

端面で変形を拘束された粒状体の圧縮および伸張強度について

On Compression and Extension Strength of Granular Material with Restrained Deformation at Ends

龍 岡 文 夫*

Fumio TATSUOKA

1. ま え が き

前報¹⁾では、端面で変形を拘束された三軸あるいは平面ひずみ供試体の圧縮強度を応力特性曲線法を用いて導いた。本報告ではその結果を分かりやすくまとめた結果を示す。

2. 平面ひずみ圧縮における強度

図1に示す平面ひずみ供試体で端面が剛なときの圧縮強度を P_{max} とすると平均最大主応力 $(\sigma_1)_{AV-max} = P_{max}/d \cdot w$ であり、最小主応力 σ_3 は拘束圧 σ_c に等しい。すると $\{(\sigma_1)_{AV}/\sigma_3\}_{max}$ は土の内部摩擦角 ρ 、端面での摩擦角 μ の関数として、次式から求められる。

$$R_{max}^* = \left\{ \frac{(\sigma_1)_{AV}}{\sigma_3} \right\}_{max} = \frac{P_{max}}{wd\sigma_c} = \frac{1 + \sin \rho}{1 - \sin \rho} \left[1 + P_1 \left\{ 1 - \frac{h}{d} \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \right\} \right] \quad (2-1)$$

ただし P_1 は次式から求める。

$$\left. \begin{aligned} d \geq h \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \text{ のとき,} \\ P_1 = \frac{\exp(B) - 1}{B} - 1 \geq 0 \\ d \leq h \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \text{ のとき, } P_1 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$

パラメーター B と P_1 の関係は図2に示してある。 B は次式から求められる。

$$B = 2\phi_b \left(\frac{\cos \phi_b + \sin \rho}{\cos \rho} \right) \cdot \tan \rho \cdot \left\{ \frac{d}{h} - \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \right\} > 0 \quad (2-3)$$

ϕ_b は端面において σ_1 方向が鉛直方向となす角度である(図3、前報¹⁾では、これを δ とあらわしていた)。

$$\phi_b = \frac{1}{2} \left\{ \mu + \arcsin \left(\frac{\sin \mu}{\sin \rho} \right) \right\} > 0 \quad (2-4)$$

次報で述べるように実際の土の場合では μ のとりうる最大値は ρ より小さく、ダイレイタンスー特性と端面の

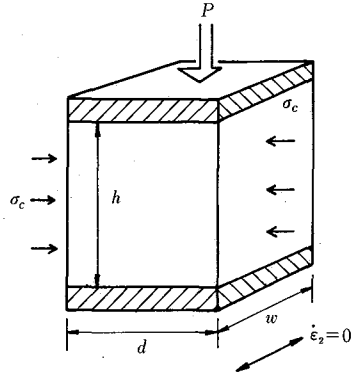


図1 平面ひずみ供試体

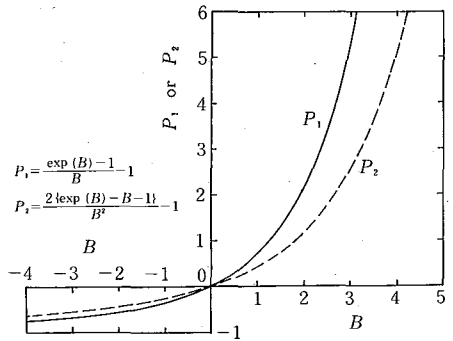


図2 P_1, P_2 と B の関係

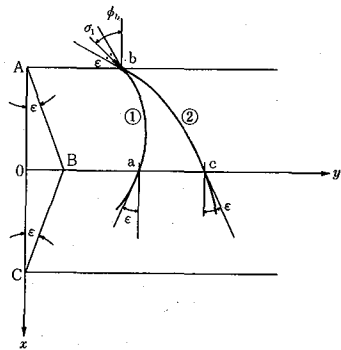


図3 平面ひずみ圧縮における応力の特性曲線

* 東京大学生産技術研究所 第5部

研 究 速 報

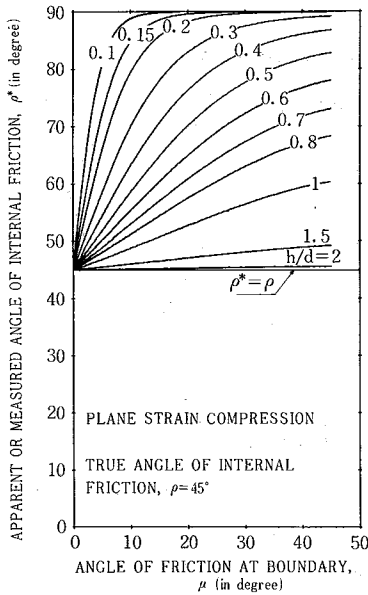


図 4 平面ひずみ圧縮における見掛け上の (測定された) 内部摩擦角 ρ^* と端面での摩擦角 μ との関係 (真の内部摩擦角 $\rho = 45^\circ$)

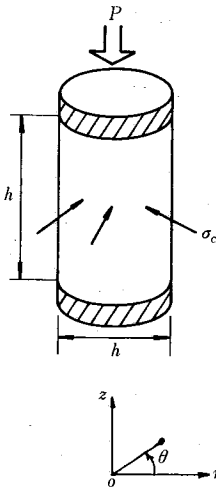


図 5 三軸供試体

伸縮性の関数となる。図-4 は $\rho = 45^\circ$ の場合の見掛け (あるいは測定された) 内部摩擦角

$$\rho^* = \arcsin \frac{R^* - 1}{R^* + 1}, \quad R^* = \left\{ \frac{(\sigma_1)_{AV}}{\sigma_3} \right\}_{\max} \quad (2-5)$$

と端面摩擦角 μ の関係を h/d をパラメーターとして示したものである。 $h/d < 1$ のときは端面に摩擦があることにより見掛けの強度は非常に大きくなりうる事が分かる。

3. 三軸圧縮における強度

図-5 に示す三軸供試体で端面が剛なときの圧縮強度を P_{\max} とすると、 $(\sigma_1)_{AV-\max} = 4P_{\max}/\pi d^2$ と $\sigma_3 = \sigma_c$ の比は次式から求められる。

$$R^* = \left\{ \frac{(\sigma_1)_{AV}}{\sigma_3} \right\}_{\max} = \frac{1 + \sin \rho}{1 - \sin \rho} \left[1 + P_2 \left\{ 1 - \frac{h}{d} \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \right\}^2 \right] \quad (3-1)$$

$$d \geq h \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \text{ のとき,}$$

$$P_2 = \frac{2 \{ \exp(B) - B - 1 \}}{B^2} - 1 \geq 0 \quad (3-2)$$

$$d \leq h \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \text{ のとき, } P_2 = 0$$

ただし、上記の解は軸対称応力状態におけるつりあい方程式 (図5 参照) :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{1}{r}(\sigma_r - \sigma_\theta) &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3-3)$$

において、

$$\sigma_\theta = \sigma_r \quad (3-4)$$

$$\tau_{rz}/r = 0 \quad (3-5)$$

の仮定を用いて導いたものであり近似解と言うべきものである。

P_2 と B の関係は図-2 に示す。 B の値は (2-3) 式から求められる。 $\rho = 35^\circ, 40^\circ, 45^\circ, 50^\circ$ のときの ρ^* と μ の関係を図6 (a)~(d) に示す。 ρ が大きいほど、同一の μ と h/d の値に対して ρ^* は大きくなる事が分かる。このことを $h/d = 1.0$ のときの ρ^* と ρ の関係として示したのが、図-7 である。ただし、この場合は、便宜上 $\mu > \rho$ となる場合は $\mu = \rho$ として ρ^* を計算してある。

図4 と図6 (c) を比べると、同一の $\rho, \mu, h/d$ の値に対して、平面ひずみ圧縮の場合が三軸圧縮の場合よりも見掛けの圧縮強度が大きくなる事が分かる。たとえば、 $\rho = 45^\circ, \mu = 30^\circ, h/d = 1.0$ とすると、次のようになる。

$$\left\{ \begin{aligned} &\text{平面ひずみ圧縮のとき,} \\ &\left\{ \frac{(\sigma_1)_{AV}}{\sigma_3} \right\}_{\max} = 11, \rho^* = 56.4^\circ, \\ &\text{三軸圧縮のとき,} \\ &\left\{ \frac{(\sigma_1)_{AV}}{\sigma_3} \right\}_{\max} = 7.54, \rho^* = 50.0^\circ. \end{aligned} \right.$$

4. 平面ひずみ伸張および三軸伸張における強度

図1 において、 $\sigma_1 = \sigma_c$ 、 P の最小値を P_{\min} とし、 $(\sigma_3)_{AV-\min} = P_{\min}/d \cdot w$ とすると、図8 に示すような応力の特性曲線に関する考察から、次式を得る。

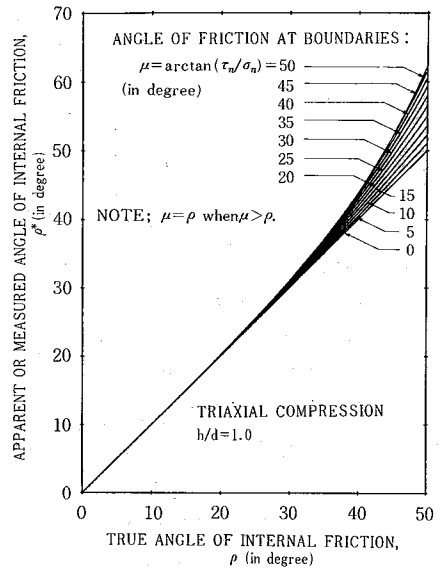
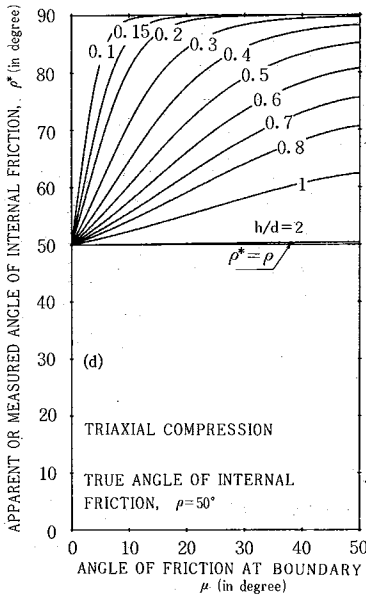
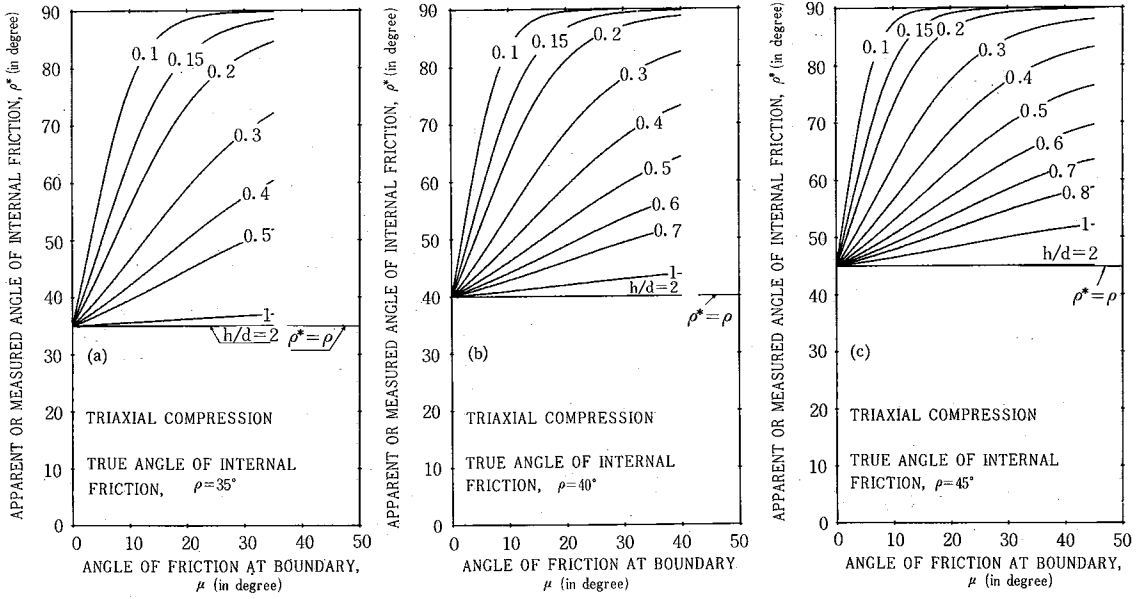


図6 三軸圧縮における ρ^* と μ の関係 ((a) $\rho = 35^\circ$, (b) 40° , (c) 45° , (d) 50°)

図7 三軸圧縮における ρ^* と ρ の関係 ($h/d=1.0$).

$$R^* = \frac{\sigma_1}{(\sigma_3)_{AV} \max} = \frac{1 + \sin \rho}{1 - \sin \rho} \frac{1}{1 + P_1 \left\{ 1 - \frac{h}{d} \cot \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \right\}} \quad (4-1)$$

$$\left. \begin{aligned} d \geq h \cot \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \text{ のとき,} \\ P_1 = \frac{\exp(B) - 1}{B} - 1 \leq 0 \\ d \leq h \cot \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \text{ のとき, } P_1 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4-2)$$

P_1 と B の関係は図-2 に示す。 B は次式から求められる。

研 究 速 報

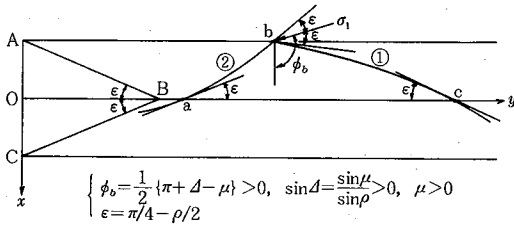


図 8 平面ひずみ伸張における応力の特性曲線

$$B = (\pi - 2\phi_b) \left(\frac{\sin \phi_b - \sin \rho}{\cos \rho} \right) \cdot \tan \rho \cdot \left\{ \frac{d}{h} - \cot \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \right\} < 0 \quad (4-3)$$

ただし、 ϕ_b は図 8 に示すように端面において σ_1 方向が鉛直方向となす角度であり、次式で与えられる。

$$\phi_b = \frac{1}{2} \left\{ \pi + \arcsin \left(\frac{\sin \mu}{\sin \rho} \right) - \mu \right\} > 0 \quad (4-4)$$

三軸伸張のときは、 $\sigma_1 = \sigma_c$, $(\sigma_3)_{AV-min} = 4P_{min}/\pi d^2$ として、

$$\left\{ \frac{\sigma_1}{(\sigma_3)_{AV}} \right\}_{max} = \frac{1 + \sin \rho}{1 - \sin \rho} \cdot \frac{1}{1 + P_2 \left\{ 1 - \frac{h}{d} \cot \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \right\}^2} \quad (4-5)$$

$$\left. \begin{aligned} d \geq h \cot \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \text{ のとき,} \\ P_2 = \frac{2 \{ \exp(B) - B - 1 \}}{B^2} - 1 \leq 0 \\ d \leq h \cot \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \text{ のとき, } P_2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4-6)$$

三軸伸張試験で $\rho = 45^\circ$ のときの ρ^* と μ の関係を図 9 に示す。三軸圧縮試験に比較すると ρ^* に及ぼす端面摩擦の影響は非常に小さいことが分かる。したがって、三軸伸張試験では変形の局所的集中を避けるために h/d を小さくしても、端面の摩擦を除去するにすれば ρ の値を過大評価する可能性は小さい。むしろ、 h/d が大きすぎて(たとえば 1 以上)、変形の局所的集中による ρ の値の過小評価の可能性の方がはるかに大きい。

5. あとがき

図 4, 図 6 を見ると三軸圧縮あるいは平面ひずみ圧縮

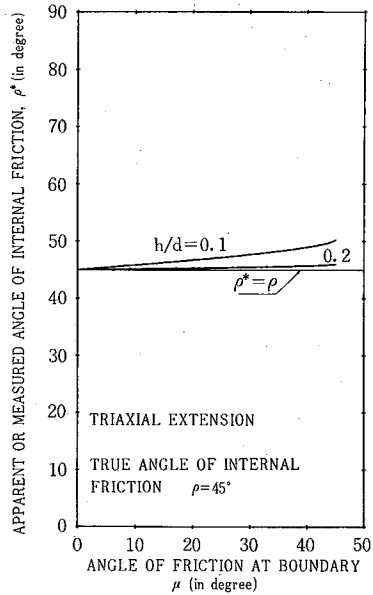


図 9 三軸伸張における ρ^* と μ の関係 ($\rho = 45^\circ$)

試験で端面が粗で剛な場合、 ρ が大きくなると $h/d = 2$ でも、測定された内部摩擦角 ρ^* は ρ より大きくなる。たとえば図 4 から平面ひずみ圧縮試験で $\rho = 45^\circ$ で μ が 40° とすると、 $\rho^* = \rho + 0.5^\circ$ となる。したがって、正確な ρ の値を求めるには $h \geq d / \tan(\pi/4 - \rho/2)$ とするか、または $h < d / \tan(\pi/4 - \rho/2)$ として、 $\mu \approx 0$ とするようにしなければならない。これに対して、三軸伸張あるいは平面ひずみ伸張試験では、 μ が多少大きくても h/d を相当小さくする。今後、三軸状態における解析法の改善とともに実験データにより、これらの解析結果の検証を行うつもりである。

謝 辞

図面作成で、山田真一氏・鳥光道枝氏に手伝っていただいた。末筆ながら謝意を表します。

(1982 年 12 月 13 日受理)

参 考 文 献

- 1) 龍岡 文夫 (1981: “変形を拘束された粒状体の破壊の塑性論的一考察”, 生産研究, 33 卷 10 号, pp.17-20)