

シェル構造の離散化極限解析(その2)

— 平板剛体要素モデルの誘導 —

Discrete Limit Analysis of Shell Structures (Part 2)

— Derivation of Flat Rigid Element Models —

都井 裕*

Yutaka TOI

1. 序

任意形状を有する薄肉シェル構造の離散化極限解析用平板剛体要素モデルを誘導する。この離散化モデルは物理的には、すでに川井により提案されている平板の曲げ問題、平面問題の極限解析用剛体・ばねモデル^{1),2)}を組み合わせたものであるが、シェル構造解析に適用するためには、新たな数学的定式化が必要となる。

2. 平板剛体要素モデル

任意形状のシェル曲面を剛体平板三角形要素の集合体に分割し、隣接する2つの剛体三角形要素はその要素境界において、互いの相対的運動に抵抗するばね系により連結されているものとする。

通常有限要素法により離散化された構造物の全体系剛性方程式は、要素座標により記述された要素剛性方程式の座標変換の過程を経て、単一の全体座標系に対して構成されるが、剛体要素モデルを用いた場合は、その物理的モデルとしての性格より、これは一般には不可能である。すなわち、剛体要素モデルにより離散化された構造物の全体系剛性方程式は、適切に定義された要素座標および節点座標により記述されなければならない。この場合、要素座標を参照するのは要素の内部自由度であり、節点座標を参照するのは節点自由度である。したがって、要素境界の剛性特性も初めからこれらの座標系を参照して記述することにする。すなわち、通常有限要素法における座標変換の過程は不要となる。

代表的な隣接2剛体三角形要素を Fig. 1 に示す。以下では Fig. 1 を参照しながら定式化を行う。

2.1 諸座標系の定義

定式化に必要な座標系をここで定義しておく。前述したように、要素座標と節点座標を要素自由度の参照座標として用いる。他に、節点座標値を入力するための全体

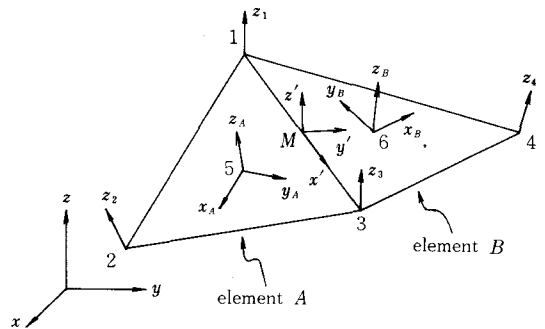


Fig. 1 Two adjacent rigid elements

座標と要素間相対変位を定義するための要素境界座標が必要となる。これらはいずれも直角座標である。

(i) 全体座標

全体座標を (x, y, z) とする。節点 i の座標値は (x_i, y_i, z_i) と記述する。

(ii) 要素座標

要素 A の要素座標を (x_A, y_A, z_A) とする。各座標軸方向の単位ベクトル (\vec{e} により表示する。以下同様.) は、要素 A を構成する節点番号を反時計回りに i, j, k として次式により与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \vec{x}_A &= \frac{1}{l_{ij}} \begin{bmatrix} x_{ji} & y_{ji} & z_{ji} \end{bmatrix} \\ \vec{z}_A &= \frac{1}{2d_A} \begin{bmatrix} y_{ji}z_{ki} - z_{ji}y_{ki} & z_{ji}x_{ki} - x_{ji}z_{ki} \\ x_{ji}y_{ki} - y_{ji}x_{ki} \end{bmatrix} \\ \vec{y}_A &= \vec{z}_A \times \vec{x}_A \end{aligned} \right\} (1)$$

ここに、 $x_{ji} = x_j - x_i$ (他も同様)、 l_{ij} は辺 ij の長さ、 d_A は要素 A の面積である。要素 B の要素座標 (x_B, y_B, z_B) も同様に定義される。

(iii) 節点座標

節点座標は面外座標のみが必要である。節点1の節点座標 z_1 は、節点1を含む要素 I の要素座標 z_I (これを $(z_I)_1$ と記す) のベクトルの平均をとることにより

* 東京大学生産技術研究所 第2部

研究速報

$$\vec{z}_1 = \left(\sum_i (\vec{z}_i)_1 \right) / \left| \sum_i (\vec{z}_i)_1 \right| \quad (2)$$

と定義する. 節点2, 3, 4の節点座標 $\vec{z}_2, \vec{z}_3, \vec{z}_4$ も同様に定義される. ただし, 実際のシェル曲面の単位法線ベクトルが既知の場合は, それを用いてもよい.

(iv) 要素境界座標

要素境界座標を (x', y', z') とする. 各座標軸方向の単位ベクトルは, 次式により定義される.

$$\left. \begin{aligned} \vec{x}' &= \frac{1}{l_{13}} \begin{bmatrix} x_{31} & y_{31} & z_{31} \end{bmatrix} \\ \vec{z}' &= (\vec{z}_A + \vec{z}_B) / |\vec{z}_A + \vec{z}_B| \\ \vec{y}' &= \vec{z}' \times \vec{x}' \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

剛体要素モデルによる離散化解析では, 要素分割の後, 各要素境界の剛性特性を算定する前に, (1), (2), (3)式により全要素, 全節点, 全要素境界における座標系を定めておかなければならない.

2.2 要素境界の剛性特性

(i) 要素の剛体変位関数

要素 A の要素座標表示された剛体変位関数は, 次式により与えられる.

$$\left. \begin{aligned} u_A &= -a_3^A y_A + a_4^A \\ v_A &= a_3^A x_A + a_5^A \\ w_A &= a_1^A y_A - a_2^A x_A + a_6^A \end{aligned} \right\} \quad (4a)$$

または

$$\left. \begin{aligned} \{u_A\} &= [H(x_A, y_A)] \{a^A\} \\ \{a^A\} &= [a_1^A \ a_2^A \ \dots \ a_6^A] \end{aligned} \right\} \quad (5a)$$

ここに, 未知係数 a_1^A, a_2^A, a_3^A は要素座標 x_A, y_A, z_A 軸まわりの回転変位であり, a_4^A, a_5^A, a_6^A は x_A, y_A, z_A 軸方向の並進変位である. 要素 B に対しても同様であり, (4a), (5a)式における添字 A を B とする((4b), (5b)式).

(ii) 相対変位

2要素 A, B 間の相対変位は, 一般には次式の6成分より成る.

$$\left. \begin{aligned} \phi_x &= (l_x^B a_1^B + m_x^B a_2^B) - (l_x^A a_1^A + m_x^A a_2^A) \\ \phi_y &= (l_y^B a_1^B + m_y^B a_2^B + n_y^B a_3^B) - (l_y^A a_1^A + m_y^A a_2^A + n_y^A a_3^A) \\ \phi_z &= (l_z^B a_1^B + m_z^B a_2^B + n_z^B a_3^B) - (l_z^A a_1^A + m_z^A a_2^A + n_z^A a_3^A) \\ \delta_x &= \{l_x^B (u_B)_M + m_x^B (v_B)_M\} - \{l_x^A (u_A)_M + m_x^A (v_A)_M\} \\ \delta_y &= \{l_y^B (u_B)_M + m_y^B (v_B)_M + n_y^B (w_B)_M\} \\ &\quad - \{l_y^A (u_A)_M + m_y^A (v_A)_M + n_y^A (w_A)_M\} \\ \delta_z &= \{l_z^B (u_B)_M + m_z^B (v_B)_M + n_z^B (w_B)_M\} \\ &\quad - \{l_z^A (u_A)_M + m_z^A (v_A)_M + n_z^A (w_A)_M\} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} l_x^A &= \vec{x}' \cdot \vec{x}_A & m_x^A &= \vec{x}' \cdot \vec{y}_A \\ l_y^A &= \vec{x}' \cdot \vec{x}_B & m_y^A &= \vec{x}' \cdot \vec{y}_B & n_y^A &= \vec{x}' \cdot \vec{z}_B \\ l_y^A &= \vec{y}' \cdot \vec{x}_A & m_y^A &= \vec{y}' \cdot \vec{y}_A & n_y^A &= \vec{y}' \cdot \vec{z}_A \\ l_y^B &= \vec{y}' \cdot \vec{x}_B & m_y^B &= \vec{y}' \cdot \vec{y}_B & n_y^B &= \vec{y}' \cdot \vec{z}_B \\ l_z^A &= \vec{z}' \cdot \vec{x}_A & m_z^A &= \vec{z}' \cdot \vec{y}_A & n_z^A &= \vec{z}' \cdot \vec{z}_A \\ l_z^B &= \vec{z}' \cdot \vec{x}_B & m_z^B &= \vec{z}' \cdot \vec{y}_B & n_z^B &= \vec{z}' \cdot \vec{z}_B \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

である. (6)式における (ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z) は (x', y', z') 軸まわりの回転相対変位であり, $(\delta_x, \delta_y, \delta_z)$ は要素境界辺 13 の中点 M における (x', y', z') 軸方向の並進相対変位である. (6)式に(4)式を代入することにより, マトリックス表示された次式を得る.

$$\left. \begin{aligned} \{d\} &= [B] \{a\} \\ \{d\}^t &= \{ \phi_x \ \phi_y \ \phi_z \ \delta_x \ \delta_y \ \delta_z \} \\ \{a\}^t &= \{ a_1^A \ a_2^A \ \dots \ a_6^A \ a_1^B \ a_2^B \ \dots \ a_6^B \} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

[B] マトリックスの具体形を Table 1 に示す.

(iii) 要素自由度

各剛体要素に独立に6自由度を設定する場合は, (4)式における剛体変位関数の未知係数 $a_j^A, a_j^B (j=1, 2, \dots, 6)$ をそのまま要素自由度とすればよい. この場合は, 要素境界の剛性特性の定式化に節点座標は不要であり, 全体系剛性方程式を全体座標表示することも可能である.

また, 節点に節点座標方向の横たわみの自由度 (w_i) , 要素重心点に面内変位の自由度 $((u_A)_s, (v_A)_s, (\theta_A)_s)$ など)を設定する場合は, これらの要素自由度と未知係数 a_j^A, a_j^B の関係を定める必要がある. Fig. 1 の要素 A に対しては次式が成り立つ.

Table 1 [B] matrix in eq. (8)

	a_1^A	a_2^A	a_3^A	a_4^A	a_5^A	a_6^A	a_1^B	a_2^B	a_3^B	a_4^B	a_5^B	a_6^B
ϕ_x	$-l_x^A$	$-m_x^A$	0	0	0	0	l_x^B	m_x^B	0	0	0	0
ϕ_y	$-l_y^A$	$-m_y^A$	$-n_y^A$	0	0	0	l_y^B	m_y^B	n_y^B	0	0	0
ϕ_z	$-l_z^A$	$-m_z^A$	$-n_z^A$	0	0	0	l_z^B	m_z^B	n_z^B	0	0	0
δ_x	0	0	$l_x^B (y_A)_M$ $-m_x^B (x_A)_M$	$-l_x^A$	$-m_x^A$	0	0	0	$-l_x^B (y_B)_M$ $+m_x^B (x_B)_M$	l_x^B	m_x^B	0
δ_y	$-n_y^A (y_A)_M$	$n_y^A (x_A)_M$	$l_y^B (y_A)_M$ $-m_y^B (x_A)_M$	$-l_y^A$	$-m_y^A$	$-n_y^A$	$n_y^B (y_B)_M$	$-n_y^B (x_B)_M$	$-l_y^B (y_B)_M$ $+m_y^B (x_B)_M$	l_y^B	m_y^B	n_y^B
δ_z	$-n_z^A (y_A)_M$	$n_z^A (x_A)_M$	$l_z^B (y_A)_M$ $-m_z^B (x_A)_M$	$-l_z^A$	$-m_z^A$	$-n_z^A$	$n_z^B (y_B)_M$	$-n_z^B (x_B)_M$	$-l_z^B (y_B)_M$ $+m_z^B (x_B)_M$	l_z^B	m_z^B	n_z^B

$$\left. \begin{aligned} \vec{w}_1 &= \vec{\lambda}_1^A \{u_A\}_1 = \vec{\lambda}_1^A [H((x_A)_1, (y_A)_1)] \{a^A\} \\ \vec{w}_2 &= \vec{\lambda}_2^A \{u_A\}_2 = \vec{\lambda}_2^A [H((x_A)_2, (y_A)_2)] \{a^A\} \\ \vec{w}_3 &= \vec{\lambda}_3^A \{u_A\}_3 = \vec{\lambda}_3^A [H((x_A)_3, (y_A)_3)] \{a^A\} \\ (u_A)_5 &= -a_3^A (y_A)_5 + a_4^A = a_4^A \\ (v_A)_5 &= a_3^A (x_A)_5 + a_5^A = a_5^A \\ (\theta_A)_5 &= a_3^A \end{aligned} \right\} (9)$$

ここに

$$\begin{aligned} \{u_A\}_i^t &= _ (u_A)_i \ (v_A)_i \ (w_A)_i _ \\ \vec{\lambda}_i^A &= _ \vec{z}_i \cdot \vec{x}_A \ \vec{z}_i \cdot \vec{y}_A \ \vec{z}_i \cdot \vec{z}_A _ \end{aligned}$$

同様に要素 B に対しては次式を得る.

$$\left. \begin{aligned} \vec{w}_3 &= \vec{\lambda}_3^B \{u_B\}_3 = \vec{\lambda}_3^B [H((x_B)_3, (y_B)_3)] \{a^B\} \\ \vec{w}_4 &= \vec{\lambda}_4^B \{u_B\}_4 = \vec{\lambda}_4^B [H((x_B)_4, (y_B)_4)] \{a^B\} \\ \vec{w}_1 &= \vec{\lambda}_1^B \{u_B\}_1 = \vec{\lambda}_1^B [H((x_B)_1, (y_B)_1)] \{a^B\} \\ (u_B)_6 &= -a_3^B (y_B)_6 + a_4^B \\ (v_B)_6 &= a_3^B (x_B)_6 + a_5^B = a_5^B \\ (\theta_B)_6 &= a_3^B \end{aligned} \right\} (10)$$

ここに

$$\begin{aligned} \{u_B\}_i^t &= _ (u_B)_i \ (v_B)_i \ (w_B)_i _ \\ \vec{\lambda}_i^B &= _ \vec{z}_i \cdot \vec{x}_B \ \vec{z}_i \cdot \vec{y}_B \ \vec{z}_i \cdot \vec{z}_B _ \end{aligned}$$

(9)式と(10)式をそれぞれ a_1^A, a_2^A について解くことにより, マトリックス表示による次式が定まる.

$$\left. \begin{aligned} \{a\} &= [A] \{u\} \\ \text{ここに} \\ \{u\}^t &= _ w_1 \ w_2 \ w_3 \ w_4 \ (u_A)_5 \ (v_A)_5 \ (\theta_A)_5 \\ &\quad (u_B)_6 \ (v_B)_6 \ (\theta_B)_6 _ \end{aligned} \right\} (11)$$

(11)式の [A] マトリックス内の (9), (10)式から定まる各成分を Table 2 に示しておく. なお, 要素自由度を上述のように設定した場合は, 相対変位成分中 $\phi_x, \phi_z, \delta_x, \delta_y$ のみが必要となる.

(iv) 合応力

剛体要素 A, B は, (6)式の相対変位成分 ($\phi_x, \phi_y, \phi_z, \delta_x, \delta_y, \delta_z$) に抵抗するばね系 ($k_{rx}, k_{ry}, k_{rz}, k_{px}, k_{py}, k_{pz}$) により連結されているものとする. 変形後にばね系に生ずる力は

$$\left. \begin{aligned} \{s\} &= [D] \{d\} \\ \text{ここに,} \\ \{s\}^t &= _ M_x \ M_y \ M_z \ N_x \ N_y \ N_z _ \\ [D] &= _ k_{rx} \ k_{ry} \ k_{rz} \ k_{px} \ k_{py} \ k_{pz} _ \end{aligned} \right\} (12)$$

と表される. ここで, (M_x, M_y, M_z) は曲げモーメント, ねじりモーメント, 面外せん断力であり, (M_x, N_x, N_y) は面内モーメント, 面内直接力, 面内せん断力である. 通常用いられる単位長さ当たりの合応力は上述の {s} を l_{13} で除したものであり, これを

Table 2 [A] matrix in eq. (11)

(a) components from eq. (9) ($\times 1/d$)

	w_1	w_2	w_3	$(u_A)_5$	$(v_A)_5$	$(\theta_A)_5$
a_1^A	c_{11}	c_{12}	c_{13}	$-\lambda_{11}c_{11}$ $-\lambda_{21}c_{12}$ $-\lambda_{31}c_{13}$	$-\lambda_{12}c_{11}$ $-\lambda_{22}c_{12}$ $-\lambda_{32}c_{13}$	g_1c_{11} $+g_2c_{12}$ $+g_3c_{13}$
a_2^A	c_{21}	c_{22}	c_{23}	$-\lambda_{11}c_{21}$ $-\lambda_{21}c_{22}$ $-\lambda_{31}c_{23}$	$-\lambda_{12}c_{21}$ $-\lambda_{22}c_{22}$ $-\lambda_{32}c_{23}$	g_1c_{21} $+g_2c_{22}$ $+g_3c_{23}$
a_3^A	0	0	0	0	0	d
a_4^A	0	0	0	d	0	0
a_5^A	0	0	0	0	d	0
a_6^A	c_{31}	c_{32}	c_{33}	$-\lambda_{11}c_{31}$ $-\lambda_{21}c_{32}$ $-\lambda_{31}c_{33}$	$-\lambda_{12}c_{31}$ $-\lambda_{22}c_{32}$ $-\lambda_{32}c_{33}$	g_1c_{31} $+g_2c_{32}$ $+g_3c_{33}$

where $(x_i = (x_A)_i, y_i = (y_A)_i)$

$$\begin{aligned} c_{11} &= \lambda_{23}\lambda_{33}(x_3 - x_2) & [0] \\ c_{12} &= \lambda_{33}\lambda_{13}(x_1 - x_3) & [1] \\ c_{13} &= \lambda_{13}\lambda_{23}(x_2 - x_1) & [0] \\ c_{21} &= \lambda_{23}\lambda_{33}(y_3 - y_2) & [\lambda_{33}] \\ c_{22} &= \lambda_{33}\lambda_{13}(y_1 - y_3) & [0] \\ c_{23} &= \lambda_{13}\lambda_{23}(y_2 - y_1) & [-\lambda_{13}] \\ c_{31} &= \lambda_{23}\lambda_{33}(x_2y_3 - x_3y_2) & [\lambda_{33}x_3] \\ c_{32} &= \lambda_{33}\lambda_{13}(x_3y_1 - x_1y_3) & [0] \\ c_{33} &= \lambda_{13}\lambda_{23}(x_1y_2 - x_2y_1) & [-\lambda_{13}x_1] \\ \lambda_i^A &= _ \lambda_{i1} \ \lambda_{i2} \ \lambda_{i3} _, \quad g_i = \lambda_{i1}y_i - \lambda_{i2}x_i \\ d &= 2 \lambda_{13}\lambda_{23}\lambda_{33} \cdot A_A & [\lambda_{13}\lambda_{33}(x_1 - x_3)] \end{aligned}$$

(b) components from eq. (10) ($\times 1/d$)

	w_1	w_3	w_4	$(u_B)_6$	$(v_B)_6$	$(\theta_B)_6$
a_1^B	c_{13}	c_{11}	c_{12}	$-\lambda_{31}c_{11}$ $-\lambda_{41}c_{12}$ $-\lambda_{11}c_{13}$	$-\lambda_{32}c_{11}$ $-\lambda_{42}c_{12}$ $-\lambda_{12}c_{13}$	g_3c_{11} $+g_4c_{12}$ $+g_1c_{13}$
a_2^B	c_{23}	c_{21}	c_{22}	$-\lambda_{31}c_{21}$ $-\lambda_{41}c_{22}$ $-\lambda_{11}c_{23}$	$-\lambda_{32}c_{21}$ $-\lambda_{42}c_{22}$ $-\lambda_{12}c_{23}$	g_3c_{21} $+g_4c_{22}$ $+g_1c_{23}$
a_3^B	0	0	0	0	0	d
a_4^B	0	0	0	d	0	0
a_5^B	0	0	0	0	d	0
a_6^B	c_{33}	c_{31}	c_{32}	$-\lambda_{31}c_{31}$ $-\lambda_{41}c_{32}$ $-\lambda_{11}c_{33}$	$-\lambda_{32}c_{31}$ $-\lambda_{42}c_{32}$ $-\lambda_{12}c_{33}$	g_3c_{31} $+g_4c_{32}$ $+g_1c_{33}$

where $(x_i = (x_B)_i, y_i = (y_B)_i)$

$$\begin{aligned} c_{11} &= \lambda_{43}\lambda_{13}(x_1 - x_4) & [0] \\ c_{12} &= \lambda_{13}\lambda_{33}(x_3 - x_1) & [1] \\ c_{13} &= \lambda_{33}\lambda_{43}(x_4 - x_3) & [0] \\ c_{21} &= \lambda_{43}\lambda_{13}(y_1 - y_4) & [\lambda_{13}] \\ c_{22} &= \lambda_{13}\lambda_{33}(y_3 - y_1) & [0] \\ c_{23} &= \lambda_{33}\lambda_{43}(y_4 - y_3) & [-\lambda_{33}] \\ c_{31} &= \lambda_{43}\lambda_{13}(x_4y_1 - x_1y_4) & [\lambda_{13}x_1] \\ c_{32} &= \lambda_{13}\lambda_{33}(x_1y_3 - x_3y_1) & [0] \\ c_{33} &= \lambda_{33}\lambda_{43}(x_3y_4 - y_3x_4) & [-\lambda_{33}x_3] \\ \lambda_i^B &= _ \lambda_{i1} \ \lambda_{i2} \ \lambda_{i3} _, \quad g_i = \lambda_{i1}y_i - \lambda_{i2}x_i \\ d &= 2 \lambda_{33}\lambda_{43}\lambda_{13} \cdot A_B & [\lambda_{33}\lambda_{13}(x_3 - x_1)] \end{aligned}$$

研究速報

$$\{s\}^t = \{ \bar{M}_x \ \bar{M}_y \ \bar{M}_z \ \bar{N}_x \ \bar{N}_y \ \bar{N}_z \} \quad (13)$$

と記す。なお、要素自由度を(11)式のように設定した場合は、 M_x, M_z, N_x, N_y のみが必要となる。

(v) 剛性方程式

剛体要素間を結合するばね系に貯えられるひずみエネルギーに Castigliano の定理を適用することにより、次の剛性方程式を得る。まず、1 剛体要素に独立に6自由度を仮定する場合は

$$[k]\{a\} = \{f\}$$

ここに

$$[k] = [B]^t [D] [B]$$

$$\{f\}^t = \{ t_x^A \ t_y^A \ t_z^A \ f_x^A \ f_y^A \ f_z^A \ t_x^B \ t_y^B \ t_z^B \ f_x^B \ f_y^B \ f_z^B \} \quad (14)$$

また、要素自由度を(11)式のように設定する場合は

$$[k]\{u\} = \{f\}$$

ここに

$$[k] = [A]^t [B]^t [D] [B] [A]$$

$$\{f\}^t = \{ f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4 \ f_x^A \ f_y^A \ f_z^A \ f_x^B \ f_y^B \ f_z^B \} \quad (15)$$

である。(14)、(15)式の剛性マトリックス $[k]$ の大きさはそれぞれ (12×12) および (10×10) である。

2.3 境界要素

構造の境界線上あるいはシェル曲面における勾配、断面、材料定数などの不連続線上には剛体線要素を用いると都合がよい。この線要素と三角形要素間の剛性特性は、要素自由度として $a_j (j=1, 2, \dots, 6)$ を用いる場合は、Fig. 1 の節点2あるいは4が点 M に一致するものと考えれば、前項の定式化を何ら修正することなく得られる。また、要素自由度を(11)式のように設定する場合は、要素自由度の変更が必要となる。すなわち、要素 A を線要素とする場合は、 w_2' の代わりに点 M における x_A 軸 (x' 軸と符号の相違を除いて等しい) まわりの回転変位 θ_2 を用い、(9)の第2式を

$$\theta_2 = a_1^t \quad (16)$$

とし、要素 B を線要素とする場合は、 w_4' の代わりに点 M における x_B 軸まわりの回転変位 θ_4 を用い、(10)の第2式を

$$\theta_4 = a_1^t \quad (17)$$

とすればよい。これらの場合の Table 2 の変更については表中の [] 内に示されている。なお、境界要素の要素座標における z_A あるいは z_B は不定となる ((1)式を参照) ので、実際のシェル曲面の法線ベクトルを用いるか、あるいは隣接三角形要素 I における要素座標 z_I のベクトルの平均を用いるものとする。(2)、(3)式はそのまま有効である。

2.4 ばね定数

弾性変形時のばね定数は、前報³⁾と同様にして次のように決定される。

$$\left. \begin{aligned} k_{rx} &= 2Dl_{13}/3(d_1+d_2) \\ k_{ry} &= 2D(1-\nu)l_{13}/3(d_1+d_2) \\ k_{rz} &= k_{py}l_{13}^2/12 \\ k_{px} &= El_{13}t/(1+\nu)(d_1+d_2) \\ k_{py} &= El_{13}t/(1-\nu^2)(d_1+d_2) \\ k_{pz} &= \alpha El_{13}t/3(1+\nu)(d_1+d_2) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

ここに、 d_1 と d_2 はそれぞれ重心点5と6から境界辺13に降ろした垂線の長さ、 α は有効せん断係数、 t は肉厚である。また、塑性変形時の $[D]$ マトリックスは適当に仮定された降伏曲面

$$\left. \begin{aligned} f(\bar{M}_x/\bar{M}_{x0}, \bar{M}_y/\bar{M}_{y0}, \bar{M}_z/\bar{M}_{z0}, \bar{N}_x/\bar{N}_{x0}, \bar{N}_y/\bar{N}_{y0}, \bar{N}_z/\bar{N}_{z0}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

を塑性ポテンシャルとして塑性流れ則により定められる。ここに、下添字0は各応力成分の全断面塑性値を意味する。

3. 結 語

本報告では、任意形状を有する薄肉シェル構造の離散化極限解析に用いる平板剛体要素モデルの定式化を行った。

(1981年2月28日受理)

参 考 文 献

((その1)からの通し番号とする)

- 3) 都井：シェル構造の離散化極限解析(その1)―曲面剛体要素モデルの誘導―，生産研究，第33巻，第5号(1981)