
2

理論

2-0. INTRODUCTION

この章では、本稿で扱う TM モード非相反損失型アイソレータの現象論を述べる。非相反損失変化は Kerr 効果に由来し、さらに厳密に言えば、強磁性体における誘電率テンソルの非対角成分によるものである。本素子では、強磁性材料として MnAs を用いている。よって、まず MnAs の磁気光学効果（誘電率テンソルの各成分）を論じ、その後、本アイソレータの理論計算へ移る。

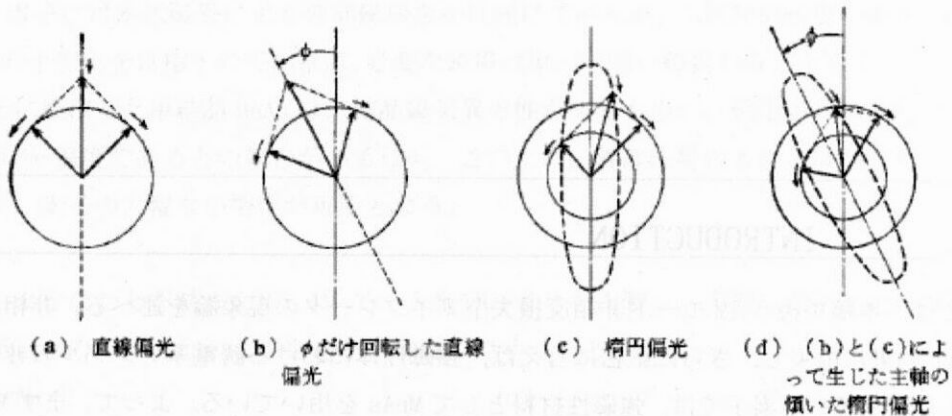
2-1. 磁気光学効果とは

光と磁気は物質を介して結びついており、その相互作用を広い意味での磁気光学効果と呼ぶ。このような作用のうち、物質の磁氣的性質が偏光に及ぼす作用を狭い意味での磁気光学効果と呼ぶ。これは、磁性体中を光が通過するとき、または磁性体によって光が反射されるときに物質の磁化の存在によって新たな光学異方性が生じ、それによって現れる光学現象のことである。主に偏光面が回転する磁気旋光性と右円偏光と左円偏光の吸光度、あるいは反射度の違いにより生じる磁気円二色性の二つの性質がある。

ここでは旋光性や円二色性が左右円偏光に対する物質の応答の差に基づいて生じることを説明する。**Fig. 2-1**において、光は紙面に垂直に裏側に向かっているものとする。ここで、時計回りの電界ベクトルを右円偏光、反時計回りの電界ベクトルを左円偏光と定義する。直線偏光の電界ベクトルの軌跡は (a) のように、振幅と回転速度が等しい右円偏光と左円偏光との合成で表される。(a) の直線偏光が物質を透過したとき、もし透過後の光の左円偏光が (b) のように右円偏光よりも位相が進んでいたとするとこれらを合成した電界ベクトルの軌跡は、もとの直線偏光から傾いたものになる。この傾きの角が旋光角と呼ばれ、右円偏光と左円偏光の位相差の

半分に等しい。一方、(c)のように右円偏光と左円偏光のベクトルの振幅に差が生じたとき、それらの合成ベクトルの軌跡は楕円になる。このような性質を円（偏光）二色性（Circular Dichroism: CD）と呼ぶ。楕円偏光の楕円率は楕円の短軸と長軸の長さの比の逆正接（arctangent: \tan^{-1} ）であるが、この比が小さいときは長さの比としてもさしつかえない。以上は左右円偏光の位相と振幅の違いを別々に考えたのであるが、現実には両方が同時に生じるので、合成ベクトルは(d)のように主軸の傾いた楕円偏光になっている。

このように、旋光性や円二色性は右円偏光と左円偏光に対する物質の応答に違いがあるために生じる。左右円偏光に対する物質の応答の違いはマクロには誘電テンソルまたは伝導率テンソルの非対角成分から生じることが、マクスウェル方程式を用いて説明できる。なお、上述の話は磁気光学効果の場合だけでなく、光学活性一般で成り立つ話である。



旋光性と円二色性の起源

- (a) 直線偏光の電界ベクトルは右まわりと左まわりの2つの円偏光ベクトルに分解できる。
- (b) 物質を透過したとき右まわり成分が左まわり成分よりも位相が進んでいたとすると、合成したベクトルの軌跡は入射偏光から傾いた直線偏光となる。
- (c) 物質を透過したとき右まわり成分と左まわり成分の振幅に違いが生じると、合成したベクトルは楕円偏光になる。
- (d) 右まわり成分と左まわり成分の振幅と位相の両方に違いがあると主軸の傾いた楕円偏光になる。

Fig. 2-1 旋光性と円二色性の起源

物質の磁気光学効果を説明する上で、誘電テンソルがよく用いられる。その理由は主に以下の2つである。1つは、反射率やKerr回転は入射角や磁化の向きに依存する量で、物質固有のレスポンスを表す量ではないが、誘電テンソルは物質に固有の量であるからである。2つには物質中の電子構造または光学遷移のマトリックスなどに直接結びつけることができるのが誘電テンソルだからである。

連続媒体中の光の伝わり方はマクスウェルの方程式で記述される。このとき媒体の応答を与えるのが、誘電率 ϵ または伝導率 σ である。ここで、「磁性体中の伝搬であるので、透磁率が効いてくるのではないか」という疑問が生じる。しかし、光の振動数ほどの高周波になると巨視的な磁化はほとんど磁界に追従できなくなるため、透磁率を $\mu\mu_0$ としたときの比透磁率 μ は1として扱ってよい。およその見当としては、強磁性共鳴の振動数以上の振動数に対しては $\mu=1$ となる

(μ_0 は真空の透磁率でありSI単位系特有のものである。ここに、 $\mu_0=1.26\times 10^{-6}$ H/m)。誘電率は電束密度 D と電界 E の関係を与える量である。SI単位系を用いているので誘電率は $\epsilon\epsilon_0$ (ϵ_0 は真空の誘電率であり、 $\epsilon_0=8.85\times 10^{-12}$ F/mである)で与えられる。 ϵ は比誘電率と呼ばれる量でCGS系の誘電率に等しい。以下では、この比誘電率を用いて議論を進める。 D と E の間には、

$$\mathbf{D}=\tilde{\epsilon}\epsilon_0\mathbf{E} \quad (2.1)$$

なる関係が成り立つ。 D も E もベクトルなのでベクトルとベクトルの関係を与える量である $\tilde{\epsilon}$ は2階のテンソル量である。2階のテンソルというのは、2つの添字をつかって表される量で、(3, 3)行列と考えてさしつかえない。同様に伝導率 σ 電流密度 J と電界 E の関係を与える量なのでテンソルで表される。

$$\mathbf{J}=\tilde{\sigma}\mathbf{E} \quad (2.2)$$

このように比誘電率 $\tilde{\epsilon}$ も伝導率 $\tilde{\sigma}$ も9個のテンソル成分で記述できる。なお自明ではあるが、上述の J はこの変位電流を含んだ一般的な電流である。比誘電率テンソル $\tilde{\epsilon}$ は次式で表される。

$$\tilde{\epsilon}=\begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

$\tilde{\epsilon}$ の成分は一般に複素数なので、

$$\epsilon_{ij}=\epsilon'_{ij}+i\epsilon''_{ij} \quad (2.4)$$

のように表すことにする。一方、伝導率テンソル $\tilde{\sigma}$ は、

$$\tilde{\sigma}=\begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

で与えられる。 $\tilde{\sigma}$ の成分も一般に複素数であるから、

$$\sigma_{ij}=\sigma'_{ij}+i\sigma''_{ij} \quad (2.6)$$

で表す。文献では σ の単位としてCGS系の $[s^{-1}]$ が用いられることが多いが、SI系では単位は $[S/m]$ である。 $\tilde{\epsilon}$ の成分 ϵ_{ij} と $\tilde{\sigma}$ の成分 σ_{ij} の間には次の関係が成り立つ。

$$\epsilon_{ij}=\delta_{ij}+i\frac{\sigma_{ij}}{\omega\epsilon_0} \quad [SI], \quad \epsilon_{ij}=\delta_{ij}+i\frac{4\pi\sigma_{ij}}{\omega} \quad [CGS] \quad (2.7)$$

誘電率 $\tilde{\epsilon}$ と伝導率 $\tilde{\sigma}$ のいずれを用いて記述してもよいが、一般には金属を扱うときは $\tilde{\sigma}$ を、絶縁体であれば $\tilde{\epsilon}$ を用いるのが普通である。金属の場合 $\omega\rightarrow 0$ の極限すなわち直流において ϵ は自由電子の遮蔽効果のために発散してしまうが、 σ は有限の値に収束するので都合がよい。一方、絶縁体では $\omega\rightarrow 0$ で σ は0に近づくが ϵ は有限値に収束するので扱いやすい。

以下では簡単のため等方性の物質を考える。このとき、 $\tilde{\epsilon}$ は磁化がなければ次のように書き表すことができる。

$$\tilde{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{xx} \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

もし、Fig. 2-2に示すように磁化 \mathbf{M} の方向に z 軸をとると z 軸が異方軸となる一軸異方性が生じる。

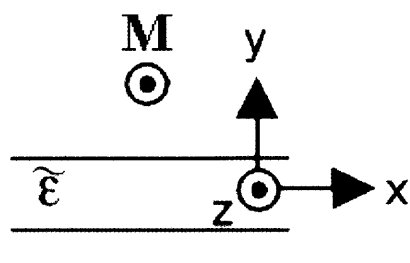


Fig. 2-2 z 方向に磁化された場合の物質の誘電率テンソル

$\tilde{\epsilon}$ は z 軸の周りの任意の回転に対して不変であるから、例えば、 90° の回転 C を施して、 $\tilde{\epsilon} = C^{-1} \tilde{\epsilon} C$ という関係が成立し、以下の誘電率テンソルが導かれる。

$$\tilde{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & 0 \\ -\epsilon_{xy} & \epsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

すなわち、 $\tilde{\epsilon}$ を表すには3つのパラメータでよいということになる。一般的に屈折・反射などに効くのは、対角成分 ϵ_{xx} であり、一方、光学活性に効くのは非対角成分 ϵ_{xy} である。磁気光学効果

の原因となる右円偏光と左円偏光に対する媒体の応答の差をもたらすのは、これら非対角成分である。

さて、磁気光学効果において $\tilde{\epsilon}$ の各成分は \mathbf{M} の関数であるから、 $\tilde{\epsilon}$ は次式のように表せる。

$$\tilde{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx}(\mathbf{M}) & \epsilon_{xy}(\mathbf{M}) & 0 \\ -\epsilon_{xy}(\mathbf{M}) & \epsilon_{xx}(\mathbf{M}) & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz}(\mathbf{M}) \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

ここで $\epsilon_{ij}(\mathbf{M})$ を \mathbf{M} でべき級数展開し、Onsagerの式により変形を行うと、対角成分は \mathbf{M} の偶数次のみ、非対角成分は \mathbf{M} の奇数次のみで展開できる。以下のような形になる。

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx}(\mathbf{M}) &= \varepsilon_{xx}^{(0)} + \sum_n \varepsilon_{xx}^{(2n)} \frac{M^{2n}}{(2n)!} \\
\varepsilon_{xy}(\mathbf{M}) &= \sum_n \varepsilon_{xy}^{(2n+1)} \frac{M^{2n+1}}{(2n+1)!} \\
\varepsilon_{zz}(\mathbf{M}) &= \varepsilon_{zz}^{(0)} + \sum_n \varepsilon_{zz}^{(2n)} \frac{M^{2n}}{(2n)!}
\end{aligned} \tag{2.11}$$

ここで、 $\varepsilon_{xy}(\mathbf{M})$ がFaraday効果やKerr効果をもたらし、 $\varepsilon_{xx}(\mathbf{M})$ と $\varepsilon_{zz}(\mathbf{M})$ の差が磁気複屈折 (Cotton-Mouton効果)の原因となる。z方向に進む光についての複素屈折率Nの固有値は、

$$N_{\pm}^2 = \varepsilon_{xx} \pm i\varepsilon_{xy} \tag{2.12}$$

のように表される。正負の符号は、それぞれ右回りおよび左回りの円偏光に対応している。もし、誘電率テンソルの非対角成分がなければ、式(2.12)は、左右円偏光に対して同じ光学定数を与え、従って磁気光学効果は起きない。ファラデー回転角を実数部とし、ファラデー楕円率を虚数部とする複素ファラデー回転 Φ_F は誘電率テンソルの要素を用いて、

$$\Phi_F = -\frac{\pi\Delta N}{\lambda} = -\frac{i\pi l}{\lambda} \frac{\varepsilon_{xy}}{\sqrt{\varepsilon_{xx}}} \tag{2.13}$$

のように書くことができる。式(2.13)からわかるように、磁気光学効果は媒体の誘電率の非対角成分だけでなく、対角成分にも関係していることがわかる。従って、多層化などによって実効的に誘電率を変えることができれば、磁気光学効果を大きく変化することができる。磁気光学効果をもたらす誘電率テンソルの非対角成分は、量子力学によれば以下の式のように物質の電子構造に結びつけられる。

$$\varepsilon_{xy} = -\frac{iNe^2}{2m\varepsilon_0} \sum_{n < m} (\rho_n - \rho_m) \frac{\omega_{nm}[(f_+)_{mn} - (f_-)_{mn}]}{\omega[\omega_{nm}^2 - (\omega + i\gamma)]} \tag{2.14}$$

ここに、 $(f_+)_{mn}$ および $(f_-)_{mn}$ はそれぞれ右回り円偏光および左回り円偏光に対する基底状態 $|n\rangle$ と励起状態 $|m\rangle$ の間の電気双極子遷移の振動子強度を表している。 ρ_m, ρ_n はそれぞれ状態 $|n\rangle$ と状態 $|m\rangle$ の分布(占有確率)である。また ω_{nm} は両状態のエネルギー差である。磁化の存在のもとでは、ゼーマン項によって基底状態、励起状態のスピンスplitが生じるが、電気分極の起源として電気双極子を考える限り、これだけでは磁気光学効果に結びつかない。スピンスplit相互作用が存在すると、スピンスplitが軌道のsplitに結びつき、左右円偏光に対する遷移の差が生じる。このときの誘電率テンソルの非対角成分の虚数部のピーク値は

$$\varepsilon_{xy}'' \Big|_{peak} = \frac{Ne^2 f \Delta_{SO}}{4m\varepsilon_0 \omega \gamma^2} \tag{2.15}$$

で表され、振動子強度 f が高く、スピンスplit相互作用 Δ_{SO} が大きいとき、磁気光学効果が大きな値をとるということがわかる。

2-2. MnAs における誘電率テンソル

前節では、磁気光学の面から物質の誘電率テンソルについて論じてきた。本研究におけるアイソレータは強磁性金属の誘電率テンソルが非常に重要なパラメータとなってくる。詳しい内容は2-3節に譲るが、簡単に述べると、強磁性金属における誘電率テンソルの対角成分が、アイソレータの主な損失源となっており（この分をSOAにより補償する必要がある）、テンソルの非多角成分はアイソレーション比に利いてくる。この節では、以降のアイソレータ設計・作製の指標とするために、本研究で用いた単結晶MnAsの誘電率テンソルを実際に測定し、議論を行う。

■ MnAs 誘電率テンソルの対角成分

まず初めに、MnAs誘電率テンソルの対角成分について論じる。なお、今回用いたMnAsは完全等方性とし、対角成分の値は全て一様に $\varepsilon=(n+i\kappa)^2$ と表されるとした。ここで、 n は屈折率、 κ は吸収係数であり、この κ が本アイソレータにて損失の主な原因となる。 κ はMnAs薄膜における光の透過強度を測定することから、また、 n はそれに加えて、光の反射強度を測定することにより、求めることができる。以下、その理論およびMnAsについての実験結果を記述する。

例えば、角振動数 ω の光が屈折率 n_I の媒質から複素屈折率 $n_{II}^*=n_{II}+i\kappa_{II}$ の物質に入射したと考える。入射角を θ_I 、屈折角を θ_{II} とする。両媒質とも等方的な場合について垂直入射の場合の反射率を考える。以下、電場ベクトルと磁場ベクトルがそれぞれ x, y 軸の方向になるように座標系を取る。媒質IIを減衰しながら進む電磁波の表現媒質II中では光は z の負方向に減衰しながら進んでいくので、波数ベクトルは、

$$\mathbf{k}_I = \frac{n_{II}^* \omega}{c} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

と、複素数のベクトルとなる。

$$\begin{cases} \mathbf{E}_I = \text{Re}[\tilde{\mathbf{E}}_I e^{i(k_I r - \omega t)}] \\ \mathbf{B}_I = \text{Re}[\tilde{\mathbf{B}}_I e^{i(k_I r - \omega t)}] \end{cases} \quad (2.17)$$

これをファラデーの電磁誘導の式に代入して、さらに式(2.16)を用いると、

$$\tilde{\mathbf{E}}_I = \tilde{E}_I \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \tilde{\mathbf{B}}_I = \frac{n_{II}^* \tilde{E}_I}{c} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

が導かれる。境界条件としては、垂直入射の場合を考えているので、 \mathbf{E} も \mathbf{B} も界面と平行であり、界面において連続でなくてはならない。 \mathbf{E} が連続であることから、

$$\tilde{\mathbf{E}}_i + \tilde{\mathbf{E}}_r = \tilde{\mathbf{E}}_t \quad (2.19)$$

一方、 \mathbf{B} が連続であることから、

$$\tilde{\mathbf{B}}_i + \tilde{\mathbf{B}}_r = \tilde{\mathbf{B}}_t \quad (2.20)$$

ここで、入射波と反射波の $\tilde{\mathbf{E}}, \tilde{\mathbf{B}}$ の具体的な表現は、各々以下の式で示される。

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}}_i &= \tilde{E}_i \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \tilde{\mathbf{B}}_i = \frac{n_1 \tilde{E}_i}{c} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \\ \tilde{\mathbf{E}}_r &= \tilde{E}_r \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \tilde{\mathbf{B}}_r = \frac{n_1 \tilde{E}_r}{c} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.21)$$

式(2.18)-(2.21)より、 $\tilde{\mathbf{E}}_t$ を消去して、

$$\tilde{\mathbf{E}}_r = \frac{n_{\parallel}^* - n_1}{n_{\parallel}^* + n_1} \tilde{\mathbf{E}}_i \quad (2.22)$$

よって垂直入射の場合の反射率は

$$R = \left| \frac{n_{\parallel}^* - n_1}{n_{\parallel}^* + n_1} \right|^2 = \frac{(n_{\parallel} - n_1)^2 + \kappa_{\parallel}^2}{(n_{\parallel} + n_1)^2 + \kappa_{\parallel}^2} \quad (2.23)$$

また、透過率は吸収係数 κ を用いることで、以下の式で表されることが自明である。

$$T = \left| \frac{I_z}{I_0} \right| = \frac{I_0 e^{-\kappa z}}{I_0} = e^{-\kappa z} \quad (2.24)$$

これより、サンプルの反射率・透過率を測定し、式(2.23)および(2.24)を使用することで、屈折率 n ・吸収係数 κ を知ることができる。つまり、誘電率テンソルの対角成分である $(n + \kappa i)^2$ を求めることができる。

本研究では、実際にMnAsの誘電率テンソル対角成分を測定したので、以下にその詳細を示す。MBEによりGaAs[001]基板の上にMnAsをそれぞれ20nm, 50nm堆積したサンプルを2つ用意した(MnAsの堆積方法はChapter 3にその詳細を記載したので、そちらの方を参照されたし)。次に各サンプルともに裏面研磨(鏡面研磨)を行い、GaAsの膜厚を200umとした。この状態で、2つのサンプルそれぞれについて光の反射・透過測定を行った(Fig. 2-3)。透過測定ではGaAs薄膜分を差し引く必要性から、2つのサンプルの透過光強度の差分 $T_S = T_{50nm} / T_{20nm}$ をとり、30nmのMnAsに対する透過とみなした。この結果 T_S に対して、式(2.24)で $z = 30 \times 10^{-9}$ とすることで吸収係数 κ を求

めた。逆に反射測定では、いずれのサンプルでも観測される反射光の大部分はMnAs薄膜からのものなので、結果はほとんど変化がない。こうして得られた反射率および先ほどの κ を式(2.23)に代入することで、屈折率 n が求まる。本実験で用いたMnAs薄膜の吸収係数 κ 、屈折率 n の波長依存性をFig. 2-4に示す。これによりアイソレータ動作波長1550nm帯では、MnAsの誘電率テンソル対角成分は $\epsilon = (2.8 + 4i)^2 = -8 + 22i$ であった。

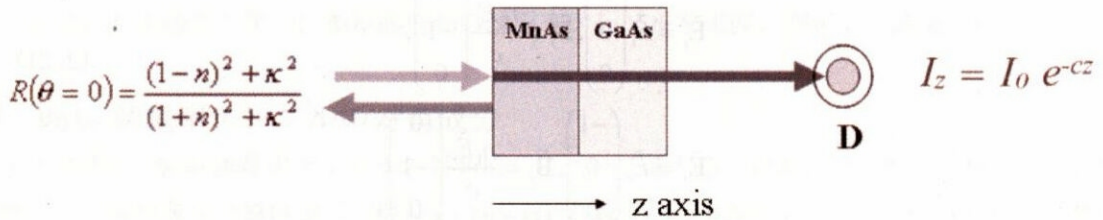


Fig. 2-3 MnAs の誘電率テンソル対角成分測定系。反射強度、透過強度を調べることで、屈折率および吸収係数を測定する。このとき、MnAs 膜厚は 20nm と 50nm を用意した。なお GaAs の膜厚はどちらも 200um になるよう裏面研磨した。

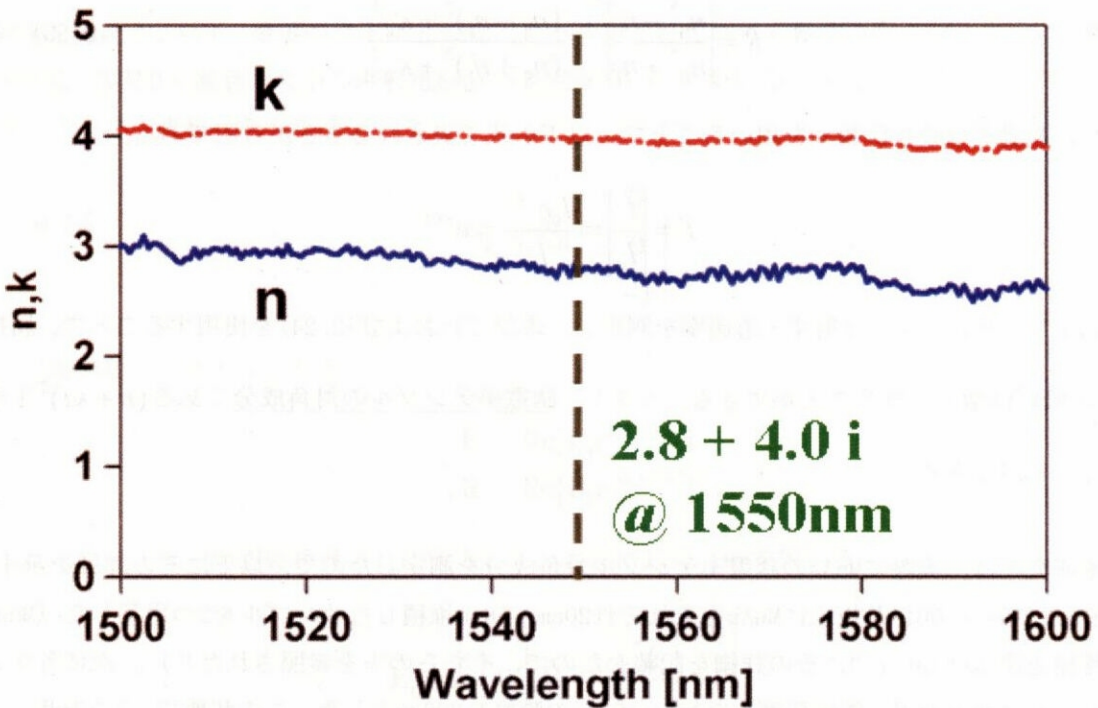


Fig. 2-4 本研究にて使用した MnAs 薄膜の屈折率および吸収係数 (1500-1600nm)。これにより誘電率テンソルの対角成分は $-8+22i$ と見積もられた。

■ MnAs 誘電率テンソルの非対角成分

次に、MnAs誘電率テンソルの非対角成分について論じる。この成分は、通常の物質では0であるが、MnAsのような強磁性体の場合は $\neq 0$ となる。非対角成分は、Faraday（もしくはKerr）回転角および楕円率と密接に関係している。詳しいことは次節で述べるが、この部分の値が0ではないがために、本アイソレータのキーポイントにもなっている非相反損失変化（前進波、後退波の損失が異なる）という現象が生じる。Faraday（もしくはKerr）回転角および楕円率は光学遅延変調という方法を用いて測定することができ[21-24]、以下にその詳細を述べる。

Fig. 2-5に今回用いた実験系を示す。この図において、PとAは直線偏光子、PEMは光弾性変調器、Dは光検出器である。ピエゾ光学変調器は、等方性の透明物質(石英, CaF₂ など)に水晶のピエゾ(圧電)振動子を貼付けたものである。ピエゾ振動子に角周波数 p [rad/s]の高周波電界を加えると、音響振動の定在波ができて透明物質に角周波数 p [rad/s]で振動する一軸異方性が生じ、それに伴い複屈折が現れる。その結果、光学遅延量 $\delta = \Delta n l / \lambda$ が p [rad/s]で変調される。すなわち、 $\delta = \delta_0 \sin pt$ となる。さて、Fig. 2-5の測定系原理をまず定性的に説明する。Fig. 2-6は光弾性変調器(PEM)によって生じる光学的遅延 δ の時間変化を表す。この図において δ の振幅 δ_0 は $\pi/2$ であると仮定すると δ の正負のピークは円偏光に対応する。試料Sが旋光性も円二色性ももたないとする、電界ベクトルの軌跡は(b)に示すように1周期の間にLP-RCP-LP-LCP-LPという順に変化する。(ここに、LPは直線偏光、RCPは右円偏光、LCPは左円偏光を表す。)検光子の透過方向の射影は(c)に示すように時間に対して一定値をとる。旋光性があるとベクトル軌跡は(d)のようになり、その射影は(e)に示すごとく角周波数 $2p$ [rad/s]で振動する。一方、円二色性があるとRCPとLCPとのベクトルの長さに差が生じ、射影(g)には角周波数 p [rad/s]の成分が現れる。以上から、検光子を透過した光の出力の角周波数 p [rad/s]の成分を測定すれば円二色性が、 $2p$ [rad/s]成分を測定すれば、旋光性が求められることになる。

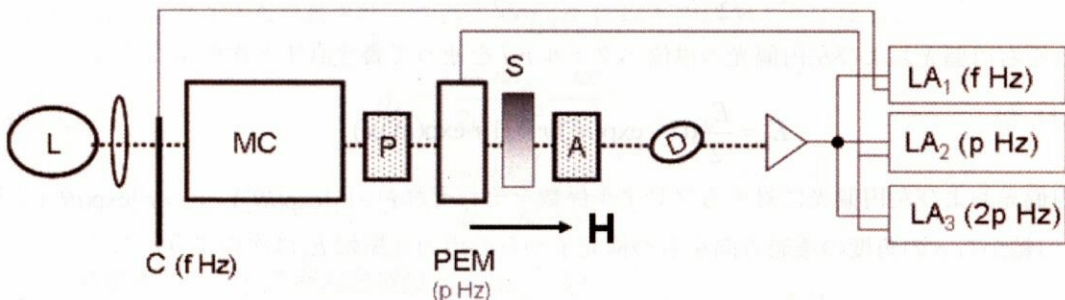


Fig. 2-5 光学遅延変調法によるファラデー回転角および楕円率の測定。外部磁場（10kG）を掛けながら透過光強度の p 成分・ $2p$ 成分を見ることで、回転角・楕円率を求めることができる。

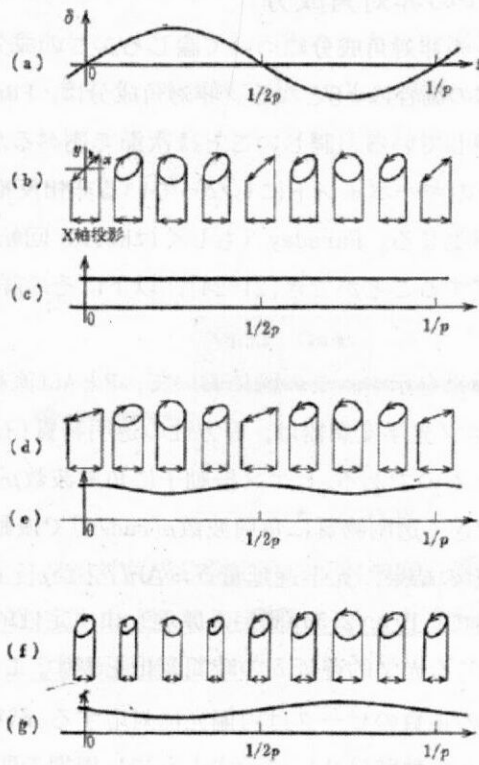


Fig. 2-6 光学遅延変調法により回転角と楕円率が測定できることの概念図

今度は、この方法の原理を数式を用いて説明する。偏光子Pがx軸と45度の角度をなす場合には、Pを通った光の電界 E_1 および、ピエゾ光学変調器を通ったことで δ の遅延がある光の電界 E_2 は、それぞれ以下のように示すことができる。

$$E_1 = \frac{E_0}{\sqrt{2}}(i + j), \quad E_2 = \frac{E_0}{\sqrt{2}}(i + \exp(i\delta)j) \quad (2.25)$$

これを右円偏光および左円偏光の単位ベクトル r, l を使って書き直すと次のようになる。

$$E_2 = \frac{E_0}{2}((1 - \exp(i\delta))r + (1 + \exp(i\delta))l) \quad (2.26)$$

右円偏光および左円偏光に対するフレネル係数をそれぞれ $r_+ = |r_+| \exp(i\theta^+)$, $r_- = |r_-| \exp(i\theta^-)$ とすると、x軸から ϕ の角度の透過方向をもつ検光子からの出力光振幅 E_3 は次のようになる。

$$E_3 = \frac{E_0}{2\sqrt{2}}(r^+(1 - i\exp(i\delta))\exp(i\phi) + r^-(1 + \exp(i\delta))\exp(i\phi)) \quad (2.27)$$

光の強度 I は、 $|E_3|^2$ に比例するので、

$$I \approx \frac{E_0^2}{2} (R + \Delta R \sin \delta + R \sin(\Delta\theta + 2\phi) \cos \delta) \quad (2.28)$$

となる。ここに、 $R, \Delta R$ および θ は

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{2} (|r_+|^2 + |r_-|^2) \\ \Delta R &= |r_+|^2 - |r_-|^2 \\ \Delta\theta &= \theta_+ - \theta_- \end{aligned} \quad (2.29)$$

である。磁気光学効果のパラメータは

$$\theta_K = -\frac{\Delta\theta}{2}, \quad \eta_K = \frac{\Delta R}{4R} \quad (2.30)$$

なので、式(2.28)は次のようになる。

$$I = \frac{E_0^2 R}{2} (1 + 2\eta_K \sin \delta + \sin(2\phi - 2\theta_K) \cos \delta) \quad (2.31)$$

検光子の透過方向を x 軸と合致させ ($\phi = 0$)、さらに、 θ_K が小さいとして、ベッセル関数による展開式を用いると、光検出器の出力 I_D は

$$I_D \approx I(0) + I(p) \sin pt + I(2p) \cos 2pt \quad (2.32)$$

となる。ここに $I(0)$ 、 $I(p)$ 、 $I(2p)$ は、それぞれ、出力の直流成分、 p [rad/s] 成分、 $2p$ [rad/s] 成分を表し、

$$\begin{aligned} I(0) &= \frac{I_0}{2} (1 - 2\theta_K J_0(\delta_0)) \\ I(p) &= 2I_0 \eta_K J_1(\delta_0) \\ I(2p) &= -2I_0 \theta_K J_2(\delta_0) \end{aligned} \quad (2.33)$$

と書けるので、 p [rad/s] 成分と直流成分の比 $I(p)/I(0)$ から楕円率 η_K が、 $2p$ [rad/s] 成分と直流成分の比 $I(2p)/I(0)$ から回転角 θ_K が求められる。なお、カー効果のみではなく、ファラデー効果の場合も同様の議論から、同じ結果が導かれ、 η_F, θ_F を求めることができる。ここで、 $\Phi_F = \theta_F + i\eta_F$ は(2.13)式で表され、これより η_F, θ_F は以下の式のようになる。

$$\begin{aligned} \eta_F &= -\frac{\omega}{2c} \frac{n\varepsilon_{xy}' + \kappa\varepsilon_{xy}''}{n^2 + \kappa^2} \\ \theta_F &= -\frac{\omega}{2c} \frac{\kappa\varepsilon_{xy}' - n\varepsilon_{xy}''}{n^2 + \kappa^2} \end{aligned} \quad (2.34)$$

よって、誘電率テンソルの非対角成分 $\varepsilon_{xy}' + i\varepsilon_{xy}''$ は

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xy}' &= -\frac{2c}{\omega\zeta} (m\eta_F + \kappa\theta_F) \\ \varepsilon_{xy}'' &= -\frac{2c}{\omega\zeta} (\kappa\eta_F - n\theta_F) \end{aligned} \quad (2.35)$$

ここで、 ζ は光が透過したサンプルの厚さである。

この光学遅延変調法を用いて、実際にMnAsの誘電率テンソル非対角成分を測定したので、以下にその詳細を示す。先ほどと同様に、MBEによりGaAs[001]基板の上にMnAsをそれぞれ20nm、50nm堆積したサンプルを2つ用意した。次に各サンプルともに裏面研磨（鏡面研磨）を行い、GaAsの膜厚を200 μ mとした。この状態で、2つのサンプルそれぞれについて面直方向に外部磁場10kGを掛けながら光の透過測定を行った。MnAs薄膜において面直方向は磁化困難軸であるが、10kGあればほとんど一方向磁化していると考えてよい。透過測定ではGaAs薄膜の回転分を無視できないので、2つのサンプルの回転角の差分をとり、30nm分のMnAsのFaraday回転および楕円率とした。この結果をFig. 2-7に示す。この結果およびFig. 2-4から、式(2.35)で $\zeta=30\times 10^{-9}$ とすることで誘電率テンソル非対角成分の実部 ϵ_{xy}' 、虚部 ϵ_{xy}'' を求めた。本実験で用いたMnAs薄膜の誘電率テンソル非対角成分の波長依存性をFig. 2-8に示す。これによりアイソレータ動作波長1550nm帯では、MnAsの誘電率テンソル非対角成分 $\epsilon_{xy} = -1.62 + 0.27i$ であった。

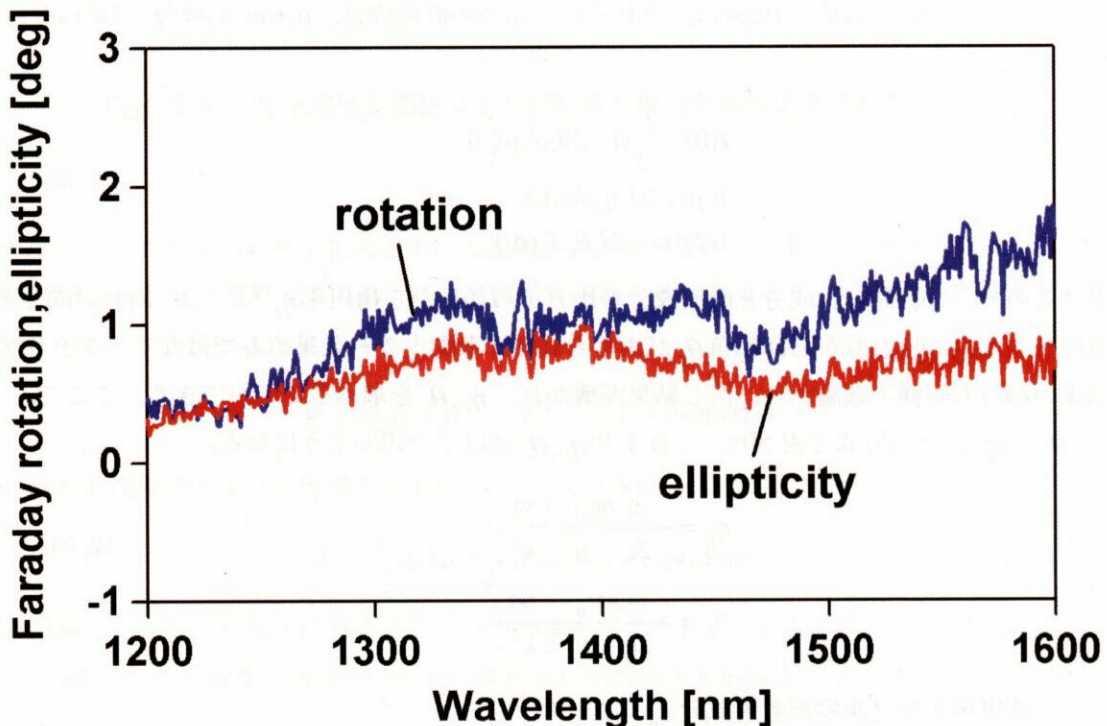


Fig. 2-7 本研究にて使用したMnAsのファラデー回転角および楕円率（1200-1600nm）。2つのサンプルの差から求めているので、この回転角および楕円率はMnAsおよそ30nm分にあたる。

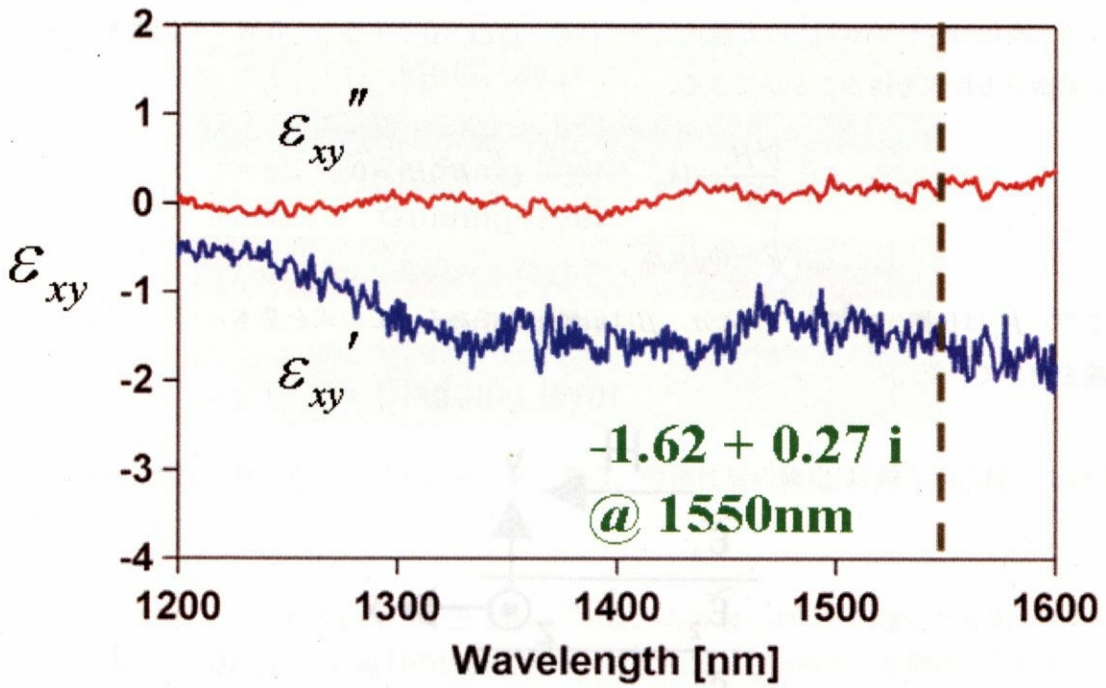


Fig. 2-8 本研究にて使用したMnAsの誘電率テンソル非対角成分 (1200-1600nm)。Fig. 2-4と2-7から計算にて求めた。

2-3. 本アイソレータにおける理論計算

前節では、本研究で使用した MnAs の誘電率テンソルを求めてきた。ここからは、研究のメインテーマである TM モードアイソレータにおける理論計算を論じることとする（以下[25]を参考にしながら計算を行う）。まず Fig. 2-9 のように x 軸方向に外部磁場のかかったスラブ型構造を考える。このとき、各層における誘電率テンソルは、式(2.9)に示したように計算でき、

$$\tilde{\epsilon}_n = \begin{pmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y & j\alpha \\ 0 & -j\alpha & \epsilon_z \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

となる。式(2.36)を Maxwell の方程式に当てはめ、 $\partial/\partial x=0$ とすると、各層での伝搬光 (x 成分) の 2 階微分方程式を得ることができる。

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + \left(k_0^2 \frac{\epsilon_y \epsilon_z - \alpha^2}{\epsilon_y} - \frac{\epsilon_z}{\epsilon_y} \beta^2 \right) H_x = 0 \quad (2.37)$$

$$k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$$

ここで、 H_x は伝搬光の磁界の x 成分、 β は伝搬定数である。この式を基本として、これからの議論を進めていく。

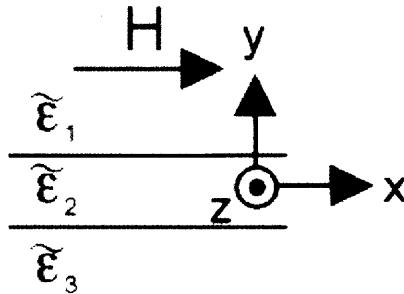


Fig. 2-9 x 方向に外部磁場のかかったスラブ型構造

さて、本アイソレータ構造を Fig. 2-10 に示す。ここで、各層は完全等方性であるとし、式(2.36)において $\epsilon_n = \epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z$ であるとする。(n は Fig. 2-10 において n 番目の層を表す。) すると、各層において(2.36)は以下ようになる。

(i) $n \neq 6$ のとき

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + (k_0^2 \epsilon_n - \beta^2) H_x = 0 \quad (2.38)$$

$$E_z = \frac{j}{\omega \epsilon_0 \epsilon_n} \frac{\partial H_x}{\partial y}$$

(ii) $n=6$ のとき

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + [k_0^2(\epsilon_n - \frac{\alpha^2}{\epsilon_n}) - \beta^2] H_x = 0 \quad (2.39)$$

$$E_z = \frac{j\epsilon_n}{\omega\epsilon_0(\epsilon_n^2 - \alpha^2)} \left(\frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\alpha\beta}{\epsilon_n} H_x \right)$$

なお、 E_z は伝搬光の電界の z 成分である。

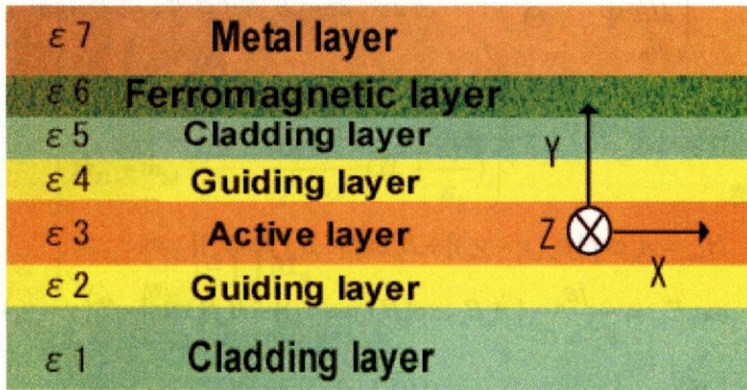


Fig. 2-10 理論計算で用いたアイソレータの構造。強磁性層の磁化は x 軸方向に揃っているとした。

(i) (ii)に関して、それぞれ(2.38)(2.39)の一般解から各層における伝達行列を求めていく。 n 層目の H_x, E_z を H_{xn}, E_{zn} 、 n 層目の底面座標を y_n とすると、(2.38)の一般解は以下のように書くことができる。

(i) $n \neq 6$ のとき

$$H_{xn} = A_n \exp[\beta_n(y - y_n)] + B_n \exp[-\beta_n(y - y_n)] \quad (2.40)$$

$$\omega\epsilon_0\epsilon_n E_{zn} = jA_n\beta_n \exp[\beta_n(y - y_n)] - jB_n\beta_n \exp[-\beta_n(y - y_n)]$$

ここで、 $\beta_n = \sqrt{\beta^2 - k_0^2\epsilon_n}$ である。式(2.40)に $y = y_n$ を代入することで A_n, B_n を求めると、

$$A_n = \frac{1}{2} H_{xn}(y_n) + \frac{\omega\epsilon_0\epsilon_n}{2j\beta_n} E_{zn}(y_n) \quad (2.41)$$

$$B_n = \frac{1}{2} H_{xn}(y_n) - \frac{\omega\epsilon_0\epsilon_n}{2j\beta_n} E_{zn}(y_n)$$

式(2.41)を式(2.40)に代入することで、 H_{xn}, E_{zn} の関連づけが成され、各層における伝達行列を求めることができる。具体的には以下のようになる。

$$\begin{pmatrix} H_{zn}(y) \\ \omega\varepsilon_0 E_{zn}(y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathcal{G} & \frac{\varepsilon_n}{j\beta_n}\varphi \\ \frac{j\beta_n}{\varepsilon_n}\varphi & \mathcal{G} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_{zn}(y_n) \\ \omega\varepsilon_0 E_{zn}(y_n) \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{G} = \cosh[\beta_n(y - y_n)]$$

$$\varphi = \sinh[\beta_n(y - y_n)]$$
(2.42)

これより $n \neq 6$ における n 層目の伝達行列 \mathbf{M}_n は、

$$\mathbf{M}_n = \begin{pmatrix} \Theta & \frac{\varepsilon_n}{j\beta_n}\Psi \\ \frac{j\beta_n}{\varepsilon_n}\Psi & \Theta \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} \Theta &= \cosh[\beta_n(y_{n+1} - y_n)] \\ \Psi &= \sinh[\beta_n(y_{n+1} - y_n)] \end{aligned}$$
(2.43)

次に、(2.39)の一般解は以下のように書くことができる。

(ii) $n=6$ のとき

$$\begin{aligned} H_{zn} &= A_n \exp[\beta_n(y - y_n)] + B_n \exp[-\beta_n(y - y_n)] \\ \omega\varepsilon_0 E_{zn} &= \frac{j\varepsilon_n}{\varepsilon_n^2 - \alpha^2} [A_n \beta_n \exp[\beta_n(y - y_n)] - B_n \beta_n \exp[-\beta_n(y - y_n)]] \\ &\quad - \frac{\alpha\beta}{\varepsilon_n} A_n \exp[\beta_n(y - y_n)] - \frac{\alpha\beta}{\varepsilon_n} B_n \exp[-\beta_n(y - y_n)] \end{aligned}$$
(2.44)

式(2.44)に $y = y_n$ を代入することで A_n, B_n を求めると、

$$\begin{aligned} A_n &= \left(\frac{1}{2} + \frac{\alpha\beta}{2\beta_n\varepsilon_n} \right) H_{zn}(y_n) + \frac{\omega\varepsilon_0(\varepsilon_n^2 - \alpha^2)}{2j\beta_n\varepsilon_n} E_{zn}(y_n) \\ B_n &= \left(\frac{1}{2} - \frac{\alpha\beta}{2\beta_n\varepsilon_n} \right) H_{zn}(y_n) - \frac{\omega\varepsilon_0(\varepsilon_n^2 - \alpha^2)}{2j\beta_n\varepsilon_n} E_{zn}(y_n) \end{aligned}$$
(2.45)

式(2.45)を式(2.44)に代入することで、前述の場合と同じく H_{zn}, E_{zn} の関連づけが成され、各層における伝達行列を求めることができる。具体的には以下ようになる。

$$\begin{pmatrix} H_{zn}(y) \\ \omega\varepsilon_0 E_{zn}(y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathcal{G} + \frac{\alpha\beta}{\beta_n\varepsilon_n}\varphi & \frac{\varepsilon_n^2 - \alpha^2}{j\beta_n\varepsilon_n}\varphi \\ \frac{j}{\varepsilon_n^2 - \alpha^2} \left(\beta_n\varepsilon_n - \frac{(\alpha\beta)^2}{\beta_n\varepsilon_n} \right) \varphi & \mathcal{G} - \frac{\alpha\beta}{\beta_n\varepsilon_n}\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_{zn}(y_n) \\ \omega\varepsilon_0 E_{zn}(y_n) \end{pmatrix}$$
(2.46)

これより $n=6$ における n 層目の伝達行列 \mathbf{M}_n は、

$$\mathbf{M}_n = \begin{pmatrix} \Theta + \frac{\alpha\beta}{\beta_n\varepsilon_n}\Psi & \frac{\varepsilon_n^2 - \alpha^2}{j\beta_n\varepsilon_n}\Psi \\ \frac{j}{\varepsilon_n^2 - \alpha^2} \left(\beta_n\varepsilon_n - \frac{(\alpha\beta)^2}{\beta_n\varepsilon_n} \right) \Psi & \Theta - \frac{\alpha\beta}{\beta_n\varepsilon_n}\Psi \end{pmatrix}$$
(2.47)

各層における伝達行列が求まったので、**Fig. 2-10**における素子構造全体を考える。素子の最上層および最下層の（磁界 H_x ，電界 E_z ）は全ての層の伝達行列を掛け合わせたもので関係付けられる。つまり、

$$\begin{pmatrix} H_{x7}(y_7) \\ \omega \varepsilon_0 E_{z7}(y_7) \end{pmatrix} = \prod_{n=2}^6 \mathbf{M}_n \begin{pmatrix} H_{x1}(y_2) \\ \omega \varepsilon_0 E_{z1}(y_2) \end{pmatrix} \quad (2.48)$$

最上層および最下層の電磁波は完全減衰するとして、以下の式と近似する。

$$\begin{aligned} H_{x1}(y) &= \Gamma \exp[\beta_1(y - y_1)] \\ H_{x7}(y) &= \Lambda \exp[-\beta_7(y - y_7)] \end{aligned} \quad (2.49)$$

式(2.49)を式(2.48)に代入した後、左辺を $y \rightarrow \infty$ ，右辺を $y \rightarrow -\infty$ とする。ここで、 Γ, Λ について整理を行うと、最終的に以下の方程式が導かれる。

$$\begin{pmatrix} m_{11} + m_{12} \frac{j\beta_1}{\varepsilon_1} & -1 \\ m_{21} + m_{22} \frac{j\beta_1}{\varepsilon_1} & \frac{j\varepsilon_5}{\varepsilon_5^2 - \alpha^2} (\beta_5 + \frac{\alpha\beta}{\varepsilon_5}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Gamma \\ \Lambda \end{pmatrix} = \mathbf{R} \begin{pmatrix} \Gamma \\ \Lambda \end{pmatrix} = 0 \quad (2.50)$$

$$\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} = \prod_{n=2}^6 \mathbf{M}_n$$

Γ, Λ が自明でない解を持つには、(2.50)において

$$\det \mathbf{R} = 0 \quad (2.51)$$

という条件を満たせばよい。これより、(2.51)にて β の符号を変えれば、各々、前進波・後退波の伝搬定数すなわち伝搬損失を知ることができる。

以上のような議論から、実際に素子を作製する前に、得られるアイソレーション比をシミュレーションにより見積もった。**Fig. 2-11**にこのシミュレーションで使用した各層における物理定数を示す。当然、MnAs の物理定数は 2-2 節で得られたものを使う。詳細は Chapter 3 にて述べるが、実際の素子も各層これらに極めて近い値で作製を行う。この計算では、**Fig. 2-10**における Cladding layer が 2 層あるとしており（実際の素子もこのような構造にしている）、MnAs の膜厚をパラメータとしている。つまり、アイソレーション比の MnAs 膜厚依存性を求めている。MnAs の膜厚をパラメータとしたのは、それなりの理由がある。半導体コンタクト層 (**Fig. 2-10** でいえば第 5 層) 上に MBE によって単結晶で堆積できる MnAs 膜厚は、現状では数百 nm 以内である。よって、「十分な特性を得るためには、どれほどの MnAs を堆積する必要があるのか」という問題は非常に重要になってくるからである。

Fig. 2-12 に計算されたアイソレーションおよび前進波・後退波損失の MnAs 膜厚依存性を示す。これにより、MnAs の膜厚がおおよそ 200nm 以上で、素子の性能は飽和し、そのときのアイソレーション比はおおよそ 6.0dB/mm であることが分かった。また、前進波・後退波損失は、同じく MnAs の膜厚が 200nm 以上で飽和し、膜厚が薄いほど、吸収損失が大きくなる傾向にある。この理由は以下のように説明がつく。つまり、MnAs の膜厚が薄いほど、素子内部を進行する光（電

磁波)は, MnAs 以上に吸収係数の大きい金属電極 (ここでは Au 等) 部分に大きく漏れ出し, その影響を強く受けるからである。

n-th layer	n	ϵ_{xy}	d_n [nm]	PL [nm]
1	3.16	0	-	918
2	3.4	0	100	1100
3	3.53	0	150	1550
4	3.4	0	100	1100
5	3.16	0	150	918
6	3.36	0	250	1400
7	2.8+4i	-1.6+0.27i	0-300	-
8	0.5+10i	0	-	-

Fig. 2-11 本TMモードアイソレータのシミュレーションに用いたパラメータ。

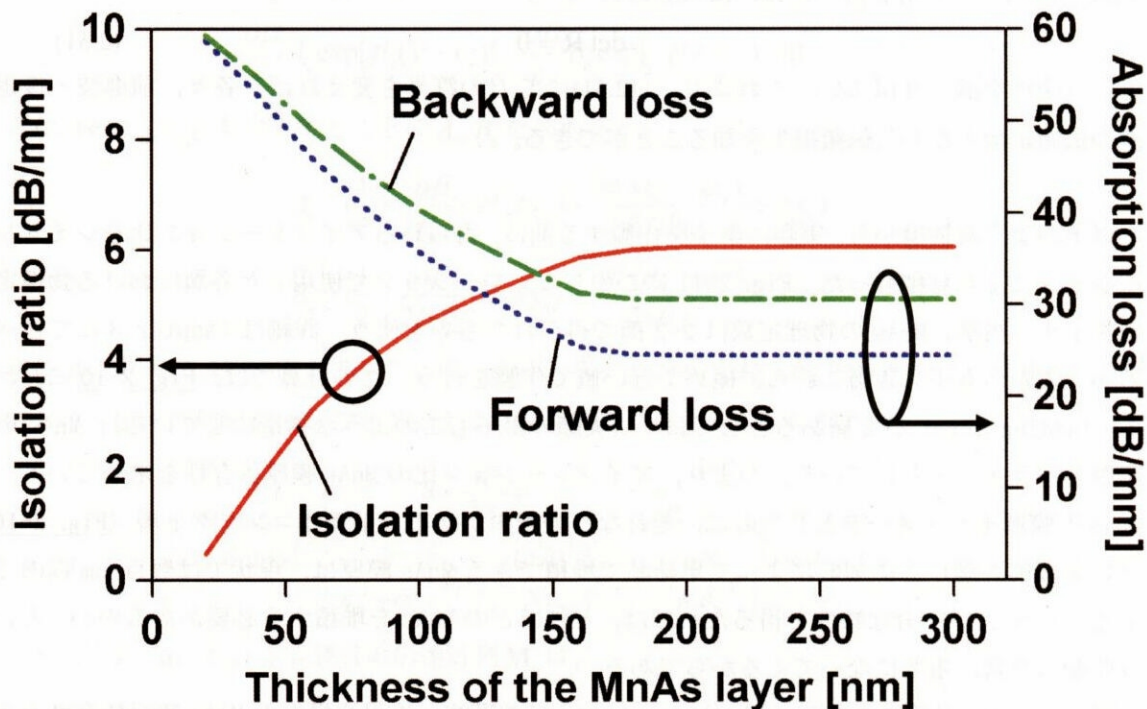


Fig. 2-12 本TMモードアイソレータのアイソレーションおよび前進波・後退波損失のMnAs膜厚依存性 (理論計算)。