

# GMDH によって作成された工具摩耗予測モデルの精度改善法

Methods of Improving the Accuracy of the Prediction Model for Cutting Tool Wear Obtained  
by Group Method of Data Handling (GMDH)

植松 哲太郎\*・大島 康次郎\*\*  
Tetsutaro UEMATSU and Yasujiro OSHIMA

## 1. ま え が き

筆者らは、切削工具の摩耗進行状態を予測するモデルを、GMDH<sup>1)</sup> (Group Method of Data Handling) の手法を用いて作成できることをすでに報告した。<sup>2)</sup>

GMDHを用いて作成されるモデルは、過去の時点の出力、特に等間隔時刻に採取された出力を独立変数の一部に採用する形式のものが通常は多い。しかし上述の摩耗予測モデルは、そのような形式をとっていない。切削中の希望の時点での工具摩耗量の測定が実際上不可能だからである。モデルの構造と係数は、数種類の切削条件における試し切削によって得られたデータから決定され、固定されてしまう。そのために、予測時の切削条件によっては、大きい予測誤差を生じることが時にはある。

実切削中にも、たとえば切削作業の切れ目に、工具摩耗量を直接測定する機会はある。工具摩耗の比較的初期の段階にそのような機会が得られた場合を想定し、この測定データを利用してモデルの修正を試みた。その結果、特に大きい予測誤差が減り、予測モデルの実用性を高めることができたので以下に報告する。<sup>3)</sup>

## 2. モデルの修正方式

汎用性のある係数修正法と、工具摩耗予測モデルの予測特性を考慮に入れた平行移動法の2方法を提案する。

**2.1 係数修正法** 予測モデルの構造は変えずに、係数だけを修正しようとするものである。

GMDHでは、各層で基礎関数について重回帰分析を行う。いま線形回帰モデルを一般的に

$$y = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_j x_j + \dots + c_m x_m + \varepsilon \quad (1)$$

と表す。ここで  $y$  は目的変数、 $x_j$  は説明変数、 $c_j$  は回帰係数、 $\varepsilon$  は残差項であり、 $x_1 \equiv 1$  である。モデル作成用に  $n$  組の入出力データ  $(y_i, x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{im}; i=1, 2, \dots, n)$  が与えられているとき、

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{y}^T &= (y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_n) \\ \mathbf{X} &= (x_{ij}), (i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, m) \\ \mathbf{c}^T &= (c_1, c_2, \dots, c_j, \dots, c_m) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

とおく (ただし  $T$  は転置を表す) と、(1)式より

$$\mathbf{y} = \mathbf{Xc} \quad (3)$$

が得られる。(3)式を満たす係数  $\mathbf{c}$  の最小2乗推定量が

$$\mathbf{c}_0^* = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (4)$$

となることはよく知られている。

修正用データとして  $r$  組の入出力データ  $(\beta_k, \alpha_{k1}, \alpha_{k2}, \dots, \alpha_{kj}, \dots, \alpha_{km}; k=1, 2, \dots, r)$  が追加されたとき

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{y}_A^T &= (\overbrace{\beta_1, \dots, \beta_1}^{s_1}, \dots, \overbrace{\beta_k, \dots, \beta_k}^{s_k}, \dots, \overbrace{\beta_r, \dots, \beta_r}^{s_r}) \\ \mathbf{a}_k^T &= (\alpha_{k1}, \alpha_{k2}, \dots, \alpha_{kj}, \dots, \alpha_{km}) \\ \mathbf{X}_A^T &= (\overbrace{\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_1}^{s_1}, \dots, \overbrace{\mathbf{a}_k, \dots, \mathbf{a}_k}^{s_k}, \dots, \overbrace{\mathbf{a}_r, \dots, \mathbf{a}_r}^{s_r}) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

とにおいて、(2)式の  $\mathbf{y}, \mathbf{X}$  と組み合わせた

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{y}_M^T &= (\mathbf{y}^T, \mathbf{y}_A^T) \\ \mathbf{X}_M^T &= (\mathbf{X}^T, \mathbf{X}_A^T) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

なるベクトル  $\mathbf{y}_M$  と行列  $\mathbf{X}_M$  を考える。モデル作成用データおよび修正用データから、(1)式の形の  $n+s_1+s_2+\dots+s_r$  個の方程式を含む連立方程式

$$\mathbf{y}_M = \mathbf{X}_M \mathbf{c} \quad (7)$$

を作り、(7)式を満たす  $\mathbf{c}$  の最小2乗推定量

$$\mathbf{c}_M^* = (\mathbf{X}_M^T \mathbf{X}_M)^{-1} \mathbf{X}_M^T \mathbf{y}_M \quad (8)$$

をもって、モデルの係数  $\mathbf{c}_0^*$  ((4)式) に対する、修正された係数とするのがこの係数修正法である。

いいかえれば、(4)式の  $\mathbf{c}_0^*$  は  $J_1 = \sum_{i=1}^n (y_i - \sum_{j=1}^m c_j x_{ij})^2$  (残差2乗和) を最小にするように決められるのに対し、

(8)式の  $\mathbf{c}_M^*$  は  $J_2 = J_1 + \sum_{k=1}^r s_k (\beta_k - \sum_{j=1}^m c_j \alpha_{kj})^2$  を最小にするように決められる。 $r$  組の修正用データは最新の情報であり、工具摩耗プロセスの場合は、現在の実切削中の切削条件について得られたデータである。このことを考えて、修正用データに荷重  $s_k (k=1, 2, \dots, r)$  を付けて係数の最小2乗推定量を求めたのが(8)式である。

さて、GMDHによって作成されるモデルは、一般に複数個の中間変数を含んでいる。新しい組み合わせの修正用データが得られるたびに、各中間変数について修正された係数を(8)式から計算しなければならない。(6)、(8)

\* 東京大学生産技術研究所 第2部

\*\* 東京大学名誉教授

式から明らかなように、そのためには  $n$  組のモデル作成用データに関する行列  $X$  とベクトル  $y$  を記憶しておくこと、修正用データも含めた行列  $X_M$  について逆行列  $(X_M^T X_M)^{-1}$  の計算を行うことが、各中間変数に対して必要である。これは相当の記憶容量と計算量を要する。これを避けるように(8)式の右辺を変形しよう。

$$P = (X^T X)^{-1}, P_M = (X_M^T X_M)^{-1} \quad (9)$$

とおくと、 $m$  次正方行列  $P, P_M$  の間には (5), (6), (9) 式より

$$P_M^{-1} = P^{-1} + X_A^T X_A \quad (10)$$

$$= P^{-1} + \sum_{k=1}^r s_k \alpha_k \alpha_k^T \quad (11)$$

の関係がある。また(4), (5), (6), (8), (9), (10) 式より

$$\begin{aligned} c_M^* &= P_M (X^T y + X_A^T y_A) \\ &= P_M (P^{-1} c_0^* + X_A^T X_A c_0^* - X_A^T X_A c_0^* + X_A^T y_A) \\ &= P_M (P_M^{-1} c_0^* + X_A^T (y_A - X_A c_0^*)) \\ &= c_0^* + P_M \sum_{k=1}^r s_k \alpha_k (\beta_k - \alpha_k^T c_0^*) \end{aligned} \quad (12)$$

となる。ここで

$$P_k^{-1} = P_{k-1}^{-1} + s_k \alpha_k \alpha_k^T \quad (k=1, 2, \dots, r) \quad (13)$$

なる漸化式で表される  $m$  次正方行列  $P_k$  (ただし  $P_0^{-1} = P^{-1}$ ) を考えて、(13)式に  $k=1, 2, \dots, r$  を順次代入して辺々加えると

$$P_r^{-1} = P^{-1} + \sum_{k=1}^r s_k \alpha_k \alpha_k^T = P_M^{-1} \quad (14)$$

一方、(13)式の関係があるとき逆行列の補助定理<sup>4)</sup>より

$$P_k = P_{k-1} - P_{k-1} \alpha_k (\alpha_k^T P_{k-1} \alpha_k + 1/s_k)^{-1} \alpha_k^T P_{k-1} \quad (15)$$

となる。 $P_{k-1}$  は  $m$  次正方行列、 $\alpha_k$  は  $m$  次元ベクトルであるから、(15)式右辺の  $(\alpha_k^T P_{k-1} \alpha_k + 1/s_k)^{-1}$  はスカラー量である。モデル作成段階で  $n$  組のモデル作成用データから逆行列  $(X^T X)^{-1} (=P=P_0)$  を求めて、これを記憶しておけば、後から得られた  $r$  組の修正用データに対して(15)式で順次に  $k=1, 2, \dots, r$  とすることにより、逆行列の計算を行うことなしに  $P_0 \rightarrow P_1 \rightarrow P_2 \rightarrow \dots \rightarrow P_r (=P_M)$  が得られる。モデルの係数  $c_0^*$  は当然記憶されているから、得られた  $P_M$  を(12)式に代入して、修正された係数  $c_M^*$  が求められる。けっきょく、モデル作成段階で得られる逆行列  $P$  の記憶と、(15), (12)式の行列の四則演算だけで  $c_M^*$  が得られる。

なお修正用データが1組で、荷重を付けない場合は、(12), (15)式で  $r=1, s_1=1$  とすればよい。この結果は、文献4), 5)にある結果と一致する。本方法は両文献の結果を一般的に拡張したものである。

**2.2 平行移動法** これは、予測モデルの構造も係数

も変えずに、モデルによる推定値に一定の修正項を付け加えようとするものである。

修正用データの出力値  $\beta_k$  に対応する、無修正モデルによる推定値を  $\hat{y}_k$  とする。 $\beta_k$  と  $\hat{y}_k$  の誤差の加重平均

$$r = \left\{ \sum_{k=1}^r s_k (\hat{y}_k - \beta_k) \right\} / \sum_{k=1}^r s_k \quad (16)$$

を求め、 $\hat{y} - r$  ( $\hat{y}$ : 無修正モデルによる任意時点の推定値)をもって、修正された推定値とする。これは無修正モデルによる摩耗進行予測曲線が、どれも生データにほぼ平行になっている点に着目し、修正用データから得られる  $r$  の分だけ、摩耗進行予測曲線を平行移動させようというものである。

### 3. 対象プロセスとGMDHアルゴリズム

上述の修正方式を実際のプロセスの予測モデルに適用してみる。対象プロセスとして、正面フライス切削における超硬チップのフランク摩耗進行状態を取りあげる。

切削速度  $V$ 、エンゲージアングル  $\theta$ 、被削材幅  $W_w$  および実切削時間  $t$  の自然対数  $\log_e t$  を入力変数とし、フランク摩耗量  $V_B$  を出力変数とする。 $V, \theta, W_w$  の6通りの組み合わせのもとで試し切削を行い、それぞれ適当な5時点における摩耗量  $V_B$  を測定する。得られた30組のモデリング用出力データから、GMDHの手法を用いて、工具摩耗進行状態を表すモデルを作成する。

使用するGMDHアルゴリズムの基礎関数は

$$y = b_0 + b_1 z_1 + b_2 z_2 + b_3 z_1 z_2 + b_4 z_1^2 + b_5 z_2^2$$

とする。中間表現式に採り入れる変数の選択評価規準には情報量規準AICを用い<sup>5)</sup>、変数の逐次選択には変数増減法を用いる。得られたモデルは2層構造で、中間変数を8個含むものであった。詳細は前報<sup>2)</sup>を参照されたい。

### 4. 修正用データ

切削速度  $V$ 、エンゲージアングル  $\theta$ 、被削材幅  $W_w$  を24通りに組み合わせ、切削を行い、それぞれ適当な5時点で採取した工具摩耗量データが与えられている。これらのデータのうち、初期の第1～第3時点のデータが修正用データとして使用できるものとする。ここでは表1に示す4通りの修正用データの場合について、それぞれ

表1 修正用データ

データ記号	データ組数 $r$	採取時点	荷重 $s_k$
A	1	第2	5.0
B	1	第3	5.0
C	3	第1	1.0
		第2	1.0
		第3	1.0
D	3	第1	1.0
		第2	2.0
		第3	3.0

研究速報  
の修正効果を検討する。

5. 修正結果と考察

工具摩耗のごく初期の段階については予測精度を問題にする必要があまりない。そこで、第2～第5時点のデータを $V_B$ 、この時点における無修正または修正モデルによる摩耗量推定値を $\hat{V}_B$ として、予測精度を次の相対誤差

$$|e| = |(\hat{V}_B - V_B) / V_B| \times 100 (\%)$$

で評価する。

24通りの切削条件についてそれぞれ4時点ずつ、全部で96点のデータに関する相対誤差 $|e|$ の相対度数分布を

図1に示す。表2には、相対誤差が10%または15%を越える相対度数、相対誤差の平均値および標準偏差を示す。図1と表2から次のことがらがる。

(i) 無修正モデルによる予測の場合に比べて、係数修正法、平行移動法いずれの場合も、 $|e| > 10$ または15%といった、特に大きい誤差の現れる度数が大幅に減少している。

(ii) 係数修正法と平行移動法による修正効果の差はあまりない。したがって工具摩耗プロセスでは、計算の簡

表2 相対誤差 $|e|$

修正方式	$ e  > 10\%$ となる相対度数(%)	$ e  > 15\%$ となる相対度数(%)	$ e $ の平均値(%)	$ e $ の標準偏差(%)	
無修正	19.8	8.3	5.9	5.9	
係数修正法	A	8.3	1.0	5.0	3.3
	B	5.2	1.0	4.2	3.8
	C	6.2	2.0	4.8	3.8
	D	4.1	1.0	4.3	3.3
平行移動法	A	5.6	2.8	2.7	3.7
	B	6.9	0.0	2.5	2.9
	C	5.2	1.0	3.0	3.3
	D	5.2	1.0	2.7	3.1

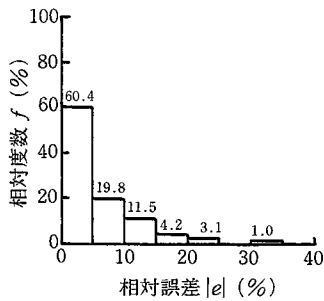


図1-1) 無修正

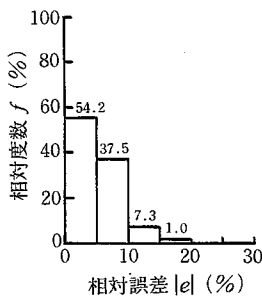


図1-2) 係数修正法  
修正用データA

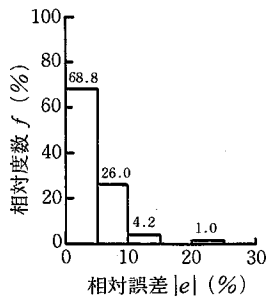


図1-3) 係数修正法  
修正用データB

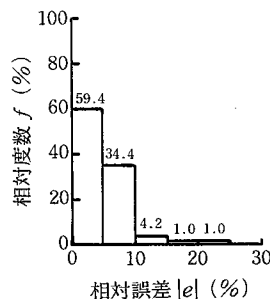


図1-4) 係数修正法  
修正用データC

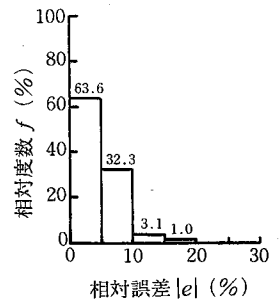


図1-5) 係数修正法  
修正用データD

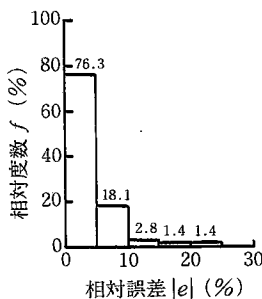


図1-6) 平行移動法  
修正用データA

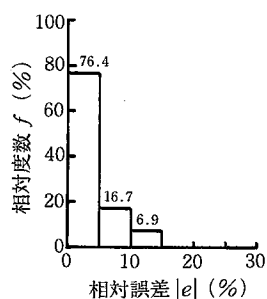


図1-7) 平行移動法  
修正用データB

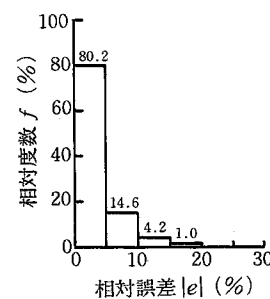


図1-8) 平行移動法  
修正用データC

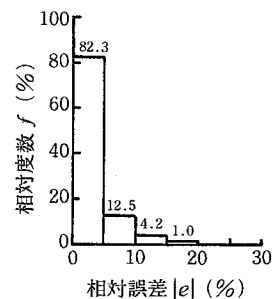


図1-9) 平行移動法  
修正用データD

図1 相対誤差の相対度数分布

表3 図2の入力条件

NO.	切削速度 $V$ (m/min)	エンゲージ角 $\theta$ (deg)	被削材幅 $W_w$ (mm)
1	181	30	76.2
2	151	18	57.2
3	123	30	50.8
4	181	50	101.6
5	123	14	76.2
6	100	30	76.2

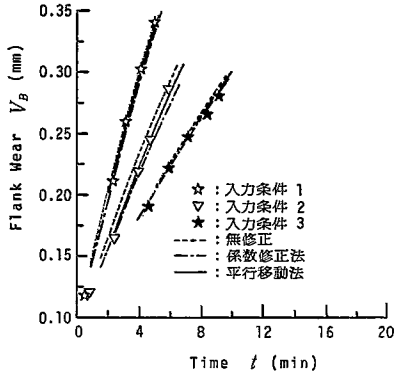


図2-1) 修正用データAによる修正

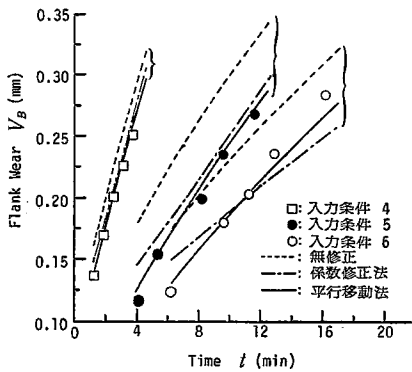


図2-2) 修正用データAによる修正

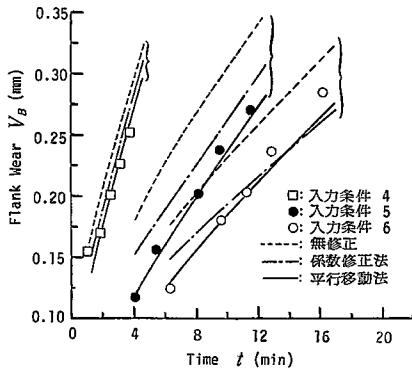


図2-3) 修正用データCによる修正

図2 摩耗進行予測曲線

単な平行移動法を適用するほうが得策と言えよう。

(iii) 修正用データA, B, C, Dによる修正効果にもほとんど差はない。これは、比較的初期の摩耗段階における1時点のデータAだけでもってモデルの修正が十分に可能であることを意味しており、切削プロセスではきわめて好ましいことである。切削時に複数組の修正用データを採取することが必ずしも可能とは限らないからであ

る。

図2には、無修正モデルによる摩耗進行予測曲線(破線)と、各修正方式によって修正されたときの摩耗進行予測曲線(一点鎖線と実線)を、工具摩耗量の生データ(プロット)とともに示す。図2-1は表3の入力条件1~3の場合の結果である。これはもともと、無修正のままでも予測精度が十分に高い場合であり、修正を行っても精度にほとんど変化が見られない。図2-2と図2-3は表3の入力条件4~6の場合であり、無修正のままでは予測精度が特に低いものが選ばれている。修正用データA(図2-2)またはC(図2-3)を用いて修正することにより、摩耗量推定値が生データに十分に接近する様子がよくわかる。

6. むすび

GMDHによって作成されたモデルの予測精度を改善するためのモデル修正方式として、係数修正法と平行移動法を提案し、どちらの方式も十分な修正能力をもつことを示した。特に工具摩耗プロセスでは、摩耗進行の比較的初期の段階に得られた1組の修正用データに平行移動法を適用するだけで、十分に実用性のある予測値が得られる。

おわりに、工具摩耗データを提供して下さった三菱金属(株)東京工場の根岸秀夫氏に深く感謝いたします。

(1980年10月20日受理)

参考文献

- 1) A. G. Ivakhnenko: Polynomial Theory of Complex Systems, IEEE Trans., SMC-1, 364/378 (1971)
- 2) 植松, 大島: GMDHによる切削工具摩耗の予測, 生産研究 32-11, 551/554 (1980)
- 3) 植松, 大島: GMDHによる工具摩耗予測モデルの修正方式, 第23回自動制御連合講演会前刷, 3047 (1980)
- 4) A. P. Sage: Optimum Systems Control, 276/281, Prentice-Hall, New Jersey (1968)
- 5) 池田, 落合, 榎木: 逐次GMDHアルゴリズムとその河川流量予測への応用, 計測自動制御学会論文集, 12-2, 209/214 (1976)
- 6) 近藤, 田村: 情報量規準AICを用いて中間表現式を自己選択する改良形GMDH, 計測自動制御学会論文集, 15-4, 466/471 (1979)