

分布帰還形レーザ共振器

——マシューの方程式の近似解とその応用——

Theory of Distributed Feedback Laser Resonator

—Approximate Solutions of Mathieu's Differential Equation and Their Application—

濱崎 襄二*・村上 泰典**

Joji HAMASAKI and Yasunori MURAKAMI

分布帰還形共振器は、レーザなどで使用される重要な光回路素子である。その解析は、従来もつぱら、結合波方程式によって進められていたが、実験結果を必ずしも説明するに到っていない。本文では、マシューの微分方程式の解の特質を保持した形の近似解を示し、これを用いるならば、閾値特性、縦モード、電界強度分布などの実験的事実が説明できることを示す。

1. 序

導波路に沿って周期構造が作りつけられたとき、導波路内波長が構造の周期の2倍に等しい場合にブラッグ反射が起こる。この導波路のある長さにわたって利得が存在し、ブラッグ反射による帰還によってレーザ発振が可能なとき、このような装置は分布帰還形レーザ (Distributed Feedback Laser, 略してDFBレーザ) と呼ばれる。ブラッグ反射は周期構造によって定まる波長のごく近傍でしか起こらないので、DFBレーザは波長選択性(単一縦モード性)が優れていることを特色としている。

1971年に米国ベル電話研究所のKogelnikとShank^{1,2)}がDFBレーザを発表した後、この装置は多数の研究者の興味をよび、1974年には中村氏等は電流注入形半導体DFBレーザの試作に成功した。³⁻⁵⁾ DFBレーザにおける共振現象は、本来、マシュー(Mathieu)の微分方程式あるいはヒル(Hill)の微分方程式で記述される現象であるが、KogelnikとShank以来、もつぱら、結合波方程式(Coupled-Wave Equation)によって近似的に解析されていた。そして、周期構造部分全体がポンプされ、両側では無反射終端されている場合については、ブラッグ波長では発振が起こらず、その両側の波長で2本の縦モードが発振することが知られている。半導体DFBレーザでは、出力側が劈開面であり、ポンプされていない部分にも周期構造が存在する点が上記モデルと異なっているところである。また実験的には、縦モード2本が観測される場合の他、縦モード1本の場合、波長選択性が現れない場合があることが知られており、それらの場合

が起こる原因については、必ずしも明らかにされていない。

本文では、マシューの微分方程式の解の特質を保持した形の近似解を用いた周期構造導波路の基礎理論を述べ、その応用例として、半導体DFBレーザの発振閾値特性および電界強度分布に関する解析結果を述べる。この解析手法では、マシューの方程式の解の基本特性が常に保持されるので、結合波方程式の取り扱いに起こりがちな近似過程における錯誤を避けることができる。応用例では単一縦モード発振条件を明らかにすることができたが、本文の解析手法はブラッグ反射を用いた他の装置の解析にも有用である。

2. 半導体DFBレーザに用いられる共振器

図1に半導体DFBレーザの概念図を示す。図示の座標系において x 方向(場合によっては x 方向および y 方向)に屈折率閉じ込め形の導波路が形成され、 z 方向には導波路内を伝搬する光波の波長(導波路波長)の約半分を周期とした等価の屈折率変化が作りつけられている。この等価の屈折率変化は、レーザ活性層に及ぼす損傷を避けるため、活性層に近接した低屈折率部分(クラッド層)に設けられた周期構造によって作られるので、導波路を伝搬する波動の、周期構造部分までしみ出している部分の電界を用いた電磁界摂動計算によって求められる。レーザの一端は劈開面で作られた平面半透鏡であり、この鏡面から長さ $L=z_0-z_1$ の区間に電流が注入される。この注入電流によって活性層に熱的非平衡状態が発生し、その結果利得を生ずるので、電流が注入される領域はポンプ領域と呼ばれる。非ポンプ領域では、導波路を構成する物質の吸収損失と周期構造に伴う放射損失

* 東京大学生産技術研究所 第3部

** 住友電気工業株式会社

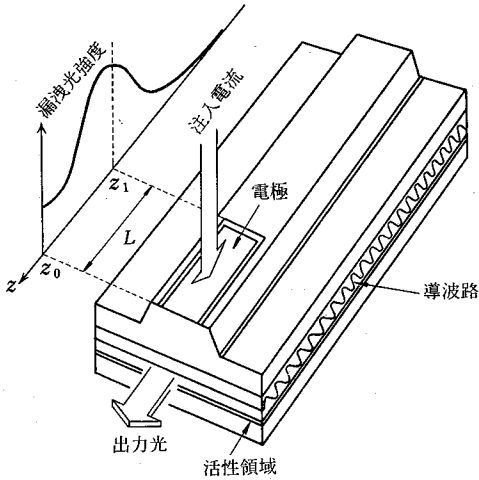


図1 電流注入形DFB半導体レーザーの概念図

とがある。ポンプ領域でも同様な損失の他に、注入電流によって利得が生ずる。この利得が、ポンプ領域の損失、非ポンプ領域の損失、および劈開面を通して外部に失われる損失を上回ったとき、レーザー発振の閾値に達してレーザーは発振を開始する。ポンプ領域において発振波の電界が増大すると飽和現象が現れて利得が減少するので、注入電流が閾値以上の値を持つとき、ある電界強度で持続的な発振出力光が得られる。

ポンプ領域ではブラッグ反射による帰還作用があるので、上述のレーザーにおいても一種の共振器が構成されている。しかし、このブラッグ反射領域の波動の基本系は通常の導波路におけるような進行波ではないことに注意されたい。以下の節では、この基本系に重点をおいて理論を進めていくことにする。

3. 周期構造導波路の波動方程式

三層導波路において、光波の主要部が伝搬する高屈折率部分(コア部)、あるいはコア部に近接したクラッド部の屈折率が、波の進行方向に沿った方向に周期的に変化しているとき、光波と導波路との相互干渉によって、ブラッグ反射の現象が起こる。本節では、このような反射を利用した導波路の、スカラー近似による解析手法を述べる。

導波路を伝搬する波動の複素振幅を $\phi(x, y, z)$ とし、時間 t に関する依存性を $\exp(j\omega t)$ ($j = \sqrt{-1}$, ω は角周波数) と表すことにすると、波動方程式は周知の通り次式で与えられる。

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 n^2(x, y, z) \right\} \phi = 0. \quad (1)$$

ここに $k_0 = 2\pi/\lambda_0$, λ_0 は真空中の波長, (x, y, z) は直角座標である。 $n^2(x, y, z)$ は、導波路の各点の屈折率の自乗であって、位置の関数である。導波路の伝搬方向を z

軸に一致させたとき、式(1)の直角座標表現においては、導波路屈折率の自乗が次の形となるとき、変数分離が可能となる。

$$n^2(x, y, z) = n_a^2 - n_x^2(x) - n_y^2(y) - n_z^2(z). \quad (2)$$

ここに、 n_a^2 は定数, n_x^2, n_y^2 は導波路の形状を定める関数であって、通常 n_a^2 に比較して小さい。 n_z^2 は導波路の周期構造を記述する等価の屈折率変化であって、その値は通常極めて小さい。最も基本となる場合は n_z^2 が正弦波的に変化している場合であって、 n_z^2 は次式で表される。

$$n_z^2(z) = 2Q \cos(2\pi z/\Lambda). \quad (3)$$

ここに、 Λ は周期構造の周期, Q は変化分の振幅に比例した極めて小さな定数である。 Q の値は、実際には摂動計算によって決定されるのが普通である。式(2)の形式で屈折率分布が与えられていないときには、式(1)の波動方程式は直角座標では変数分離されない。実際の導波路については、特性の概略を知るため、式(2)の形で近似して解析を進めるのが普通である。

ϕ については、変数分離形

$$\phi(x, y, z) = \psi_x(x)\psi_y(y)\psi_z(z) \quad (4)$$

を用い、式(2)を波動方程式(1)に代入し、 x, y, z をそれぞれ r_x, r_y, r_z で表すと、次の方程式が得られる。

$$\frac{d^2\psi_i}{dr_i^2} + k_0^2(c_i^2 - n_i^2)\psi_i = 0, \quad (i = x, y, z), \quad (5)$$

$$c_x^2 + c_y^2 + c_z^2 = n_a^2. \quad (6)$$

ここに、 c_x^2, c_y^2, c_z^2 は分離定数である。

まず、 x, y 成分 ($i = x, y$) について考えると、導波路の境界条件として、 $r_i \rightarrow \pm\infty$ のとき充分早く $|\psi_i| \rightarrow 0$ とならなければならないので、 c_i^2 は勝手な値をとることは許されない。このことから、 ψ_i はこの境界条件のもとで定められた固有関数でなければならないし、 c_i^2 はこの ψ_i の固有値でなければならない。すなわち、導波路の x, y 方向のモードは、式(5)の固有関数を用いて $\psi_x\psi_y$ で定められ、固有値は $c_x^2 + c_y^2$ となる。これらのことは、周期構造が存在しない普通の導波路の場合と全く同様である。 x, y 方向のモードを“横モード”と呼ぶことにする。

ある横モードが与えられたとき、 ψ_z が満たすべき微分方程式は、式(5)より、次式となる。

$$\frac{d^2\psi_z}{dz^2} + k_0^2 \left\{ c_z^2 - 2Q \cos \frac{2\pi}{\Lambda} z \right\} \psi_z = 0, \quad (7)$$

$$c_z = (n_a^2 - c_x^2 - c_y^2)^{1/2}.$$

この方程式を標準形に変換するため

$$a = k_0^2 c_z^2 \Lambda^2 / \pi^2, \quad (8)$$

$$q = k_0^2 Q \Lambda^2 / \pi^2, \quad (9)$$

$$\tau = \pi z / \Lambda \quad (10)$$

によって a, q, τ を定義し、 ψ_z を簡単のため ϕ と記すことにすれば、式(7)は

$$\frac{d^2\phi}{d\tau^2} + (a - 2q \cos 2\tau)\phi = 0 \quad (11)$$

というマシューの方程式であることがわかる。式(10)で

は、構造の周期が π となるように長さが規格化されている。式(8)に定義されたように、 a の値は波数 k_0 と横モード固有値 $c_1^2 + c_2^2$ に依存しているの、波長あるいは横モードが異なると a は異なった値をとる。式(9)の q の値は、 Q が極めて小さな値をもつので、波長の変化範囲が小さい限りにおいて定数と考慮してよい。

4. マシューの方程式の解の特質とその近似解

本節では、マシューの方程式の理論の中ブラッグ反射に関連した結果を略述し、この方程式の重要な近似解について述べる。ここに述べる一般的结果の導出の過程については Arscott の著者⁹⁾を参照されたい。

式(11)のマシューの微分方程式の解については、 a, q が実数であるとき一般に、次の事項が知られている。

(a) a, q の関数として周期指数 (Periodicity Exponent) μ を定めることができる。

(b) A, B を任意定数とすると、マシューの微分方程式の一般解は、次式で表すことができる。

$$\phi(\tau) = Ae^{a\tau}\phi(\tau) + Be^{-a\tau}\phi(-\tau), \quad (12)$$

(c) $\phi(\tau)$ は a, q によって定まる関数であるが、 $e^{2\pi\mu} \neq 1$ のときには、 $\phi(\tau)$ は π を周期とする周期関数である。

(d) a, q が実数であるならば、 $\mu = \alpha + j\beta$ (α, β は実数) とおくと、 μ がとり得る値は次の三つの場合に限定される。

i) $a=0$, すなわち μ が純虚数である場合。このとき $\phi(\tau)$ は有界である。 β が有理数、すなわち $\beta = r/s$ (r, s は整数、 $s \geq 2$) であるならば、 $\phi(\tau)$ は周期 $2s\pi$ の周期関数である。

ii) $a \neq 0$ の場合。 $\beta = n$ (n は整数) である。このとき $\phi(\tau)$ は $\tau \rightarrow \pm\infty$ において有界とならない。

iii) $a=0$ でかつ $\beta = n$ の場合。微分方程式の解の一つは、必ず、周期 π あるいは 2π をもつ周期関数とすることができる。このとき、他の独立な解は有界とならない。

式(11)において $\cos 2\tau$ を一般の周期関数でおきかえた方程式は、ヒルの方程式と呼ばれているが、このヒルの方程式においても上述の事項は成立する。実際に式(12)を求めるには、 μ と $\phi(\tau)$ を知る必要があるが、従来 $e^{2\pi\mu} = 1$ となる場合について詳しく調べられており、ブラッグ反射で必要となる $e^{2\pi\mu} \neq 1$ の場合については展開公式などあまり詳しく知られていない。 $\mu, \phi(\tau)$ を求める方法として数値積分による方法が知られているので、⁹⁾ 計算機が自由に使える今日では、この方法によるのがよい。

式(11)で記述された波がブラッグ反射を起こすのは、 $a=1$ を満足する波長の近傍においてである。 a が 1 に近くかつ q が小さい場合には、式(11)の近似解は、結合波

の方法によって容易に求められる。⁷⁾ すなわち、

$$\phi(\tau) = f_1(\tau)e^{j\tau} + f_2(\tau)e^{-j\tau}, \quad (13)$$

とにおいて、 f_1, f_2 はゆっくり変化すると考えて、 τ に関する 2 次微係数を無視し、さらに、 $qf_1e^{j3\tau}, qf_2e^{-j3\tau}$ は微小かつ τ に関し極めて早く周期的に変化する成分であるから無視すると、式(11)、(13)から次の結合波方程式が得られる。

$$\begin{aligned} 2jf_1' + bf_1 - qf_2 &= 0, \\ -2jf_2' + bf_2 - qf_1 &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

ここに、 $'$ は τ に関する微係数を表し、 b は次式で定義された数で、その絶対値は極めて小さい。

$$b = 1 - a, \quad a \approx 1. \quad (15)$$

式(14)の解は、 $f_1 = Ae^{\gamma\tau}, f_2 = Be^{\gamma\tau}$ (A, B, γ は定数) とおくことにより次の通りに求められる。

$$\begin{aligned} f_1(\tau) &= A_1e^{\gamma\tau} + A_2e^{-\gamma\tau}, \\ f_2(\tau) &= A_1e^{j2\theta}e^{\gamma\tau} + A_2e^{-j2\theta}e^{-\gamma\tau}. \end{aligned} \quad (16)$$

ここに、 A_1, A_2 は任意定数、 θ, γ は次式で定義された定数である。

$$\begin{aligned} \cos 2\theta &= b/q, \quad \sin 2\theta = \sqrt{1 - (b/q)^2}, \\ \gamma &= \frac{1}{2}q \sin 2\theta. \end{aligned} \quad (17)$$

式(16)を式(13)に代入整理すると、微分方程式(11)の解の基本系は

$$\begin{aligned} \phi_+(\tau) &= 2e^{\gamma\tau} \cos(\tau - \theta), \\ \phi_-(\tau) &= 2e^{-\gamma\tau} \cos(\tau + \theta) \quad (= \phi_+(-\tau)), \end{aligned} \quad (18)$$

で与えられることがわかる。式(12)の一般形と比較すると

$$\begin{aligned} \mu &= \gamma + j, \\ \phi(\tau) &= e^{-j\theta} + e^{-j(2\tau - \theta)} \end{aligned} \quad (19)$$

となっており、 $\phi(\tau)$ は π を周期とする周期関数であり、また、 a, q が実数ならば、 $|b/q| > 1$ のとき θ, γ は純虚数で ϕ は有界、 $|b/q| < 1$ のとき θ, γ は実数で μ の虚数部は整数 1 であって ϕ は有界とはならない。導出の過程から明らかなように、式(15)、(17)、(18)は a, q が複素数であっても成立することに注意されたい。

式(11)において $q=0$ ならば、周期構造のない導波路中の波動方程式となる。このとき、波動関数の基本系は $\pm z$ 方向に進行する二つの進行波 $\exp(\mp j\sqrt{a}\tau)$ と選ぶこともできるし、また、 $\cos(\sqrt{a}\tau), \sin(\sqrt{a}\tau)$ で表された二つの定在波で表すこともできる。 $q \neq 0$ の場合には、式(18)に見られるように波動関数の基本系は一種の定在波形式の関数であって、二つの進行波形式の関数を選ぶことはできない。強いて進行波形式の関数を用いようとするならば四つの関数が必要であって、それらの係数間の関係性が二つ存在するようなものを選ばなければならない。従来結合波方程式による解析では二つの進行波を扱えば主要な現象の説明が可能であるように誤解されたので、式(11)の解の特質を見失ってしまうことが起こり

がちであった。

式(18)の定在波形式の関数の包絡線は指数係数を γ とした指数関数的変化を示し、その位相は導波路に作りつけられた周期構造の位相 τ に比較して定数 θ だけ異なっている。 γ, θ は一般的には複素数である。また、ブラッグ反射を起こすときには $|b/a| < 1$ であるから、式(18)は何れも $(-\infty, \infty)$ の区間で有界ではない。このことは、 a, q が実数となる無損失無利得の導波路においても成立することに留意されたい。

5. DFB 共振器の特性方程式

図2は、実効屈折率の z 依存性を示す模式図である。 $z < z_0$ の領域では同一構造の周期構造が作りつけられている。 (z_1, z_0) は一様にポンプされたポンプ領域であり $(-\infty, z_1)$ は非ポンプ領域である。ポンプ領域、非ポンプ領域の量には、それぞれ、添字 1, 2 をつけて区別することにする。

式(7)において、 c_1^2, c_2^2 は無損失無利得の導波路について求められた値を使用することにし、また、厳密にブラッグ条件を満足する量には添字 b をつけて表すことにすると、ブラッグ条件の近傍では b_i, q は式(8), (9)より次のように表される。

$$b_i = 2\Delta K / K_b + j2a_i, \quad (i=1, 2), \quad (21)$$

$$q = k_{0b}^2 Q \Lambda^2 / \pi^2. \quad (22)$$

ここに、 K は導波路の z 方向規格化波数、 ΔK はブラッグ条件における K の値 K_b からの差であって、次式で表される。

$$K = k_0 \Lambda c_z / \pi, \quad K_b = 1, \quad \Delta K = K - K_b. \quad (23)$$

波数 k_0 が変化すると一般には c_z も変化するが、波数の変化が小さな範囲では、 ΔK は波数変化分に比例して変化すると考えてよい。また、式(21)における $a_i (i=1, 2)$ は導波路の利得を表す定数であり、周期構造に伴った放射損失が無視できる場合には、仮に $Q=0$ と考えた導波路の規格化利得定数 ($a_i > 0$ のとき利得定数、 $a_i < 0$ のとき減衰定数、長さは式(10)により規格化) と等しい。式(22)の Q は、周期構造に伴った周期的な損失あるいは利得が存在する場合には、虚数部をもつことになるが、以下では Q 、したがって q は小さな実数であると仮定して解析を進めることにする。さらにまた、ポンプ領域と非ポンプ領域が同一の導波路構造をもっている場合について解析することにする。このときには、式(21)より、 b_1 と b_2 とは相等しい実部をもたなければならない。このような導波路中の波動は、前節の理論により、式(17)で与えられた θ, γ を用いて、式(18)の ϕ_+ と ϕ_- の一次結合で表されなければならない。非ポンプ領域では $\tau \rightarrow -\infty$ で $\phi \rightarrow 0$ でなければならないから、 γ の実部が正であるように γ を定めることにすると ϕ_+ のみで表されなければならない。

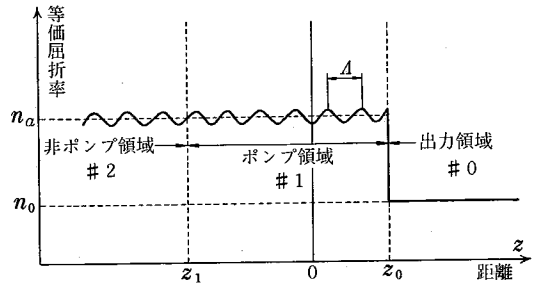


図2 等価屈折率の z 方向分布

図2において $z > z_0$ の領域を出力領域と呼ぶことにする。 $z = z_0$ で導波路内の波動は等位相であるから、この領域での波動は $z = z_0$ にビームウエストをもった $+z$ 方向に進行するガウス波で近似される。したがって、 $z = z_0$ のごく近傍では、波動の複素振幅の z に関する依存性は次式で近似的に表される。

$$\phi(z) = e^{-jk_0 c_0 z} \quad (24)$$

ここに、定数 c_0 は $z = z_0$ の近傍における等価屈折率である。出力領域の屈折率を n_0 、近似に用いたガウス波の x, y 方向のスポットサイズを ω_x, ω_y と表し、そのモード次数を ν_x, ν_y と表すとき、 c_0 は次式で表される。

$$c_0 = n_0 \left[1 - \frac{2}{(k_0 n_0)^2} \left\{ \left(\frac{1}{2} + \nu_x \right) / \omega_x^2 + \left(\frac{1}{2} + \nu_y \right) / \omega_y^2 \right\} \right]. \quad (25)$$

ブラッグ条件の付近では $a \approx 1$ となることを考慮して、式(8), (10)により z を τ に変換すると式(24)は次の通りとなる。

$$\phi_0(\tau) = e^{-j a_0 \tau}, \quad a_0 = c_0 / c_z \quad (26)$$

ここに、 a_0 はブラッグ波数 k_{0b} の近傍では k_0 に無関係な定数と考えてよい。また粗い近似では $a_0 = n_0 / n_a$ と考えてよい。

図2における境界 $z = z_1, z_0$ において ϕ と $\partial\phi/\partial z$ の値が連続という境界条件を用いると次式が得られる。

$$\begin{aligned} A\phi_{+1}(\tau_1) + B\phi_{-1}(\tau_1) &= C\phi_{+2}(\tau_1) \\ A\phi'_{+1}(\tau_1) + B\phi'_{-1}(\tau_1) &= C\phi'_{+2}(\tau_1) \\ A\phi_{+1}(\tau_0) + B\phi_{-1}(\tau_0) &= D\phi_0(\tau_0) \\ A\phi'_{+1}(\tau_0) + B\phi'_{-1}(\tau_0) &= D\phi'_0(\tau_0) \end{aligned} \quad (27)$$

ここに、 $\phi_{+i}, \phi_{-i} (i=1, 2)$ は式(18)で与えられた関数であり、 i の値はポンプ領域、非ポンプ領域の区別を示す。 ϕ_0 は式(26)で与えられた関数である。 $\tau_i (i=0, 1)$ は z_i から式(10)によって定められたもので、境界における τ の値である。 A, B, C, D は定数である。また、' は τ に関する微係数を表す。式(27)から A, B, C, D を消去すると次式が得られる。

$$e^{2\gamma_1(\tau_0-\tau_1)} = \frac{[(\gamma_2-\gamma_1)\{\cos(2\tau_1-\theta_2-\theta_1)+\cos(\theta_1-\theta_2)\}]}{[(\gamma_2-\gamma_1)\{\cos(2\tau_1+\theta_1-\theta_2)+\cos(\theta_1+\theta_2)\}]} \frac{-2\sin(\theta_1-\theta_2)[\gamma_1\cos(\tau_0+\theta_1)]}{+2\sin(\theta_1+\theta_2)[-\gamma_1\cos(\tau_0-\theta_1)]} + \frac{+\sin(\tau_0+\theta_1)-ja_0\cos(\tau_0+\theta_1)]}{+\sin(\tau_0-\theta_1)-ja_0\cos(\tau_0-\theta_1)]} \quad (28)$$

この式の右辺に現れた γ_1, γ_2 を無視することにして整理すると、次の近似的特性方程式が得られる。

$$e^{qL_r \cos 2\tau_1} = \frac{\sin(\zeta_1-\zeta_2)\cos(\zeta_1-w_0)}{\cos(\zeta_1+\zeta_2)\sin(\zeta_1+w_0)} \quad (29)$$

ここに、

$$L_r = \tau_0 - \tau_1, \quad (30)$$

$$\zeta_i = \pi/4 - \theta_i, \quad (i=1, 2), \quad (31)$$

$$w_0 = v_0 - ju_0, \quad (32)$$

$$v_0 = \tau_0 - m_0\pi \pm \pi/4, \quad |v_0| \leq \pi/2, \quad m_0 \text{ は整数}, \quad (33)$$

$$u_0 = \tanh^{-1}(a_0)^{\pm 1}, \quad (a_0 \geq 1, \text{符号同順}). \quad (34)$$

L_r はポンプ領域の規格化された長さである。 w_0 は z_0 における境界条件を与える複素数であって、反射係数の絶対値から虚部 u_0 が定まり、その位置 z_0 における周期構造の位相から実部 v_0 が定まる。式(29)が半導体 DFB 共振器に関する特性方程式である。

6. 閾値特性曲線

周期構造の振幅 q 、ポンプ領域の長さ L_r 、出力端の反射条件 w_0 、および、非ポンプ領域の減衰定数 $a_2 (< 0)$ が与えられたとき、ブラッグ条件からの波数変化 $\Delta K/K_0$ とポンプ領域の利得定数 $a_1 (> 0)$ との関係は、特性方程式(29)を数値的に解くことによって計算される。

式(17), (31)より

$$b_i = q \sin 2\zeta_i, \quad (i=1, 2), \quad (35)$$

であるから、 ζ_1, ζ_2 を実部と虚部とに分解し

$$\zeta_i = \eta_i - j\xi_i, \quad (i=1, 2), \quad (36)$$

とおくならば、式(21)より次式が得られる。

$$\begin{aligned} \Delta K/K_0 &= \frac{1}{2}q \sin 2\eta_1 \cosh 2\xi_1 \\ &= \frac{1}{2}q \sin 2\eta_2 \cosh 2\xi_2, \end{aligned} \quad (37)$$

$$a_1 = -\frac{1}{2} \cos 2\eta_i \sinh 2\xi_i, \quad (i=1, 2). \quad (38)$$

式(38)の a_2 は既知であるから、この関係と式(37)の第2の関係とを条件式とするならば、式(29) (この式は複素数式であるから実数式を二つ含む) から $\xi_1, \xi_2, \eta_1, \eta_2$ が消去されて、 $\Delta K/K_0$ と a_1 との関係が得られる。

また、 q, L_r, a_2 が不変の条件のもとで、 $w_0 = v_0 - ju_0$ が与えられたとき $\zeta_1 = \eta_1 - j\xi_1, \zeta_2 = \eta_2 - j\xi_2$ が上記の方程式(29)を満たすならば、 $w_0 = -v_0 - ju_0$ のとき $\zeta_1 = -\eta_1 - j\xi_1, \zeta_2 = -\eta_2 - j\xi_2$ が同じ方程式を満たす。このとき式

(37)の $\Delta K/K_0$ は符号が変わるだけである。したがって、 $\Delta K \geq 0$ の範囲だけ計算すれば、 $v_0 \rightarrow -v_0$ の置換によって $\Delta K < 0$ の範囲の a_1 の値が知られる。

図3は、このようにして計算されたところの、規格化波数と規格化発振閾値利得との関係を示す特性曲線の一例である。横軸は $(\Delta K/K_0)L_r$ 、縦軸は $a_1 L_r$ 、パラメータは L_r および縦モード次数 l である。特性曲線は $\Delta K = 0$ に関して対称であるから、 $\Delta K \geq 0$ の範囲のみを示した。この図では、 $a_0 = 1/3.59, a_2/q = 2.5, q = 10^{-4}$ と仮定している。

図3および a_0, a_2 の値を変えて計算して得られた一連の特性曲線から、次の事柄が明らかになった。

(a) $v_0 = 0$ のときにブラッグ波数 k_b で発振可能であり、 L_r が小さいならば、極めて優れた縦モード選択性をもっている。このときの発振閾値利得は、同じ長さのポンプ領域のファブリ・ペロー共振器形のレーザのそれと同程度である。ただし、このような特性を実現する条件として、 $|a_2|/q < 20$ を満たす程度以下の $|a_2|$ でなければならない。

(b) q の値は、 qL_r および a_2/q の形で特性曲線に影響を与える。

(c) L_r が大きいときには、ブラッグ波数で閾値利得が極大値をとるので、安定な発振は得られない。

以上のことから、ブラッグ波数において安定でかつ縦モード選択性が優れた発振を得るためには、 $|a_2|$ を小さくすること、 L_r を小さくして集中的にポンプすること、出力端面において周期構造の位相が $v_0 = 0$ を満たすことが必要である。出力端の劈開面が z 軸と垂直でなければならないことはもちろん重要な条件である。

横モードが変化したときには式(7), (8)の c_2^2 が離散的に変化するので、ブラッグ条件 $a = 1$ を満たすのは別の波数となる。横基本モードの安定な発振を得るためには、横高次モードに対して導波路損失 $|a_2|$ が大きくなるように媒質の組み合わせを選ぶか、あるいは、横高次モードに対して利得 $|a_1|$ が小さくなるような電極構造によって電流を注入することが必要である。

単一縦モードで低閾値の安定な発振を維持するためには、上述のように $v_0 = 0$ を満足する必要がある。この条件を満足するように実験的に劈開面を定めることは相当な困難を伴うと考えられるが、実際には、劈開面に薄いコーティングを施すことによってこの面の反射係数の位相調整を行うならば、実効的に $v_0 = 0$ を満たすことができる。

劈開面が不適当であるときには、図3に例示したように、閾値利得 a_1 は急激に上昇する。 $v_0 = \pm\pi/2$ に近づくと $l = \pm 1$ の2本の縦モードが発振することになる。この現象はこの構造のレーザにおいて往々にして観測されたところである。

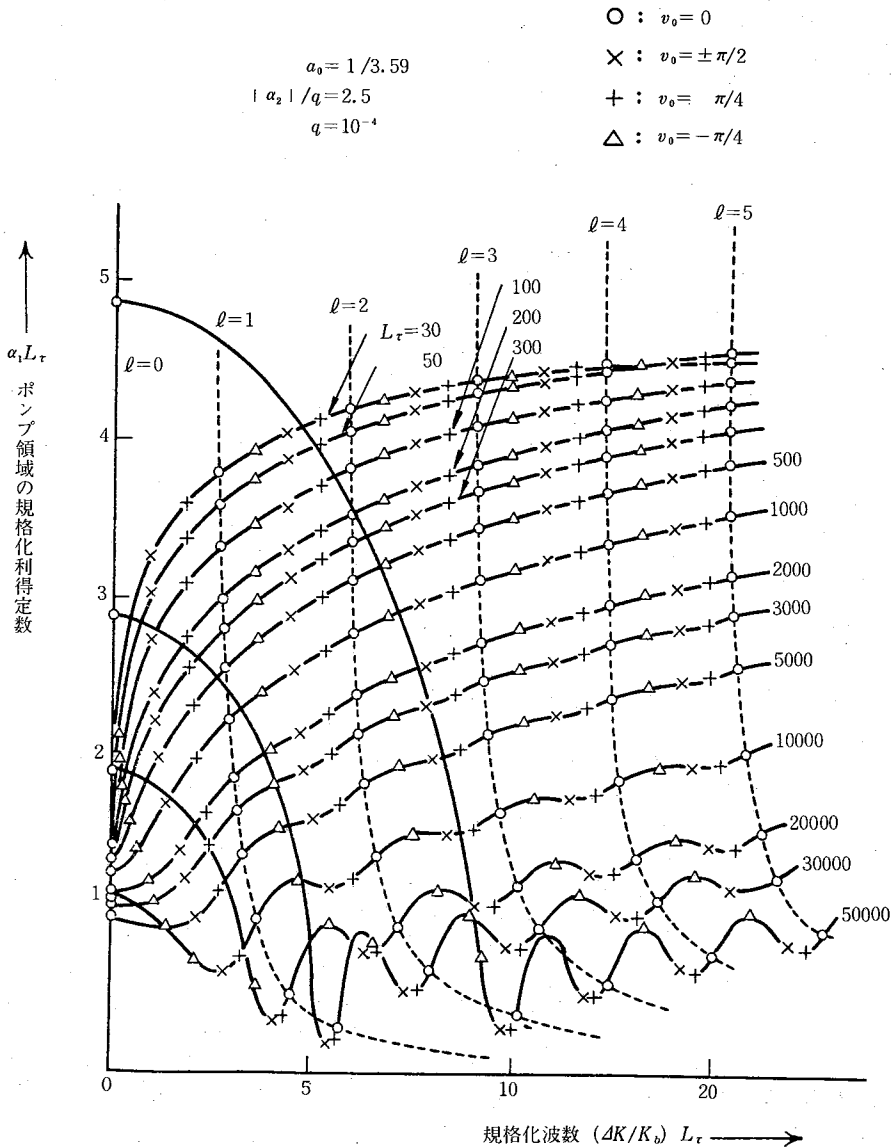


図3 規格化波数と規格化閾値利得の関係 (閾値特性の一例)
 ($a_0=1/3.59$, $|\alpha_2|/q=2.5$, $q=1 \times 10^{-4}$, $v_0=0$, $L_\tau=100\pi$.)

7. 電界強度分布

発振状態にあるDFB共振器中の電界強度分布は、正確には、利得の飽和現象を組み入れることによって計算できる性質のものである。しかし、飽和現象がゆるやかな場合には、飽和現象を無視した線形理論によって、近似的に、相対的な分布が求められる。本節では、この線形理論によって電界強度分布の概略を求めることにする。

式(29)を満足する ζ_1, ζ_2 は前節のように計算される。これらから θ_1, θ_2 を求め、式(18)によって、 θ_1 を用いた関

数 ϕ_{+1}, ϕ_{-1} を定め、 θ_2 を用いた関数 ϕ_{+2} を定める。これらの関数を式(27)に適用すると、定数 A, B, C, D の相対値が定まる。このとき各領域の波動関数 $\psi^{(i)}(\tau)$, $i=0, 1, 2$ ($i=0$ は出力領域を示す), は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \psi^{(0)}(\tau) &= D\phi_0(\tau), \\ \psi^{(1)}(\tau) &= A\phi_{+1}(\tau) + B\phi_{-1}(\tau), \\ \psi^{(2)}(\tau) &= C\phi_{+2}(\tau). \end{aligned} \tag{39}$$

$|\gamma_1|, |\gamma_2|$ が小さいことに着目し、 $\phi^{(1)}, \phi^{(2)}$ を見かけの進行波に分解してみる。 $+z$ 方向、あるいは、 $-z$ 方向に進行しているように見える波の複素振幅を、それぞれ、 $\psi^{(+i)}(\tau)$, あるいは、 $\psi^{(-i)}(\tau)$ と記すならば、次式が得られ

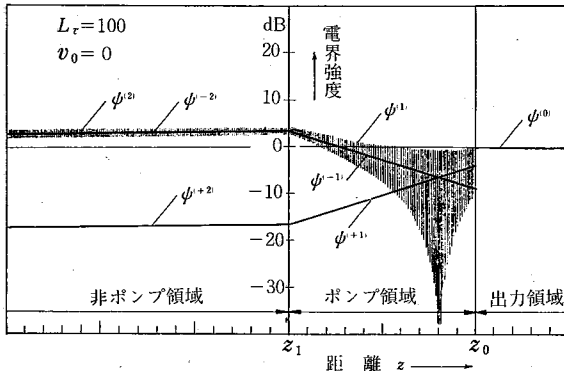


図4 共振器内の電界強度分布

($a_0=1/3.59, |a_2|/q=2.5, q=1 \times 10^{-4}, v_0=0, L_r=100\pi$)

る。

$$\begin{aligned} \psi^{(i)}(\tau) &= \psi^{(+i)}(\tau) + \psi^{(-i)}(\tau), \quad (i=1, 2), \\ \psi^{(\pm 1)}(\tau) &= e^{\mp j\tau} \{ A \exp(\gamma_1 \tau \pm j\theta_1) \\ &\quad + B \exp(-\gamma_1 \tau \mp j\theta_1) \}, \\ \psi^{(\pm 2)}(\tau) &= e^{\mp j\tau} C \exp(\gamma_2 \tau \pm j\theta_2), \end{aligned}$$

符号同順。

(40)

電界強度分布は $|\psi^{(i)}(\tau)|$ で近似的に表される。

図4は、ブラッグ周波数で安定な発振が起こるときの電界強度分布を示す。 $a_0, a_2/q, q$ の値は、図3に用いた値と同一であり、 $v_0=0, L_r=100\pi$ としている。図中の $\psi^{(+1)}, \psi^{(-1)}, \psi^{(1)}$ はそれぞれの波動関数の絶対値をデシベル表示したものである。最大振幅は非ポンプ領域とポンプ領域の境界に現れ、その値は出力端の振幅より僅か4dB大きいに過ぎない。したがって、飽和現象はポンプ領域全体にわたって大差ない状態で現れることになり、大きなレーザ出力が得られる。

図4と同様な計算を種々のパラメータ値について実行してみると、次の事柄が明らかとなった。

(a) ブラッグ波数で安定な発振が得られる場合には、最大振幅は $\tau=z_1$ で現れる。最大振幅と出力端振幅との差は $|a_2|$ とともに増大する。 L_r をこの値に固定した状態で v_0 を増大すると上記の振幅差は急激に増大する。このことは、 a_1 が増大する機構を説明するものである。

(b) 縦モード次数 l が増した状態では、前記の振幅差は著しく増大する(図4と同じ条件では、 $l=1$ のとき20dB、 $l=3$ のとき28dB)。また、 $\psi^{(1)}$ の包絡線は l 個の節点をもつ。

(c) L_r が増大してブラッグ波数で a_1 が極大となる状態では、ブラッグ波数において最大振幅は $\tau=z_0$ で現れる。ブラッグ波数から離れると a_1 は減少し発振可能となる。このとき振幅差は比較的少ない(図3と同じ条件で $v_0=\pi/2, l=1, L_r=10^4\pi$ としたとき7dB)。さらにブ

ラッグ波数から離れると、 $\psi^{(+1)}, \psi^{(-1)}, \psi^{(1)}$ は不規則な波打ちを示すようになる。このようなときには安定な発振は得られない。

図4の電界強度分布 $\psi^{(1)}, \psi^{(2)}$ は、図1に示したような漏減光の強度分布と定性的に一致する。

8. 結

以上述べたところをまとめてみると次の通りである。

(a) 導波路の構造が変数分離形で近似できる場合には、導波方向の座標に関しマシューの方程式が得られる。

(b) マシューの方程式の解の特性を保持した近似基本解を求めた。この方程式の解を進行波で近似することの危険性と、本文の基本解を用いることの有用性を明らかにした。

(c) 分布帰還形半導体レーザの閾値特性と電界強度分布を解析し、本文の理論によって実験的事実が説明されることを示した。

(d) 単一縦モード性の優れた特性を得るための必要条件を明らかにし、設計の指針を与えた。

本文中で述べた解析方法は、ブラッグ反射を用いた諸装置の解析に広く応用できると考えている。

諸賢の御参考となれば幸いです。

(1982年12月10日受理)

文 献

- 1) H. Kogelnik and C.V. Shank: "Stimulated Emission in a Periodic Structure", Appl. Phys. Lett., 18, No. 4, pp. 152~154, (1971).
- 2) H. Kogelnik and C.V. Shank: "Coupled-Wave Theory of Distributed Feedback Lasers", J. Appl. Phys., 43, No. 5, pp. 2327~2335 (1972).
- 3) M. Nakamura, K. Aiki, J. Umeda, A. Yariv, W. Yen and T. Morikawa: "GaAs-Ga_{1-x}Al_xAs Double-Heterostructure Distributed-Feedback Diode Lasers", Appl. Phys. Lett., 25, No. 9, pp. 487~489, (1974).
- 4) M. Nakamura and A. Yariv: "Analysis of the Threshold of Doubleheterojunction GaAs-GaAlAs Lasers with a Corrugated Interface", Opt. Comm., 11, No. 1, pp. 18~20- (1974).
- 5) 中村道治: 学位論文(東京大学理学系物理学), 1975年3月
- 6) F. M. Arscott: "Periodic Differential Equations", Pergamon Press, London, (1964)
- 7) 濱崎: "光回路—光回路の解析法について—", 昭和50年電気四学会連合大会, No.182
- 8) 濱崎, 村上: "DFB半導体レーザ用共振器の解析", 昭和55年度電子通信学会光・電波部門全国大会, No.208
- 9) 村上, 濱崎: "DFB半導体レーザ用共振器内電磁界分布", 昭和56年度電子通信学会総合全国大会, No.867
- 10) 村上: 修士論文(東京大学工学系電気工学), 1981年3月