

乱流促進体まわりの流れの数値予測に関する研究 (第2報)

— 層流のシュミレーション —

Study on Numerical Prediction of the Flow around Turbulence Promoters (2nd Report)

— Simulation of Laminar Flows —

狩野正徳*・小林敏雄*・石原智男*

Masanori KANO, Toshio KOBAYASHI and Tomo-o ISHIHARA

1. ま え が き

乱流促進体については境界層制御の一方法として古くから実験的研究が行われている。たとえば平板壁面上あるいは円管内壁上に同一形状の粗さを設け、圧力損失あるいは摩擦抗力と平均流速との関係が求められている。¹⁾ これらの研究は乱流促進体を粗さとしてとらえ、流れを巨視的に扱ったものである。一方、各種プラントにおける熱交換器などでは、伝熱性能向上のために乱流促進体まわりの流れの微視的考察が必要となっている。本研究は、流路寸法に対して比較的大きな寸法をもつ乱流促進体まわりの流れを数値的に予測する手法を確立しようとするものである。

前報において、本研究で使用する改良したSMAC法の安定条件を三次元 Burgers の式を基に線形解析によって論じ、安定限界がレイノルズ数に依存すること、および対象とする乱流促進体まわりの流れ場の場合の空間分割数と時間刻みとの関係を明らかにした。本報では、まずこの差分近似法を粘性のない流れ場に適用し安定性の評価を行うとともに乱流促進体まわりの二次元層流流れを実際に数値計算し、流れの総括的な把握と可視化による実験結果との比較を試みる。

2. 層流の基礎方程式と境界条件

非圧縮粘性流体に対する二次元層流流れの基礎式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} \\ + (1/Re) \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \\ \frac{\partial u_i}{\partial x_i} &= 0 \\ (i, j=1, 2) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

で与えられる。ただし式(1)は代表速度および代表長さによって無次元化した式である。ここに Re : レイノルズ数, u_i : x_i 方向無次元流速, p : 無次元圧力, t : 無次元時間。乱流促進体まわりの流れ場および座標系を図1に

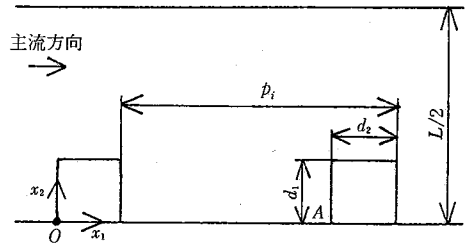


図1 モデル流路

示す。差分計算法としては改良したSMAC法、差分スキームとしては空間的に中心差分スキームを、時間的には Adams-Bashforth スキームを用いる。²⁾

境界条件は壁面で No-slip, 流入・流出部では二次元乱流促進体が一定間隔で多数設置されている場合を想定して周期性を考慮する。すなわち

$$\text{壁面で } u_1 = u_2 = 0$$

$$\text{流入流出部で } u_{1(\text{out})} = u_{1(\text{in})}, \quad u_{2(\text{out})} = u_{2(\text{in})}$$

3. 二次元渦セル場における計算結果と安定性評価

上述の差分計算法の数値粘性³⁾を評価するために、式(1)に関連して定常解の求められている二次元非粘性流れの渦セル場を数値計算する。 $Re \rightarrow \infty$ の極限では運動方程式は Euler の式となりその解の一つは

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= Ab \sin ax_1 \cos bx_2 \\ u_2 &= -Aa \cos ax_1 \sin bx_2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

で与えられる。図2に解の概略を示す。式(2)を初期値としてある特定点の速度が計算の進行とともに変化する様子を求める。式(2)は x_1, x_2 軸に対称であり、また x_1, x_2 方向にそれぞれ $2\pi/a, 2\pi/b$ ほどの周期性をもつ。したがって、ここでは渦セルの一つ OBRC を取り出して、その領域内の流れを考える。ただし境界条件としては Free-slip を用い、また簡略化のため $b=2a$ とする。このとき、計算領域は代表長さ $\pi/8a$ で無次元化すると図3のようになる。

* 東京大学生産技術研究所 第2部

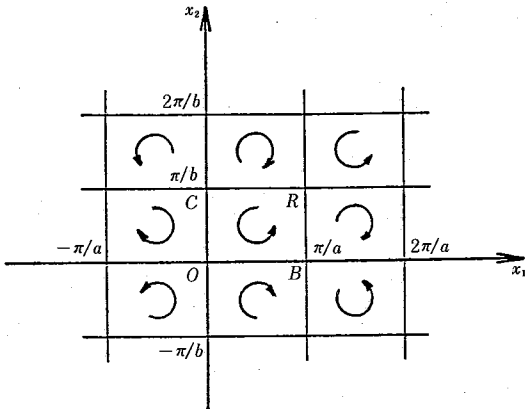


図2 二次元渦セル場

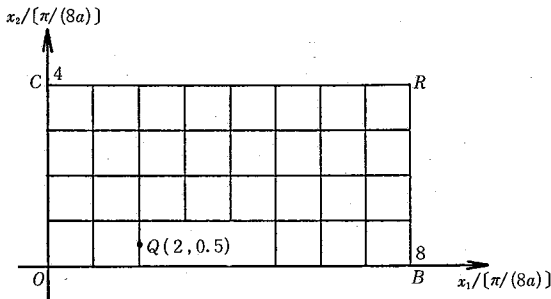


図3 $h/[\pi/(8a)]=1.0$ の場合の差分格子

さて、空間的に中心差分、時間的に Adams-Bashforth を用いた場合の二次元 Navier-Stokes の方程式の u_1, u_2 の打ち切り誤差 T_{u1}, T_{u2} は、式(1)の差分式を Taylor 展開することにより求められる。⁴⁾ 本差分計算法の場合、

$$\left. \begin{aligned} T_{u1} &= -h^2 \left[\frac{1}{2} (\partial u_1 / \partial x_1) (\partial^2 u_1 / \partial x_1^2) \right. \\ &\quad + \frac{1}{4} (\partial u_2 / \partial x_2) (\partial^2 u_1 / \partial x_2^2) \\ &\quad \left. + \frac{1}{8} (\partial u_1 / \partial x_2) (\partial^2 u_2 / \partial x_1^2 + \partial^2 u_2 / \partial x_2^2) \right] \\ T_{u2} &= -h^2 \left[\frac{1}{2} (\partial u_2 / \partial x_2) (\partial^2 u_2 / \partial x_2^2) \right. \\ &\quad + \frac{1}{4} (\partial u_1 / \partial x_1) (\partial^2 u_2 / \partial x_1^2) \\ &\quad \left. + \frac{1}{8} (\partial u_2 / \partial x_1) (\partial^2 u_1 / \partial x_1^2 + \partial^2 u_1 / \partial x_2^2) \right] \end{aligned} \right\} (3)$$

となり T_{u1}, T_{u2} は格子幅 h のみに依存する。

図4に点 $Q(2, 0.5)$ における x_1 方向無次元流速 $U_{1Q}/(2Aa)$ の計算値の時間的変化を示す。図では時刻 $\delta t^* = 16Aa^2 \delta t / \pi$ は 0.1 に固定し、 $h^* = 8ha/\pi$ を 1.0, 0.5, 0.25 と変化させている。図より h が大きい場合に u_{1Q} は振動的であるが、 h を小さくすると打ち切り誤差の影響を避けることができることがわかる。

次に δt と h の両方を変化させ、数値計算法の安定性を調べる。図5に δt と h が $\delta t = \text{Min}[h/(|u_1| + |u_2|)]$ を満足するように変化した場合の u_{1Q} の時間的変化を示

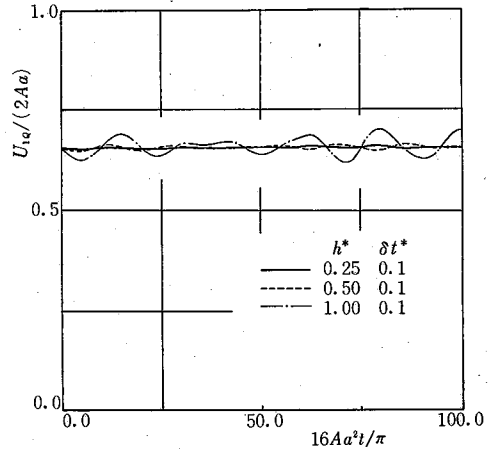


図4 u_{1Q} の時間変化に及ぼす h の影響

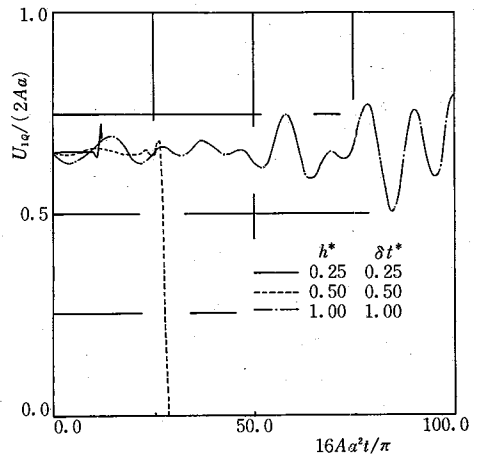


図5 $\delta t = \text{Min}[h/(|u_1| + |u_2|)]$ の場合の u_{1Q} の時間変化

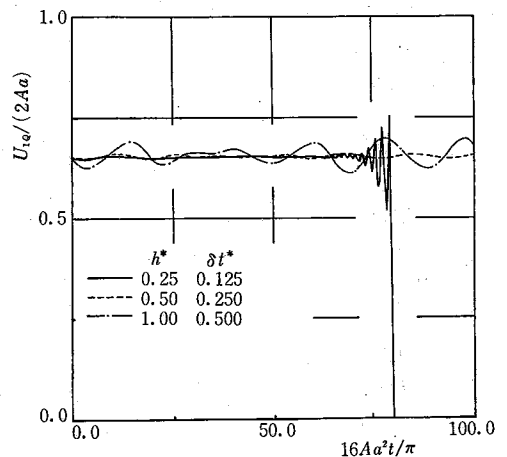


図6 $\delta t = \text{Min}[h/2(|u_1| + |u_2|)]$ の場合の u_{1Q} の時間変化

研 究 速 報

す。|u₁|+|u₂|の最大値は2Aaであるからh^{*}=1.0, 0.5, 0.25のときのδt^{*}はそれぞれ1.0, 0.5, 0.25である。図よりいずれの場合にもu₁₀は時間とともに発散する傾向にあることが確かめられる。図6にδt=Min[h/{2(|u₁|+|u₂|)}]を満足するようなδt,hの組合せの場合のu₁₀を示す。h^{*}=1.0では打ち切り誤差の影響を受けてu₁₀は振動的であり、h^{*}=0.5の場合にも振動成分が少し残っている。またh^{*}=0.25の場合には発散している。図4において打ち切り誤差の影響もほとんどなくu₁₀が一定値を保つのはh^{*}=0.25, δt^{*}=0.1の場合である。これはδt=Min[h/{2.5(|u₁|+|u₂|)}]に対応する。このように、本報におけるhとδtの範囲ではhとδtの関係が

$$\delta t \leq \text{Min}[h / \{2.5(|u_1| + |u_2|)\}] \quad (4)$$

を満たせば安定した計算が行われることがわかる。一方、前報の線形解析による安定条件は

$$\delta t \leq \text{Min}[h / \{31.3(|u_1| + |u_2|)\}] \quad (5)$$

である。すなわち線形解析の安定条件よりかなりゆるやかな条件を選定しても安定な計算が行われることが確かめられる。

4. 乱流促進体まわりの層流流れ

図1に示した流れ場の層流流れを数値計算する。この流れ場は熱交換器などにおける流路を単純化したもので、二次元流路に無限個数の乱流促進体が等間隔に設けられている場合を想定している。数値計算はRe=UL/ν=200および500について行っている。ここにU:主流の断面平均流速, ν:流体の動粘度。本報における流路モデルの寸法は、d₁=d₂=d, p_i/d=5.0, L/(2d)=3.2である。メッシュ数は主流方向(x₁軸方向)に50, 直角方向(x₂軸方向)に32で格子幅h/L=1/64の等間隔格子である。時間刻みとしてはUδt/L=1/500に設定しており、これはδt=h/(7.81U)に対応し、局所最大速度がUより大きいとしても式(4)を満足している。

図7および図8にRe=200および500の場合の流線の計算結果を示す。ここにφ=∫₀^{x₂}u₁dx₂。図9, 10はp_i/d=5.0, L/(2d)=3.0の流路モデルにおけるRe=147, 720の場合の可視化実験結果である。

幾何形状およびRe数が少し異なるが、同じ程度のRe数で同様のフローパターンをもつことが示されている。図11に圧力の係数C_p=(p-p₀+ρU²/2)/(ρU²/2)の計算結果を示す。p₀は図(あるいは図1)の点Aにおける圧力である。断面平均圧力係数<C_p>=(∫_{a₁}^{L/2}C_pdx₂)/(L/2-d₁)の乱流促進体1ピッチ当たりの隆下をΔ

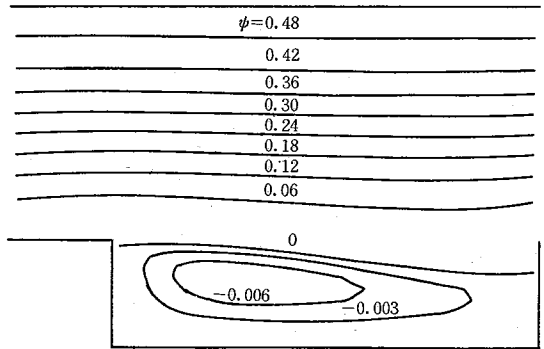


図7 Re=200の計算結果(流線図)

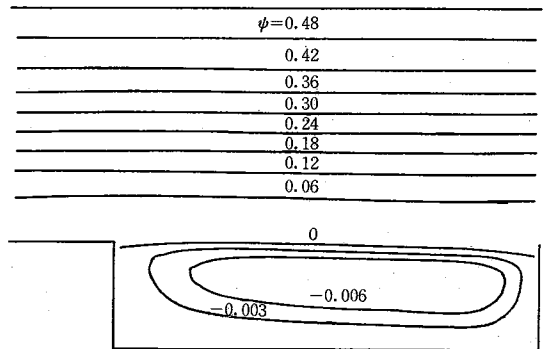


図8 Re=500の計算結果(流線図)

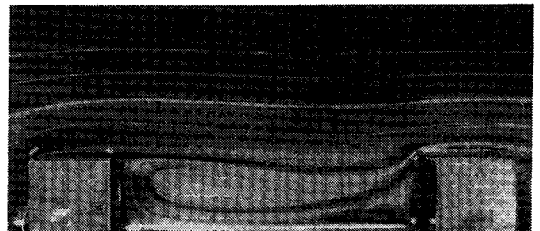


図9 Re=147の可視化実験



図10 Re=720の可視化実験

<C_p>とするとΔ<C_p>はRe=500においては0.365, Re=200の場合は0.823となる。これは二平行平板間の流れの場合の圧力隆下ΔC_p/Δx₁, ∝1/Reと同じ傾向を

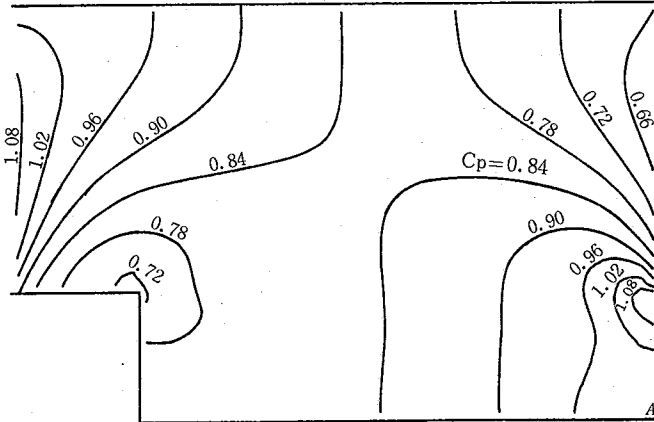


図11 等圧線 (計算結果, $Re=500$)

もつ。

5. ま と め

SMAC法において Adams-Bashforth 差分スキームを時間差分スキームとして使用できるように改良し、二次元非粘性流れ場の計算を試行した。その結果、時間差分として単純前進差分を用いている SMAC法においては時間差分の誤差から生じる負の粘性効果も存在するのに対して、本計算方法には式(3)で表される空間差分による粘性効果しか存在せず、しかも h を十分小さくすることによって、この影響を避けることができること、および線形解析によって得られた $\delta t, h$ の安定条件よりゆるやかな $\delta t, h$ の組合せで十分安定な計算を行えることが確かめられた。さらにこの改良した SMAC法に式(4)の $\delta t, h$ の安定条件を適用して乱流促進体まわりの層流

流れを計算し、可視化実験結果と比較した。

本報に対し本所第5部村上周三助教授、第1部吉沢徹助教授より有益な助言をいただいた。また可視化実験結果について日本原子力研究所菱田誠氏の助力を得た。記して感謝の意を表します。なお、本報の一部は日本原子力研究所との共同研究「多目的高圧ガス実験炉の燃料ピンのスペーサ周りおよび乱流促進体周りの流れの研究」によっていることを付記する。

(1983年2月17日受理)

参 考 文 献

- 1) H. Schlichting, Ing. Archiv, 7 (1936), 1.
- 2) 狩野, 小林, 石原, 生産研究, 35-2 (1983), 101.
- 3) 松尾, 野村, 貝塚, 坂本, 遠藤, 建築学会梗概集, (1974), 229.
- 4) C. W. Hirt, J. Comp. phys., 2 (1968), 339.