²⁾ また, 堀内は不等間格子の導入によって二次元チャンネル流れを $16 \times 21 \times 16$ の格子分割で計算し, 乱流の時間的変化のシミュレートを試みている.³⁾ Moin らは境界壁の境界層内層までを考慮し, 二次元チャンネル流れを格子数 $64 \times 63 \times 128$ で計算し乱流構造の詳細な検討を行っている.⁴⁾ これらの結果はいずれも乱流のシミュレーションに関して LES が有効であることを示しているが, 平均流が一次元の場合に限られている.

本研究では矩形乱流促進体をもつ二次元チャンネル流れに LES を適用し, 平均流が二次元である流れ場の乱流計算の可能性を追求している. 本報では LES 適用の方法, 計算における工夫および結果の一部を示す.

2. 大規模流れ場の基礎式

LES においては物理量 f は

$$f = \bar{f} + f' \tag{1}$$

のように分解される. ここに \bar{f} は大規模流れ場における成分, f' は小規模流れ場における成分である. 大規模流れ場の定義としては

$$\bar{f}(x_1, x_2, x_3) = \int_{D_i=1}^3 G_i(x_i, x_i') f(x_i', x_2', x_3') \times dx_1' dx_2' dx_3' \tag{2}$$

を採用する.⁵⁾ $G_i(x_i, x_i')$ は x_i 方向のフィルタ関数で,

$$G_i(x_i, x_i') = \{6/(\pi \Delta_i^2)\}^{1/2} \exp\{-6(x_i - x_i')^2/\Delta_i^2\} \tag{3}$$

($i=1, 2, 3$)

で定義されるガウス型フィルタ関数を用いる. ここに, $\Delta_i = h_i$, h_i : x_i 方向の格子幅. 式(2)における積分は流れ場全領域 D にわたって行う. 流れ場は図 1 に示すように, 上壁平面とそれに平行な下壁平面からなり, 下壁上には正方形の角柱が等間隔に配置されている. 座標系としては流れ方向に x_1 軸, 上下壁と垂直に x_2 軸, 角柱のスパン方向に x_3 軸を選ぶ.

運動方程式, 連続の式およびエネルギー式に式(2)で表されるフィルタ操作を施す. ただし, 流体は非圧縮性で

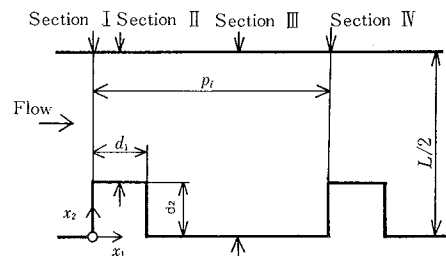


図 1 モデル流路

* 東京大学生産技術研究所 第 2 部

研 究 速 報
 その物性値は温度によって変化しないと仮定する。また u_i をチャンネル内 x_i 方向断面平均流速 U によって、 x_i をチャンネル幅の 2 倍の長さ L によって、時間 t を L/U によって無次元化し、温度 T を流入断面平均温度 $\langle \bar{T} \rangle$ を基準にとりその値との差とすると、

$$\begin{aligned} & \partial \bar{u}_i / \partial t + \partial (\bar{u}_i \bar{u}_j) / \partial x_j \\ & = -\partial \bar{P} / \partial x_i - \partial L_{Eij} / \partial x_j - \partial C_{Rij} / \partial x_j - \partial R_{Eij} / \partial x_j \\ & + (1/R_e) \cdot \partial^2 \bar{u}_i / \partial x_j \partial x_j \end{aligned} \quad (4)$$

$$\partial \bar{u}_i / \partial x_i = 0 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \partial \bar{T} / \partial t + \partial (\bar{T} \bar{u}_j) / \partial x_j = -\partial L_{ETj} / \partial x_j - \partial C_{RTj} / \partial x_j \\ & - \partial R_{ETj} / \partial x_j + (1/P_e) \cdot \partial^2 \bar{T} / \partial x_j \partial x_j \end{aligned} \quad (6)$$

ここに $\bar{P} = \bar{p} + \bar{u}_i \bar{u}_i / 3$: 圧力 p は $\rho U^2 (\rho$; 密度) によって無次元化、 $R_e = UL/\nu$: レイノルズ数、 $P_e = UL/\gamma$: ペクレ数、(ν : 流体動粘性係数、 γ : 流体熱拡散係数)。式 (4), (6) の中の $L_{Eij}, L_{ETj}, C_{Rij}, C_{RTj}, R_{Eij}, R_{ETj}$ はそれぞれレオナルド項、クロス項、レイノルズ項で

$$L_{Eij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (7)$$

$$L_{ETj} = \bar{T} \bar{u}_j - \bar{T} \bar{u}_j \quad (7)$$

$$C_{Rij} = \bar{u}_i \bar{u}_j + \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (8)$$

$$C_{RTj} = \bar{T} \bar{u}_j + \bar{T} \bar{u}_j \quad (8)$$

$$R_{Eij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \delta_{ij} \bar{u}_i \bar{u}_i / 3 \quad (9)$$

$$R_{ETj} = \bar{T} \bar{u}_j \quad (9)$$

である。本報ではレオナルド項としては式 (7) の $\bar{u}_i \bar{u}_j$ および $\bar{T} \bar{u}_j$ をテイラー展開して得られる形

$$\begin{aligned} L_{Eij} &= (\Delta_k^2 / 24) \cdot \partial^2 (\bar{u}_i \bar{u}_j) / \partial x_k \partial x_k \\ L_{ETj} &= (\Delta_k^2 / 24) \cdot \partial^2 (\bar{T} \bar{u}_j) / \partial x_k \partial x_k \end{aligned} \quad (10)$$

を、クロス項としては等方性乱流においてよく用いられているモデル

$$\begin{aligned} C_{Rij} &= -(\Delta_k^2 / 24) \cdot \bar{u}_i \partial^2 \bar{u}_j / \partial x_k \partial x_k \\ & - (\Delta_k^2 / 24) \cdot \bar{u}_j \partial^2 \bar{u}_i / \partial x_k \partial x_k \\ C_{RTj} &= -(\Delta_k^2 / 24) \cdot \bar{T} \partial^2 \bar{u}_j / \partial x_k \partial x_k \\ & - (\Delta_k^2 / 24) \cdot \bar{u}_j \partial^2 \bar{T} / \partial x_k \partial x_k \end{aligned} \quad (11)$$

を用いる。

3. SGS 渦拡散モデル

乱流輸送の重要な部分は大規模流れ場で行われ、小規模流れ場のモデル化の影響は小さいと考えるのが LES の考え方である。本報ではレイノルズ項として比較的単純なモデルである渦拡散モデルを使用することにする。すなわち、

$$\begin{aligned} R_{Eij} &= -2K \zeta_{ij}, \zeta_{ij} = (\partial \bar{u}_i / \partial x_j + \partial \bar{u}_j / \partial x_i) / 2 \\ R_{ETj} &= -K_T \partial \bar{T} / \partial x_j \end{aligned} \quad (12)$$

K, K_T は流速および温度に関する渦拡散係数である。本報においては Smagorinsky モデル⁹⁾を用いる。

$$K = (C \Delta)^2 [2 \zeta_{ij} \zeta_{ij}]^{1/2}, K_T = C_T K \quad (13)$$

ここに、 C および C_T は定数であり、 $C=0.1, C_T=1.2$ を

用いることにする。また、 Δ は SGS 流れ場の代表長さであり、ここでは

$$\Delta^2 = (\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2) / 3 \quad (14)$$

とする。

4. 計算方法と境界条件

基礎方程式 (4)~(6) および付随する式 (10)~(14) を差分方程式群に変換し、連立させて解く。差分計算は空間的には中心差分を、時間的には Adams-Bashforth 型差分スキームを用い、SMAC 法を用いて行う。計算手順の概略を図 2 に示す。格子システムとしてはいわゆるスタガー・システムを採用する。すなわち、図 3 に示すように流速は格子面の中央において定義し、圧力、温度および渦拡散係数は格子空間の中心において定義する。格子間隔は本報では x_1, x_2, x_3 方向に等間隔で、かつ $h_1 = h_2 = h_3 = (h)$ とする。

計算領域は、乱流促進体が等間隔に無限に配置されている場合を想定し、その 1 周期すなわち図 4 に示すように x_1, x_2 平面において ABCDEFGA なる断面をもつ領域とする。なお、本報での流路形状は図 1 において $d_1 = d_2 = d, p_i/d = 5.0, L/(2d) = 3.2$ であり、格子数は $x_1, x_2,$

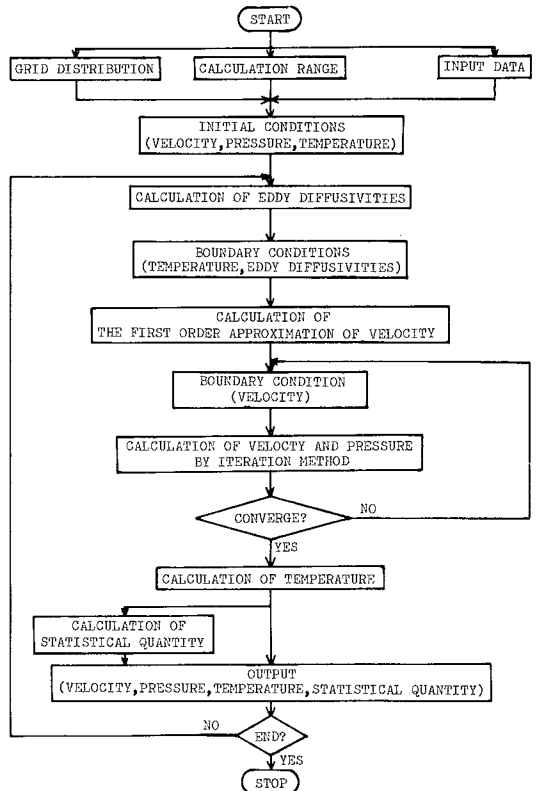


図 2 計算手順の概略

● : $\bar{P}_{i,j,k}, \bar{T}_{i,j,k}, K_{i,j,k}, K_{T,i,j,k}$

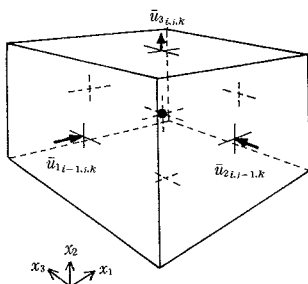


図 3 物理量の定義点

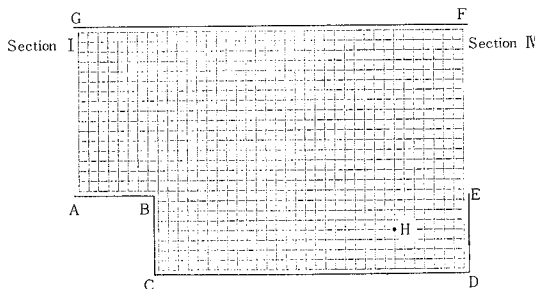


図 4 計算領域と格子分割

x_3 方向に $40 \times 25 \times 9$ である。図 4 に x_1-x_2 断面の格子分割を示しておく。格子点 (図中の交点) は圧力の定義点と一致させてある。

境界条件は流速に関しては壁面において滑りなしの条件を、流入・流出断面においては周期性を考慮する。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_i &= 0 \quad (\text{壁面}) \\ (\bar{u}_i)_I &= (\bar{u}_i)_{IV} \quad (\text{流入・流出断面}) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

K に関する境界条件は $0 \leq x \leq x_0$ の範囲で二次式

$$K/K_0 = (x/x_0)\{a + (1-a) \cdot (x/x_0)\} \quad (16)$$

によって与える。ここに、 x は最も近い壁面からの距離、 x_0 は乱れの非等方性が顕著な範囲を示す距離、 K_0 は $x = x_0$ での K の値、 a は定数である。本報では 1 例として $x_0 = 3h/2, a = 7/4$ に選んでいる。

温度に関する境界条件は、壁面において熱流束の分布が与えられるものとし、また流入・流出断面においては周期性を考慮する。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} q_w &= -\rho C_p \{K_T + (1/P_e)\} U \partial \bar{T} / \partial n \quad (\text{壁}) \\ (\partial \bar{T} / \partial x_1)_I &= (\partial \bar{T} / \partial x_1)_{IV} \quad (\text{流入・流出断面}) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

ここに、 C_p は定圧比熱、 n は内向き法線方向座標、 q_w は与える熱流束である。本報での q_w の値は

$$q_w = \begin{cases} 0.2927 \text{ Kw/m}^2 & (\text{面 ABC および DE}) \\ 0.1530 & (\text{面 CD}) \\ 0.1480 & (\text{面 GF}) \end{cases}$$

である。 K_T に関する境界条件は K に関する式 (16) を準用する。

x_3 方向の境界条件としては \bar{u}_i および \bar{T} の周期性を考慮している。

計算の初期条件としてはすべてを 0 としている。初期条件の与え方によっては計算時間の短縮が可能である。なお、本報における無次元格子幅は $h=1/50$ 、無次元時間刻みは $\delta t=1/1000$ である。この h と δt との関係は線形解析から得られる差分計算の安定条件を満足するように定められている。⁷⁾ 計算の収束条件は

$$\text{Max} \{ |dif(\partial \bar{u}_i / \partial x_i)|_N \} < 0.001 \quad (18)$$

ここに、 $dif(\partial \bar{u}_i / \partial x_i)$ は $\partial \bar{u}_i / \partial x_i$ の差分式、 N は圧力および流速を反復法で求めている計算の部分 (図 2 参照) における反復回数である。また R_e および P_e はそれぞれ $1.1 \times 10^4, 7.7 \times 10^3$ である。

5. 計算結果と考察

流速、圧力、温度などの物理量は各時刻ごとにそれぞれの定義点で与えられる。これを測定値などと比較して表示するためには統計平均を求める必要がある。本報では 3 種の平均量を用いる。まず x_3 方向の空間平均量を $\langle f \rangle$ で示す。次に x_1-x_3 面における空間平均量を $\ll f \gg$ で表す。これは f がその時刻において主として x_2 の関数とみなされる場合に操作される。第 3 に、 x_3 方向の空間平均量の一定時間の時間平均量を $[\langle f \rangle]$ で表すことにする。一定時間としては初期条件の影響が消えた時点での 1000 ステップを採用する。

5.1 物理量の時間的変化と計算の打ち切り

乱流の計算の場合には物理量は時々刻々変化する。本報では初期状態の影響が消える時点のある点 H における瞬間的流れ関数の x_3 方向平均値

$$\langle \psi \rangle = \int_0^{x_2} \langle \bar{u}_1 \rangle dx_2 \quad (19)$$

で判定する。図 5 に点 H ($x_1=0.650, x_2=0.090$) の $\langle \psi \rangle$ の時間的変化を示す。H (図 4 参照) としては比較的乱れが大きく、したがって $\langle \psi \rangle$ の時間的変化も大きいと思われる点を選んでいる。図より t が 5 以上においては $\langle \psi \rangle$ は極めて弱い周期的運動を繰り返すことがわかる。本報では $t=5.0$ で初期状態の影響は消えたものと判定し、 $t=7.005$ で計算を打ち切っている。

5.2 平均流速の分布

断面 II および III (図 1 参照) における u_1 の平均流速分布の計算値を図 6 に示す。図より $[\langle \bar{u}_1 \rangle]$ の分布は二次元

研 究 速 報

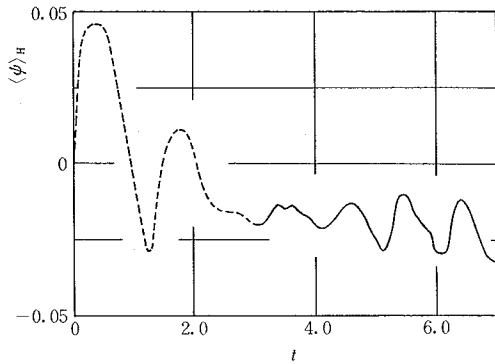


図 5 点 H における $\langle \psi \rangle$ の時間変化

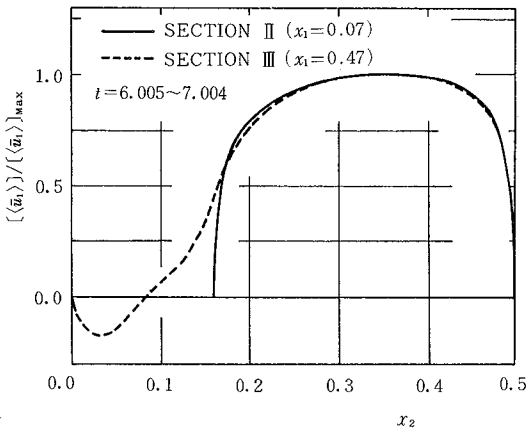


図 6 平均流速の分布

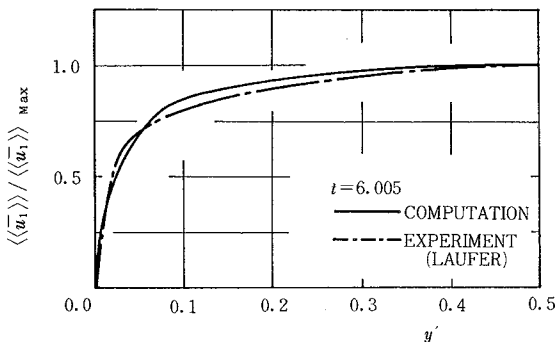


図 7 上壁近くの平均流速分布

ポアズイユ流れの速度分布とは著しく異なった形状をもち、乱流速度分布を表現しているように思われる。特に、上壁 ($x_2=0.5$) 付近では断面 II と III における速度分布はほとんど一致しており、下壁上の乱流促進体の上壁近くの平均流速分布に及ぼす影響はあまり大きくないと予想される。そこで上壁付近の計算値と二次元チャンネル流れに関する Laufer の実測値との比較⁸⁾を試みる。図 7 にその結果を示す。ただし、図において計算値の横軸座標 y' は上壁からの距離を $L/2-d$ で無次元化したものである。計算した流れのレイノルズ数と定義レイノルズ数とは異なるが両者は良く似た傾向を示している。

6. ま と め

矩形乱流促進体をもつ二次元チャンネル内の乱流の数値予測を LES によって試みた。

本計算方法の特徴は、(1)従来、平均流が一次元である場合しか適用されていなかった LES の手法を二次元的平均流の場に適用したこと、(2)壁面近くで乱れの非等方性を考慮した境界条件を設定したこと、および平均値として空間平均値とともに時間平均値を導入したことなどである。

本報では計算結果の一部として上壁付近の平均流速分布のみを考察した。計算結果の詳細は次報に示すことにする。なお、本計算手法に関して本所村上周三助教授、吉沢徹助教授および日立製作所エネルギー研究所鈴置昭氏より助言を得た。記して感謝の意を表す。また本研究の一部は本所選定研究費によっていること、および計算は東京大学大型計算機センター HITAC M-280 H/M-200 H システムによって行われたことを付記する。

(1983 年 3 月 25 日受理)

参 考 文 献

- 1) J. W. Deardorff, J. Fluid Mech., 41 (1970), 453
- 2) U. Schumann, J. Comp. Phys, 18 (1975), 376
- 3) 堀内, 日本物理学会誌, 37 (1982), 766
- 4) P. Moin, J. Kim, J. Fluid Mech., 118 (1982), 341
- 5) A. Leonard, Adv. Geophys., 18 A (1974), 237
- 6) J. Smagorinsky, Monthly Weather Rev., 93 (1963), 99
- 7) 狩野, 小林, 石原, 生産研究, 35-2 (1983), 101
- 8) J. Laufer, NACA TN, 2123 (1950)