

衝撃応答による工作機械構造の振動特性推定法

Method Estimating Dynamic Characteristics of Machine tool by Impulse

王 信義*・佐藤 壽芳*・大堀 真敬*

Shinyi WANG, Hisayoshi SATO and Masanori O-HORI

1. ま え が き

高速度・高能率加工への要請が強まる中であって、工作機械構造が適切なものであることが、生産システムにおいて省資源をはかりうるとの観点から、必要性がいよいよ高まっている。すでに使用している機械、新たに製作された機械について、迅速かつ効果的に、その構造の振動特性を明らかにすることは、その結果をふまえた作業の効率化や、設計データへのフィードバックによる特性改善等のために是非とも必要とされることである。

この観点から工作機械構造の振動特性の解析・測定がさまざまになされてきているが、^{1),2),3)}筆者らは工作機械構造の振動が評価されるのは一つに加工面に与える影響との関連から、いま一つには自励振動との関連からであるとの見方に立ち研究を進めてきた。⁴⁾本研究では前者に関し、振動特性の簡便な推定法である衝撃応答を用いる方法について、従来の方法^{5),6),7)}の基礎に立ち、フーリエ変換と曲線適合の手法を用いることを明らかにしたので報告する。

2. 曲線適合の考え方

基本的な考え方は N 自由度系の衝撃周波数応答関数が、各固有振動数に対する一自由度系の周波数応答関数を重ね合わせ得られることに基づいている。一自由度系に衝撃を与えた場合についてみると系の運動方程式は

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = I\delta(t) \quad (1)$$

と表される。ただし、 x : 質点の変位、 m : 質量、 C : 減衰係数、 k : ばね定数、 I : 質点に与える衝撃の強さ、 δ : デルタ関数をそれぞれ表す。初期条件 $x(0)=0, \dot{x}(0)=I/m$ として (1) を解くと次式が求められる。

$$x(t) = \frac{(I/k) \cdot \omega_0}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_0 t} \sin \omega_0 \sqrt{1-\zeta^2} t \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) = & \zeta^2 \omega_0^3 (I/k) / \sqrt{1-\zeta^2} e^{-\zeta\omega_0 t} \\ & \cdot \sin \omega_0 \sqrt{1-\zeta^2} t - 2\zeta\omega_0^3 (I/k) e^{-\zeta\omega_0 t} \\ & \cdot \cos \omega_0 \sqrt{1-\zeta^2} t - \omega_0^3 (I/k) \sqrt{1-\zeta^2} e^{-\zeta\omega_0 t} \\ & \cdot \sin \omega_0 \sqrt{1-\zeta^2} t \quad (3) \end{aligned}$$

ただし、 $\omega_0^2 = k/m, 2\zeta\omega_0 = c/m, \omega_0^2 \cdot I/k = I/m, \zeta$: 減衰定数、 ω_0 : 無減衰時固有円振動数である。ここで(3)式をフーリエ変換して、

$$A(j\omega) = \frac{-\omega_0^2 \omega^2 D (\omega_0^2 - \omega^2 - 2j\zeta\omega_0 \omega)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta^2 \omega_0^2 \omega^2} \quad (4)$$

が導かれる。ここで、 $D=I/k, \omega$: 円振動数である。 N 自由度系の場合は (4) 式をもとにして

$$A(j\omega) = \sum_{i=1}^N \frac{-\omega_{0i}^2 \omega^2 D_i (\omega_{0i}^2 - \omega^2 - 2j\zeta_i \omega_{0i} \omega)}{(\omega_{0i}^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta_i^2 \omega_{0i}^2 \omega^2} \quad (5)$$

と表すことができる。ここで (5) 式を実部と虚部と二つの部分にわけて記述すると

$$RA_f = \sum_{i=1}^N \frac{-\omega_{0i}^2 \omega^2 D_i (\omega_{0i}^2 - \omega^2)}{(\omega_{0i}^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta_i^2 \omega_{0i}^2 \omega^2} \quad (6)$$

$$IA_f = \sum_{i=1}^N \frac{2j\zeta_i \omega_{0i}^3 \omega^3 D_i}{(\omega_{0i}^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta_i^2 \omega_{0i}^2 \omega^2} \quad (7)$$

とかける。(6),(7) 両式とも振動系のパラメータ $\zeta_i, \omega_{0i}, D_i$ で表されていることがわかる。

そこで曲線適合の方法は、同一の円振動数 ω_l に対応する実験的に得られた伝達関数と、(6)あるいは(7)式の理論上の伝達関数との差の大きさの二乗をすべての測定値の M 個について加えて二乗誤差を作り、それを極小にするように $\zeta_i, \omega_{0i}, D_i$ を定めようとするものである。

3. 実 部

まず実部についての解析を示す。いま測定によって得られた点数が $l=1, 2, \dots, M$ であると、測定部の実部を $RA_d(\omega_l)$ として (6) 式と測定値との誤差の二乗の和 E は

$$E = \sum_{l=1}^M \{RA_f(\omega_l) - RA_d(\omega_l)\}^2 \quad (8)$$

$$= \sum_{l=1}^M \left\{ \sum_{i=1}^N \frac{-\omega_{0i}^2 \omega_l^2 D_i (\omega_{0i}^2 - \omega_l^2)}{(\omega_{0i}^2 - \omega_l^2)^2 + 4\zeta_i^2 \omega_{0i}^2 \omega_l^2} - RA_d(\omega_l) \right\}^2$$

(ただし $\omega_l = (l-1) \cdot \Delta\omega$)

E を最小にする $D_i, \zeta_i, \omega_{0i}$ を求めるためにこれらをパラメータとして E を偏微分し、求められる量をそれぞれ F_i, G_i, H_i とすると、 $i=1, 2, \dots, N$ にたいして、

* 東京大学生産技術研究所 第2部

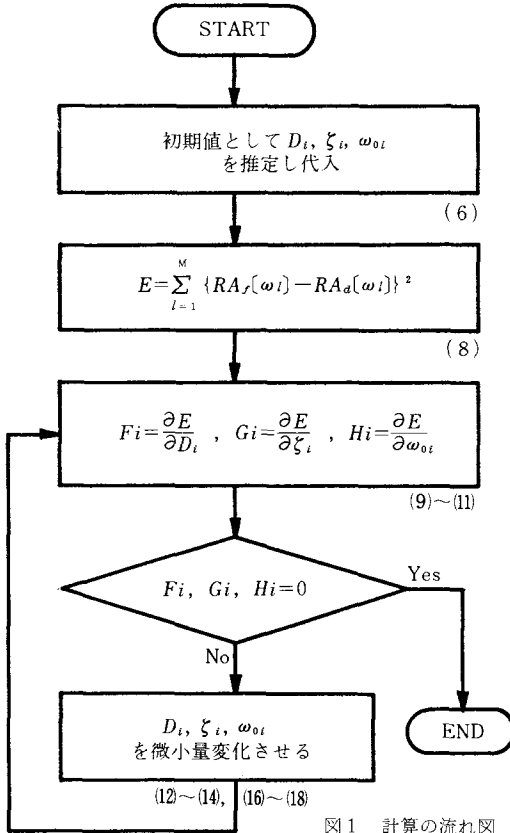


図1 計算の流れ図

$$F_i = \frac{\partial E}{\partial D_i} = -2 \sum_{l=1}^M \left\{ \sum_{k=1}^N \frac{-D_k \omega_l^2 (1 - \omega_l^2 / \omega_{0k}^2) \omega_{0k}^4}{(\omega_{0k}^2 - \omega_l^2)^2 + 4\zeta_k^2 \omega_{0k}^2 \omega_l^2} - RA_d(\omega_l) \right\} \frac{(1 - \omega_l^2 / \omega_{0i}^2) \omega_l^2}{(1 - \omega_l^2 / \omega_{0i}^2)^2 + 4\zeta_i^2 \omega_l^2 / \omega_{0i}^2} \quad (9)$$

$$G_i = \frac{\partial E}{\partial \zeta_i} = 2 \sum_{l=1}^M \left\{ \sum_{k=1}^N \frac{-D_k \omega_l^2 (1 - \omega_l^2 / \omega_{0k}^2) \omega_{0k}^4}{(\omega_{0k}^2 - \omega_l^2)^2 + 4\zeta_k^2 \omega_{0k}^2 \omega_l^2} - RA_d(\omega_l) \right\} \frac{8 D_i \zeta_i (\omega_l^2 / \omega_{0i}^2) (1 - \omega_l^2 / \omega_{0i}^2) \omega_l^2}{\{(1 - \omega_l^2 / \omega_{0i}^2)^2 + 4\zeta_i^2 \omega_l^2 / \omega_{0i}^2\}^2} \quad (10)$$

$$H_i = \frac{\partial E}{\partial \omega_{0i}} = -2 \sum_{l=1}^M \left\{ \sum_{k=1}^N \frac{-D_k \omega_l^2 (1 - \omega_l^2 / \omega_{0k}^2) \omega_{0k}^4}{(\omega_{0k}^2 - \omega_l^2)^2 + 4\zeta_k^2 \omega_{0k}^2 \omega_l^2} - RA_d(\omega_l) \right\} \cdot \left[2 D_i (1 / \omega_{0i}) (2 - \omega_l^2 / \omega_{0i}^2) \left\{ (1 - \omega_l^2 / \omega_{0i}^2)^2 + 4\zeta_i^2 \omega_l^2 / \omega_{0i}^2 \right\} - (4 D_i / \omega_{0i}) (1 - \omega_l^2 / \omega_{0i}^2) \cdot \left\{ (1 - \omega_l^2 / \omega_{0i}^2) + 2\zeta_i^2 \omega_l^2 / \omega_{0i}^2 \right\} \right] \omega_l^2 / \left\{ (1 - \omega_l^2 / \omega_{0i}^2)^2 + 4\zeta_i^2 \omega_l^2 / \omega_{0i}^2 \right\}^2 \quad (11)$$

と求められる。一方 F_i, G_i, H_i の増加分 $\Delta F_i, \Delta G_i, \Delta H_i$ は

$$\Delta F_i = \sum_{k=1}^N \frac{\partial F_i}{\partial D_k} U_k \Delta D_k + \sum_{k=1}^N \frac{\partial F_i}{\partial \zeta_k} V_k \Delta \zeta_k + \sum_{k=1}^N \frac{\partial F_i}{\partial \omega_{0k}} W_k \Delta \omega_{0k} \quad (12)$$

$$\Delta G_i = \sum_{k=1}^N \frac{\partial G_i}{\partial D_k} U_k \Delta D_k + \sum_{k=1}^N \frac{\partial G_i}{\partial \zeta_k} V_k \Delta \zeta_k + \sum_{k=1}^N \frac{\partial G_i}{\partial \omega_{0k}} W_k \Delta \omega_{0k} \quad (13)$$

$$\Delta H_i = \sum_{k=1}^N \frac{\partial H_i}{\partial D_k} U_k \Delta D_k + \sum_{k=1}^N \frac{\partial H_i}{\partial \zeta_k} V_k \Delta \zeta_k + \sum_{k=1}^N \frac{\partial H_i}{\partial \omega_{0k}} W_k \Delta \omega_{0k} \quad (14)$$

と表せる。ここで U_k, V_k, W_k は微小な係数である。E の極小値が求められれば

$$F_i = G_i = H_i = 0 \quad (15)$$

となるが、実測値の固有振動数近傍の形状から概算される $D_i, \zeta_i, \omega_{0i}$ に対しては一般にこの条件は満足されず、概算値を初期値としてこの条件に収束せしめる $D_i, \zeta_i, \omega_{0i}$ を求めることになる。さてその過程は以下のとおりである。すなわち $D_{i1}, \zeta_{i1}, \omega_{0i1}$ ($i=1, 2, \dots, N$) を初期値として (9), (10), (11) 式によって求められる F_i, G_i, H_i を $\Delta F_i, \Delta G_i, \Delta H_i$ として、 $\Delta D_k, \Delta \zeta_k, \Delta \omega_{0k}$ を初期値に対する微小増分として、それぞれ (12), (13), (14) 式に代入し、これらから U_k, V_k, W_k を連立一次方程式を解くことによって求める。この結果にもとづき D_i 等の新たな設定値 $D_{i2}, \zeta_{i2}, \omega_{0i2}$ を $i=1, 2, \dots, N$ に対し

$$D_{i2} = D_{i1} + U_i \Delta D_i \quad (16)$$

$$\zeta_{i2} = \zeta_{i1} + V_i \Delta \zeta_i \quad (17)$$

$$\omega_{0i2} = \omega_{0i1} + W_i \Delta \omega_{0i} \quad (18)$$

によってもとめた後、(9), (10), (11) 式に代入することにより、以後初回と同じ計算を収束するまでくり返す。

虚部に対しても (7) 式を用いて同じ過程によって計算をすすめることができる。

4. 本方法の適用

以上の計算方法の過程を検証するために、数値的に値を仮定した系について初期値を与えて計算を実行したところ、良い結果を得たので実系を対象とした解析をすすめた。振動数応答法によって振動特性を明らかにしてきている旋盤(振り 250 mm, 最大心間距離 585 mm)において図2に示すように主軸台歯車箱の下で打撃力の測

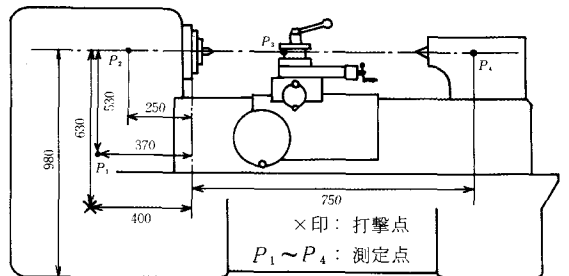


図2 打撃点と測定点の位置

研究速報

定が可能なハンマを用いて衝撃を与え、主軸変速バー取付位置、主軸台、心押台、刃物台においた歪み型加速度計によって作業位置からみた前後方向の応答を測定した。10回の応答を平均化してフーリエスペクトルを求め入力衝撃波のフーリエスペクトルとの間で伝達特性としたものについて本報告の手法を適用した。サンプル周波数2kHz、時間領域データ個数8192個、曲線適合の対象としたデータ個数 M (実部、虚部ともに) 256個として

いる。したがって当面は $\omega_1/2\pi=62.3$ Hz までを対象としている。図3は刃物台における応答について曲線適合した結果を測定値と並べて示したものである。小さい山を考慮することによって、より良い一致をみていることがわかる。

表1は収束した結果を表にしたものである。実部と虚部の計算では ω_0 について最も良く一致した結果が得られている。これらは振動数応答によって求められている

結果とも一致する。これは曲線の形に敏感であるためサンプル位置等によって結果が影響を受けているものとみられる。 D の相異が大きいことについては今後の検討課題である。(1981年3月10日受理)

参考文献

- 1) S. A. Tobias: Machine Tool Vibration, Blackie, 1965
- 2) 本田, 安井: 機誌 67-546 (昭39-7), 1046
- 3) 森脇: 機誌 83-742 (昭55-9), 1159
- 4) 佐藤: 生産研究 31-1 (昭54-1), 5
- 5) 佐藤, 武藤: 生産研究 17-10 (昭40-10), 262
- 6) 坪: 生産研究 22-12 (昭45-12), 553
- 7) 三井, 佐藤: 生産研究 26-11 (昭49-11), 426
- 8) 高橋: 機論 43-372 (昭52-8), 2924

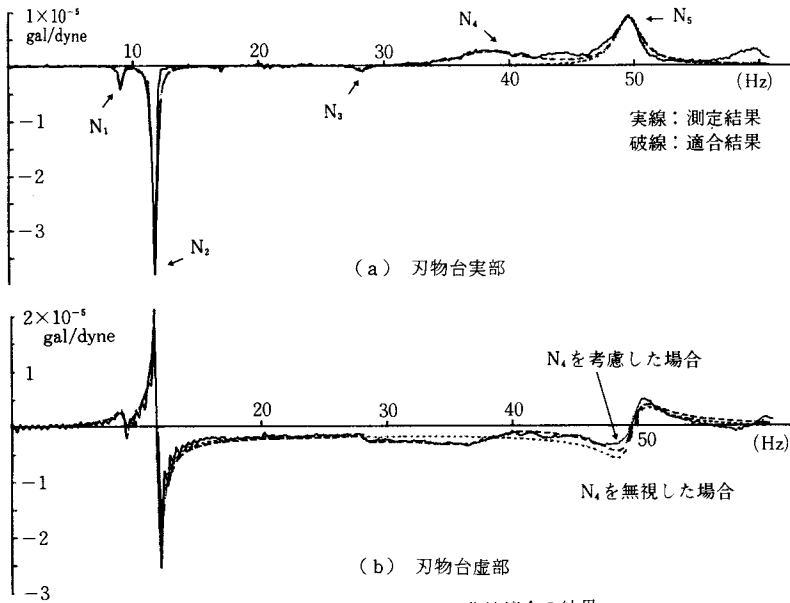


図3 刃物台における曲線適合の結果

表1 収束した計算結果

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	ζ_1	ζ_2	ζ_3	ζ_4	ζ_5	$\frac{\omega_{01}}{2\pi}$	$\frac{\omega_{02}}{2\pi}$	$\frac{\omega_{03}}{2\pi}$	$\frac{\omega_{04}}{2\pi}$	$\frac{\omega_{05}}{2\pi}$
指数	10^{-12}					10^{-2}					10^0				
主軸変速バー	22.58	82.57	1.477	—	4.59	1.741	0.790	2.279	—	2.670	9.040	11.72	28.06	—	49.29
	24.55	100.1	1.925	—	4.46	1.812	1.772	2.349	—	2.531	9.032	11.72	28.07	—	49.54
主軸台	57.80	168.80	2.906	—	5.08	1.893	0.951	1.785	—	2.718	9.033	11.69	28.30	—	49.48
	43.62	196.40	1.970	—	4.47	1.896	1.774	1.749	—	2.507	9.032	11.72	28.31	—	49.54
刃物台 (4山考慮)	51.58	194.70	2.021	—	-3.73	1.714	1.092	2.038	—	2.382	9.033	11.69	28.30	—	49.51
	43.50	214.70	0.902	—	-4.67	1.720	1.739	2.037	—	2.459	9.032	11.72	28.31	—	49.54
刃物台 (5山考慮)	45.52	236.60	1.531	-7.97	-4.44	1.720	1.739	2.037	8.433	2.459	9.032	11.72	28.31	38.32	49.54
	45.49	236.60	1.511	-7.32	-4.48	1.720	1.739	2.037	8.433	2.459	9.032	11.72	28.31	38.32	49.54
心押台 (4山考慮)	56.88	192.10	—	-9.57	-10.10	3.670	1.584	—	5.407	2.578	9.032	11.72	—	38.32	49.54
	56.89	192.20	—	-9.59	-10.11	3.670	1.584	—	5.407	2.578	9.032	11.72	—	38.32	49.54
心押台 (3山考慮)	31.61	172.40	—	—	-9.61	3.594	0.842	—	—	2.479	9.030	11.70	—	—	49.39
	74.66	212.40	—	—	-10.33	3.670	1.584	—	—	2.578	9.032	11.72	—	—	49.54

—表1に関する注意—

- 1: $D_1 \sim \omega_{05}$ 等の添字 No. は, 図3の $N_1 \sim N_5$ の添字 No. に対応
- 2: 破線の上側が実部の結果, 下側が虚部の結果である。
- 3: $D_1 \sim D_5$ の単位は cm/kg , $\frac{\omega_{01}}{2\pi} \sim \frac{\omega_{05}}{2\pi}$ の単位は Hz
- 4: 心押台では図3の N_3 に対応するものは確認されない