

## 二層地盤内の波動伝播性状に関する数値実験例

Examples of Numerical Experiment on Elastic Wave Propagation in Two-Layered Media

大 保 直 人\*・片 山 恒 雄\*

Naoto OHBO and Tsuneo KATAYAMA

### 1. ま え が き

半無限弾性体の地表振動源から発生・伝播する弾性波の問題が、H. Lamb<sup>1)</sup>によって理論的に解明されて以来、層構造をなす弾性体での波動伝播現象は、波線理論(たとえば、境界面での波の反射、屈折<sup>2)</sup>)や表面波の分散性状(たとえば、レイリ波に関しては太田,<sup>3)</sup>ラブ波については佐藤<sup>4)</sup>)などの個々の性状について詳細に検討されている。

差分法を用いて、半無限弾性体および二層構造での波動伝播の問題を解明した例<sup>5,6)</sup>があり、興味ある結果が示されている。

著者らは、これまで、半無限弾性体の地表振動源から発生・伝播する弾性波動の中で、特に地表で振幅の大きなレイリ波に注目し、各種地表面形状を伝播する波の特性を検討してきた。<sup>7-9)</sup>これらの解析で用いた計算を、実際問題に適用するには、層構造をなす弾性体に対して適用可能な計算法を検討する必要がある。

本論文では、層境界を含む二層地盤に対する計算法を紹介し、計算結果を波線理論および表面波の分散性について比較・検討することにより、境界面の評価式と計算法の有効性を明らかにした。

### 2. 境界面の評価法

連続体地盤を質点と伸縮バネで置き換える方法(等価質点系モデル<sup>7)</sup>)の二層地盤への拡張について述べる。

二層地盤の境界を Fig. 1 のように質点と伸縮バネでモデル化する。境界面を  $j$  にとり、 $x$  と  $z$  方向の伸縮バネ定数を  $C_1$ 、対角方向のそれを  $C_2$ 、そして質点の質量を  $m$  とする。下層部のそれぞれには、おのおのの記号にダッシュを付す( $C_1', C_2', m'$ )。質点間隔を  $x, z$  方向とも  $h$  とする。また、 $x, z$  方向の変位を  $u, w$  とし、 $z$  軸を下方による。質点( $i, j$ )での  $x, z$  方向の力の釣り合いは

$$m'_{i,j} \frac{d^2 u}{dt^2} = C_1' \cdot (u_{i+1,j} + u_{i-1,j} - 2u_{i,j}) + C_2' \cdot \{(u_{i+1,j+1} + u_{i-1,j+1} - 2u_{i,j})$$

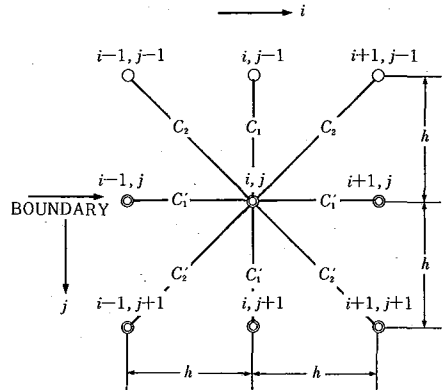


Fig. 1 Mass-Spring System at a Boundary.

$$+ (w_{i+1,j+1} - w_{i-1,j+1}) + C_2' \cdot \{(u_{i-1,j-1} + u_{i+1,j-1} - 2u_{i,j}) + (w_{i-1,j-1} - w_{i+1,j-1})\} \quad (1)$$

$$m'_{i,j} \cdot \frac{d^2 w}{dt^2} = C_1' \cdot (w_{i,j+1} - w_{i,j}) + C_2' \cdot \{(w_{i+1,j+1} + w_{i-1,j+1} - 2w_{i,j}) + (u_{i+1,j+1} - u_{i-1,j+1}) + C_1' \cdot (w_{i,j-1} - w_{i,j}) + C_2' \cdot \{(w_{i-1,j-1} + w_{i+1,j-1} - 2w_{i,j}) + (u_{i-1,j-1} - u_{i+1,j-1})\} \quad (2)$$

で表せる。ここで、 $C_1, C_2, C_1'$  および  $C_2'$  は文献<sup>7)</sup>と同様の方法で設定する。境界条件を式(1)、(2)で与えて、二層地盤内の波動伝播を数値実験で求めることができる。

### 3. 計算モデルの概要

地盤は Fig. 2 に示す二次元の二層地盤モデルとした。地盤は  $z$  軸に関して対称であり、1 m 間隔の綱目で細分化し ( $h=1$  m)、そして時間間隔は計算が不安定にならない値 ( $\Delta t=0.003$  秒) とした。地盤の諸元およびパラメータは図中に表示してある。今回の検討では、地表層の厚さ  $H=2$  m と  $H=30$  m の場合について試算結果を示した。外力は

$$P(t, x) = F(t) \cdot G(x)$$

\* 東京大学生産技術研究所 第5部

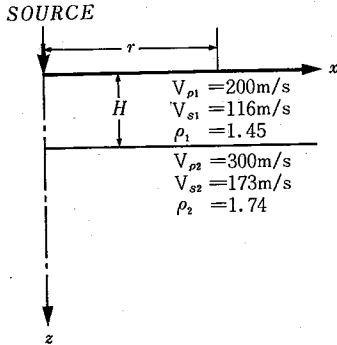


Fig. 2 Two-Dimensional Configuration of Two-Layered Model.

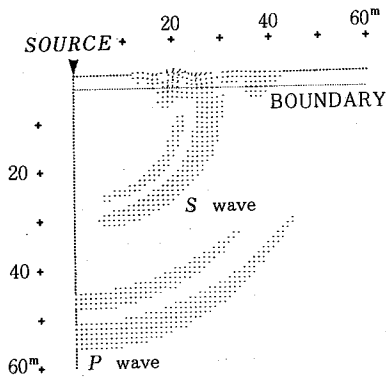


Fig. 3 Displacement Vector Field in Two-Layered Model at  $t=70 \cdot \Delta t$  ( $H=2$  m).

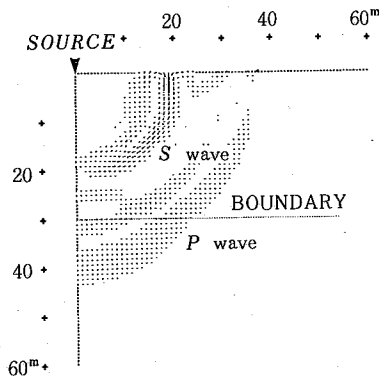


Fig. 4 Displacement Vector Field in Two-Layered Model at  $t=70 \cdot \Delta t$  ( $H=30$  m).

で表し

$$F(t) = \begin{cases} \sin(2\pi ft) & 0 \leq t \leq 1/f \\ 0 & 1/f < t \end{cases}$$

$$G(x) = \begin{cases} (1 + \cos(\pi fx/V_{s1}))/2 & 0 \leq x \leq 2f/V_{s1} \\ 0 & 2f/V_{s1} < x \end{cases}$$

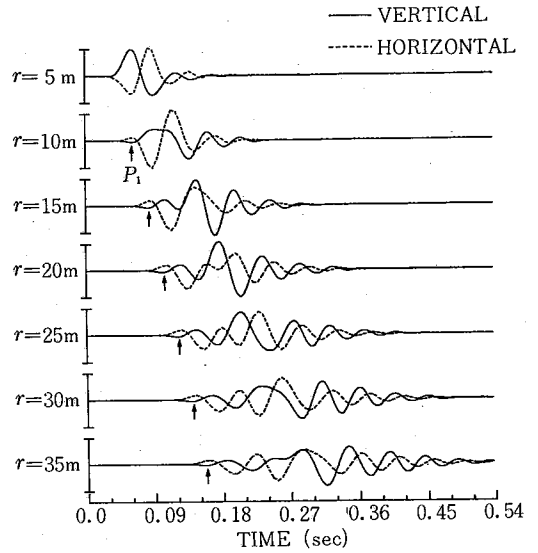


Fig. 5 Vertical and Horizontal Displacement-Time Histories on the Free Surface of Two-Layered Model ( $H=2$  m).

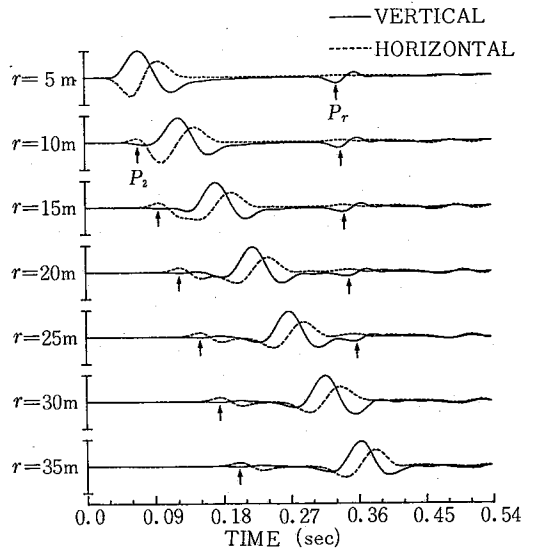


Fig. 6 Vertical and Horizontal Displacement-Time Histories on the Free Surface of Two-Layered Model ( $H=30$  m).

を用いた。ここで、 $F(t)$ 、 $G(x)$ はそれぞれ時間・空間分布関数、 $f$ は周波数、そして $t$ は時間を表す。

#### 4. 計算結果

表層の厚さ  $H=2, 30$  m の地盤構造での、 $t=70\Delta t$  の

研究 速 報

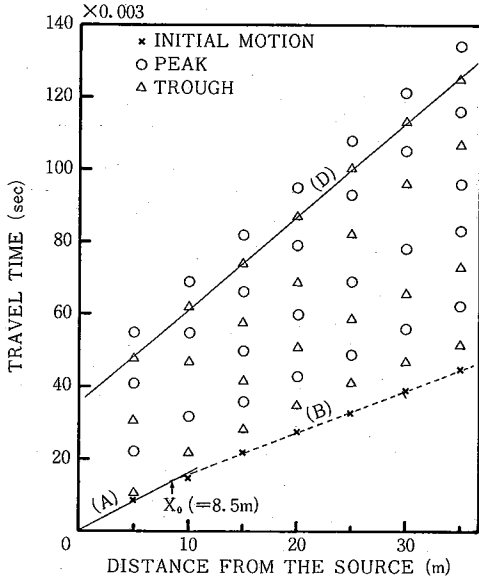


Fig. 7 Time-Distance Relation for Vertical Displacement in Two-Layered Model ( $H=2m$ ).

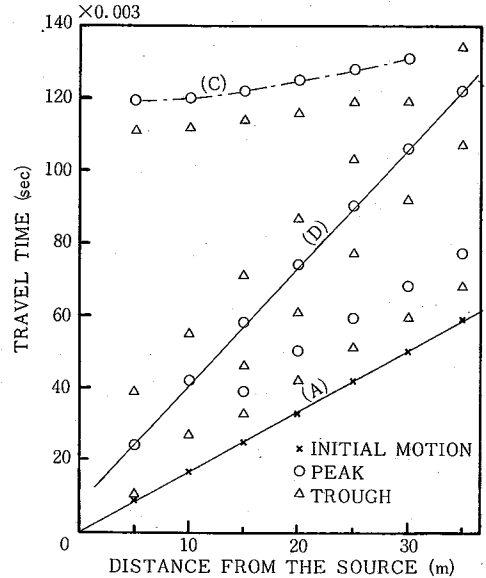


Fig. 8 Time-Distance Relation for Vertical Displacement in Two-Layered Model ( $H=30m$ ).

瞬間における波動の伝播パターンをそれぞれ Fig. 3, 4 に示す。これらの図は、各格子点の変位の大きさとその方向をベクトル表示したもので、振動源での上下動最大変位振幅の  $1/30$  以上の振幅のみを示す。表層内での波動伝播は、Fig. 3 では明瞭でないが、境界面からの反射波、透過  $P$  波が明らかに認められ、定性的に満足できる伝播性状を示す。

地表面で得られた上下動・水平動波形を Fig. 5, 6 に示す。縦軸は任意スケールになっているが、各地点での上下動・水平動波形の振幅の大きさは相互に比較できる。明瞭な  $P$  波位相に上向きの矢印を付した。Fig. 5 において最初にみられる位相は下層の  $P$  波速度に相当し、いわゆる屈折波； $P_2$  を示し、その後に分散性の波がみられる。Fig. 6 では、最初に直接  $P$  相； $P_1$ 、その後半無限弾性体で現れた<sup>7)</sup>と同様なレイリ相、さらに後に振幅の小さい反射  $P$  相； $P_r$  が確認できる。

Fig. 7, 8 は Fig. 5, 6 の上下動波形の山、谷、および各地点で得られた最大振幅の  $1/500$  の振幅を示す瞬間で定義した初動の走時曲線を示す。表層厚  $H=2m$  の場合 (Fig. 7 参照)、屈折波とそれに続く波の分散性が著しく、 $H=30m$  (Fig. 8 参照) では、半無限弾性体の性状によく似ており、ほかに反射  $P$  波の典型的な性質が確認できる。これらの図中の記号 (A)~(C) は Fig. 9 に説明してある。(D) はレイリ波の位相を示す。

以下に、波線理論 (境界面での反射・透過) および表

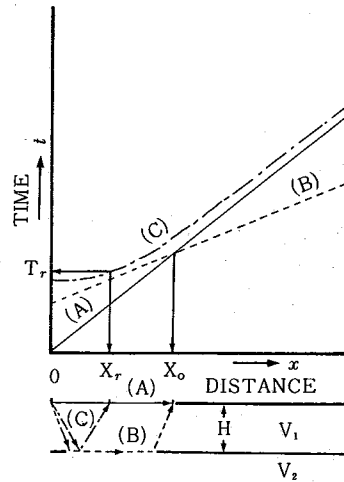


Fig. 9 A Schematic Time-Distance Relation in Two-Layered Model.

面波の分散性によって理論的に、これらの結果を検討する。

4.1 実 体 波

一様な表層があるときの弾性波の走時 (屈折波および反射波) は、地震探査で重要な問題の一つである。Fig. 9 の下図に示す二層地盤モデルで得られる直接波 (A)、屈折波 (B)、および反射波 (C) の走時例を上図に示した (Fig. 7, 8 の記号と対応する)。直接波と屈折波との交点

$X_0$  (臨界距離) は

$$X_0 = 2H \sqrt{\frac{V_2 + V_1}{V_2 - V_1}} \quad V_2 > V_1 \quad (3)$$

また、振動源から距離  $X_r$  での反射波の走時  $T_r$  は

$$T_r = \frac{2}{V_1} \sqrt{\left(\frac{X_r}{2}\right)^2 + H^2} \quad (4)$$

で求まる。ここで、 $H$  は表層の厚さ、 $V_1$  と  $V_2$  は表層と下層の伝播速度である。

表層の厚さ  $H=2, 30$  m での臨界距離  $X_0$  を式(3)から求めると、 $X_0 \approx 8.9, 134.2$  m になる。Fig. 7 から読みとられた臨界距離  $X_0$  は 8.5 m となり、式(3)に  $H=2$  m を代入した値とよく一致する。 $H=30$  m では、臨界距離 ( $X_0 \approx 134.2$  m) が大きいので Fig. 8 の走時曲線上では確認できない。一方、反射波の走時は、 $H=30$  m の場合は式(4)で求まる値とよく一致している。しかし、 $H=2$  m では反射波は他の位相中に存在するため識別できない。

#### 4.2 表面波

層構造をなす地盤では、前述の実体波の屈折・反射の性質と同時に、レイリ波の分散性も重要になってくる。

レイリ波の位相速度、群速度の分散に関する計算<sup>10)</sup> は、多くの研究者によって試みられている。Fig. 10 は表層の厚さ  $H=2$  m でのレイリ波のそれらの分散曲線を示す。

Fig. 7, 8 から読みとられたレイリ波(D)の位相速度は 132 m/s, 106 m/s である。 $H=30$  m の場合(Fig. 8)の位相速度は、表層が半無限に広がる弾性体でのレイリ波の位相速度の値に一致している。また、 $H=2$  m(Fig. 7)での位相速度とその周波数(約 19 Hz)は、Fig. 10 の分散曲線が示す値とよく対応している。表層の厚さ  $H=30$  m で分散性が確認できない原因は、分散性は表層厚の数倍以上振動源から離れた地点に現れ、Fig. 8 はこれを満足していないところにある。

#### 5. あとがき

二層地盤での弾性波の発生・伝播を数値計算で解析するときの境界面の評価法を紹介し、この方法を二つの地盤モデルに応用した。その計算結果を波線理論および表面波の分散性等の理論値と比較・検討した結果、この評価法が極めて、有効であることがわかった。

この評価法は、理論的には多層地盤への応用が可能で

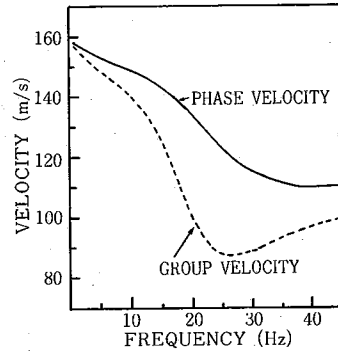


Fig. 10 Dispersion Curves of Two-Layered Model ( $H=2$  m).

ある。今後、地形形状、地盤構造等が複雑なモデルへの応用を考えている。  
(1982年2月24日受理)

#### 参考文献

- 1) H. Lamb (1904), "On Propagation of Tremors Over the Surface of an Elastic Solid", Philosophical Transactions, Royal Society, London, Series A.
- 2) たとえば, B. Gutenberg (1944), "Energy Ratio of Reflected and Refracted Seismic Waves", Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 34, No. 1.
- 3) たとえば, 太田 裕(1963), "二層構造における Rayleigh 波の振幅分布", 地震, 第 16 卷, 第 2 号.
- 4) たとえば, Y. Satō (1951), "Study on Surface Waves I, Velocity of Love-Waves", Bull. Earthq. Res. Inst., Vol. 29, No. 1.
- 5) Z. Alterman and F. C. Karal, Jr. (1968), "Propagation of Elastic Waves in Layered Media by Finite Difference Methods", Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 58, No. 1.
- 6) K. R. Kelly, R. W. Ward, SVEN Treitel and R. M. Alford (1976), "Synthetic Seismograms: A Finite-Difference Approach", Geophysics, Vol. 41, No. 1.
- 7) 大保直人・片山恒雄 (1980), "弾性波の発生・伝播に関する計算手法の比較", 生産研究, 第 32 卷, 第 12 号.
- 8) 大保直人・片山恒雄 (1981), "盛土上で与えられた外乱による振動伝播の波動論的考察", 生産研究, 第 33 卷, 第 2 号.
- 9) 大保直人・片山恒雄 (1981), "溝を介して伝播する弾性波動の性質", 生産研究, 第 33 卷, 第 3 号.
- 10) たとえば, N. A. Haskell (1943), "The Dispersion of surface Waves on Multilayered Media", Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 43, No. 1.