

回転対称シェルの弾塑性飛移り挙動の一離散化解析

A Discrete Analysis on Elasto-Plastic Snap-Through of Axisymmetric Shells

都井 裕*・石鍋 雅夫*・川井 忠彦*
Yutaka TOI, Masao ISHINABE and Tadahiko KAWAI

1. 序

著者の一人都井はすでに文献1)〜3)において、極限解析法の一般化の見地から回転対称シェル構造の簡易離散化解析手法につき検討を加え、剛体・ばねモデルに端を發する一連の簡易リング要素モデルが、軸対称塑性崩壊挙動を中心とする非線形挙動の解析に有効に用いられることを示してきた。特に文献3)では、せん断変形を考慮した剛体要素モデルとZienkiewiczによる有限要素⁴⁾との関連に触れ、両者がほとんど等価なものであることを述べ、動的な非線形解析への応用例を示した。本報告では、この離散化モデルの静的弾塑性飛移り挙動への適用例を示し、実験値との比較による定量的な精度の検証を行う。

2. 剛体要素モデル

Fig. 1に回転対称シェル解析用の剛体要素モデルを示す。要素1-2および2-3を独立に3自由度(u, w, θ)を有する剛体要素と考え、節点2における各ひずみ成分の近似式を作成すると以下の式が得られる。

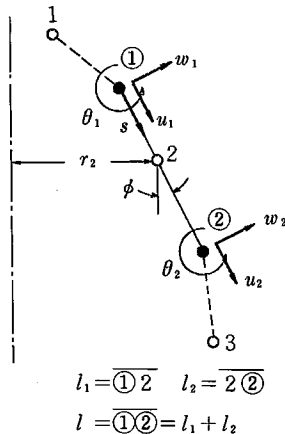


Fig. 1 Rigid element models for axisymmetric shells

$$\begin{aligned}
 \epsilon_s &\equiv du/ds = (u_2 - u_1) / l \\
 \epsilon_\theta &\equiv (w \cos \phi + u \sin \phi) / r \\
 &= \{ (w_1 + l_1 \theta_1 + w_2 - l_2 \theta_2) \cos \phi + (u_1 + u_2) \sin \phi \} / 2r_2 \quad (1) \\
 \kappa_s &\equiv -d\theta/ds = (\theta_1 - \theta_2) / l \\
 \kappa_\theta &\equiv -\theta \sin \phi / r = -(\theta_1 + \theta_2) \sin \phi / 2r_2 \\
 r &= \{ (w_2 - l_2 \theta_2) - (w_1 + l_1 \theta_1) \} / l
 \end{aligned}$$

上式中のひずみ成分の定義における1階微分の項は節点2における相対変位量を距離①②(l)で除すことにより、また他の項は節点2における両要素の値の平均値を用いることにより評価されている。さらに、 r はせん断ひずみであり、節点2における横方向の相対変位量を距離①②で除したものとして物理的に定義されている。

ここで見方を変え、Fig. 1の剛体要素モデルの①-②間を新たに1有限要素と考え、(1)式を要素内一定の一般化ひずみ成分を表す式と解釈すれば、剛体要素モデルという物理的意味を保持したまま、通常の円錐台要素による有限要素解析と同様の手順で離散化解析を行えることは明らかであろう(以下、要素という場合は①-②を指すものとする)。(1)式における l_1 と l_2 を適当に与えることにより、要素内における塑性関節線の発生位置を変えることができる。また、 $l_1 = l_2 = l/2$ の場合、この要素は文献4)の有限要素とほぼ等しい。³⁾本報告の解析例ではすべて $l_1 = l_2$ としているが、少数の要素で極限解析を行う場合には塑性関節線の発生位置を考慮して l_1 および l_2 を加減する操作も必要であろう。

3. 回転対称シェルの非線形解析

非線形解析は移動座標系による増分法⁵⁾に従う。すなわち変形途中の各段階を基準とする次の増分形仮想仕事式を基礎とする。

$$\begin{aligned}
 &\int (\Delta N_s \delta \Delta \epsilon_s + \Delta N_\theta \delta \Delta \epsilon_\theta + \Delta M_s \delta \Delta \kappa_s + \Delta M_\theta \delta \Delta \kappa_\theta + \Delta V \delta \Delta \gamma) ds \\
 &+ \int N_s \Delta w, s \delta \Delta w, s ds - \int \Delta p \delta \Delta w ds = 0 \quad \dots (2)
 \end{aligned}$$

上式では不平衡力は無視されている。

弾塑性解析においては極限解析法の一般化の見地より、

* 東京大学生産技術研究所 第2部

合応力成分により定義された次式の降伏条件式を用いる。

$$f(N_s, N_\theta, M_s, M_\theta) = (N_s^2 - N_s N_\theta + N_\theta^2) / N_0^2 + (M_s^2 - M_s M_\theta + M_\theta^2) / M_0^2 - 1 = 0 \quad (3)$$

ここに

$$M_0 = \sigma_0 t^2 / 4, N_0 = \sigma_0 t \quad (4)$$

であり、 σ_0 は単軸状態における降伏応力、 t は肉厚である。今回の解析では、せん断力 $V(=\alpha G r, \alpha$ は有効せん断係数)の塑性変形への影響は考慮しない。塑性状態にある要素の構成式は、(3)式を塑性ポテンシャルとして塑性流れ則より定める。

3.1 部分球殻の弾性飛移り

Fig. 2 に一樣な外圧を受ける部分球殻の弾性飛移り挙動の解析結果を理論解および他の有限要素解⁵⁾とともに示す。比較的少ない要素数およびステップ数で良好な解が得られている。

3.2 回転対称シェルの弾塑性飛移り

Fig. 3 に示す、一樣な内圧を受ける2種類の回転対称シェル(清涼飲料などの缶の底部をモデル化したもの)の弾塑性飛移り挙動を解析し、結果を実験値と比較した。実験では水圧を漸増的に負荷することにより、最高荷重および飛移り後の永久変形量を得ており、飛移り後の形状をPhoto. 1 および 2 に示す。写真からわかるように

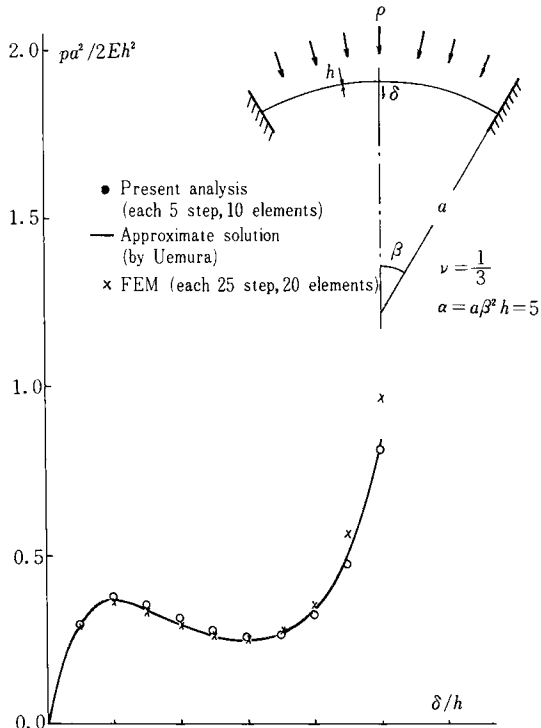


Fig.2 Elastic snap-through of a shallow spherical cap

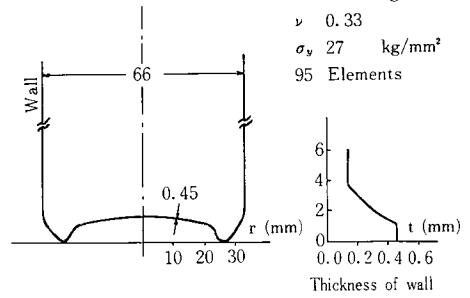


Fig.3 (a) Aluminum can bottom profile (type 1)

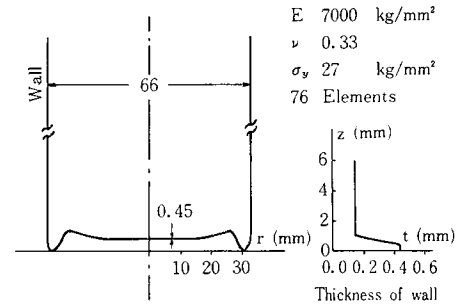


Fig.3 (b) Aluminum can bottom profile (type 2)

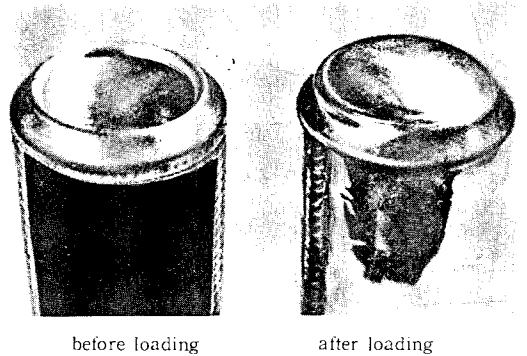


Photo.1 Collapse modes of the can bottom (type 1)

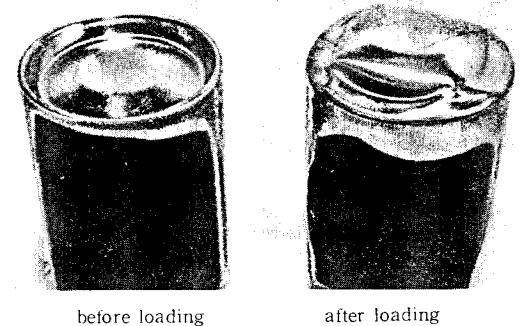


Photo.2 Collapse modes of the can bottom (type 2)

研究速報

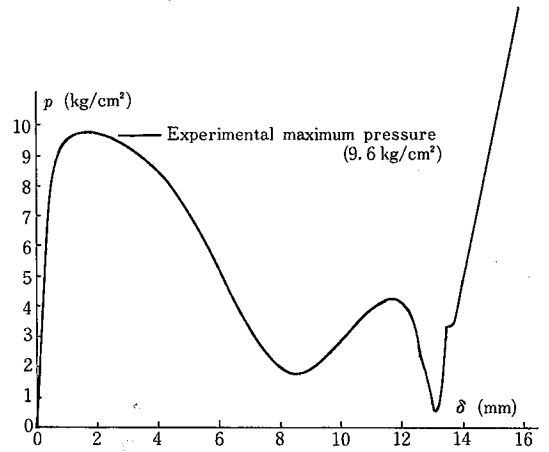
実験結果には非軸対称モードも若干含まれており、軸対称解析結果と比較する際には代表的な2方向の永久変形曲線を用いている。

Fig. 4 と Fig. 5 は type 1 の缶に対する弾性および弾塑性解析結果である。Fig. 5 より最高荷重、永久変形曲線とともに実験結果と良好に一致していることがわかる。なお、Fig. 5 (c) の永久変形曲線は Fig. 5 (a) の荷重・変位曲線において2度目に最高荷重に達したときの変形曲線である。

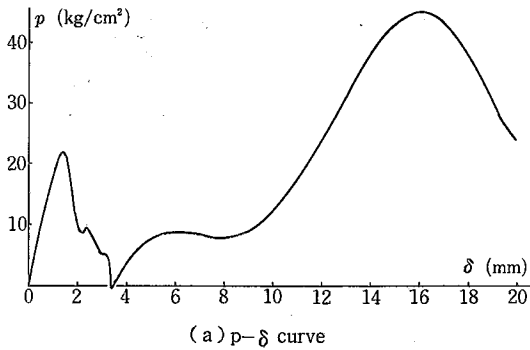
Fig. 6 は type 2 の缶に対する弾塑性解析結果であり、最高荷重は実験値と良好に一致している。この缶では実験結果に非軸対称モードがやや大きく現れているが、解析による永久変形曲線はほぼ妥当なものと言えよう。

4. 結 論

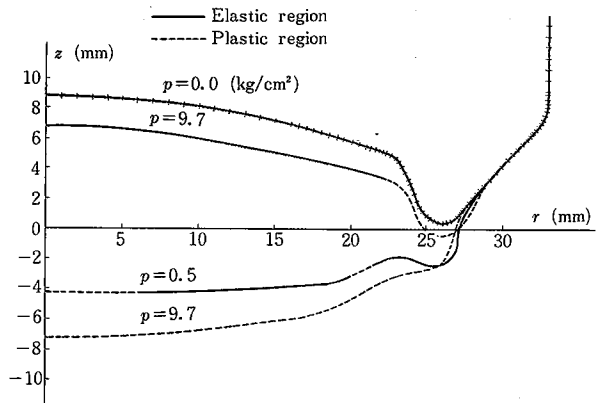
本報告では回転対称シェル構造の離散化解析用剛体要



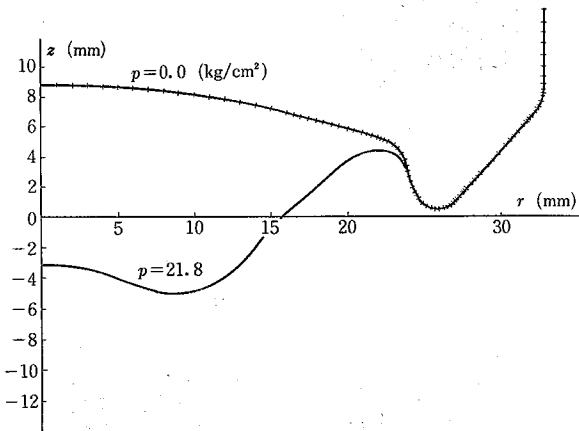
(a) p- δ curve



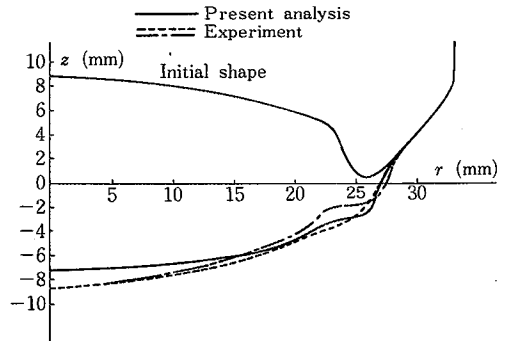
(a) p- δ curve



(b) Deflected shapes



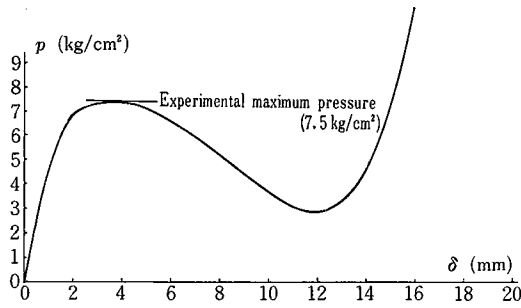
(b) Deflected shapes



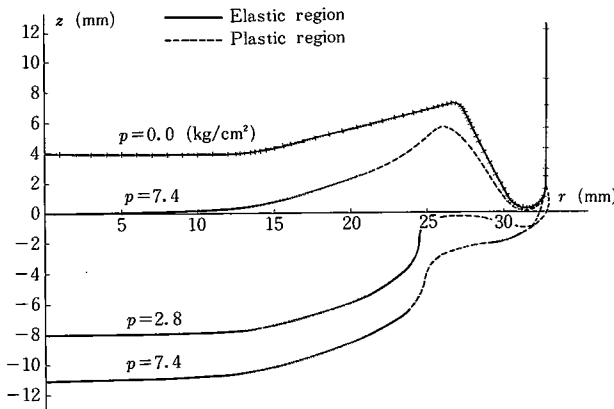
(c) permanently deflected shapes

Fig.4 Nonlinear elastic analysis of can bottom (type 1) under internal pressure

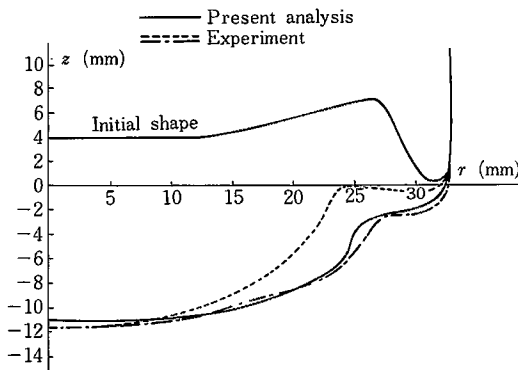
Fig.5 Geometrically nonlinear elasto-plastic analysis of can bottom (type1) under internal pressure



(a) $p-\delta$ curve



(b) Deflected shapes



(c) Permanently deflected shapes

Fig. 6 Geometrically nonlinear elasto-plastic analysis of can bottom (type 2) under internal pressure

素モデルを静的弾塑性飛移り挙動の解析に適用した。

本離散化モデルは、要素内で合応力成分が一定であり、塑性崩壊機構の表現が可能な簡易モデルである。この特徴を生かし、(3)式のような合応力成分による降伏条件式を仮定することにより、容易に極限解析が可能となる。

本報告における計算値と実験値の比較により、弾塑性飛移り挙動のような複雑な問題に対しても、最高荷重および永久変形状態に関し妥当な評価を行えることが確認された。また、要素および解析法の簡略さゆえに計算時間も短い。

最後に、本報告中の実験結果の公表を快諾された東洋製缶グループ総合研究所長岸本昭氏に謝意を表します。

(1981年1月9日受理)

参考文献

- 1) 都井, 川井: 円筒殻の解析における新しい離散化モデル, 日本造船学会論文集, 144号 (1978)
- 2) 都井, 川井: 円形アーチ・球殻の解析における新しい離散化モデル, 日本造船学会論文集, 144号 (1978)
- 3) 都井: 骨組・回転対称シェル構造の動的非線形解析, 日本造船学会論文集, 147号 (1980)
- 4) O, C. Zienkiewicz et al.: A Simple and Efficient Finite Element for Axisymmetric Shells, Int. J. for Num, Meth, in Eng., Vol. 11, No. 10 (1977)
- 5) 川井: 座屈問題解析, コンピュータによる構造工学講座 II-6-1⑤, 培風館 (1974)
- 6) 山田, 岩田: 有限要素法による不安定現象の解析, 第9回マトリックス構造解析法研究発表論文集(1975)