

第2章 原理・解析手法

この章では、まず基本的な MMI-BLD の構成と動作原理について簡単に述べた後、デバイスの設計に有用な各種解析手法について述べる。最も単純であり解析解が存在するスラブ導波路の解析について述べ、またそれを直交する方向で2回行うことによって2次元導波路解析を行う等価屈折率法について述べる。例として実際のデバイスの屈折率分布での電界分布や分散曲線を示す。

その後、MMI-BLD の構成要素である多モード干渉の原理について述べ、様々な干渉パターンと結像位置についてまとめる。さらに、レーザーの電極を2つに分離し、片方を過飽和吸収体 SA (Saturable absorber)として用いることにより、同じ電流注入値で2つの状態(発振する・発振しない)を併せ持つことができる双安定レーザーについて述べ、最後に再度 MMI-BLD の動作原理について詳細にまとめる。

2.1. 基本構造と動作原理

まず全光フリップ・フロップの動作原理について、最も単純な例である MMI-BLD を用いて説明する。MMI-BLD の構成を Fig. 2-1 に示す。これは2入力×2出力の多モード干渉(MMI)導波

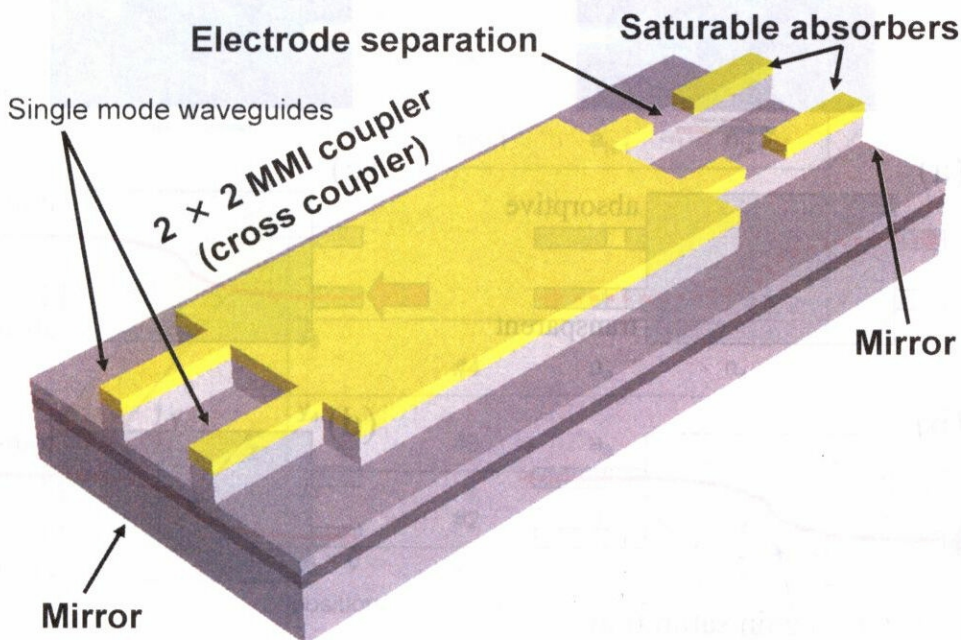


Fig. 2-1: Schematic view of MMI-BLD.

路と、それに接続する4本の単一モード導波路からなっている。MMIには両側に2本ずつ単一モード導波路が接続されており、ここを通じて光の入出力を行う。MMIは、本章2.4で述べる原理を用いて、クロスプラーとなるように幅と長さが設計されている。すなわち、左下のポートから入射した光は全て右上に行き、左上のポートから入射した光は全て右下へ行く。逆も同様である。この単一モード導波路に反射鏡を設けておくことにより、Fig. 2-2中に示す2つのモードで発振する半導体レーザーとなる。この2つのモードは互いにモードの重なりがあり、片方のモードが発振している時にはもう一方のモードは利得を取られて発振しなくなる、という相互利得飽和と呼ばれる現象がある。

さらに、片側の単一モード導波路の電極を2つに分離しておき、MMIを含む部分とは別の電流を注入、もしくは逆バイアスをかけられるようにしておく。通常利得を持つ導波路は、電流を注入しなければ逆に吸収体となる。ここに強い光を入射すると、バンドフィリング効果により吸収端が短波化し、入射した波長での吸収が弱まるという現象が起こる(詳細については本章2.5で述べる)。このような部分のことを過飽和吸収体と呼ぶ。

このMMI-BLDではFig. 2-2中に示す2つの発振モードのうち、どちらが発振するかを外部からの光で制御することによって全光フリップ・フロップ動作を得ている。発振モード切り替えの原理をFig. 2-2に示す。

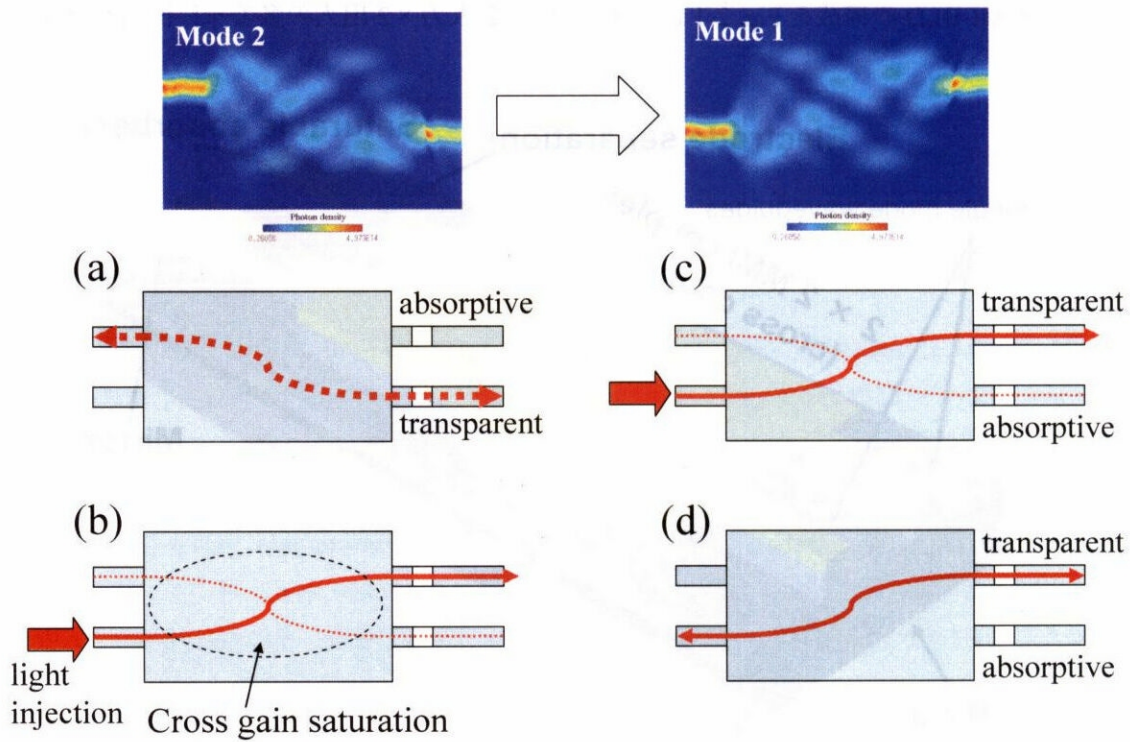


Fig. 2-2: Operation principle of two modes switching.

まず、最初に Mode 2 が発振していると仮定する。その時には、2 つの過飽和吸収体のうち Mode 2 に結合しているもの(右下)は損失が少なくなり、一方 Mode 1 に結合しているもの(右上)は損失が大きくなっている(Fig. 2-2(a))。この状態で Mode 1 に結合する強い光を入射すると、まず入射光による相互利得飽和によって Mode 2 の利得が奪われ発振が止まる(Fig. 2-2(b))。さらに、強い入射光を入れたことにより Mode 1 に結合している過飽和吸収体の損失が下がり、一方 Mode 2 の発振が止まったことにより Mode 2 に結合している過飽和吸収体の損失が上がる(Fig. 2-2(c))。この状態で入射光を止めると、そのまま Mode 1 が発振を始める。

このように、相互利得飽和と過飽和吸収という 2 つの原理を用いて、Mode 1 と Mode 2 のどちらが発振するかを外部からの光によって制御し、全光フリップ・フロップ動作を得ることができる。

2.2. スラブ導波路

前節で述べたデバイスの要素(導波路、多モード干渉、過飽和吸収体など)についてこれから解析していく。まず、最も単純なスラブ導波路の解析手法について述べる[26]。スラブ導波路の構造を Fig. 2-3 に示す。

Fig. 2-3 のように z 方向へ伝搬していく光において(伝搬方向には一様だとする)、角周波数を

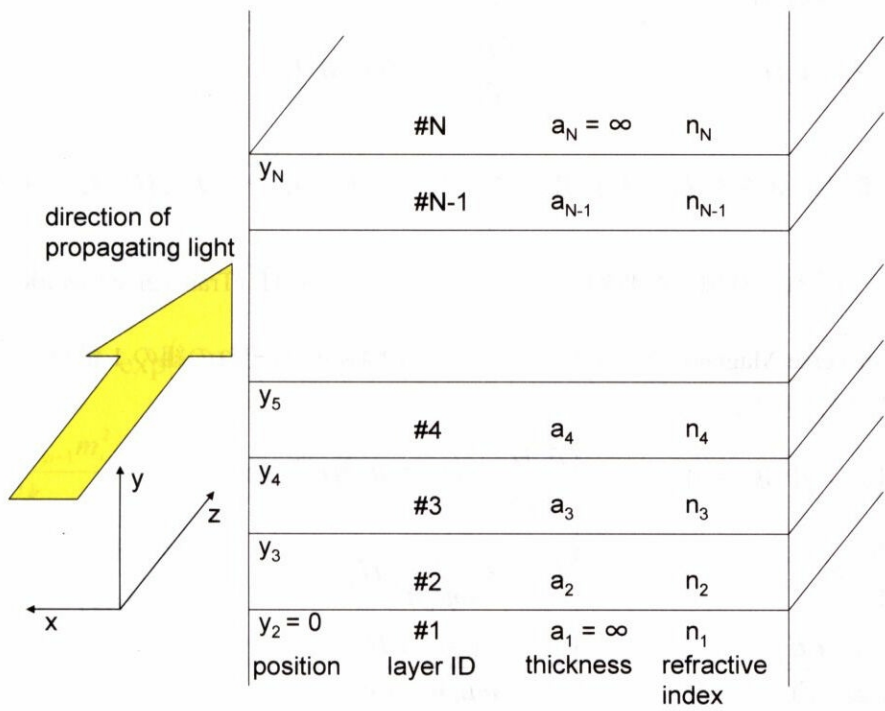


Fig. 2-3: Structure of slab waveguide.

ω 、伝搬定数を β とし、その電磁界は

$$\begin{aligned}\mathbf{e} &= \mathbf{E}(x, y) \exp[j(\omega t - \beta z)] \\ \mathbf{h} &= \mathbf{H}(x, y) \exp[j(\omega t - \beta z)]\end{aligned}\tag{2.1}$$

と表されると仮定する。これをマクスウェル方程式

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\end{aligned}\tag{2.2}$$

へ代入し、成分表示をすることにより

$$\begin{cases} \frac{\partial E_z}{\partial y} + j\beta E_y = -j\omega\mu_0 H_x \\ -j\beta E_x - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu_0 H_y \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu_0 H_z \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial H_z}{\partial y} + j\beta H_y = j\omega\varepsilon_0 n^2 E_x \\ -j\beta H_x - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega\varepsilon_0 n^2 E_y \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = -j\omega\varepsilon_0 n^2 E_z \end{cases}\tag{2.3}$$

という 6 組の方程式を得ることができる。ここで、スラブ導波路においては x 方向にも一様なので x の偏微分は 0 となる。よって、

$$\begin{cases} \frac{\partial H_z}{\partial y} + j\beta H_y = j\omega\varepsilon_0 n^2 E_x \\ -j\beta E_x = -j\omega\mu_0 H_y \\ -\frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu_0 H_z \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial E_z}{\partial y} + j\beta E_y = -j\omega\mu_0 H_x \\ -j\beta H_x = j\omega\varepsilon_0 n^2 E_y \\ -\frac{\partial H_x}{\partial y} = -j\omega\varepsilon_0 n^2 E_z \end{cases}\tag{2.4}$$

となる(1 番目の式を左右で入れ替えている)。左側の組では E_x, H_y, H_z 、右側の組では

H_x, E_y, E_z がそれぞれ独立な波動となっている。この前者を TE (Transverse Electric)モード、後者

を TM (Transverse Magnetic)モードという。ここで式(2.4)のそれぞれの組の 1 番目の式へ 2, 3 番目の式を代入することにより

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + (k^2 - \beta^2)E_x = 0 \\ H_y = \frac{\beta}{\omega\mu_0} E_x \\ H_z = -\frac{j}{\omega\mu_0} \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + (k^2 - \beta^2)H_x = 0 \\ E_y = -\frac{\beta}{\omega\mu_0 n^2} H_x \\ E_z = \frac{j}{\omega\mu_0 n^2} \frac{\partial H_x}{\partial y} \end{cases}\tag{2.5}$$

を得ることができる。これより、式(2.5)の第 1 式をそれぞれ解くことにより E_x, H_x が、またその結果より

式(2.5)の第2、3式を用いて全電磁界成分を求めることができる。

ここで、導波路の全層数を N とし、 i 層目の屈折率、膜厚をそれぞれ n_i 、 a_i とおき、 $k_i = k_0 n_i$ とする(Fig. 2-3を参照)。ただし1層目と N 層目の膜厚は無限大とする。TE波、TM波それぞれについて i 層目での界分布は

$$\begin{Bmatrix} E_{xi} \\ H_{xi} \end{Bmatrix} = A_i \exp[-jk_{yi}(y-y_i)] + B_i \exp[jk_{yi}(y-y_i)] \quad (2.6)$$

$$\text{ただし } k_{yi} = \sqrt{k_i^2 - \beta^2} = \begin{cases} \sqrt{k_i^2 - \beta^2} & (\beta < k_i \text{ の場合}) \\ j\sqrt{\beta^2 - k_i^2} & (\beta > k_i \text{ の場合}) \end{cases} \quad (2.7)$$

と表される。ただし、1層目と N 層目の層ではそれぞれ $y = \pm\infty$ で収束する条件から $B_1 = A_N = 0$ である。

ここで、各層の境界面において電磁場が連続になる条件から

$$E_{xi} = E_{xi-1}, \quad H_{zi} = H_{zi-1} \quad \text{TEモード}$$

$$H_{xi} = H_{xi-1}, \quad E_{zi} = E_{zi-1} \quad \text{TMモード}$$

が成り立たなければならない。これに式(2.6)を代入することによって、

$$\begin{bmatrix} A_i \\ B_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{i1} & C_{i2} \\ C_{i3} & C_{i4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{i-1} \\ B_{i-1} \end{bmatrix} \quad (i = 2, 3, \dots, N) \quad (2.8)$$

ただし

$$\begin{aligned} C_{i1} &= \frac{k_{yi} + k_{yi-1} m_i^2}{2k_{yi}} \exp(-jk_{yi-1} a_{i-1}) \\ C_{i2} &= \frac{k_{yi} - k_{yi-1} m_i^2}{2k_{yi}} \exp(jk_{yi-1} a_{i-1}) \\ C_{i3} &= \frac{k_{yi} - k_{yi-1} m_i^2}{2k_{yi}} \exp(-jk_{yi-1} a_{i-1}) \\ C_{i4} &= \frac{k_{yi} + k_{yi-1} m_i^2}{2k_{yi}} \exp(jk_{yi-1} a_{i-1}) \\ m_i &= \begin{cases} 1 & (\text{TEモード}) \\ n_i/n_{i-1} & (\text{TMモード}) \end{cases} \end{aligned} \quad (2.9)$$

という連続条件が得られる。ただし a_1 は $a_1 = 0$ を意味する。これより、適当な β を仮定し式(2.8)を繰り返し計算することによって

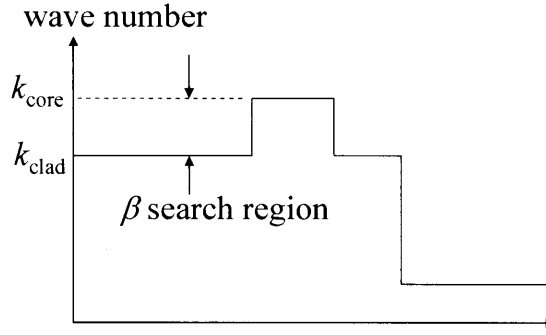


Fig. 2-4: Wavenumber distribution and β search region of slab waveguide analysis.

$$\begin{bmatrix} A_N \\ B_N \end{bmatrix} = [C_N \mathbf{I} C_{N-1}] \cdots [C_3 \mathbf{I} C_2] \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 = 0 \end{bmatrix} \quad \text{ただし } [C_i] = \begin{bmatrix} C_{i1} & C_{i2} \\ C_{i3} & C_{i4} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

と A_N 、 B_N を求めることができる。 A_1 は正規化定数となる。ここで電磁界が発散しない条件より $A_N = 0$ であるから、伝搬定数 β を変化させながら A_N のゼロ点を探すことにより、存在する伝搬定数 β を求めることができる。ただし、最下層と最上層においては電界分布が指数的に減衰しなければならないので、 β の探索範囲は最下層と最上層において k_{yi} が虚数になり、かつ最も屈折率が高い層においては k_{yi} が実数となる範囲である。通常の半導体リッジレーザの解析において、最下層は基板であり最上層は空気となるので、基板での波数が探索の最小値となり、またコアでの波数が探索の最大値となる (Fig. 2-4)。

このようにして求めた β から式(2.7)を用いて k_{yi} を計算し、式(2.6)へ代入することにより各層での電界・磁界が求まり、それを元に式(2.5)を用いて全ての電磁界を計算することができる。

2.3. 等価屈折率法

導波路断面の電界分布等を 2 次元的に解析するには数値計算をするしかなく、解析的な方法は無い。導波モードも TE、TM モードを完全に分離することはできずハイブリッドモードとなっており、電界の主成分が x 方向か y 方向かによって $[E_x, H_y]$ を主成分とする E_{pq}^x モード (TE-like mode) と、 $[H_x, E_y]$ を主成分とする E_{pq}^y モード (TM-like mode) に分けることができる。ここで p, q は $p, q = 1, 2, 3, \dots$ であり、それぞれ x, y 方向の主電界パワー分布のピーク数に対応している。 $p = q = 1$ が基本モードである。

ここではリッジ導波路の解析の際によく用いられる等価屈折率法について説明する[26]-[29]。導波路の 2 次元断面の電磁界分布解析には、主に Marcattili の方法とこの等価屈折率法が用いられているが、半導体リッジ導波路の場合は等価屈折率法によってよく近似できることが知られてい

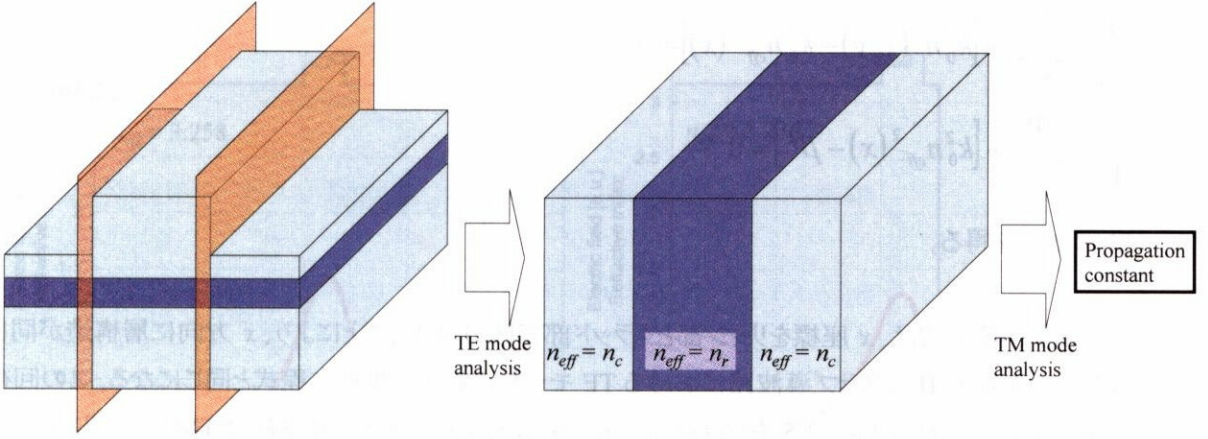


Fig. 2-5: Effective refractive index method.

る。

Fig. 2-5 のような断面のリッジ導波路を仮定する。とりあえず伝搬光のモードはTE (-like)モードであると仮定する(以下、TE-like モードを単にTE モードと呼ぶ)。伝搬光がTM モードの場合は以下全てTE とTM を入れ替えれば良い。

まず、電界 E_x に対する波動方程式は、無損失の場合に成り立つヘルムホルツ方程式

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 = 0 \quad (2.11)$$

に式(2.1)を代入することにより、

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + [k_0^2 n^2(x, y) - \beta^2] E_x = 0 \quad (2.12)$$

を得る。ここで、 E_x は x, y に関して変数分離の形で表されるものと仮定する。すなわち、

$$E_x(x, y) = \Psi_x(x) \Psi_y(y) \quad (2.13)$$

これを式(2.12)の波動方程式に代入し、両辺を Ψ_x, Ψ_y で割り

$$\frac{1}{\Psi_x} \frac{\partial^2 \Psi_x}{\partial x^2} + \frac{1}{\Psi_y} \frac{\partial^2 \Psi_y}{\partial x^2} + [k_0^2 n^2(x, y) - \beta^2] = 0 \quad (2.14)$$

となる。ここで、 y に依存しない変数 $n_{eff}(x)$ を導入し、

$$\frac{1}{\Psi_x} \frac{\partial^2 \Psi_x}{\partial x^2} + \frac{1}{\Psi_y} \frac{\partial^2 \Psi_y}{\partial x^2} + [k_0^2 n^2(x, y) - k_0^2 n_{eff}^2(x) + k_0^2 n_{eff}^2(x) - \beta^2] = 0 \quad (2.15)$$

とする。これを Ψ_x, Ψ_y で変数分離し

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Psi_y} \frac{\partial^2 \Psi_y}{\partial y^2} + [k_0^2 n^2(x, y) - k_0^2 n_{eff}^2(x)] &= 0 \\ \frac{1}{\Psi_x} \frac{\partial^2 \Psi_x}{\partial y^2} + [k_0^2 n_{eff}^2(x) - \beta^2] &= 0 \end{aligned} \quad (2.16)$$

という2式を得る。

まず、第1式は、 x 座標をリッジ部とクラッド部で分けすることにより、 x 方向に層構造が同じな2つの領域I、IIのスラブ導波路におけるTEモードに対する波動方程式と同じになる。この回を n_r 、 n_c とおくと、これは Fig. 2-5 右図のような屈折率分布をもつスラブ導波路のTMモードに対する波動方程式と同じになる。よって、同様にTMモードに対するスラブ導波路の解析をすることにより、TEモードに対する伝搬定数 β を求めることができる。

ここでこのように解析した導波路の例を示す。まず構造の仮定を Fig. 2-6 に示す。まず層構造は基板・SCH・コア・クラッドの4層構造を仮定する。層の屈折率はそれぞれ 3.169, 3.342, 3.445, 3.169とし、また層の厚みはそれぞれ 0.27, 0.13, 0.15もしくは1.0 μm とする。導波路幅は2 μm とし、導波光の波長は 1550 nm とする。

リッジ部・クラッド部に分けてTEモードでスラブ導波路解析をした結果を Fig. 2-7 に示す。リッジ部の等価屈折率は $n_{eff} = 3.258$ 、またクラッド部の等価屈折率は $n_{eff} = 3.236$ となった。クラッド部ではリッジ部と比べて空気層への光の染み出しが多く、その分空気の屈折率の影響を受けて等価屈折率が小さくなっているのが分かる。

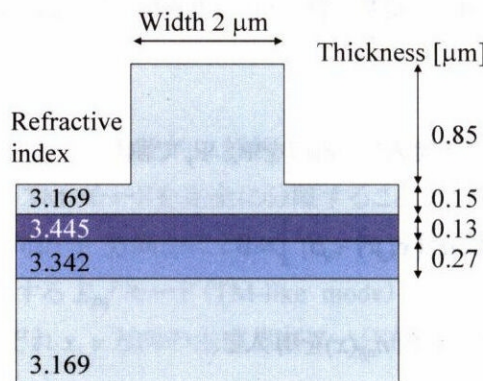


Fig. 2-6: Assumption of effective refractive method.

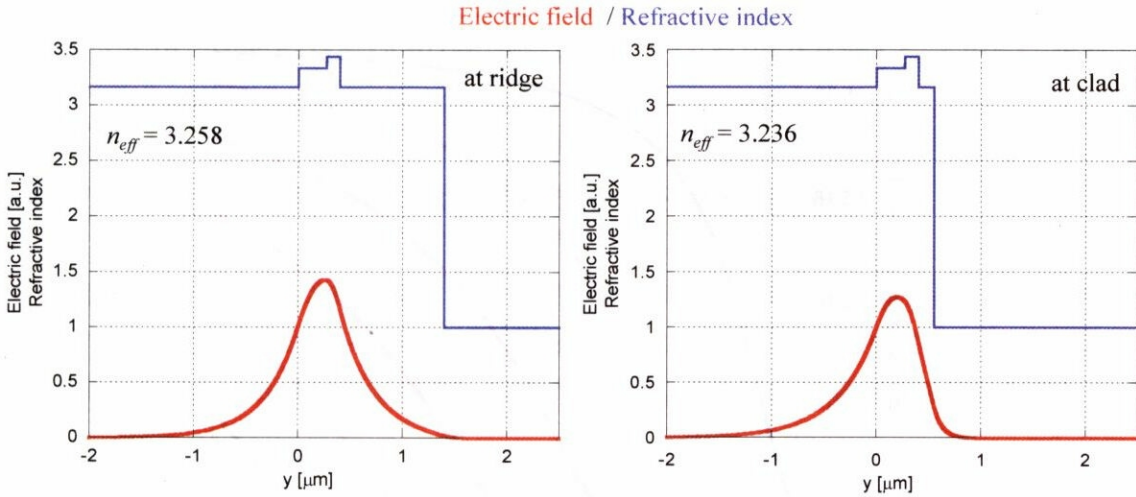


Fig. 2-7: Electric field distribution at ridge and cladding layer.

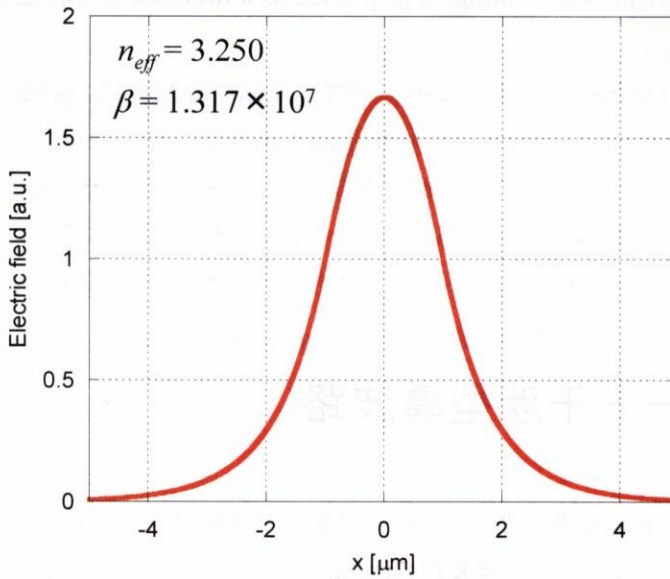


Fig. 2-8: Electric field distribution after TM-mode analysis.

この等価屈折率を用いてTMモード解析を行った結果をFig. 2-8に示す。導波路全体の等価屈折率は3.250であり、また伝搬定数は 1.317×10^7 であった。さらに、この導波路解析を繰り返し行うことにより、導波路幅－伝搬定数の関係(分散曲線)を計算することができる。分散曲線の計算によって、単一モードになる条件などを判定することができる。

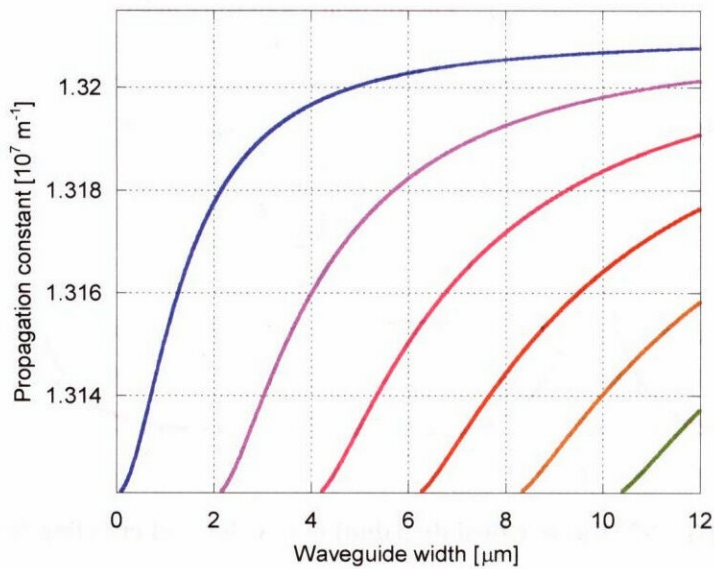


Fig. 2-9: Dispersion relationship (plotted as a function of waveguide width).

こうして計算した分散曲線を Fig. 2-9 に示す。横軸は導波路幅、縦軸は伝搬定数を示している。これより、第 2 次モードのカットオフは導波路幅 2.16 μm にあり、後述する 12 μm 幅のマルチモード導波路では第 6 次モードまでが伝搬できることが分かる。また、それぞれのモードにおいて導波路幅が広くなるほど導波路への閉じ込めが強くなり、伝搬定数が大きくなる(等価屈折率が大きくなる)のが分かる($n_{\text{eff}} = \beta / k_0$ であるから、 β が大きいほど等価屈折率は大きくなる)。

2.4. 多モード干渉型導波路

このデバイスの重要な構成要素の 1 つである、MMI カプラーについて説明する[30][38]。MMI カプラーとは、マルチモード導波路の両端にシングルモード導波路が複数個接続されている構造となっている (Fig. 2-10)。伝搬してきた光はマルチモード導波路部分で高次モードへ展開さ

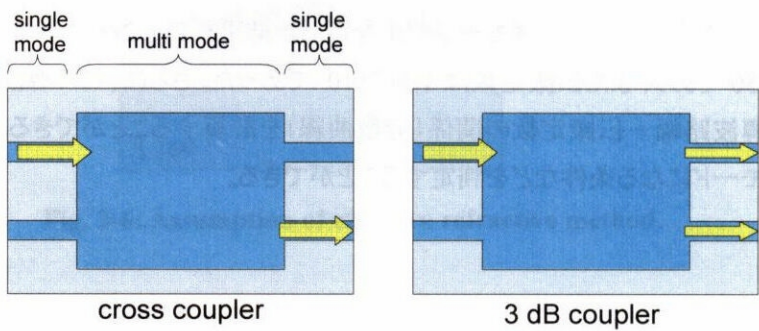


Fig. 2-10: Multimode interference coupler.

れ干渉しつつマルチモード導波路の端で結像する。ここへシングルモード導波路を配置することによって Fig. 2-10 に示すようなクロスカプラーや、3 dB カプラーなどを作製することができる。本章 2.1 で述べた MMI-BLD では、MMI をクロスカプラーとして用いている。

2.4.1. 高次モードへの展開によるマルチモード導波路の解析

導波路の断面を Fig. 2-11 に示す(例としてリッジ導波路を示す)。通常導波路のコアは厚み方向(y 方向)には薄く、常にシングルモードで導波するため、等価屈折率法を用いて y 方向には均一な等価屈折率を持つとし 1 次元省略した解析ができる。導波路リッジ部分の等価屈折率を n_r 、ク

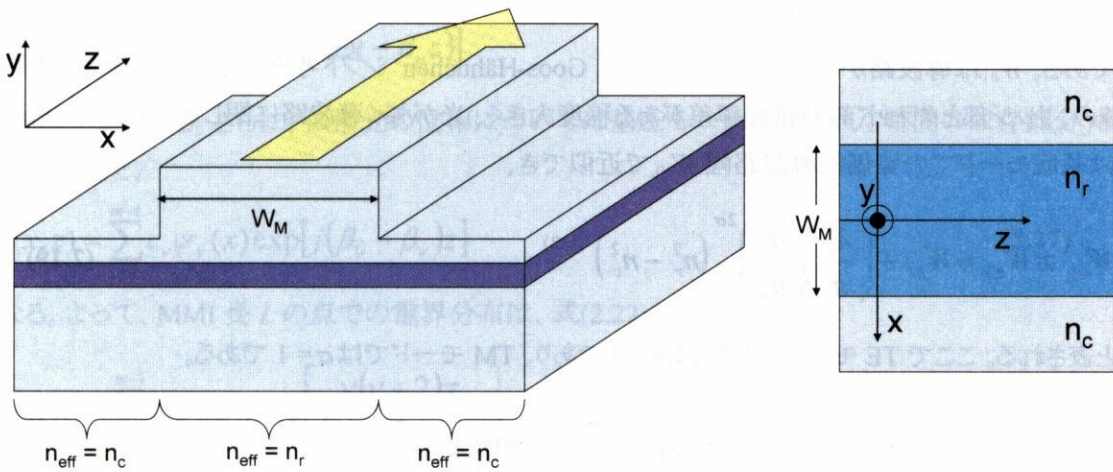


Fig. 2-11: Assumption of MMI analysis.

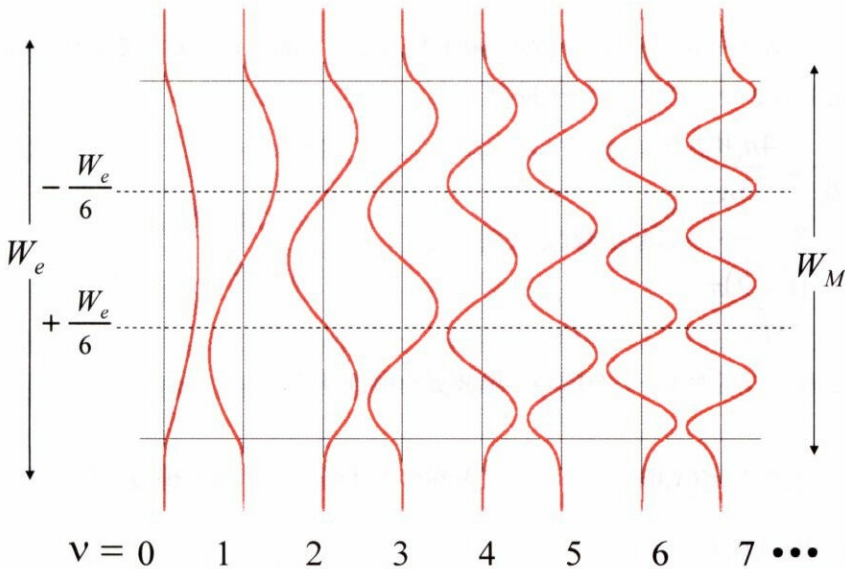


Fig. 2-12: Higher mode profile of MMI.

ラッド部分の等価屈折率を n_c とおく (Fig. 2-11(b))。また、導波路の屈折率分布は階段状に n_r から n_c へと変化するものと仮定する。

このマルチモード導波路は幅 W_M であり、横方向へ m 個の横モードが存在できるとする (Fig. 2-12)。各モードには 0 から $m-1$ までの番号付けをしてある。横方向 (x 方向) への波数を $k_{x\nu}$ とし、進行方向 (z 方向) への伝搬定数を β_ν とすると

$$k_{x\nu}^2 + \beta_\nu^2 = k_0^2 n_r^2 \quad (2.17)$$

が成り立つ。ここで

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad k_{x\nu} = \frac{(\nu+1)\pi}{W_{e\nu}} \quad (2.18)$$

である。 $W_{e\nu}$ は導波路からの光の染み出しや Goos-Hähnchen シフト考慮した等価的な導波路幅であり、リッジ部とクラッド部の屈折率差がある程度大きく、光が強く導波路に閉じ込められている時には基底モードでの等価的導波路幅 W_{e0} で近似でき、

$$W_{e\nu} \cong W_{e0} = W_M + \left(\frac{\lambda_0}{\pi} \right) \left(\frac{n_c}{n_r} \right)^{2\sigma} (n_r^2 - n_c^2)^{-(1/2)} \quad (2.19)$$

と表される。ここで TE モードの時には $\sigma=0$ であり、TM モードでは $\sigma=1$ である。

通常は $k_{x\nu} \ll \beta_\nu$ であり、式(2.17)を β_ν について展開すると

$$\beta_\nu \cong k_0 n_r - \frac{(\nu+1)^2 \pi \lambda_0}{4 n_r W_{e\nu}^2} \quad (2.20)$$

となる。これより、各モードの z 方向への伝搬定数はモード番号 ν に対して 2 次に近い関係となる。

ここで、 $\nu=0, 1$ の 2 モード間のビート長を

$$L_\pi = \frac{\pi}{\beta_0 - \beta_1} \cong \frac{4 n_r W_{e\nu}^2}{3 \lambda_0} \quad (2.21)$$

と定義すると、各モードの伝搬定数は

$$(\beta_0 - \beta_\nu) \cong \frac{\nu(\nu+2)\pi}{3 L_\pi} \quad (2.22)$$

と表される。これらの高次モードを用いて導波光を展開する。

入力光の電界を $\Psi(x, 0)$ 、各モードの電界を $\psi_\nu(x)$ とし、重なり積分を用いて定義される定数

$$c_\nu = \frac{\int \Psi(x, 0) \psi_\nu(x) dx}{\int \psi_\nu^2(x) dx} \quad (2.23)$$

を用いて入力光は

$$\Psi(x,0) = \sum_{\nu} c_{\nu} \psi_{\nu}(x) \quad (2.24)$$

と展開することができる(参考文献[30]ではこの式(2.23)が誤っているので注意が必要)。実際の MMI では導波モードのみで書き下すことができ(非導波モードについては導波しないため省略することができる)、

$$\Psi(x,0) = \sum_{\nu=0}^{m-1} c_{\nu} \psi_{\nu}(x) \quad (2.25)$$

となる。MMI を伝搬し距離 z の点での電界分布は、それぞれのモード毎の伝搬定数に沿って伝搬し、

$$\Psi(x,z) = \sum_{\nu=0}^{m-1} c_{\nu} \psi_{\nu}(x) \exp[j(\omega t - \beta_{\nu} z)] \quad (2.26)$$

と表すことができる。さらに、伝播光の位相については基底モードを基準とし、時間の依存部分 $j\omega t$ を省略すると、

$$\Psi(x,z) = \sum_{\nu=0}^{m-1} c_{\nu} \psi_{\nu}(x) \exp[j(\beta_0 - \beta_{\nu})z] \quad (2.27)$$

となる。よって、MMI 長 L の点での電界分布は、式(2.22)を代入し

$$\Psi(x,L) = \sum_{\nu=0}^{m-1} c_{\nu} \psi_{\nu}(x) \exp\left[j \frac{\nu(\nu+2)\pi}{3L_{\pi}} L\right] \quad (2.28)$$

となる。この式(2.28)より、特定の条件によっては入射したモードが距離 L の点で再現されるのが分かる。

2.4.2. 単一像の結像

ここから入力光の結像について考察を進める。式(2.28)の位相部分について、

$$\nu \text{ が奇数の時} = \begin{cases} \nu(\nu+2) \text{ は奇数} \\ \psi_{\nu}(-x) = -\psi_{\nu}(x) \end{cases} \quad \nu \text{ が偶数の時} = \begin{cases} \nu(\nu+2) \text{ は偶数} \\ \psi_{\nu}(-x) = \psi_{\nu}(x) \end{cases} \quad (2.29)$$

となることに注意する。ただし、ここで ν の定義上、基底モードが $\nu=0$ となっていることに注意する。式(2.28)と関数 $\psi_{\nu}(x)$ の性質より、距離 L の点での電界 $\Psi(x,L)$ は、

$$\exp\left[j \frac{\nu(\nu+2)\pi}{3L_{\pi}} L\right] = 1 \quad \text{or} \quad (-1)^{\nu} \quad (2.30)$$

の時に入力光 $\Psi(x,0)$ が再現されることが分かる。1 つめの条件は、全ての伝搬モードについて距離 L を伝搬した時に位相差が 2π の整数倍であることである。すなわち、入力光がそのままの位相

関係を保ち距離 L で結像するので、入力光と全く同じ像が得られる。2 つめの条件では ν が偶数・奇数に応じて位相差が π の偶数倍・奇数倍と変化することであり、

$$\Psi(x, L) = \sum_{\nu=0}^{m-1} c_{\nu} \psi_{\nu}(x) (-1)^{\nu} = \sum_{\nu=0}^{m-1} c_{\nu} \psi_{\nu}(-x) \quad (2.31)$$

と変形できることから、 $x = 0$ の線に沿って対象な像が得られることが分かる。この時の距離 L の条件は、式(2.29)と式(2.30)より、

$$L = p(3L_{\pi}) \quad p = 0, 1, 2, \dots \quad (2.32)$$

と表され、 p が偶数の時には 1 つめの条件が、 p が奇数の時には 2 つめの条件が満たされることが分かる。このことより、距離 $3L_{\pi}$ 毎に元の像と、 $x = 0$ に対称な像が交互に結像されることが分かる。

2.4.3. 2 つの像の結像

次に、2 つの結像について述べる。単一像での考察において、距離 $3L_{\pi}$ 毎に元の像と、 $x = 0$ に対称な像が交互に結像されることが分かっているので、その中間点での結像の様子を考察する。すなわち、

$$L = \frac{p}{2}(3L_{\pi}) \quad p = 1, 3, 5, \dots \quad (2.33)$$

という距離での電界分布を調べる。まず、式(2.33)を式(2.28)に代入し

$$\Psi\left(x, \frac{p}{2}3L_{\pi}\right) = \sum_{\nu=0}^{m-1} c_{\nu} \psi_{\nu}(x) \exp\left[j\nu(\nu+2)p\left(\frac{\pi}{2}\right)\right] \quad (2.34)$$

を得る。ただし p は奇数であり、 ν が奇数と偶数とに場合分けして式(2.29)を用いると

$$\begin{aligned} \Psi\left(x, \frac{p}{2}3L_{\pi}\right) &= \sum_{\nu \text{ even}} c_{\nu} \psi_{\nu}(x) + \sum_{\nu \text{ odd}} (-j)^p c_{\nu} \psi_{\nu}(x) \\ &= \frac{1+1+(-j)^p - (-j)^p}{2} \sum_{\nu \text{ even}} c_{\nu} \psi_{\nu}(x) + \frac{1-1+(-j)^p + (-j)^p}{2} \sum_{\nu \text{ odd}} c_{\nu} \psi_{\nu}(x) \\ &= \frac{1+(-j)^p}{2} \left(\sum_{\nu \text{ even}} c_{\nu} \psi_{\nu}(x) + \sum_{\nu \text{ odd}} c_{\nu} \psi_{\nu}(x) \right) + \frac{1-(-j)^p}{2} \left(\sum_{\nu \text{ even}} c_{\nu} \psi_{\nu}(x) - \sum_{\nu \text{ odd}} c_{\nu} \psi_{\nu}(x) \right) \quad (2.35) \\ &= \frac{1+(-j)^p}{2} \left(\sum_{\nu \text{ even}} c_{\nu} \psi_{\nu}(x) + \sum_{\nu \text{ odd}} c_{\nu} \psi_{\nu}(x) \right) + \frac{1-(-j)^p}{2} \left(\sum_{\nu \text{ even}} c_{\nu} \psi_{\nu}(-x) + \sum_{\nu \text{ odd}} c_{\nu} \psi_{\nu}(-x) \right) \\ &= \frac{1+(-j)^p}{2} \Psi(x, 0) + \frac{1-(-j)^p}{2} \Psi(-x, 0) \end{aligned}$$

と変形ができる。つまり、これは距離 $z = \frac{1}{2}(3L_{\pi}), \frac{3}{2}(3L_{\pi}), \frac{5}{2}(3L_{\pi}), \dots$ の点に、強度が $1/\sqrt{2}$ の像が、 $x = 0$ を対称に 2 つずつ結像されることを意味している(Fig. 2-13)。また、それぞれの像は基底モードに対して $\pm\pi/4$ の位相差を持ち、像同士は $\pi/2$ の位相差を持つ。これを用いることにより 2×2 3-dB カプラーを作製することができる。

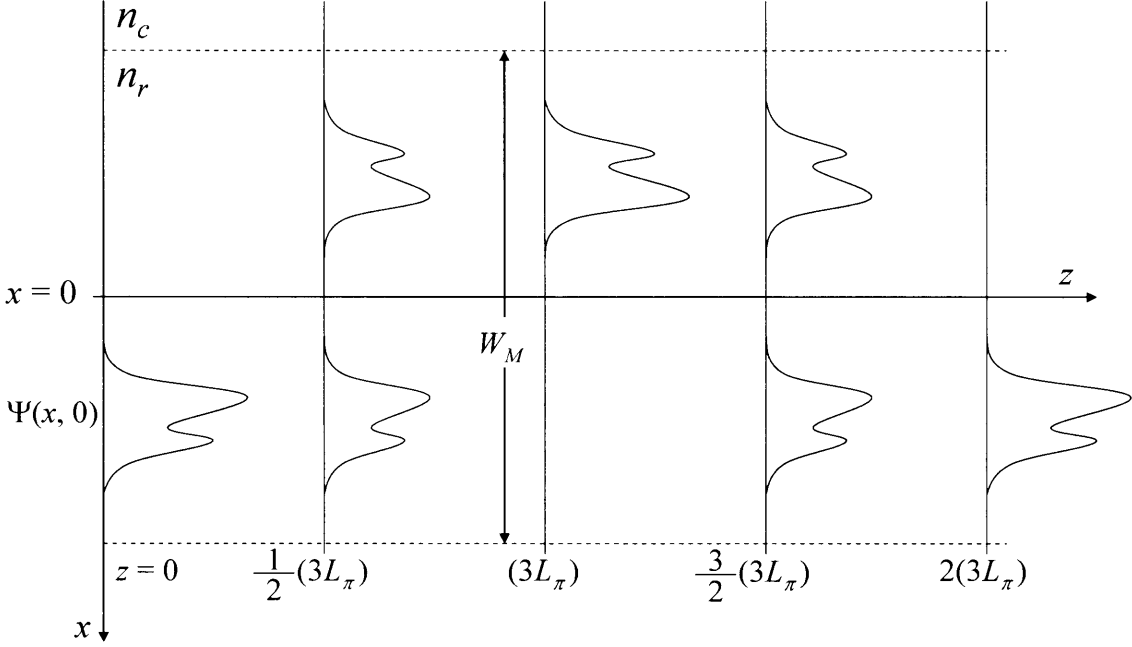


Fig. 2-13: Self-imaging in multimode waveguide.

これまで示してきた単一像と2つの像の結像の様子を模式的に Fig. 2-13 に示す。

2.4.4. 複数の像の結像

3つ以上の結像についてはフーリエ変換を用いて解析することができる[31]。以下、その仮定と結論を簡単に述べる。

まず、電場 $\Psi_{\text{in}}(x)$ を入力光の電場 $\Psi(x, 0)$ と、 $x = 0$ に対して対称な場 $\Psi(-x, 0)$ の周期的な和として定義する(周期 $2W_e$ とする)。すなわち

$$\Psi_{\text{in}}(x) \equiv \sum_{v=-\infty}^{+\infty} [\Psi(x - v2W_e, 0) - \Psi(-x + v2W_e, 0)] \quad (2.36)$$

また、各モードの電場は正弦波状であると近似し、

$$\psi_v(x) \cong \sin(k_{xv}x) \quad (2.37)$$

とする。これらの仮定に基づき、式(2.24)をフーリエ展開すると、距離

$$L = \frac{P}{N}(3L_\pi) \quad (p \geq 0, N \geq 1 \text{の整数}) \quad (2.38)$$

において電場は

$$\Psi(x, L) = \frac{1}{C} \sum_{q=0}^{N-1} \Psi_{\text{in}}(x - x_q) \exp(j\varphi_q) \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} x_q &= p(2q - N) \frac{W_e}{N} \\ \varphi_q &= p(N - q) \frac{q\pi}{N} \end{aligned} \quad \text{ただし} \quad (2.40)$$

となる。ここで C は正規化のための複素数で、 $|C| = \sqrt{N}$ であり、また p は z 方向への像の周期を表し、 q は x 方向への N 個の像があることを表している。すなわち、距離 $z = L$ において、展開された電場 $\Psi_{\text{in}}(x)$ によって N 個の像が得られ、それは位置 x_q 、強度 $1/\sqrt{N}$ 、位相 φ_q であることを意味する。これより、入力光 $\Psi(x, 0)$ の N 個の像（一般には均等に配置されていない）が導波路内に結像されることが分かる。この複数列の結像現象を用いて、 $N \times N$ や $N \times M$ のカプラーを作製することができる。最も短いデバイスは $p = 1$ の時に実現でき、 $N \times N$ の MMI カプラーの各結像の位相は

$$\begin{aligned} \varphi_{rs} &= \frac{\pi}{4N} (s-1)(2N+r-s) + \pi & r+s \text{ が偶数の時} \\ \varphi_{rs} &= \frac{\pi}{4N} (r+s-1)(2N-r-s+1) & r+s \text{ が奇数の時} \end{aligned} \quad (2.41)$$

と表すことができる。ここで、 r と s はそれぞれ入出力光導波路の番号であり、入力光導波路は下から順番に $1, 2, \dots, N$ と番号付けをし、出力光導波路は上から順番に $1, 2, \dots, N$ と番号付けをしてある。

2.4.5. 特定のモードのみで導波される場合

ここから、入力光によって MMI 中の導波モードのうち一部のみによって導波されている場合を考える。高次モードの一部のみを用いて導波することによって、 $\nu(\nu+2)$ の多重度を用い、さらに短い周期でのモード間の位相の関係などを調べることができる。

$$\text{まず} \quad \text{mod}_3[\nu(\nu+2)] = 0 \quad \text{ただし } \nu \neq 2, 5, 8, \dots \quad (2.42)$$

である。式(2.28)におけるモードの位相を示す部分は

$$\exp \left[j \frac{\nu(\nu+2)\pi}{3L_\pi} L \right] \quad (2.43)$$

であるため、

$$c_\nu = 0 \quad (\nu = 2, 5, 8, \dots \text{ の時}) \quad (2.44)$$

が成り立つ時に、位相部分の 1 周期の長さを $1/3$ に減らすことができる。よって、入力光 $\Psi(x, 0)$ 単一像の結像（直接の結像と、 $x = 0$ で反転したもの）の両方）は

$$L = p(L_\pi) \quad p = 0, 1, 2, \dots \quad (2.45)$$

で得られる ($\nu = 2, 5, 8, \dots$ のモードは励起されないため)。同様に、2 つに分割された像は p が奇数の時に $(p/2)L_\pi$ の位置に現れる。同様な数値解析によって、 N 個に分割された像は距離

$$L = \frac{p}{N}(L_\pi) \quad \text{ただし } p \geq 0, N \geq 1 \text{ の整数} \quad (2.46)$$

に現れることが示されている。

この最初の仮定である $c_\nu = 0$ ($\nu = 2, 5, 8, \dots$) を得る方法は、左右対称な入力光 (例えばガウシアンビームなど) を $x = \pm We/6$ の位置に入射することである。これより、Fig. 2-12 を見ると $\nu = 2, 5, 8, \dots$ のモードは励起されないことが分かる ($\nu = 2, 5, 8, \dots$ のモードは $x = \pm We/6$ の位置から見て奇関数であり、左右対称なモードとの重ね合わせ積分をとると $c_\nu = 0$ となる)。入力光の導波路はこの $x = \pm We/6$ の2 つに限られていることは明らかである。この励起の条件が整っている時、入力光の結像に際して各モードは 0-1、3-4、6-7、のようにペアとして働く。例えば、各偶数モードは対応する奇数モードと $z = L_\pi/2$ の位置 (3-dB カプラーとなる位置) において $\pi/2$ の位相差を持ち、 $z = L_\pi$ の位置 (クロスカプラーとなる位置) において π の位相差を持つ。これらの現象を **paired interference** と呼ぶ。

一般に、入力光を N 個に分割するスプリッタは、これまで説明してきた複数個の像の結像によって作成することができる。しかし、偶数番目のモードのみを選択的に用いて導波することによって (奇数番目は励起しない) MMI の長さを $1/4$ までに小さくすることができる。これを **symmetric interference** と呼ぶ。ここからその条件について説明する。

$$\text{mod}_4[\nu(\nu+2)] = 0 \quad \text{ただし } \nu \text{ が奇数の時} \quad (2.47)$$

が明らかに成り立つ。また、式(2.28)における位相部分は

$$\exp\left[j \frac{\nu(\nu+2)\pi}{3L_\pi} L\right] \quad (2.48)$$

であるため、

$$c_\nu = 0 \quad (\nu = 1, 3, 5, \dots \text{の時}) \quad (2.49)$$

が成り立つときに位相の1周期の長さを $1/4$ に減らすことができる。よって、入力光 $\Psi(x, 0)$ の単一像の結像位置は、奇数番目のモードが励起されない時には

$$L = p\left(\frac{3L_\pi}{4}\right) \quad \text{ただし } p = 0, 1, 2, \dots \quad (2.50)$$

となる。

この奇数番目のモードが励起されない条件とは、MMI の中央に、対称な入力光を入射した時に得られる。その際には入力光は偶数番目のモードのみの線形結合で展開することができ、これ

を Symmetric Interference と呼ぶ。

一般に、この条件において N 個に分割された像は

$$L = \frac{p}{N} \left(\frac{3L_{\pi}}{4} \right)$$

(2.51)

Table 2-1: Summary of interference mechanism and requirement.

干渉のメカニズム	General	Paired	Symmetric
入力×出力ポート	$N \times N$	$2 \times N$	$1 \times N$
最初の単一像の結像位置	$(3L_{\pi})$	(L_{π})	$\left(\frac{3L_{\pi}}{4} \right)$
N 分割された像の最初の結像位置	$\left(\frac{3L_{\pi}}{N} \right)$	$\left(\frac{L_{\pi}}{N} \right)$	$\left(\frac{3L_{\pi}}{4N} \right)$
モード励起条件	無し	$\nu = 2, 5, 8, \dots$ の時 $c_{\nu} = 0$	$\nu = 1, 3, 5, \dots$ の時 $c_{\nu} = 0$
入力ポート位置	制限なし	$x = \pm W_e / 6$	$x = 0$

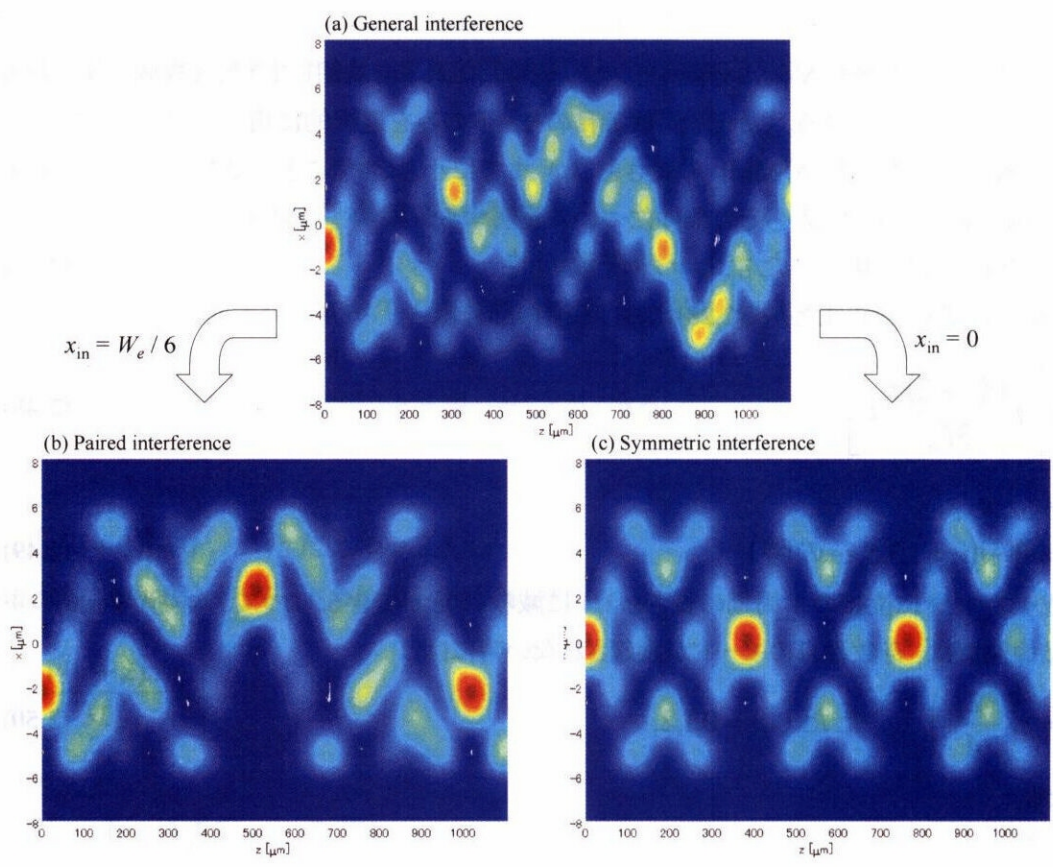


Fig. 2-14: Various interference mechanism of MMI. Intensity profile of (a) General, (b) Paired, (c) Symmetric interference.

の位置に、 W_c/N の間隔で結像する。ガウシアンビームを低損失で出力光のバランスの取れた状態で N 個に分波するには、その MMI には最低でも $m = N + 1$ 個のモードが導波できるように設計する必要がある。

これまで述べてきた様々な入射光の条件などについて Table 2-1 にまとめる。また、これまで述べた 3 種類の干渉メカニズムによって導波する光の、パワー分布を計算した結果を Fig. 2-14 に示す。まず Fig. 2-14(a) に一般的な入力位置へガウス分布の光を入射した時の干渉模様を示す(実際には $W_c/12$ の位置に設定してある)。また、導波路幅は $12\ \mu\text{m}$ 、導波路とクラッドの等価屈折率は 2.3 等価屈折率法で計算した値を用いてある($n_r = 3.258$, $n_c = 3.236$)。計算においては一度スラブ導波路解析を行い数値計算するため、式(2.28)ではなく式(2.27)を直接計算している。

このように、一般的な条件では伝搬距離 $1100\ \mu\text{m}$ 程度ではきちんと結像する位置が無い(この条件での結像位置はおおよそ $z = 1550\ \mu\text{m}$ となる)。ところが、入射光の位置を $W_c/6$ に合わせると Paired interference になり、Fig. 2-14(b) に示すように、距離 $z = 520\ \mu\text{m}$ 付近で入力光が結像する。また、この結像位置での光の位相は入力光と同じ位相となる(伝搬する基底モードの位相と揃う)。さらに、入力光の位置を導波路の中心に合わせると Symmetric interference となり、Fig. 2-14(c) に示すように結像距離がさらに短くなる。ここでは $z = 390\ \mu\text{m}$ 付近に結像が見られる。さらに、Symmetric interference では 2 分岐や 3 分岐の結像位置もはっきりと確認できる。DBR-MMI-BLD では 2 つの重なり合うモードが存在する必要があるため、入射導波路の位置を $W_c/6$ に合わせてこの Paired interference の条件にする必要がある。

デバイスの長さに関しては、paired interference を用いて $107\ \mu\text{m}$ という短さの 3-dB カプラーも作製されている[32]。これは III-V 族化合物半導体 InGaAsP / InP をドライエッチングで加工し作製されている。また、SOI 基板を用いた Si 導波路では、リブ型導波路を用いて放物線状の形の MMI を作成し、通常の直線からなる MMI に比べておおよそ 30% 長さを短くし、かつアクセス導波路の間隔を広くとれるトレランスの高い設計の報告もある[33]。また、これまでは MMI の導波モードのみ考えていたが、実際には MMI 内部で共振してしまうモードも存在する。これを極力抑えるために、アクセス導波路の最後をテーパ状にすることによって MMI 内部の反射を観測不能な程度まで落とした、という報告もある[34]。

これまでの議論はすべて Passive 導波路を前提にしており、(等価)屈折率が全てステップ状に変化することを前提としている。ところが、2.1 で述べたようにこのデバイスではレーザーとして用いるため、利得を持つ Active 導波路で MMI を作製する必要がある。この時にはキャリアを注入することによる屈折率の変化が起こり、理想的な MMI のような結合長の特性が得られない、という報告もある[35]。これは、注入したキャリアが横方向に対しても拡散していく[36]ことにより、屈折率分布がステップ状にならないことによる。