

# 極限解析の圧延加工への応用 (第3報)

## —分塊圧延等における先端部非定常変形の検討—

Application of Limit Analysis to Rolling Process • 3rd Report  
—Analysis of Unsteady Flow of Slab Top in Rolling Process—

木内 学\*・向 四海\*  
Manabu KIUCHI and Su-Hai HSIANG

### 1. はじめに

鋼塊を圧延する際に、被圧延材の先端部と後端部に非定常変形が発生し、端面が厚さ方向・幅方向に見て凹または凸となることは、よく知られている現象である。これまで、この問題についてはプラスチック等を用いた模型実験<sup>1)</sup>による検討結果や剛塑性有限要素法を用いた解析結果<sup>2)</sup>などが報告されている。そのほか、先後端における形状の不整をなくすため、種々の圧延法の開発<sup>3)</sup>も行われている。本報では、極限解析の手法を応用して、被圧延材の先端部の凹形の非定常変形をシミュレートする解析モデルを提案し、それを用いた計算結果について報告する。

### 2. 解析モデルおよび速度場

本解析では被圧延材の噛み込み条件は満足されるものとし、さらに、次の仮定を用いる。(i)変形は2次元変形である、(ii)被圧延材は剛完全塑性体である、(iii)ロールは剛体である、(iv)摩擦損失の計算においては定摩擦条件を用い、摩擦定数  $m$  を導入する。

変形途中の被圧延材を図1に示す。上半分は塑性域が板厚方向に貫通する以前、下半分は以後の状態を表す。図中、ZONE (I)、(II)を塑性変形域とし、その他の領域を剛体とする。まず、塑性変形域 ZONE (I)内において任意の位置における  $x$  方向の平均速度を  $u_{x1m}^*$  とおく。この位置での塑性域の厚さを  $(y_{11} - y_{01})$  とすると、体積流れ一定の条件より、次の関係式が成立する。

$$u_{x1m}^* = \frac{u_i}{(y_{11} - y_{01})} \cdot (y_{B1} - y_{01}) \quad (1)$$

ただし、座標系は図に示すように定める。式(1)を用いて  $x$  方向の速度  $u_{x1}$  を次式のように仮定する。

$$u_{x1} = u_{x1m}^* \left[ 1 + f_1(x) \left( y - \frac{1}{2} (\bar{y}_{01} + \bar{y}_{11}) \right) \right] \quad (2)$$

ただし、 $\bar{y}_{01} = ax^2 + bx + c$ ,  $y_{01} = \bar{y}_{01} - h_1$ ,  
 $\bar{y}_{11} = \bar{r}_{r1} + R_1 - \sqrt{R_1^2 - x^2}$ ,  
 $y_{11} = \bar{y}_{11} - h_1, f_1(x)$ : 未知関数

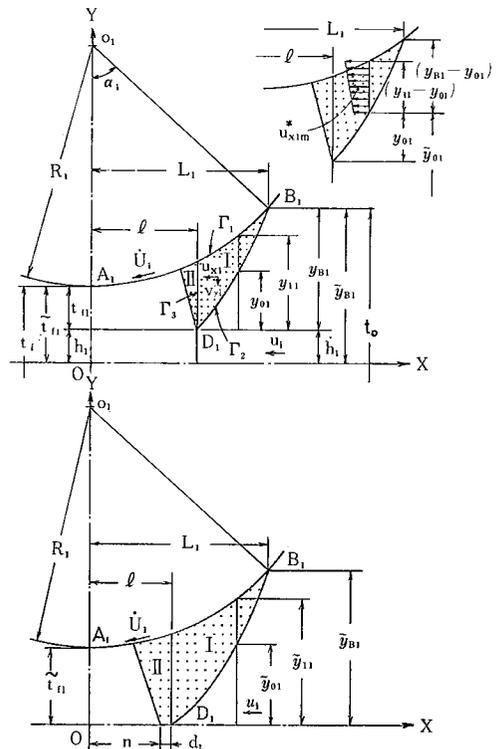


図1 解析モデル

$a, b, c$  は剛塑性境界  $\Gamma_2$  の曲線形状を表すパラメータである。式(2)から明らかのように  $u_{x1}$  は板厚方向に線形の分布を有する。ここで、体積一定の条件および次の境界条件を導入する。(i)剛塑性境界  $\Gamma_2$  で完全な速度の連続性が保たれる。(ii)被圧延材とロールとの接触境界  $\Gamma_1$  で、被圧延材の速度はロールのプロフィールに沿わなければならない。以上の条件を考慮しつつ、ZONE (I) 内での動的可容速度場を次式のように構成する。

$$u_{x1} = F_1(x)y + F_2(x) \quad (3)$$

$$v_{y1} = -\frac{1}{2} F_1'(x)(y^2 - \bar{y}_{01}^2) - F_2'(x)(y - \bar{y}_{01}) \quad (4)$$

ただし、 $F_1(x) = u_{x1m}^* \cdot f_1(x)$ ,

\* 東京大学生産技術研究所 第2部

延材の塑性変形の進行状態をシミュレートする。なお、最適化手法としては F. P. S 法を用いた。

3. 解析結果

以上の解析モデルを用いて種々の圧延条件下での数値計算を試みた。ロール半径・板厚比  $R_1/t_0=2.5\sim6.0$ 、変形抵抗  $\sigma_0=1.0$ 、摩擦定数  $m=1.0$ 、圧下率  $r=10\%\sim40\%$  に変化させた。圧延が進むにつれて、表層部の塑性変形域が前方へ突出するが、ここでは、この変形形状を直線を連ねた形で近似解析を行った。図 2 に、圧延前の板厚  $t_0=40.0$ 、 $r=30\%$ 、 $R_1/t_0=2.5$ 、 $m=1.0$  の場合の変形の進行状態を示す。圧延初期には、塑性変形域が隅部に発生し、その後しだいに拡張して中心部に至り、ある段階へ進むと塑性変形域が板厚方向に貫通し、その後圧延方向に沿って拡張することがわかる。また、図中に最終段階で、先端の突出量  $f_0$ 、最終塑性変形域の長さ  $A_a$  などが示されている。図 3 は、各圧延条件下での貫通位置を整理した結果である。横軸には圧下率  $r$ 、縦軸には塑性変形域の貫通を表す値  $l_n/L_1$  をとり、 $R_1/t_0=2.5\sim5.0$ 、 $r=10\%\sim30\%$  の範囲での計算結果を示す。図より、圧下率が大きいほど、また、ロール半径・板厚  $R_1/t_0$  が大きくなるほど、塑性変形域の貫通位置が入口側に近づくことがわかる。また、 $R_1/t_0$  と  $l_n/L_1$  の関係を図 4 に示す。図 5 に、被圧延材の先端突出量と圧下率およびロール半径・板厚比との関係を示す。圧下率が大きくなるほど、先端の突出量が大きくなり、同一の圧下率では、ロール半径・板厚比  $R_1/t_0$  が大きくなるほど、先端の相対突出量が小さくなることがわかる。図 6、図 7 に、最終段階での最適化で得られた最終塑性変形域および入側の最終速度と圧下率の関係を示す。これらの塑性変形域ならびに入口速度は、それぞれ定常圧延時の値に一致する。圧下

$$F_2(x) = u_{x2m}^* - F_1(x) \frac{1}{2} (\bar{y}_{01} + \bar{y}_{11})$$

$$f_1(x) = \frac{2\{u_{x1m}^* y_{11} + u_{x1m}^* (y_{11} - y_{01})\}}{u_{x1m}^* (y_{11} - y_{01}) y_{01}}$$

また、ZONE(II)の動的可容速度場は ZONE(I)と同様に  $x$  方向の平均速度  $u_{x2m}$  を導入し、併せて境界  $\Gamma_3$  における垂直速度成分の連続条件、ロールとの接触境界  $\Gamma_1$  上で速度がロールプロフィールに沿う条件および  $y=h_1$  で  $y$  方向の速度成分がゼロであるなどの条件を用いて構成され、次式により示される。

$$u_{x2} = G_1(x)(y-h_1) + G_2(x) \quad (5)$$

$$v_{y2} = -\frac{1}{2} G_1(x)(y-h_1)^2 - G_2(x)(y-h_1) \quad (6)$$

ただし、 $G_1(x) = u_{x2m} \cdot P_1 \cdot x^2$ 、

$$G_2(x) = u_{x2m} - G_1(x) \frac{1}{2} y_{11}$$

$$u_{x2m} = \frac{(u_{x1m}^*)_{x=l}(y_{11})_{x=l}}{y_{11}}, \quad P_1 = \frac{\{f_1(x)\}_{x=l}}{l^2}$$

以上の速度場を用い、塑性変形域での内部変形仕事率、境界  $\Gamma_1$  における摩擦仕事率、境界  $\Gamma_3$  における  $y$  方向の速度不連続による剪断仕事率が得られ、これらの和の全変形仕事率が求められる。また、上記の速度場には  $u_1$ 、 $h_1$  および塑性変形域の境界形状を示すパラメータ  $a, b, c$  ( $a, b, c$  は点  $D_1$  における境界  $\Gamma_2$  の勾配  $Xp$  により定まる) などが含まれ、これらのパラメータを変化させることにより、全変形仕事率の最小化(最適化)を図ることができる。実際の計算に際しては、被圧延材の進行状況をいくつかのステップに分けて、この最適化を行う。塑性変形域が上下貫通する場合、 $h_1$  がゼロになり、このとき、新しいパラメータ  $d_1$  を導入する。各ステップにおいて、パラメータ  $u_1$ 、 $h_1$ 、 $Xp$  の場合とパラメータ  $u_1$ 、 $d_1$ 、 $Xp$  の場合で得られた最小全変形仕事率を比較しながら被圧

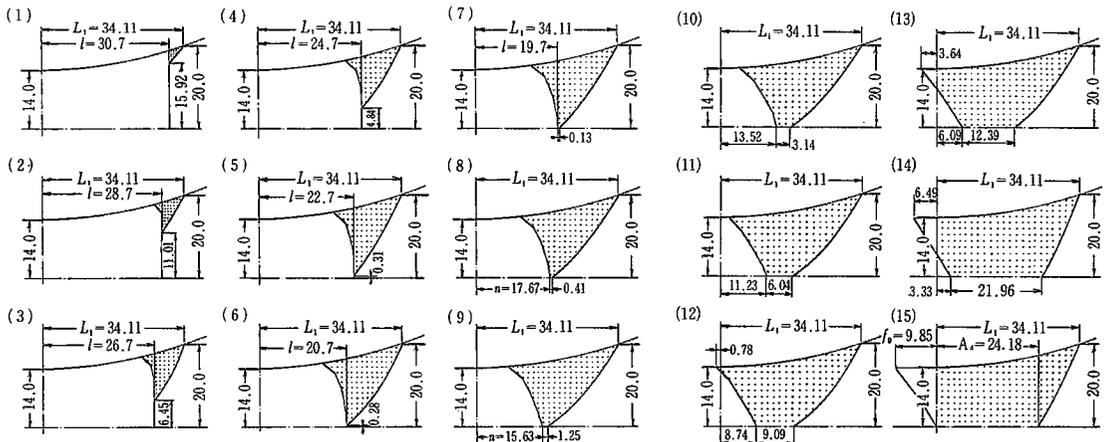


図 2 被圧延材の変形進行状態

研究速報

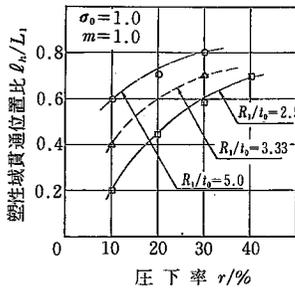


図3 圧下率と塑性域貫通位置の関係

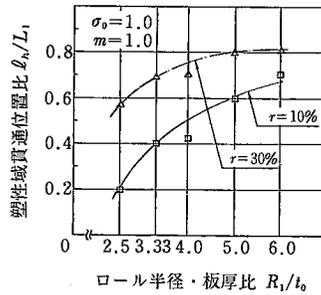


図4 R₁/t₀と塑性域貫通位置の関係

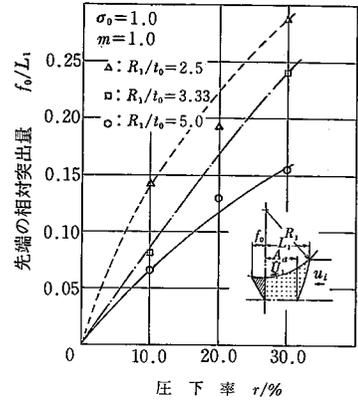


図5 材料先端形状と圧下率の関係

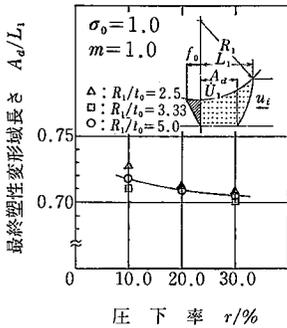


図6 最終塑性変形長さとの関係

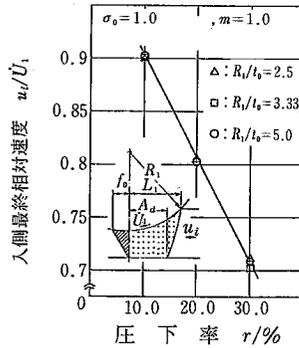


図7 入側最終速度との関係

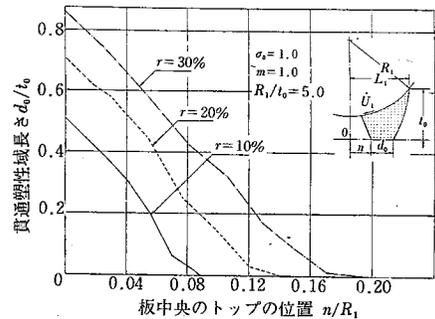


図8 塑性域貫通の進行状態

率が大きくなるほど、最終塑性変形域を表す値がわずかながら小さくなるのがわかる。また、入側の最終速度も圧下率が大きくなるにつれて減少することがわかる。図8は、塑性変形域が上下貫通した後、変形域の板厚中心線上での広がり状態を示すものである。図からわかるように、圧下率の変化による影響はなく、ほぼ同じ比率で広がる。

4. 定常圧延の場合に関する検討

被圧延材の板厚の中心がロールギャップを出た後、圧延は定常状態となる。そこで、本速度場を使用して被圧延材の板厚中心の速度およびロール表面での接線方向速度の非定常圧延から定常圧延への推移を調べた。その1例を図9に示す。塑性変形域外(A<sub>d</sub>~L<sub>1</sub>の間)の材料は剛体と考えるため、その速度は一定である。塑性変形域の板厚中心の速度変化は、図に示すように、入口側での立ち上がりが大きくて、出口に近づくとその増加がゆるやかとなる。また、被圧延材のロールは接触方向の速度変化を図の上側の曲線により示す。接線方向速度は概してロール周速に近い値を示しているが、特に、圧下率が小さい場合接線方向速度は入口近傍でもロール周速にほぼ等しい値を示す。圧下率が大きくなると入口近傍での

両者の差が大きくなる。ここで、被圧延材のロール接触面上の接線方向速度とロール周速とが等しくなる点を中立点と定義する。一方、Orowanの理論<sup>9)</sup>を用いると中立点は次式より求められる。

$$\frac{\pi}{4} \log_e(t_f/t_0) = 2\sqrt{\frac{R_1}{t_f}} \cdot \tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{R_1}{t_f}} \cdot \phi\right) - \sqrt{\frac{R_1}{t_f}} \tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{R_1}{t_f}} \cdot \alpha\right) \quad (7)$$

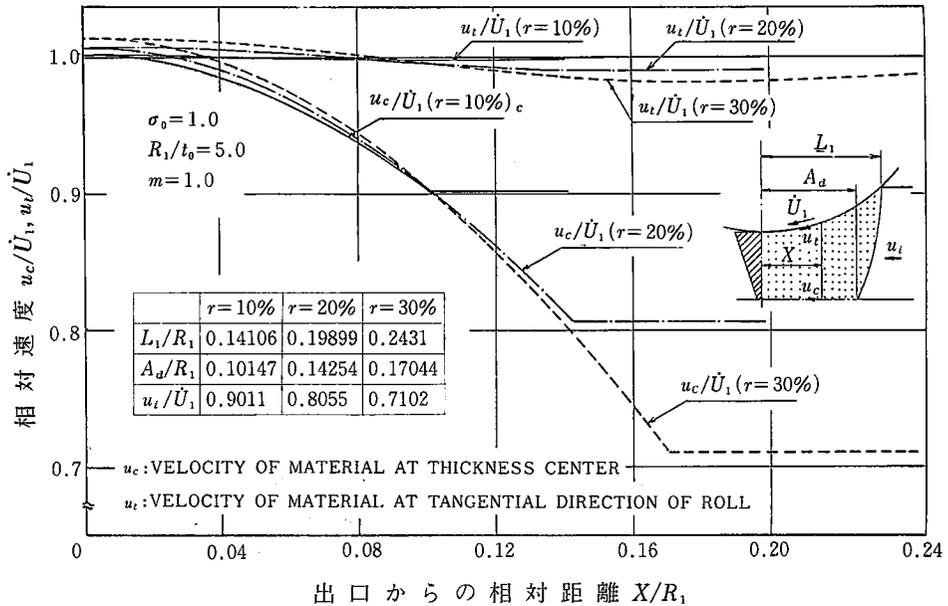
ただし、αは噛み込み角、φは中立角、R<sub>1</sub>はロール半径、t<sub>0</sub>は圧延前の板厚、t<sub>f</sub>は圧延後の板厚

そこで、本解析で求めた中立点位置と式(7)で求めた中立点位置との比較を図10に示す。図より、ロール半径・板厚比 R<sub>1</sub>/t<sub>0</sub> が小さい場合多少のばらつきがあるが、R<sub>1</sub>/t<sub>0</sub> が大きくなると、本解析で求めた値とOrowanの理論による値とよく一致することがわかる。さらに、Orowan & Pascoeの理論<sup>4)</sup>によれば、単位幅当たりの圧延荷重 P/b<sub>m</sub> および圧延トルク T/b<sub>m</sub> は

$$P/b_m = kL_1 \left(0.8 + \frac{L_1}{4t_f}\right) \quad (8)$$

$$T/b_m = L_1 \left\{ P/b_m - k \frac{(t_0 - t_f)^2}{8} \right\} \quad (9)$$

(ただし、kは変形抵抗、L<sub>1</sub>は投影接触長さ) 与えられる。そこで、T/b<sub>m</sub> · ω (ω: ロールの角度) の



出口からの相対距離  $X/R_1$

図9 定常圧延場合ロールギャップ内の速度分布

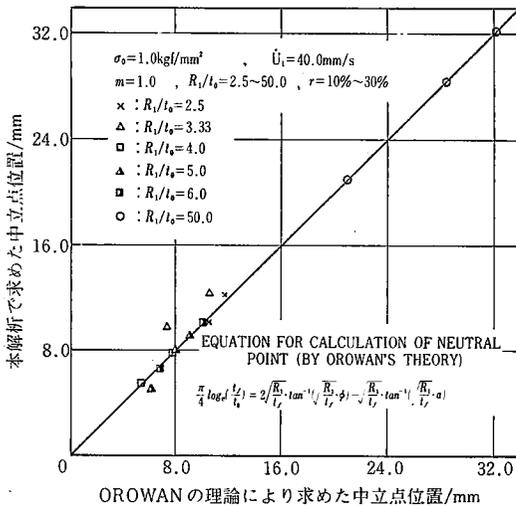


図10 定常圧延場合中立点位置の比較

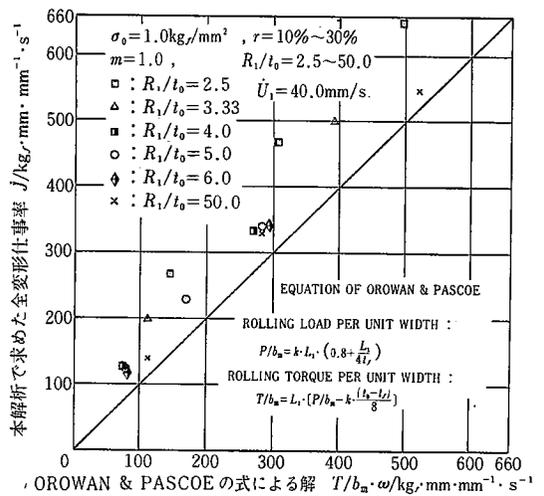


図11 定常圧延場合全変形仕事率の比較

値と本解析で得られた全変形仕事率との比較を図11に示す。図より、本解析で求めた全変形仕事率がやや高めになっていることがわかる。なお、本解析では初期段階の噛み込み限界とその判定について検討していないが、被圧延とロールの間に常に  $\tau = mk$  の摩擦力が存在するとしているので、これは噛み込み時の押し込み圧延に相当するとも考えられる。

5. ま と め

被圧延材のロールギャップ内における非定常変形とそ

の推移を検討するために、変形モデルおよび速度場を提案し、それを用いて数値計算を行った。得られた結果は実際の圧延現象を比較的よく説明しうるものであり、本速度場が有用であることが判明した。

(1982年9月1日受理)

参 考 文 献

- 1) 馬場善祿：塑性と加工，8-74 (1967)，p 152
- 2) 小田，森ら：昭55年春塾加講論 (1980) p. 211
- 3) たとえば，平井信恒：鉄と鋼，67-15 (1981)，p. 14
- 4) 日本鉄鋼協会：圧延理論とその応用 (1969) 誠文堂新光社