

新離散化モデルによる粘塑性地盤上の梁の解析

An Analysis of Beams on the Viscoplastic Foundation by Means of New Discrete Models

竹 内 則 雄*・三 藤 正 明**・川 井 忠 彦***

Norio TAKEUCHI, Masaaki MITO and Tadahiko KAWAI

1. ま え が き

川井によって提案された新離散化モデル¹⁾を用い粘塑性地盤上の梁について行った解析結果は、すでに発表²⁾した。本論文では、引き続き粘塑性地盤上の梁の解析について述べる。地盤の粘塑性モデルとしては、Bingham型³⁾の簡単なモデルを用いた。また、梁要素については、完全弾塑性体として解析を行った。解析例としては、まず簡単なモデルとして単杭をあげ、弾塑性解と比較することにより本モデルの有効性を検討し、さらに門型ラーメンに荷重を急速に載荷させた場合と緩やかに載荷させた場合の2通りを考え、荷重の変化による構造物に与える影響を調べた。

2. 粘 塑 性 モ デ ル

図-1に示す弾塑性体は、時間は考慮せず載荷直後すぐに塑性平衡状態になると考えている。さらに文献(2)で示した粘弾性体は、時間の項は考慮されているが地盤の降伏は無視している。この弾塑性体と粘弾性体の両者を兼ね備えたモデルが粘塑性モデルである。実際の地盤でも、地盤が降伏すると回復不可能なクリープ変位が生じる。さらに、荷重の速度を変化させた載荷した場合、急速載荷した方が緩やかに載荷した場合より初期の段階において大きな荷重まで載荷することができる。そこで、図-2に示す降伏後線形クリープ現象を表現する粘塑性モデルを用いた。

さて、粘塑性モデルの定式化について説明する。全変位増分量 \dot{y} は、弾性変位増分 \dot{y}^e と粘塑性変分増分 \dot{y}^{vp} の和で表される。ここで上付きの \cdot は時間による変化率を示す。

$$\dot{y} = \dot{y}^e + \dot{y}^{vp} \quad (1)$$

ここで、 K をバネ定数とすれば弾性変位増分 \dot{y}^e は

$$\dot{y}^e = \dot{P}/K \quad (2)$$

である。粘塑性変位増分 \dot{y}^{vp} は、 η を粘性係数として

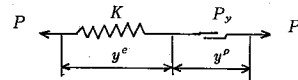


図1 弾塑性モデル

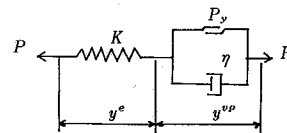


図2 粘塑性モデル

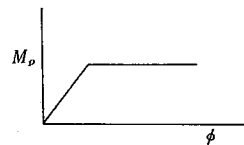


図3 梁要素の完全弾塑性モデル

$$\dot{y}^{vp} = \langle P - P_y \rangle / \eta \quad (3)$$

$$\langle P - P_y \rangle = \begin{cases} 0 & |P_y| > |P| \\ P - P_y & |P_y| \leq |P| \end{cases}$$

となる。ここで、 P_y は降伏応力を表す。(3)式より作用応力が降伏応力と等しくなれば変位速度は0となり、塑性平衡状態に達する。(1)、(2)式を(3)式に代入し、 Δt を増分時間とし差分表示すれば

$$\Delta P = K \Delta y - \langle P - P_y \rangle K \Delta t / \eta \quad (4)$$

となり、増分荷重 ΔP と増分変位 Δy の関係が求まる。

さて、梁要素については、図-3に示すような塑性流れ則に従い完全弾塑性体として解析した。川井モデルによる梁要素の弾塑性マトリックスの詳細な説明は文献(4)に詳しく述べられており、ここでは省略する。

3. 粘塑性地盤上の梁の定式化

図-4に示す粘塑性地盤上の梁の平衡方程式を求める。さて、要素1と要素2の重心点における剛体変位をそれぞれ (U_1, V_1, θ_1) 、 (U_2, V_2, θ_2) とすれば、要素接合点での相対変位ならびに相対変位角 δ_n, δ_s, ϕ は

$$\delta = B \cdot U \quad (5)$$

* (株)協和コンサルタンツ

** 五洋建設(株)

*** 東京大学生産技術研究所 第2部

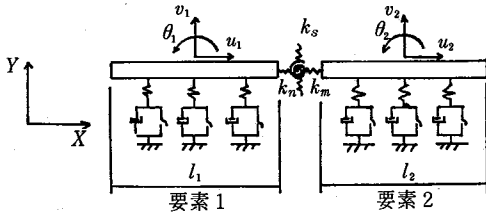


図 4 粘塑性地盤上の新しい梁要素

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -l_1/2 & 0 & 1 & -l_2/2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$U = \{ u_1 \quad v_1 \quad \theta_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad \theta_2 \}^t$$

$$\delta = \{ \delta_n \quad \delta_s \quad \phi \}^t$$

となる。また、接合部での軸力、せん断力、曲げモーメントに抵抗する 3 種のスプリングを以下のように設定する。

$$D = \begin{bmatrix} K_n & 0 & 0 \\ 0 & K_s & 0 \\ 0 & 0 & K_m \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$K_n = 2EA/l \quad K_s = 2\alpha GA/l$$

$$K_m = 2EI/l \quad l = l_1 + l_2$$

ここで、EI は曲げ剛性、GA はせん断剛性、EA は軸剛性であり、 α は有効せん断係数である。いま、要素 1 と要素 2 の任意点における鉛直方向をそれぞれ y_1, y_2 とすれば

$$y_1 = N_1 U \quad (7)$$

$$y_2 = N_2 U$$

$$N_1 = \{ 0 \quad 1 \quad x \quad 0 \quad 0 \quad 0 \}$$

$$N_2 = \{ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad x \}$$

となる。また、重心点に作用する荷重を

$$F = \{ X_1 \quad Y_1 \quad M_1 \quad X_2 \quad Y_2 \quad M_2 \}^t \quad (8)$$

とすれば、増分形の仮想仕事式を用いることにより

$$\delta \Delta U^t \cdot \Delta F = \delta \Delta \delta \cdot D \cdot \delta + \int_{要素1} \delta \Delta y_1 \cdot \Delta P_1 dx + \int_{要素2} \delta \Delta y_2 \cdot \Delta P_2 dx \quad (9)$$

が得られる。ここで

$$\delta \Delta \delta \cdot D \cdot \Delta \delta = \delta \Delta U^t \cdot B^t \cdot D \cdot B \cdot \Delta U \quad (10)$$

$$[K] = B^t \cdot D \cdot B \quad (11)$$

とおく。(9)式に(4)式を要素 1 について代入すると

$$\begin{aligned} \int \delta \Delta y_1 \cdot \Delta P_1 dx &= \int \delta \Delta y_1 \cdot [K \Delta y_1 \\ &\quad - \langle P_1 - P_{1y} \rangle K \Delta t / \eta] dx \\ &= \delta \Delta U^t \int N_1^t \cdot K \cdot N_1 dx \Delta U \\ &\quad - \delta \Delta U^t \int N_1^t \langle P_1 - P_{1y} \rangle K \Delta t / \eta dx \quad (12) \end{aligned}$$

となる。ここで

$$[K_1] = \int N_1^t \cdot K \cdot N_1 dx \quad (13)$$

$$= K \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & l_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & l_1^3/12 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & S_{ym} & 0 \end{bmatrix}$$

である。同様にして、要素 2 について

$$[K_2] = \int N_2^t \cdot K \cdot N_2 dx \quad (14)$$

とおけば、 $\delta \Delta U^t$ が任意であることより式(12)は

$$\Delta F = \{ [K] + [K_1] + [K_2] \} \Delta U + \Delta F_1 \quad (15)$$

となる。ここで

$$\begin{aligned} \Delta F_1 &= -K \Delta t / \eta \int N_1 \cdot \langle P_1 - P_{1y} \rangle dx \\ &\quad - K \Delta t / \eta \int N_2 \cdot \langle P_2 - P_{2y} \rangle dx \quad (16) \end{aligned}$$

である。このようにして得られた(15)式を、初期ひずみ法に従って計算し、任意時刻の解を求める。

4. 数 値 計 算

数値計算として地中の単杭の問題を取り上げた。短い杭と長い杭では崩壊のパターンが異なるため、杭長が 3 m, 6 m の 2 ケースについて行った。図-5 に計算算用いたモデルを示す。粘性係数は地盤のパネと同じ値を用いた。地盤モデルは粘性地盤を想定し、極限地盤反力は Broms⁹⁾ の仮定より求めた。図-6 は短い杭について、杭頭の変位を時刻ごとにプロットしたものである。図からも理解されるように崩壊荷重は 20' ~ 25' の間にある。同じモデルを弾塑性解で求めると崩壊荷重は 21' であった。図-7 は長い杭についてプロットした図である。弾塑性解で崩壊荷重は 51' であり、ほぼ妥当な解だと思われる。また、杭の塑性ヒンジが発生する位置も弾塑性解と同じであった。

次に図-8 に示すような同一部材で形成された門型ラーメンの解析例を示す。部材、地盤の取り扱いについては、単杭と同じものを用いた。図-9 に弾塑性解を示す。図中の番号は破壊の順番を示す。まず地盤の上部が破壊し、さらに杭頭に塑性ヒンジが発生する。その後地盤の破壊が下方向に進行し、最終的に杭の地中部に塑性ヒンジが発生して崩壊することがわかる。このときの崩壊荷重は 51' であった。右図は破壊時の変形モードを示したものである。さて、次に粘塑性解析の結果について説明する。荷重ケースとしては、急速に荷重した場合と緩やかに荷重した場合の 2 ケースを行った。図-10, 図-11 は、

研 究 速 報

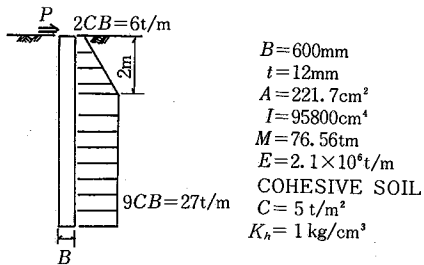


図 5 数値計算モデルと材料定数

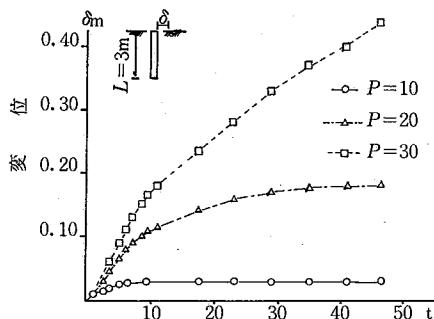


図 6 杭頭変位の経時変化図 (短い杭)

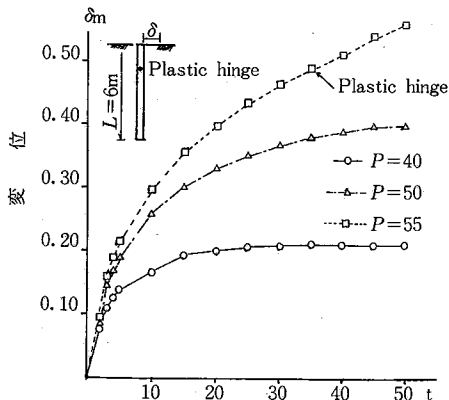


図 7 杭頭変位の経時変化図 (長い杭)

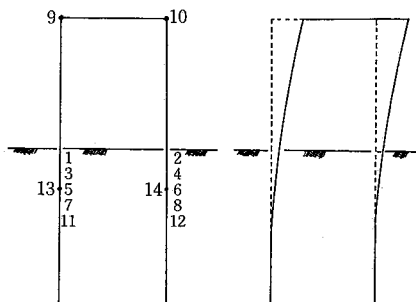


図 9 弾塑性解による破壊状況図と最終変位図

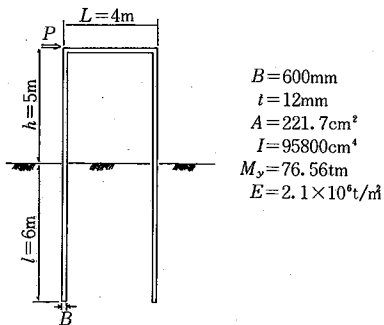


図 8 門型ラーメンモデルと材料定数

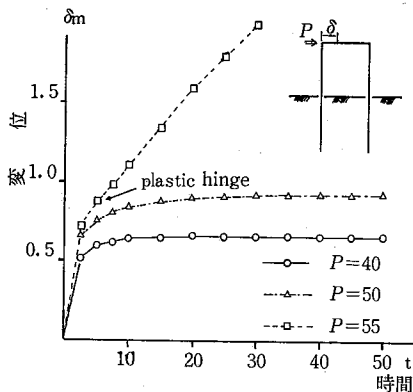


図 10 杭頭変位の経時変化図 (急速に載荷)

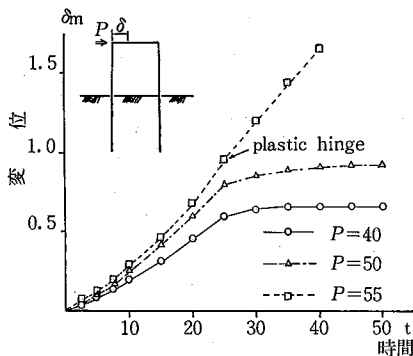


図 11 杭頭変位の経時変化図 (緩やかに載荷)

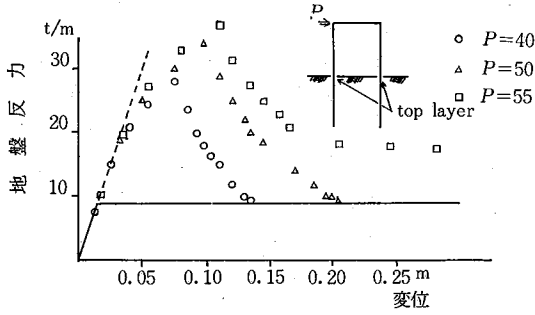


図12 最上層の変位と地盤反力の経時変化図 (急速に載荷)

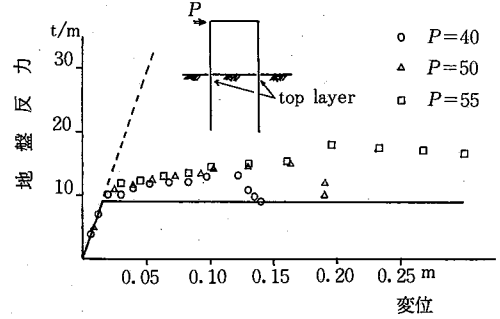


図13 最上層の変位と地盤反力の経時変化図 (緩やかに載荷)

載荷速度が異なる場合の杭頭の変位と時間の関係をプロットしたものである。いずれも 55t で崩壊モードを示していることがわかり、弾塑性解での崩壊荷重 51t と比較して、ほぼ妥当な解であることがわかる。また、杭については、いずれの荷重ケースに対しても、塑性ヒンジの発生する位置ならびに順序とも弾塑性解と同じであった。図-12、図-13 は最上層の変位と地盤反力の関係を各荷重に対してプロットしたものである。図中破線が弾性解析、実線が弾塑性解析による結果である。急速に載荷した方が載荷直後において大きな地盤反力を受けもっていることがわかる。

以上、ここで用いた数値計算例はあくまでもアルゴリズムのチェック用のモデルであり、モデル自体現実とかげはかれたところはあるが、ある程度予想した結果が得られたものと思われる。

5. ま と め

川井によって提案された新離散化モデルの梁要素を用いて粘塑性地盤上の梁の解析を行った。解析モデルとしては地中杭と門型ラーメンを考え、その解を弾塑性解と比較することにより、ほぼ妥当な解が得られることがわかった。本モデルは要素内変位を剛体と仮定することに

より分布している地盤バネを支点バネ的に取り扱う。したがって、計算プログラムが非常に簡単になるだけでなく、地盤の破壊も容易に取り扱うことができる。今後はより現実的な問題を解くために粘塑性モデルの非線形構成式を求める必要があると考える。

(1982年2月22日受理)

参 考 文 献

- 1) T., Kawai : New element models in discrete structural analysis, 日本造船学会論文集, 第 141 号 (1977)
- 2) 竹内則雄, 三藤正明, 川井忠彦 : 新離散化モデルによる粘弾性地盤上の梁の解析, 生産研究, Vol. 34 No. 11, p 25~p 28
- 3) O. C. Zienkiewicz and I. C. Corneau : Visco-Plasticity, Plasticity and Creep in Elastic solids. A Unified Numerical Solution Approach Int. J. Num. Eng., Vol. 8, p 821~p 845 (1974)
- 4) 竹内則雄, 神尾洋一, 川井忠彦 : 新しい梁モデルによる地盤を考慮した骨組構造物の極限解析, 第 27 回構造工学シンポジウム論文集, p 189~p 198, (1981)
- 5) 横山幸満 : くい構造物の計算法と計算例, 山海堂 p 125~p 134, (1977)
- 6) 桜井春輔 : 有限要素法の地盤への応用, 経営開発センター, 講習会テキスト