

# UBETの応用に関する研究 (第4報)

## — バルジ変形の解析(1) —

Study on UBET (Upper Bound Elemental Technique) · 4th Report  
— Analysis of Bulge Deformation —

木内 学\*・村田 良美\*  
Manabu KIUCHI and Yoshimi MURATA

### 1. 緒言

円柱ビレットのすえ込み加工は、単なる圧縮加工としてだけでなく、鍛造加工の基本形、あるいは種々の鍛造加工の初期段階として、非常に重要な意味を有している。この問題に関しては KUDO の提唱による IUTAM のシンポジウム<sup>1)</sup> などを通して多くの研究が行われており、特に弾塑性有限要素法、剛塑性有限要素法による解析では、ビレットのバルジ変形、ならびにホールディングをシミュレーションした結果などが示されている。しかし、このような変形過程を上界法により解析した例は非常に少なく、わずかに Kohser<sup>2)</sup> の研究が見られる程度である。本研究では、UBETの基礎理論<sup>3)</sup>を応用し、半径方向の不均一変形を表すことのできる新しい要素を提案して、それを組み合わせて円柱ビレットのすえ込み加工の際のバルジ変形を一般的に解析したので、その結果を報告する。

### 2. 解析モデルと基礎式

解析の対象となる円柱ビレットを、図1に示すごとく軸方向に  $n$  個の要素に分割する。ただし、解析モデルはその対称性より 1/2 部分についてのみ考えるものとする。

$i$  番目の要素  $E_i$  内での速度場の一般形を次式のように仮定する。

$$\dot{U}_{ri} = r(a_i + b_i y), \quad \dot{U}_{yi} = -2a_i y - b_i y^2 - c_i \quad (1)$$

ここで  $a_i, b_i, c_i$  は未知係数である。この速度場が体積一定の条件を満足することは明らかである。要素間境界における相対すべりがなく、かつ変形後、ビレットのプロファイルに段差が生じない、と仮定すると次式が成立する。

$$r(a_i + b_i y_i) = r(a_{i+1} + b_{i+1} y_i) \quad i = 2 \sim n \quad (2)$$

また要素間境界における垂直速度成分の連続条件より、次式を得る。

$$-2a_i y_i - b_i y_i^2 - c_i = -2a_{i+1} y_i - b_{i+1} y_i^2 - c_{i+1} \quad i = 2 \sim n \quad (3)$$

さらに、境界条件としてビレットの軸方向対称面  $y = y_1$  では軸方向速度は 0、またビレット - 工具接触面では軸

\* 東京大学生産技術研究所 第2部

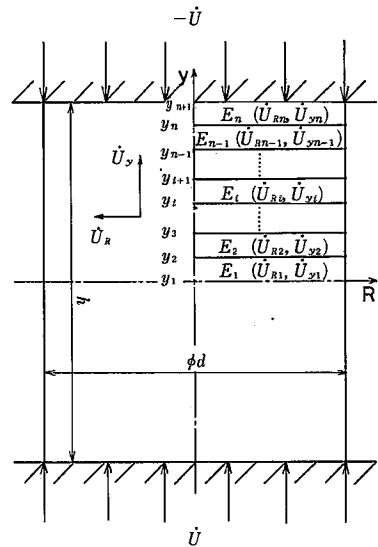


図1 すえ込みのバルジ変形解析モデル

方向速度は工具移動速度  $-\dot{U}$  と同一であることより、  
 $-2a_1 y_1 - b_1 y_1^2 - c_1 = 0, \quad -2a_n y_{n+1} - b_n y_{n+1}^2 - c_n = -\dot{U} \quad (4)$

ビレット全域にわたる速度場を定めるためには  $a_1 \sim a_n, b_1 \sim b_n, c_1 \sim c_n$  の計  $3n$  個の未知係数を定める必要がある。上述の諸境界条件より未知係数に関して計  $2n$  個の方程式が得られるから、残り  $n$  個の未知係数を準独立変数としてビレット全体の速度場が定まり、全仕事率を計算することができる。またその  $n$  個の未知変数に関してビレットの速度場の最適化を図り、全仕事率の最小化を図ることができ、また必要でもある。

上述の速度場より、 $i$  番目の要素  $E_i$  の内部仕事率  $\dot{W}_i^{(i)}$  は次式で求められる。(図2参照)

$$\dot{W}_i^{(i)} = \int_{\square_{ABCDE}} \sigma_0 \cdot \bar{\epsilon} dV = \int_{\square_{ABDE}} \sigma_0 \cdot \bar{\epsilon} dV + \int_{\triangle_{BCD}} \sigma_0 \cdot \bar{\epsilon} dV \quad (5)$$

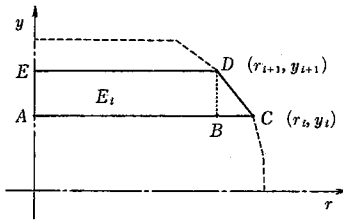


図2 変形途中の要素

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon} &= \sqrt{2/3(\dot{\epsilon}_r^2 + \dot{\epsilon}_y^2 + \dot{\epsilon}_\theta^2 + 2\dot{\epsilon}_r\dot{\epsilon}_y)} \\ &= \sqrt{4(a_i + b_i y)^2 + (b_i r)^2} / 3 \end{aligned}$$

上式の右辺第1項の積分は次式のように表される。

$$\begin{aligned} &\int_{\square_{ABDE}} \sigma_0 \bar{\epsilon} dV \\ &= \int_{y_i}^{y_{i+1}} \int_0^{r^*} \sigma_0 \{4(a_i + b_i y)^2 + (b_i r)^2\}^{1/2} 2\pi r dr dy \\ &= 16\pi\sigma_0 |b_i| \times \{ [1/4Y(Y^2 + B^2)^{3/2} + 3/8B^2Y(Y^2 + B^2)^{1/2} \\ &\quad + 3/8B^4 \log(Y + \sqrt{Y^2 + B^2})]_{y_i+a_i/b_i}^{y_{i+1}+a_i/b_i} + F_1 \} \quad (6) \end{aligned}$$

ここで  $r^* = \min(r_i, r_{i+1})$ ,  $B^2 = 1/12r^{*2}$

$a_i/b_i \geq -y_i$  の時  $F_1 = [1/4(a_i/b_i + y)^4]_{y_i}^{y_{i+1}}$ ,

$a_i/b_i \leq -y_{i+1}$  の時  $F_1 = -[1/4(a_i/b_i + y)^4]_{y_i}^{y_{i+1}}$

$-y_{i+1} < a_i/b_i < -y_i$  の時

$$F_1 = -[1/4(a_i/b_i + y)^4]_{y_i}^{-a_i/b_i} + [1/4(a_i/b_i + y)^4]_{-a_i/b_i}^{y_{i+1}}$$

右辺第2項の積分については、この部分の体積が小さいので近似計算法、すなわち三角形断面 BCD の図心での相当ひずみ増分の値を三角形リング部分全体の平均的な相当ひずみ増分と考え、その値に三角形リング部分の体積を乗じる方法を採用した。

要素間境界では前述の仮定により相対すべりが生じないことよりせん断仕事率は0となる。

ピレット - 工具接触面における摩擦仕事率  $\dot{W}^{(f)}$  は次式となる。

$$\begin{aligned} \dot{W}^{(f)} &= \int m/\sqrt{3} \sigma_0 |\Delta u_r| dS \\ &= \int_0^{r_{n+1}} m/\sqrt{3} \sigma_0 |\Delta u_r| 2\pi r dr \\ &= 2/\sqrt{3} \pi m \sigma_0 |a_n + b_n y_{n+1}| \cdot r_{n+1}^3 / 3 \quad (7) \end{aligned}$$

ここで  $m$  は摩擦定数 (friction factor),  $\Delta u_r$  は相対すべり量である。

以上の結果よりピレットの全仕事率は  $\dot{W} = \sum_{i=1}^n \dot{W}_i^{(i)} + \dot{W}^{(f)}$  で表される。

ピレットの変形の追跡には以下の手順、すなわち、ピレットの形状、諸定数が与えられると速度場の最適化処

報 研究 速 報  
理を経てピレット全体の速度場が求まり、微小変位後のピレットの形状が予測できるため、この手順を繰り返すことにより変形をシミュレートする方法を用いた。一段階あたりの圧縮量はピレット初期高さの1%とした。なお最適化の手法としては直接探索法の一つである F.P.S 法 (Flexible Polyhedron Search Method) を用いた。

### 3. 数値計算結果および検討

上述の解析モデルを用いて以下の場合について数値計算を試みた。ピレットの直径  $d=2.0$  とし、アスペクト比 (高さ比)  $h/d=1.0 \sim 3.0$  に変化させた。また材料は剛完全塑性体で加工硬化しないものとし、変形抵抗  $\sigma_0=1.0$  (比変形抵抗)、摩擦に関しては定摩擦の条件を用い、摩擦定数  $m=0.0 \sim 1.0$  の値をとるものとした。ピレット高さが初期高さの40%になるまで変形状態および加工荷重の解析を行った。

まず解析に使用した速度場の妥当性を確かめるために、ピレット - 工具接触面での摩擦応力  $=0$  ( $m=0.0$ )、 $h/d=1.0$  の場合について解析を行った。要素分割数は6要素であり、初期節点座標は図3に示す。図3より摩擦応力のない場合、ピレットは均一に変形し、バルジ変形は起こらないことが分かる。また図4よりその際の加工荷重はピレットの断面積に変形抵抗を乗じたものに等しい。これらの結果は実際の変形状態とよく対応している。

図5は同じく  $h/d=1.0$  で摩擦定数  $m=0.5, 1.0$ 、要素数6の場合のピレットの変形状態を示したものである。

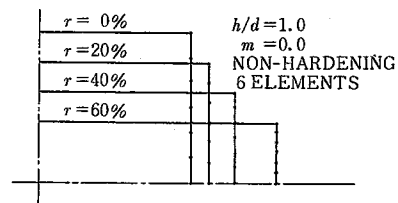


図3 ピレットの変形過程 ( $h/d=1.0, m=0.0$ )

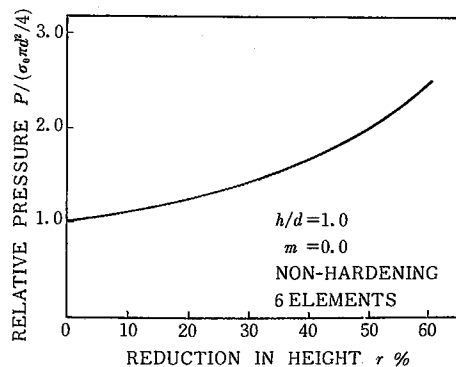


図4 圧縮率と荷重の関係 ( $h/d=1.0, m=0.0$ )

研究速報

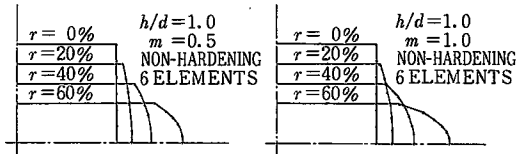
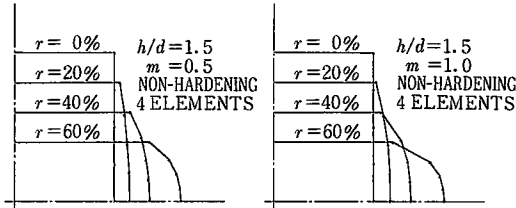
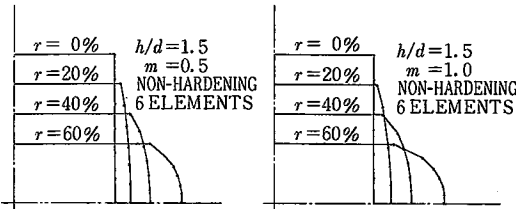


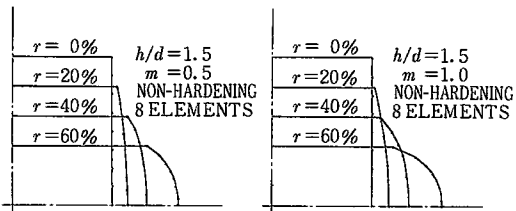
図5 ビレットの変形過程 ( $h/d=1.0, m=0.5, 1.0$ )



(a) 4要素の場合



(b) 6要素の場合



(c) 8要素の場合

図6 ビレットの変形過程 ( $h/d=1.5, m=0.5, 1.0$ )

ビレット-工具接触面で摩擦抵抗が存在するとバルジ変形が起こり、またその大きさは摩擦抵抗が大きい(摩擦定数  $m$  の値が大きい)程顕著である。また軸方向不均一変形はビレット-工具接触面近傍で顕著であり、ビレット中央部ではほぼ均一に変形が進むことが分かる。

図6は要素数の大小による変形状態への影響を調べるために、 $h/d=1.5, m=0.5, 1.0$  の場合について要素数を4, 6, 8の3通りに変えて解析を行ったものである。要素数が多い場合のほうが少ない場合に比べて、自由境界がなめらかに表されることは当然であるが、同一圧縮率におけるビレット最大径(ビレット中央部)およびビレット最小径(ビレット-工具接触面)は要素数が異なっても殆んど変化しない。また同一圧縮率における加工

荷重は要素数の大小による影響を受けないことが分かる。(図7参照)

図8, 9は  $h/d=2.4, 3.0$ , 摩擦定数  $m=0.5, 1.0$ , 要素数6の場合について解析を行った結果である。 $h/d$  が大きい場合には  $h/d$  が小さい場合に比べて不均一変形がビレット-工具接触面近傍に集中する傾向が顕著であり、それより中心に近い部分は殆んど均一に変形していることが分かる。また  $h/d$  が大きいとビレット中央部より少しはずれた部分の自由表面がふくらみ、いわゆるダブル・バルジ変形の傾向を示すことも分かる。 $h/d$  が大きい程、また摩擦定数  $m$  の値が大きい程、ダブルバル

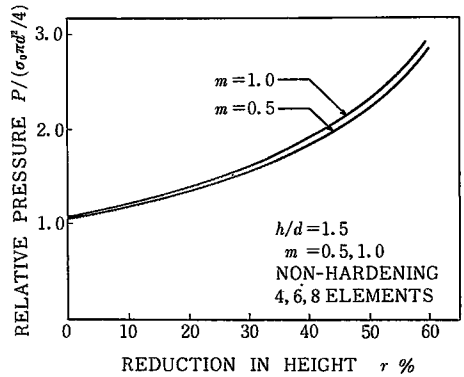


図7 圧縮率と荷重の関係 ( $h/d=1.5, m=0.5, 1.0$ )

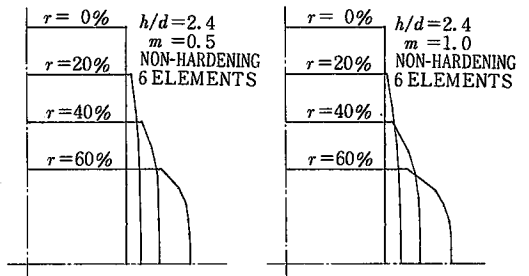


図8 ビレットの変形過程 ( $h/d=2.4, m=0.5, 1.0$ )

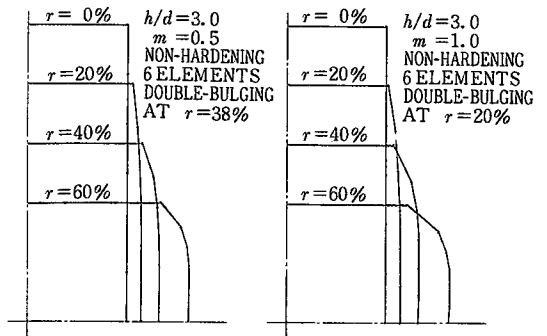


図9 ビレットの変形過程 ( $h/d=3.0, m=0.5, 1.0$ )

研究速報  
 ジ変形の始まる時期も早くなり、量的にも大きくなる。 のバルジ変形の解析が可能であることが判明した。

(1980年9月5日受理)

4. 結 言

本研究では、UBETの手法を応用し、新たに開発した半径方向不均一変形を表すことのできる要素を導入して、円柱ピレットのすえ込み加工のバルジ変形の解析を行った。その結果、アスペクト比が小さい場合には単純なバルジ変形を、またアスペクト比が大きい場合にはダブルバルジ変形をする傾向が見られた。これらの結果は定性的に実測値とよく一致し、本解析を用いてすえ込み加工

参 考 文 献

- 1) Kudo & Matsubara: Proc. IUTAM Symposium on Metal Forming Plasticity, Tutzing (1978), 378
- 2) Kohser: Trans. ASME (Series B), vol. 100 (1978), 421
- 3) 木内, 村田: 昭54, 塑加春講論, 545

正 誤 表

(11 月 号)

頁	段	行	種 別	正	誤
543	右	↓10	本 文	阿 部 章 男	阿 部 一 郎

(12 月 号)

頁	段	行	種 別	正	誤
589	右		図	<p>アルミナ粒子の体積含有率 <math>V_p</math> (%)                      図2 押し加圧力 <math>p</math> と粒子の体積含有率 <math>V_p</math> の関係</p>	<p>図2</p>
591	右		図	<p>アルミナ粒子の体積含有率 <math>V_p</math> (%)                      図7 圧縮変形抵抗 <math>\sigma_{0.1}</math> と粒子の体積含有率 <math>V_p</math> の関係</p>	<p>図7</p>
600	右	↑16	数 式	0.620	0.650