

イオン結晶中のき裂進展の criterion

Criterion of Crack Propagation in Ionic Crystals

小泉 大一*・中村 和夫*・鈴木 敬愛*
Hirokazu KOIZUMI, Kazuo NAKAMURA and Takayoshi SUZUKI

1. 序

実用材料では平面歪み破壊時のじん性 K_{Ic} がその材料の降伏応力 τ_y の増加とともに減少することが知られている。この現象は一般に次のように理解されている。¹⁾

- (i) 応力が集中するき裂先端で塑性変形が起きる。
- (ii) この塑性変形によりき裂先端は鈍化する。
- (iii) したがって破壊に必要な応力がき裂先端にかかりにくい状態になる。
- (iv) これらは降伏応力 τ_y が小さいほど起こりやすく、破壊じん性値 K_{Ic} は大きくなる。

ところが、NaCl, KCl のようなイオン結晶のへき開では、 γ 線を照射したり、温度を下げることによって降伏応力を大きくすると、破壊に必要な力は大きくなるということがいくつかの実験により確かめられている。^{2)~4)}

図1はNaClについての結果を示したものである。²⁾ 実験は図2に示した double cantilever 型試料のき裂を進展させるときに必要な力を測定したもので、弾性体を仮定したときの破壊じん性値 K_{Ic} と、大きさについて規格化した力 F_c を、降伏応力 τ_y に対して書いてある。この図の結果は、実用材料について定性的に与えられている説明があてはまらないことを示している。この報告では、図2のようなNaClの試験片中を、あらかじめ入れたき裂が進展する条件について考察する。

図1の実験結果は次のように要約できる：

(I) 降伏応力 τ_y が小さい範囲 ($\tau_y < 1.5 \times 10^8 \text{ N/m}^2$) で、き裂進展に必要な力 F_c は降伏応力が大きくなるにつれて大きくなる。

(II) き裂進展に必要な力 F_c は降伏応力 τ_y を0に外挿しても有限な値にとどまる。

(III) 降伏応力 τ_y が(I)の範囲をこえて大きくなると、き裂進展に必要な力 F_c は一度最大値を通過して、減少ないしは一定値に近づくようにみえる。

上の(I), (II)における F_c と τ_y の関係はだいたい次のようにあらわされる。

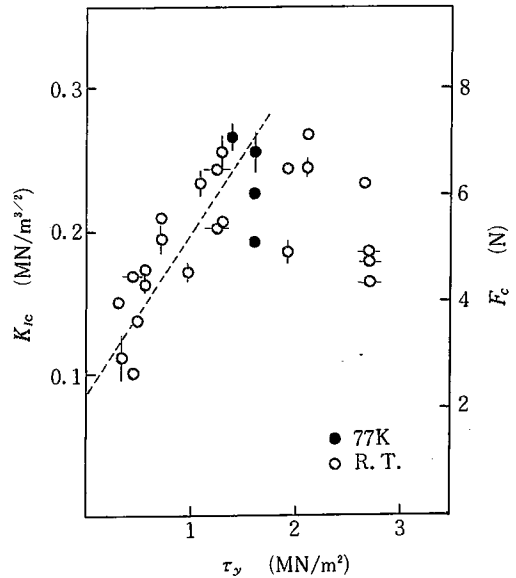


図1 NaCl 結晶の破壊じん性値 K_{Ic} および標準の大きさの試料(図2)に換算した力 F_c と降伏応力 τ_y の関係²⁾ 点線は(1)式の関係

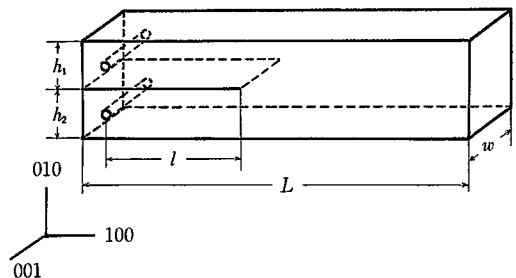


図2 実験に用いた NaCl 結晶の形と方位
標準の大きさは $h_1 = h_2 = w = 5 \text{ mm}$, $l = 15 \text{ mm}$,
 $L = 40 \text{ mm}$

$$F_c(\text{N}) = 2.3(\text{N}) + 2.9 \times 10^{-6}(\text{m}^2) \times \tau_y(\text{N/m}^2) \quad (1)$$

き裂進展で重要な役割をなすのは、き裂先端から{110}面上をき裂後方に向けて図3のように進入した転位群で

* 東京大学生産技術研究所 第1部

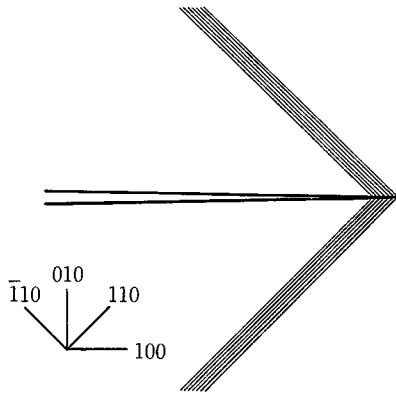


図3 降伏応力 $\tau_y < 1.5 \text{ MN/m}^2$ の試料で、き裂進展の際にみられるすべり帯の模式図

ある⁵⁾この転位群は、上の(I)の降伏応力の範囲でのみ観察され、(III)の領域ではき裂先端からほとんど転位の発生はみられない。

次章では、き裂進展の際にみられる転位の観察結果をもとにして、き裂進展の条件について考察する。

2. き裂進展の条件

NaCl のようなイオン結晶では、へき開面と転位のすべり面の幾何学的関係が定まっており、単結晶でつくった図2の形の試料ではき裂進展の際にき裂後方へ{110}面に沿って多数の転位が進入する。き裂先端ではき裂前方の方が転位に働く応力が高いにもかかわらず、き裂後方に多くの転位が進入するのは試料の形の影響をうけているからである⁵⁾

き裂先端から進入した転位は結晶内部で交叉すべり等をくり返し増殖するであろう。増殖により最初にき裂先端から進入した転位と同符号のものと異符号のものがつくられる。同符号のものは最初の転位と同じ方向、すなわち内部へ動き、異符号のものは反対にき裂の方へもどるが、最終的には正負の転位は長距離の歪み場が小さくなるように(したがって弾性エネルギーが小さくなるように)配列する。き裂先端から進入した転位と反対符号のもののうちいくつかはき裂前方に押し出されて堆積し(図4)、微小き裂を形成する^{6)~8)}

このような多数の転位が存在している領域では、転位間の間隔や運動は転位間相互作用によって決まり、外力にはあまりよらない。したがって、き裂先端の少し前方に集まる転位の数も外力にはあまり敏感でなく、すでに導入されている転位群(増殖したものも含めて)の大きさによってきまる。交叉すべりを起こして増殖する頻度も同様にすでに存在する転位群によって支配されるであろうが、転位群全体の数は進入した転位の数 n にほぼ

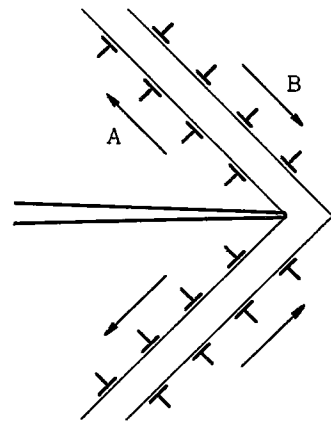


図4 き裂先端の転位群

- A: き裂先端から進入する転位
- B: 内部で増殖されき裂先端にもどってくる転位

比例して増加すると考えられる。けっきょく、き裂先端部に新しい微小き裂を作るために必要な数の転位が供給されるためには、ある一定数 n_c の転位がき裂先端から進入することが必要であろう。

実際に、き裂先端から進入した転位の数 n が臨界値 n_c に等しくなったときにき裂が進展するという考え方に立てば前章で述べた(I)~(III)を以下に示すように理解することができる。

実験で用いた試料では転位はき裂後方へ向く{110}すべり面に多く入りこむ。したがって、多結晶の試料やすべり系の数の多い結晶の場合のようにき裂先端で一様に塑性変形が起きることは期待できない。この場合き裂先端での応力は次のように見積られる。

き裂先端は初め ρ_0 の曲率半径を持っているとする(図5)。き裂の上後方と下後方にそれぞれ n 本の転位が進入したあとではき裂先端の曲率半径 ρ は

$$\rho \approx \rho_0 + 2 \cdot \frac{nb}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

となる。ここで b は Burgers ベクトルの大きさである。

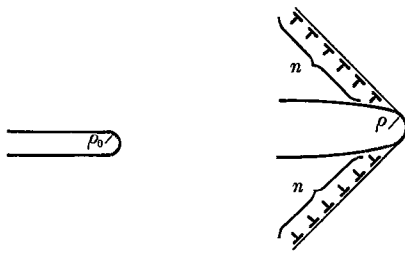
き裂先端が丸くなっているときの応力は、鋭いときの $\sqrt{\rho/b}$ 程度となるから、 n 本の転位が進入したあとでは新たに進入する転位に働く応力は外力が F のとき

$$\frac{0.135 kF}{\sqrt{2\pi(\rho_0 + \sqrt{2} nb)}} \quad (3)$$

ただし

$$(kF)^2 = \left(\frac{F}{w}\right)^2 \frac{12}{h^3} L^2 \left(1 + 1.4 \frac{h}{L} + 0.5 \left(\frac{h}{L}\right)^2\right) \quad (4)$$

である⁹⁾



(a) 初めの状態 (b) き裂先端から転位が進入したあと

図5 き裂先端の曲率半径

一方、新たに進入しようとする転位は、すでに入っている転位群から上の力とは逆向きに $g(n)$ の応力を受ける。これら2つの力の差が降伏応力 τ_y 以上であれば、転位はさらに導入される。したがって、外力が F のとき入る転位の数 n は次式で与えられる。

$$\frac{0.135 kF}{\sqrt{2\pi(\rho_0 + \sqrt{2}nb)}} = \tau_y + g(n) \quad (5)$$

ここで $g(n)$ の正確な函数形はわからないが、 n の増加函数である。

前述のように $n=n_c$ となったときにき裂が進展する条件に達するとすれば

$$F_c = \frac{\sqrt{2\pi(\rho_0 + \sqrt{2}n_c b)}}{0.135 k} (\tau_y + g(n_c)) \quad (6)$$

実験式(1)からき裂が進展するときの ρ および $g(n_c)$ は

$$\begin{aligned} \rho_c &= \rho_0 + \sqrt{2} n_c b = 0.03 \text{ mm} \\ g(n_c) &= 0.8 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \quad (7)$$

となる。

ρ_0 が無視できるとすれば $n_c \sim 5 \times 10^4$ となる。進入した転位が数回交又すべりをおこすとすれば、観察される転位群の総数(約 5×10^5)になる。

また、 $g(n_c) \sim 0.8 \text{ MN/m}^2$ の値は、約 1.5μ 離れた刃状転位がそのすべり面上につくる剪断応力の大きさの程度である。これは深くまで入った転位は、交又すべりを起こしてできた転位と長距離の応力場を打ち消し合うように配列していることを示している。 $g(n)$ に関係しているのは、ごく近くの転位のみである。

これまで述べたことが起きるためには、転位が試料の内部まで深く進入し、転位を増殖しなければならない。そのためには、試料の内部でもすべり面上の剪断応力が降伏応力 τ_y をこえている必要がある。試料の腕の部分の応力はき裂先端にごく近い部分を除いて棒の曲げの間

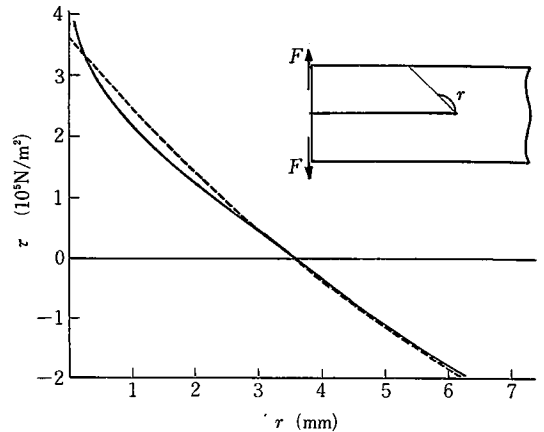


図6 き裂先端を通る(110)面上の剪断応力
縦軸は標準の大きさの試料に $F=1\text{N}$ の力をかけたときの値で目盛っている。
実線は有限要素法による計算結果⁵⁾
点線は(8)式。横軸 r はき裂先端からはかった距離

題として扱うことができる。実際、図6に示すようにき裂先端を通るすべり面上の剪断応力は近似的に

$$\tau \sim \frac{6F}{wh^3} \left(\frac{h}{2} - \frac{r}{\sqrt{2}} \right) \left(L - \frac{r}{\sqrt{2}} \right) \quad (8)$$

とあらわされる。

転位がつくられ、(6)式で F_c がきまるためにはある適当な r をとったときに

$$\tau_y < (8) \text{ 式の右辺} \quad (9)$$

が満たされなければならない。図7は $r=1.2 \text{ mm}$ としたときの図である。

(9)式が成立しない τ_y と F の範囲ではき裂先端から多量の転位が発生することはない、き裂進展に必要な力 F_c はき裂先端の引張り応力が理想的な破壊強度を越える力としてきまる。(3)式と同様に考えて F_c は

$$\frac{kF_c}{\sqrt{2\pi(\rho_0 + \sqrt{2}nb)}} = \sigma_c \quad (10)$$

で与えられる。ここで σ_c は理想的な破壊強度であり、ウィスカで測定された最大の強さをとると、 $1.1 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ (Young 率の1/40)となる。¹⁰⁾

十分降伏応力が大きく、ほとんど $n \sim 0$ とみなせるところでは、 $F_c \sim 6 \text{ N}$ (実験値、図1)であり、 ρ_0 の値は $6 \times 10^{-6} \text{ mm}$ (約 $15b$) となる。これは、はじめに入れたき裂を途中でとめたために入った転位の影響と考えられる。また、(7)式において ρ_0 が無視できることがわかる。

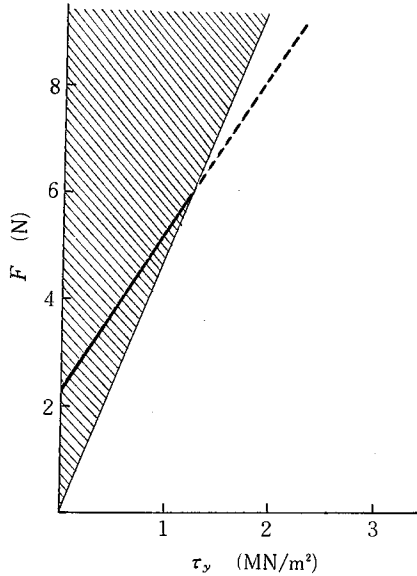


図7 (9)式をみたす F と τ_y の領域 (斜線部)
太い実線と点線は(1)式

この降伏応力の範囲では、き裂の進展に必要な力 F_c は降伏応力 τ_y に依存しない形になる。また測定結果のばらつきは ρ_0 のばらつき $\Delta\rho_0$ に帰することができる。測定値から

$$\frac{\Delta F_c}{F_c} = 0.4 \quad \text{とすると} \quad \frac{\Delta \rho_0}{\rho_0} = 0.8$$

このばらつきは初めに入れたき裂がとまとときの状況に依存しているものと考えられる。

転位数がき裂進展を決めている降伏応力の範囲から、転位が関与しない範囲への遷移は急には起こらず、前者の機構が働くには不十分な転位しか発生しないような遷移領域が存在する。この場合には(10)式の n が無視できずに、大きな F_c の値が生じる。

遷移領域で転位はき裂先端から少しは発生するが、内部までは進入できない。転位の観察でもこの降伏応力の範囲では転位の発生はごくわずかながら認められる。

3. 結 論

NaCl 単結晶の double cantilever 型試料では、き裂が進展するときの力は次のようにしてきまる：

(i) 降伏応力が小さいときには、き裂から入った転位の数に限界の値を越えたときにき裂が進展する。この降伏応力の範囲では、き裂から転位を入れる力が破壊条件をきめている。

(ii) 降伏応力が大きくなると、転位はき裂先端を鈍化させはするが、試料内部までは入りこめず、き裂進展に大きな力がある。

(iii) さらに降伏応力が大きくなると、転位の発生は無視でき、き裂先端の応力のみが問題となる。ここで、降伏応力依存性はなくなる。

(1981年2月27日受理)

参 考 文 献

- 1) たとえば, J. F. Knott: *Fundamentals of Fracture Mechanics*, Butterworth & London, Chapter 5
- 2) 小泉大一, 中村和夫, 鈴木敬愛: 生産研究 **33** (1981) 46
- 3) G. E. Gross and P. L. Gutshall: *Int. J. Fracture Mech.* **1** (1965) 131
- 4) S. W. Freiman, P. F. Becher and P. H. Klein: *Philos. Mag.* **31** (1975) 829
- 5) 小泉大一, 中村和夫, 鈴木敬愛: 生産研究 **33** (1981) 84
- 6) A. H. Cottrell: *Trans. AIME* **212** (1958) 192
- 7) A. N. Stroh: *Philos. Mag.* **3** (1958) 597
- 8) A. S. Argon and E. Orowan: *Nature* **192** (1961) 447
- 9) J. E. Srawley and B. Gross: *Mat. Res. Standards* **7** (1967) 155
- 10) J. J. Gilman: *Strength of Ceramic Crystals*, Am. Ceram. Soc. Conf., N. Y. (1962)