UDC 624.131.3.07:539.219.2.07.001.57:624.137.2

新離散化モデルによる地盤基礎の極限解析（その6）
― 斜面の支持力（1）―

Limit Analysis of Soil and Rock Foundations by Means of New Discrete Models (6th Report)
―― Ultimate Bearing Capacity of Foundations on Slopes (1) ――

竹内則雄*・山下　清**・加倉井正昭**・川井忠彦*
Norio TAKEUCHI, Kiyoshi YAMASHITA, Masaki KAKURAI and Tadahiko KAWAI

1. はじめに

地盤の極限支持力を求めるにあたっては，土を剛塑性体とみなし適当なすべり線を仮定して，そのすべり線に対する極限荷重を求める方法が広く行われているが，地盤条件が複雑になると合理的な解を求めることが難しくなる．近年FEM解析を用いて極限支持力を求めることも行われているが，一般には連続体近似であるためすべりの表現が難しく問題が残されている．

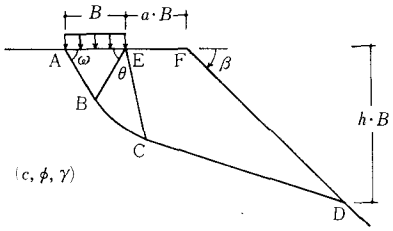

図2・1　極限解析法におけるすべり場

$$q=c\left[\frac{\cos\phi+\{\exp(2\theta\tan\phi)-1\}\cot\phi}{2\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}\right)}+\frac{l_{CD}\exp(\theta\tan\phi)\cos\phi}{B\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}\right)}\right]$$

$$+\frac{\gamma B}{2}\left[-\frac{1}{2}\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}\right)-\frac{2\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}+\theta\right)}{B^2\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}\right)}\cdot\exp(\theta\tan\phi)\cdot S_{CDFE}\right.$$

$$\left.-\frac{\exp(3\theta\tan\phi)\left\{3\tan\phi\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}+\theta\right)+\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}+\theta\right)\right\}-\left\{3\tan\phi\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}\right)\right\}}{4\cos^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}\right)(9\tan^2\phi+1)}\right] \quad (1)$$

ここで l_{CD} は直線CDの長さ，S_{CDFE} は四辺形CDFEの面積を表し，それぞれ次式で与えられる．

$$l_{CD}=B\left[\left\{h-\frac{1}{2}\sec\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}\right)\exp\left(\theta\tan\phi\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}-\theta\right)\right\}^2+\left\{a+\frac{1}{2}\sec\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}\right)\right.\right.$$
$$\left.\left.\cdot\exp(\theta\tan\phi)\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}-\theta\right)+h\cot\beta\right\}^2\right]^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

$$S_{CDFE}=\frac{B^2}{2}\left[h\left\{2a+h\cot\beta+h\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}-\theta\right)\right\}-\left\{a+h\cot\beta+h\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}-\theta\right)\right\}\right.$$
$$\left.\cdot\left\{h-\frac{1}{2}\sec\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}\right)\exp(\theta\tan\phi)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}-\theta\right)\right\}\right] \quad (3)$$

ただし

$$h=\left[a\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}-\theta\right)+\frac{\exp(\theta\tan\phi)}{2\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}\right)}\cdot\left\{\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}+\theta\right)\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}-\theta\right)+\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}+\theta\right)\right\}\right]$$
$$\Big/\left\{1-\cot\beta\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}-\theta\right)\right\} \quad (4)$$

* 東京大学生産技術研究所　第2部
** (株)竹中工務店技術研究所

一方，川井によって提案された新しい離散化モデル[1]（RBSM）は，要素間のすべりの表現が容易であり，また与えられた要素分割に対する最良の上界が求められる保証があり，いわば一般化された極限解析用のモデルと考えられる．

本文では，斜面法肩にある帯基礎の支持力問題をRBSMを用いて解析し，既往の極限解析解による計算結果との比較を行った．また，基礎幅に対して斜面高が小さい場合の支持力についても解析を試みた．

2. 斜面の支持力に関する既往の極限解析解

中瀬ら[2]は，均一斜面の法肩にある帯基礎について，上界定理を適用して土の自重を考慮した極限支持力を求めている．図2・1において ΔABE は主働くさび，BCはEを極とする対数らせん，CDはのり面に達する直線である．主働くさびの底角 ω を $\pi/4+\phi/2$ と仮定すると，支持力は過渡領域の角度 θ をパラメータとして，斜面勾配 β，斜面肩余裕幅と基礎幅の比 a を含めて（1）式で表される．

（1）〜（4）式より計算される極限支持力 q は，θ に対して1つの極小値をとり，上界定理によりこの極小値が正解に最も近いことになる．

3. RBSM による解析

均一斜面の法肩にある帯基礎の支持力問題をRBSMで解析し，前節の極限解析解による計算値との比較を行った．

計算は，$c/\gamma B=25, 1$　$\phi=0°, 30°$　$\beta=30°, 45°, 60°$　$a=0, 1$ の組合わせ計24通りについて行った．破壊条件はモール・クーロンの破壊規準を仮定し，$c=5$ tf/m^2，$E=1000$ tf/m^2，$\nu=0.45$ を設定した．図3・1は $\phi=0°$ および30°における要素分割の例である．過渡領域の分割に際しては，円弧および対数らせんを基本にしており，境界条件は底面BCは固定，側面ABはスライドとし，載荷部の境界要素は回転を拘束した．載荷の仕方は，まず土の自重によって発生する初期応力を要素間のばねに与えた後，基礎荷重を増分法（山田の方法[3]）により載荷する方法をとった．

表3・1に各ケースに対する極限支持力のRBSM解析値および前節の極限解析解による計算値を示す．比較的簡単な要素分割に対して両者の差異はたかだか3％程度であり，良い一致を示している．図3・2〜図3・5に荷重の増加に伴う塑性域の発達状況を斜面勾配 β が45°の場合について示す．図3・2，3・3は $a=0$，すなわち斜面端載荷に対応し，図3・4，3・5は $a=1$ の場合である．全体的にみて，基礎端部から発生したすべり線が荷重の増加に伴って下方へと発達し局所せん断破壊の様相を呈した後，全般せん断破壊へと移行する過程をある程度追跡しているようである．図3・4と図3・5を比較すると最終的にメカニズムを形成するすべり線の形状が異なっているが，これは前節の極限解析解においてすべり線の形状が相対的な土の自重の大きさに影響されることに対応す

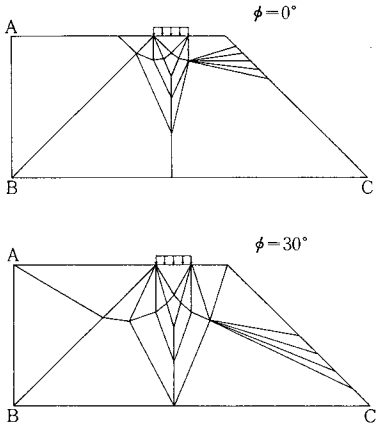

図3・1　要素分割図（$\beta=45°$，$a=1$）

表3・1　解析結果

$c/\gamma B$	c (tf/m^2)	ϕ (°)	β (°)	a	q_{max} (tf/m^2) RBSM	q_{max} (tf/m^2) Limit Analysis	ratio
1	5	0	30	0	19.35	19.18	1.009
				1.0	25.32	24.84	1.019
			45	0	16.23	15.99	1.015
				1.0	23.37	23.15	1.010
			60	0	12.92	12.93	0.999
				1.0	19.66	19.49	1.009
	5	30	30	0	93.70	91.22	1.027
				1.0	124.22	121.93	1.019
			45	0	57.64	56.98	1.012
				1.0	85.78	84.93	1.010
			60	0	35.58	35.32	1.007
				1.0	55.43	54.87	1.010
25	5	0	30	0	20.67	20.42	1.012
				1.0	25.77	25.02	1.030
			45	0	17.91	17.78	1.007
				1.0	24.51	24.11	1.017
			60	0	15.45	15.15	1.020
				1.0	22.51	22.73	0.990
	5	30	30	0	81.46	78.93	1.032
				1.0	97.28	94.85	1.026
			45	0	56.39	55.76	1.011
				1.0	75.22	74.48	1.010
			60	0	39.07	38.77	1.008
				1.0	58.54	57.86	1.012

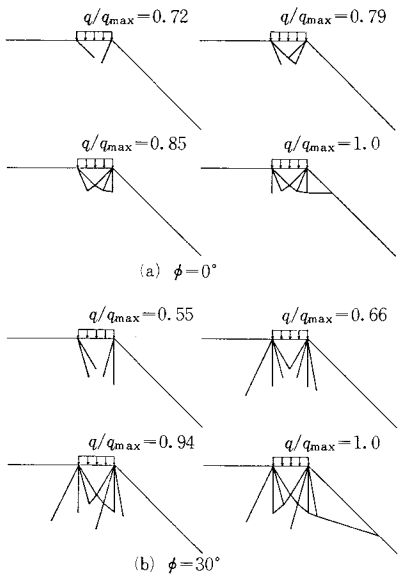

図3・2　塑性域の発達状況（$a=0$，$c/\gamma B=25$）

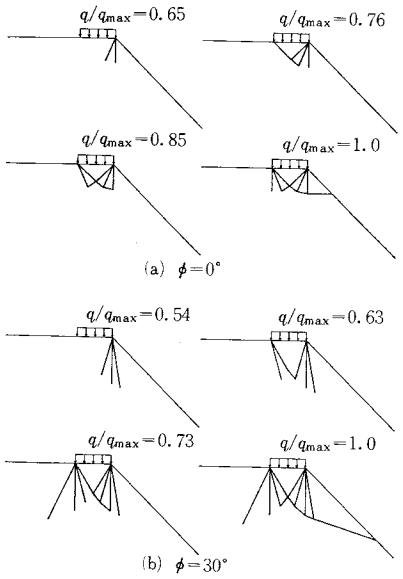

図3・3　塑性域の発達状況（$a=0$，$c/\gamma B=1$）

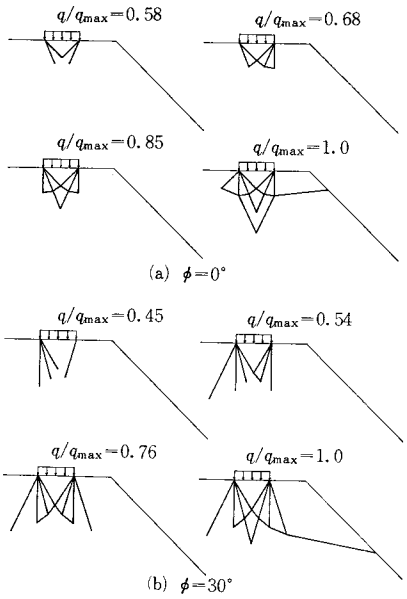

図3・4　塑性域の発達状況（$a=1$，$c/\gamma B=25$）

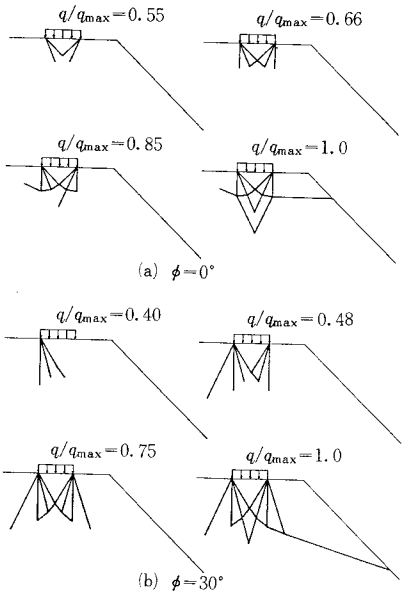

図3・5　塑性域の発達状況（$a=1$，$c/\gamma B=1$）

るものである．図3・2と図3・3では最終的なすべり線の形状は一致しているが，斜面端載荷の場合は極限解析解においてもその差が小さく，本解析における要素分割の荒さと相まって同じすべり形状が得られたものと考えられる．

図3・6，3・7に本解析で得られた荷重〜沈下量基礎幅比の例を示す．

4. 斜面高が小さい場合の支持力

図4・1に示すような斜面高と基礎幅の比 H/B が小さい場合の支持力についても，RBSMを用いて解析を試みた．

土質定数は，$c=5\ \mathrm{tf/m^2}$，$\phi=30°$，$c/\gamma B=1$，$\omega=60°$ を設定し，斜面勾配 $\beta=45°$，斜面端載荷（$a=0$）として，$H/B=0, 0.5, 1.0, 1.5$ の4通りについて計算を行

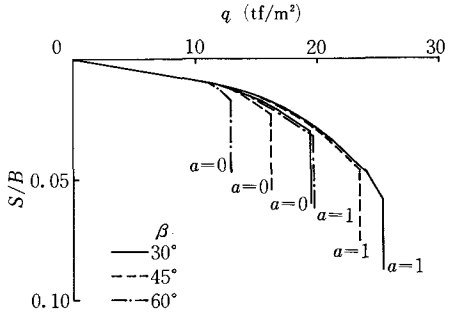

図3・6　荷重～沈下量基礎幅比（$\phi=0°$，$c/\gamma B=1$）

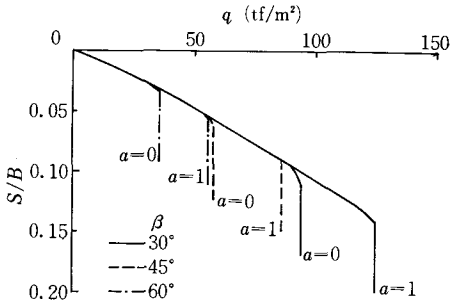

図3・7　荷重～沈下量基礎幅比（$\phi=30°$，$c/\gamma B=1$）

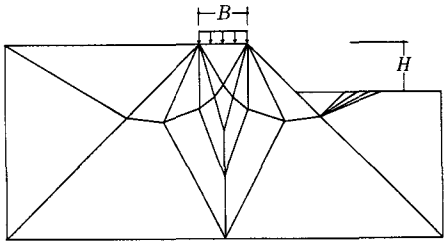

図4・1　要素分割図（$H/B=1.0$）

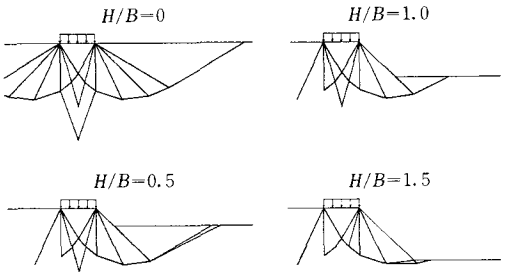

図4・2　破壊時のすべり線（$c/\gamma B=1$，$\beta=45°$）

った．図4・1は $H/B=1.0$ に対する要素分割である．過渡領域の分割は前節と同様に対数らせんを基本にしている．境界条件，載荷の仕方等は前節で述べたとおりとした．

各ケースに対応する破壊時のすべり線発生状況を図4・2に示す．H/B が相対的に小さい場合，基礎下の塑性域がやや深くまで発達するが，H/B が大きくなるにつれてこの部分のすべりが発生する前に地表面に達するすべり線が形成される傾向がうかがえる．図4・3に，各 H/B に対応する極限支持力の計算結果を示す．中瀬らの式を用いれば，$H/B\geq 2.11$ の場合は前節の解に帰着することになる．図4・3において，斜面高の増加に伴う支持力の減少傾向が比較的良く捉えられたと考える．なお，$H/B=0$ は平地盤に対応するものであり，図中にTerzaghi式による計算値を示したが，RBSM解とほぼ一致した．

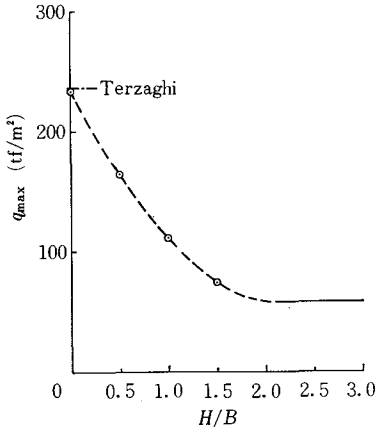

図4・3　極限支持力の計算結果

5. おわりに

斜面法肩にある帯基礎の支持力問題をRBSMを用いて解析し既往の極限解析解と比較した結果，比較的簡単な要素分割に対して両者は良い一致を示すことが判明した．同時に，荷重増加に伴う塑性域の発達状況から，斜面破壊のメカニズムをある程度追跡できたと考える．また斜面高が小さい場合についても，斜面高の増加に伴って支持力値が減少する傾向を比較的良く捉えられたと思われる．

今回の解析では土を完全弾塑性的な理想材料とみなしているため，いわゆる進行性破壊等の実際現象を反映しえない．この点については，土の構成式に関する再検討を含めて今後の課題として考えたい．

（1981年3月19日受理）

参考文献

1）川井：物理モデルによる連続体力学諸問題の解析，生研セミナーテキスト，(1980)
2）中瀬，木村，日下部：斜面の支持力に関する実験と解析，(1975)
3）山田：非線形問題解析法の現状と展望，生産研究，22，1，(1970)