

# ランダムな変形に対する単一偏波光ファイバの偏波特性

Transmission Characteristics of Polarization in the Single-Polarization Optical Fibre  
due to Random Mechanical Deformations

藤 井 陽 一\*・本 島 邦 明\*  
Yoichi FUJII and Kuniaki MOTOSHIMA

## 1. は じ め に

光通信, 光応用計測, 光センサへと, 単一偏波ファイバの応用範囲は, 急速に広がりつつある。単一偏波ファイバの特徴は, 第一に, ファイバの機械的な変形に対して, 偏波保持特性が良いということにある。現在までに, 各種の単一偏波ファイバが提案され, 製作されているが, これらを実際に応用しようとするときに生ずるランダムな機械的変形があるときのファイバの伝送特性については, まだ十分な解析がなされていないようである。以下に, この問題を, 簡単な統計的仮定をおくことにより解析した結果について報告する。

## 2. 機械的変形による一般的偏波結合係数

単一偏波ファイバには, だ円コア形, 張力形, ねじり偏波形等がある。ここでは, その代表として, だ円コア形のファイバについて考えよう。

図1のような断面構造のファイバを,  $x$  軸方向に曲率半径  $R$  で曲げ,  $z$  軸方向へ単位長さあたり  $\tau$  の割合でねじる場合を考える。

Ulrich<sup>1)</sup>等により求められているように, 光ファイバを機械的に曲げ, あるいはねじるとき, 機械的変形にと

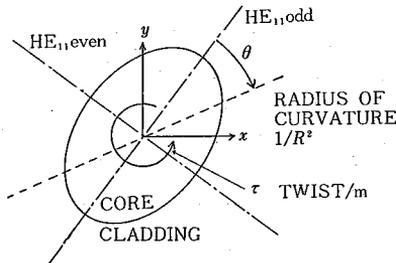


図1 複屈折ファイバの構造

光ファイバの長軸より  $\theta$  の角度をなす平面内で, 曲率半径  $R$  で曲げ,  $z$  軸方向に  $\tau$  rad/m の割合でねじったとする。

もなう弾性光学効果により, 偏波間の結合が生ずる。我々は, これを計算するために, これらの任意の変形に対する一般化された偏波間の結合係数をもとめた。その結果を式1のようにまとめた (計算根拠は別に発表の予定である)。Ulrich<sup>1)</sup>の結果と比較すると, ローカルノーマルモードを用いて, ねじりの項が付け加わっているところが異なる。

## 3. 曲げとねじれによる偏波結合係数

上の式をつかって計算した光ファイバの曲げの公式を用いて曲げによる結合係数を求めると次のようになる。

$$K_{11} = -\frac{1}{4}kn^3(\beta \cos^2 \theta + \alpha \sin^2 \theta)K^2r_0^2 \dots\dots(1)$$

$$K_{22} = -\frac{1}{4}kn^3(\beta \sin^2 \theta + \alpha \cos^2 \theta)K^2r_0^2 \dots\dots(2)$$

$$K_{12} = K_{21} = \frac{1}{8}kn^3(\beta - \alpha)K^2r_0^2 \dots\dots(3)$$

$$\alpha = \sigma p_{11} + (\sigma - 1)p_{12} \dots\dots(4)$$

$$\beta = 2\sigma p_{12} - p_{11} \dots\dots(5)$$

( $r_0$ : ファイバ半径,  $R=1/K$  = 曲げ半径,  $p_{11}$ ,  $p_{12}$ : 弾性光学定数,  $\sigma$ : Poisson 比)

ねじりについては, 応力による効果のみを考えて結合係数を計算すると, (ただし,  $\tau$  はねじり角 (rad/m),  $P_{44}$  は, ねじりによる弾性光学係数 ( $\approx -0.075$ ) である。),

$$K_{11} = K_{22} = 0 \dots\dots(6)$$

$$K_{12} = K_{21} = -(1 + \frac{1}{2}n^2P_{44})\tau i \dots\dots(7)$$

## 4. ランダムな変形に対する偏波特性の統計的解析

弾性変形, とくに曲げ, ねじりが混在する場合の電力結合方程式は次式になる。<sup>2)</sup>

$$\frac{dP_1}{dz} = h_{12}(P_2 - P_1) \dots\dots(8)$$

$$\frac{dP_2}{dz} = h_{21}(P_1 - P_2) \dots\dots(9)$$

\* 東京大学生産技術研究所 第3部

研 究 速 報  
 ここで、 $h_{12}$  には、ランダムな結合による電力結合係数で線形の結合係数  $K_{\mu\nu}$  の相関関数であたえられる。

$$h_{12} = h_{21} = \int_{-\infty}^{\infty} R_{12}(\tau) e^{i(\theta_1 - \theta_2)\tau} d\tau \dots\dots\dots (10)$$

ただし、

$$R_{\mu\nu} = \langle K_{\mu\nu}(\tau + l) K_{\mu\nu}(l) \rangle \dots\dots\dots (11)$$

考えるランダムな曲げ、ねじりによって変化する不規則変数は  $\sin 2\theta$ ,  $K^2$ ,  $\tau$  である。これら不規則変数が定常過程で、変化スペクトルが

$$\int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-i\theta\tau} d\tau = \frac{L}{1 + (\theta/\theta_0)^2} \dots\dots\dots (12)$$

ただし、

$$R(\tau) = \frac{L\theta_0}{2} e^{-|\tau|\theta_0} \dots\dots\dots (13)$$

のかたちで書けると仮定する。ここで  $R(\tau)$  は、結合係数  $K$  の、自己相関関数である。

上の場合について計算すると、

$$a = \frac{1}{8} k n^3 (\beta - \alpha) \tau_0^2 \dots\dots\dots (14)$$

$$b = -(1 + \frac{1}{2} n^2 P_{44}) \dots\dots\dots (15)$$

$$x = K^2 \dots\dots\dots (16)$$

とおくと、

$$\begin{aligned} R_{12}(t) &= \langle K_{12}(z) K_{12}^*(z-t) \rangle \\ &= \frac{1}{4} a^2 L_1 L_2 \theta_1 \theta_2 e^{-|\mu|(\theta_1 + \theta_2)} \\ &\quad + \frac{1}{2} b^2 L_3 \theta_3 e^{-|\mu|\theta_3} \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

$R(\tau)$  をフーリエ変換して、パワースペクトル  $\Gamma(\theta)$  を求めると、

$$\begin{aligned} |\Gamma(\theta)|^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} R_{12}(t) e^{-\theta_1 - \theta_2 t} dt \\ &= \frac{a^2}{2} \frac{L_1 L_2 \theta_1 \theta_2}{\theta_1 + \theta_2} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{\theta}{\theta_1 + \theta_2}\right)^2} \\ &\quad + \frac{b^2 L_3^2}{1 + \left(\frac{\theta}{\theta_3}\right)^2} \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

$\sin 2\theta$  については、( $\theta$  は  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ) で一様分布)  $R_1(0) = \frac{L_1 \theta_1}{2} = \langle \sin^2 2\theta \rangle = 1/2$ ,  $L_2 \theta_2 = 2\langle x^2 \rangle$ ,  $L_3 \theta_3 = 2\langle \tau^2 \rangle$ ,  $\theta = \Delta\beta(|\beta_1 - \beta_2|$ : 複屈折) とすると、

$$\begin{aligned} h_{12} &= a^2 \langle x^2 \rangle \cdot \frac{1}{\theta_1 + \theta_2} \frac{1}{\left(1 + \frac{\Delta\beta}{\theta_1 + \theta_2}\right)^2} \\ &\quad + 2b^2 \langle \tau^2 \rangle \cdot \frac{1}{\theta_3} \frac{1}{1 + \left(\frac{\Delta\beta}{\theta_3}\right)^2} \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

というローレンツ型の分布をもつ電力結合係数  $h_{12}$  が得られる。

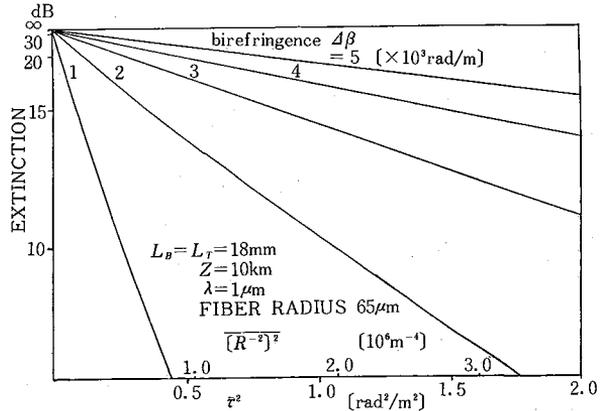


図2 ランダムなねじり (自乗平均値  $\tau^2$ ), 曲げ (曲率半径の自乗の自乗平均値  $(R^{-2})^2$  がある) との extinction (消光比)

図2に、ランダムなねじりの2乗平均  $\tau^2$  とランダムな曲げによる曲率変化  $R$  の2乗平均  $(R^{-2})^2$  の関数として、10 km ファイバ値を伝送したときの消光比 (extinction), すなわち、

$$\text{Extinction(dB)} = 10 \log_{10} \frac{\text{入射方向偏波パワー}}{\text{直交方向偏波パワー}} \quad (20)$$

を計算したものである。パラメータ  $\Delta\beta$  はファイバの固有複屈折である。

この図から、実際の設計に必要な消光比に対して、どのくらいのランダムな曲げやねじりが許されるかがわかる。複屈折が 1000 rad/m を越えるファイバは 10 回転/m のねじりを加えても消光比 20 dB 以上保てるが、統計的にねじり角がランダムに変化すると消光比は非常に悪くなる。

5. ランダムな変形に対する光パルス伝搬特性の変化

上に述べたように、ランダムな変形によって、ふたつの偏波の間に結合が生じることがわかった。ところで、このふたつの偏波モードは、伝搬速度 (位相速度; ただし簡単のため、群速度も位相速度に等しいとする) が、異なるので、両モード間の結合によって伝搬する光パルスの波形が変化することが考えられる。

パルスの統計的な伝搬特性については、次の方程式により解析した。

$$\frac{\partial P_1}{\partial z} + \frac{1}{v_1} \frac{\partial P_1}{\partial t} = h(P_2 - P_1) \dots\dots\dots (20)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial z} + \frac{1}{v_2} \frac{\partial P_2}{\partial t} = h(P_1 - P_2) \dots\dots\dots (21)$$

ただし、 $v_2$  は、それぞれ偏光モード 1, 2 の群速度である。(20), (21)式の解として

$$P_1(z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} [A(\omega)h e^{-\rho z} + B(\omega)h e^{-\rho+z}] e^{i\omega t} d\omega \quad (22)$$

$$P_2(z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} [A(\omega)h_- e^{-\rho+z} + B(\omega)h_+ e^{-\rho+z}] e^{i\omega t} d\omega \quad (23)$$

の形をもつ 2 つの関数を仮定する, これを (20), (21) 式に代入すると

$$\rho_{\pm} = \frac{1}{2} [2h + ik_1 + ik_2 \pm \sqrt{4h^2 - \Delta k^2}] \quad (24)$$

$$h_{\pm} = \frac{1}{2} [i\Delta k \pm \sqrt{4h^2 - \Delta k^2}] \quad (25)$$

が得られる。ここで,  $k_1, k_2$ , などは  $v_1, v_2$ : それぞれのモードの群速度

$$k_1 = \omega/v_1, \quad k_2 = \omega/v_2, \quad \Delta k = k_1 - k_2 \quad (26)$$

のように約束する。ここで, 初期条件として,  $z=0$  では,  $P_2: P_1 = a: (1-a)$  であるとすると,

$$A(\omega) = \frac{[h + (1-a) - ah]F(\omega)}{h\sqrt{4h^2 - \Delta k^2}} \quad (27)$$

$$B(\omega) = \frac{[h - (1-a) + ah]F(\omega)}{h\sqrt{4h^2 - \Delta k^2}} \quad (28)$$

のように  $A(\omega), B(\omega)$  が定まる。

いま, 簡単のために, 入力

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P(0, t) e^{-i\omega t} dt = \frac{T}{2\sqrt{\pi}} e^{-(\frac{\omega T}{2})^2} \quad (29)$$

のようなガウス関数であるとする。

一方, パルス波形  $P_i(z, t)$  のフーリエ変換を  $G_i(z, \omega)$  とする。

$$P_i(z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} G_i(z, \omega) e^{i\omega t - ika z} d\omega \quad (30)$$

ただし,  $ka = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$

そうすると, パルス幅  $\sigma$  は,

$$\sigma = \sqrt{\bar{t}^2 - (\bar{t})^2} = \sqrt{\frac{d^2 \bar{G}}{d\omega^2} - \left(\frac{d\bar{G}}{d\omega}\right)^2} \quad (31)$$

のように求められることになる。

ただし,

$$\bar{t} = \int_{-\infty}^{\infty} t P(z, t) dt / \int_{-\infty}^{\infty} P(z, t) dt \quad (32)$$

$$\bar{t}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} t^2 P(z, t) dt / \int_{-\infty}^{\infty} P(z, t) dt \quad (33)$$

のように  $\bar{t}, \bar{t}^2$  を定義している。

こうすると, (20), (21) 式の解は,

$$G_1(z, \omega) = \frac{T}{2\sqrt{\pi}} e^{-(\frac{\omega T}{2})^2 - hz} \times \left[ a \frac{\sin h(hz\sqrt{1-S^2})}{\sqrt{1-S^2}} + (1-a) \cos h(hz\sqrt{1-S^2}) - i(1-a) \frac{\Delta k}{2h} \frac{\sin h(hz\sqrt{1-S^2})}{\sqrt{1-S^2}} \right] \quad (34)$$

$$G_2(z, \omega) = \frac{T}{2\sqrt{\pi}} e^{-(\frac{\omega T}{2})^2 - hz} \times \left[ (1-a) \frac{\sin h(hz\sqrt{1-S^2})}{\sqrt{1-S^2}} + a \cos h(hz\sqrt{1-S^2}) + iaS \frac{\sin h(hz\sqrt{1-S^2})}{\sqrt{1-S^2}} \right] \quad (35)$$

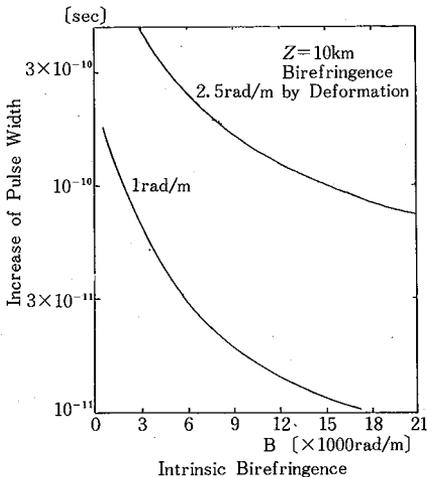


図3 ランダムな変形による複屈折があるときのガウス波状入力パルスの広がり

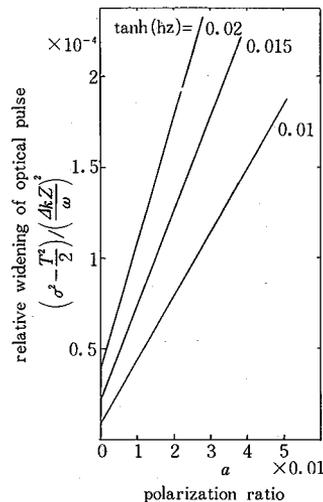


図4 入力に直交した偏波を含むとき (a) の入力パルスの広がり

研 究 速 報

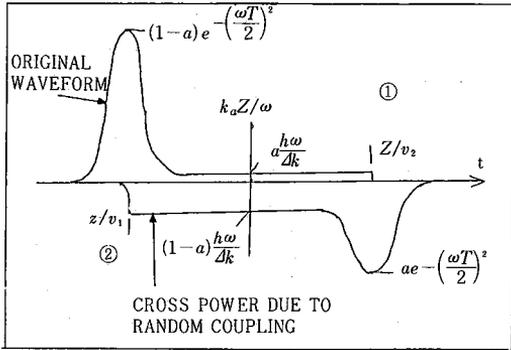


図 5 ランダムな複屈折による直交偏波パルス間の結合①,②は互いに直交する偏波を示す。

$$S(\omega) = \frac{1}{2h} \left( \frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right) \omega = \frac{\Delta k}{2h} \quad (36)$$

式のようなになる。この式の計算結果を図 3, 図 4 に示す。結合係数  $h$  の減少により、急速にパルス幅の広がりが減少することがわかる。しかし  $h$  を減少させるためには、ファイバの複屈折すなわち、偏波分散  $\Delta\beta$  が増加する必要がある。この図で結合係数  $\Delta\beta$  のローレンツ型の関数であるとした。複屈折  $\Delta\beta$  が場加するにつれて確かにパルスの広がりは減少している。

また、 $a \neq 0$ , すなわち、始めに直交成分がある場合のパルスの広がりが劣化することがわかる。

すなわち  $\Delta\beta = 3000 \text{ rad/m}$ ,  $P_1(10\text{km}) = 0.90$  というゆるい条件でも、入射パルス幅が数 ns 程度、パルス広がり入射パルス 10% 以下となるには、 $1.5 \times 10^4 \text{ rad/m}$  程度の複屈折が必要となり、かなり困難となる。

また、簡単な場合として、結合が十分弱い、すなわち  $hz \ll 1$  とすると、

$$\sin h(hz\sqrt{1-S^2}) \approx \sin(hzS) \quad (37)$$

$$\cos h(hz\sqrt{1-S^2}) \approx \cos(hzS) \quad (38)$$

のように近似できるから、パルス波形は、

$$G_1(z, \omega) \approx \frac{T}{2\sqrt{\pi}} e^{-(\frac{\omega T}{2})^2 - hz}$$

$$\times \left[ (1-a)e^{-i\frac{\Delta k}{2}z} + 2ha \frac{\sin \frac{\Delta k}{2}z}{\Delta k} \right] \quad (339)$$

$$G_2(z, \omega) \approx \frac{T}{2\sqrt{\pi}} e^{-(\frac{\omega T}{2})^2 - hz}$$

$$\times \left[ ae^{i\frac{\Delta k}{2}z} + 2h(1-a) \frac{\sin \frac{\Delta k}{2}z}{\Delta k} \right] \quad (40)$$

のようなになる。これをフーリエ変換すると、

$$P_1(z, t) \approx (1-a)e^{-(\frac{\omega T}{2})^2} + \pi^{\frac{1}{2}} h T \cdot \text{rect}(t - k_a z/\omega) \quad (41)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \text{rect}(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} 2 \frac{\sin \frac{\Delta k z}{2}}{2\pi \Delta k} e^{i\omega t} d\omega \\ &= \frac{\omega}{\pi |\Delta k|} \times \begin{cases} 0 & (|t| > \frac{|\Delta k|}{2\omega} z) \\ \pi & (|t| < \frac{|\Delta k|}{2\omega} z) \end{cases} \quad (42) \end{aligned}$$

のようなになる。

この式からわかるように、ランダムな結合作用があると、時間軸上では、二つの正しいパルスの中に、ランダムな結合による分がばらまかれてしまうことがわかる。これが、実際には、パルスの広がりというかたちで特性を劣化させることがわかる。

5. む す び

以上のように、ランダムな変形をうけた単一偏波ファイバの特性がかなり明らかになった。

本稿をまとめるにあたり、本学、浜崎、大越教授に深謝する。

(1982 年 11 月 24 日受理)

参 考 文 献

- 1) Ulrich et. al, Appl. Opt. 18, 2241.
- 2) D. Marcuse, "Theory, of Dielectric Optical Waveguide", Academic, 1974, New York.