

複数列または無限列浮体の2次元動揺問題

On the two Dimensional Radiation Problem of Multi
or Infinite Number of Floating Bodies

木下 健*
Takeshi KINOSHITA

1. はじめに

複数列浮体の動揺に関して浮体の代表長 a と動揺によって生ずる発散波の波長 (または入射波長) λ が同じ order で共に浮体間隔 l より十分小さい場合, 二次元流場について大楠¹⁾ により単体の解を用いて簡便で巧妙な方法が示されている. この方法は三次元流場の問題にも有効に応用され鉛直円柱群^{2), 3)} フーティング付円柱群⁴⁾ 細長トラス⁵⁾ に適用されている. 本小論は二次元流場について, 基本的には大楠¹⁾ のアイデアに従いながら, やや異なる定式化により簡潔な連立一次方程式を導き, 列数が無限大の場合も考察すると共に新たな概念として仮想エネルギー散逸を提案する.

2. 定式化

図1のように N 個の任意形状の浮体が不等間隔に並んで各々任意のモードで運動するとする. 座標軸は静止水面を x 軸にとり鉛直上方を y 軸の正とする. 浮体の位置を x_n , 運動モードを j_n とし, 単体の浮体の j_n モードと diffraction ($j=7$) の Kochin 関数をそれぞれ H_{n,j_n}^{\pm} , ${}^*H_{n,7}^{\pm}$ とする. すなわち単体の場合 radiation potential φ_{n,j_n} , diffraction potential $\varphi_{n,7}$ は

$$\varphi_{n,j_n} \xrightarrow{\pm X_n \gg 1} -i H_{n,j_n}^{\pm} \varphi_{n,0}^{\pm} \quad (\text{複号同順}) \quad (1)$$

$$\varphi_{n,7} + \varphi_{n,0}^+ \xrightarrow{\pm X_n \gg 1} \begin{cases} -i {}^*H_{n,7}^+ \varphi_{n,0}^- \\ (1 - i {}^*H_{n,7}^+) \varphi_{n,0}^+ \end{cases} \quad (2)$$

$$\varphi_{n,7} + \varphi_{n,0}^- \xrightarrow{\pm X_n \gg 1} \begin{cases} (1 - i {}^*H_{n,7}^-) \varphi_{n,0}^- \\ -i {}^*H_{n,7}^- \varphi_{n,0}^+ \end{cases} \quad (3)$$

where

$$\varphi_{n,0}^{\pm} \equiv \exp(Ky \pm iKX_n), \quad K = \omega^2/g = 2\pi/\lambda \quad (4)$$

ω は運動の角速度, g は重力加速度である. このとき X_n の原点は第 n 浮体の中心にとらねばならない

いま, 複数列浮体の場合の第 n 浮体の発散波を $-iF_n^{\pm} \varphi_{n,0}^{\pm}$ とし

$$-iF_n^{\pm} \varphi_{n,0}^{\pm} \equiv F_n^{\pm} e^{\pm iKx_n} \phi_0^{\pm}, \quad \phi_0^{\pm} \equiv e^{Ky \pm iKx} \quad (5)$$

$$-iH_{n,j_n}^{\pm} \equiv H_n^{\pm} \quad (6)$$

$$-i {}^*H_{n,7}^{\pm} \equiv R_n^{\pm}, \quad 1 - i {}^*H_{n,7}^{\pm} \equiv T_n^{\pm} \quad (7)$$

とおくと, F_n^{\pm} は radiation wave と diffraction wave の和で示せるので

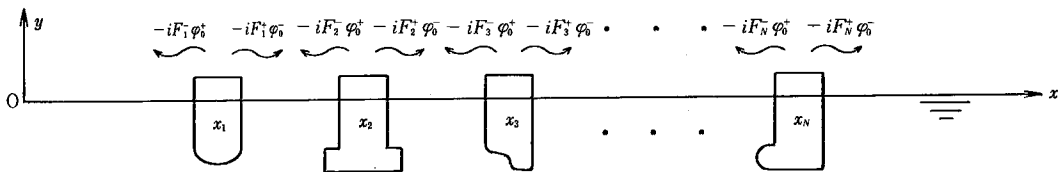


図1 座標系

* 東京大学生産技術研究所 第2部

$$\left. \begin{aligned}
 F_1^- &= H_1^- + T_1^+ F_2^- e^{-iK(x_2-x_1)} \\
 F_2^- &= H_2^- + R_2^- F_1^- e^{-iK(x_2-x_1)} + T_2^+ F_3^- e^{-iK(x_3-x_2)} \\
 F_3^- &= H_3^- + R_3^- F_2^- e^{-iK(x_3-x_2)} + T_3^+ F_4^- e^{-iK(x_4-x_3)} \\
 &\dots \\
 F_{N-1}^- &= H_{N-1}^- + R_{N-1}^- F_{N-2}^- e^{-iK(x_{N-1}-x_{N-2})} + T_{N-1}^+ F_N^- e^{-iK(x_N-x_{N-1})} \\
 F_N^- &= H_N^- + R_N^- F_{N-1}^- e^{-iK(x_N-x_{N-1})} \\
 F_1^+ &= H_1^+ + R_1^+ F_2^+ e^{-iK(x_2-x_1)} \\
 F_2^+ &= H_2^+ + R_2^+ F_3^+ e^{-iK(x_3-x_2)} + T_2^- F_1^+ e^{-iK(x_2-x_1)} \\
 &\dots \\
 F_{N-2}^+ &= H_{N-2}^+ + R_{N-2}^+ F_{N-1}^+ e^{-iK(x_{N-1}-x_{N-2})} + T_{N-2}^- F_{N-3}^+ e^{-iK(x_{N-2}-x_{N-3})} \\
 F_{N-1}^+ &= H_{N-1}^+ + R_{N-1}^+ F_N^+ e^{-iK(x_N-x_{N-1})} + T_{N-1}^- F_{N-2}^+ e^{-iK(x_{N-1}-x_{N-2})} \\
 F_N^+ &= H_N^+ + T_N^- F_{N-1}^+ e^{-iK(x_N-x_{N-1})}
 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

行列式で書くと

$$\left(\begin{array}{cccccc|cccc}
 1 & T_1^+ e_1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 1 & T_2^+ e_2 & 0 & \cdot & 0 & R_2^- e_1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 0 & 1 & T_3^+ e_3 & 0 & 0 & 0 & R_3^- e_2 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
 0 & \cdot & \cdot & 0 & 1 & T_{N-1}^+ e_{N-1} & 0 & \cdot & \cdot & 0 & R_{N-1}^- e_{N-2} & 0 & 0 \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & R_N^- e_{N-1} & 0 \\
 \hline
 0 & R_1^+ e_1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 0 & R_2^+ e_2 & 0 & \cdot & 0 & T_2^- e_1 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
 0 & \cdot & \cdot & 0 & R_{N-2}^+ e_{N-2} & 0 & 0 & \cdot & 0 & T_{N-2}^- e_{N-3} & 1 & 0 & 0 \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & R_{N-1}^+ e_{N-1} & 0 & \cdot & \cdot & 0 & T_{N-1}^- e_{N-2} & 1 & 0 \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & T_N^- e_{N-1} & 1
 \end{array} \right) \begin{pmatrix} F_1^- \\ F_2^- \\ F_3^- \\ \cdot \\ F_{N-1}^- \\ F_N^- \\ F_1^+ \\ F_2^+ \\ \cdot \\ F_{N-2}^+ \\ F_{N-1}^+ \\ F_N^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_1^- \\ H_2^- \\ H_3^- \\ \cdot \\ H_{N-1}^- \\ H_N^- \\ H_1^+ \\ H_2^+ \\ \cdot \\ H_{N-2}^+ \\ H_{N-1}^+ \\ H_N^+ \end{pmatrix} \quad (9)$$

ただし $e_n \equiv -e^{-iK(x_{n+1}-x_n)}$ である。

(10)

(9)を解くことにより単一浮体の radiation問題の解 H_n^* と diffraction問題の解 T_n^* , R_n^* が既知である N 個の浮体が並んだ場合の radiation問題の Kochin関数, F_1^+ , F_N^+ が得られる. N 個の浮体の形状, 運動モードは各々別々であっても差し支えない. 何個かの浮体が運動し, 残りは固定されている場合は, 固定されている浮体の $H_n^* = 0$ とすれば良い.

3. 等間隔に無限個並んだ浮体と同じ運動をする場合

本節では例として対称物体 ($R=R^*$, $T=T^*$) が等間隔 l に無限個並んで対称運動 ($H=H_n^*$) または反対称運動 ($H=H_n^* = -H_n^-$) する場合を考える. この場合 $F_n^* = \bar{F}^*$ と考えてよいので(9)より

$$\left. \begin{aligned}
 (1+TL)\bar{F}^- + RL\bar{F}^+ &= \pm H \\
 RL\bar{F}^- + (1+TL)\bar{F}^+ &= H
 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

where $L \equiv -\exp(-iKl)$
 ゆえに, 対称運動の場合は

$$\begin{aligned}
 \bar{F}^+ &= \bar{F}^- = H / \{1 + (T+R)L\} \\
 &= -iH_j / \{1 - (1-iH_j^+ - iH_j^-)e^{-iKl}\} \quad (12)
 \end{aligned}$$

反対称運動の場合は

$$\begin{aligned}
 \bar{F}^+ &= -\bar{F}^- = H / \{1 + (T-R)L\} \\
 &= -iH_j^+ / \{1 - (1+iH_j^+ - iH_j^-)e^{-iKl}\} \quad (13)
 \end{aligned}$$

となる. 同じ結果は以下に示す如く仮想エネルギー-散逸 μ を導入することにより収束する無限級数として導くこともできる. 複号は同順にとるとし, それでもって対称運動, 反対称運動を表すことにすると, 図2に示すように浮体間の波は, radiation wave と浮体により一度, 二度, 三度……散乱された波の和と考えられる.

$$\begin{aligned}
 \bar{F}^- &= \pm H \{1 + (T \pm R)e^{-iKl} + (T \pm R)^2 e^{-iK2l} + \dots\} \\
 \bar{F}^+ &= H \{1 + (T \pm R)e^{-iKl} + (T \pm R)^2 e^{-iK2l} + \dots\} \quad (14)
 \end{aligned}$$

したがって(14)のような公比 $(T \pm R)e^{-iKl}$ の無限等比級数として表せる. しかし公比の絶対値を見てみると

$$H_j^+ = -H_{3s}^+ / H_3^+ \mp H_{2s}^+ / H_2^+ \quad (15)$$

研究速報

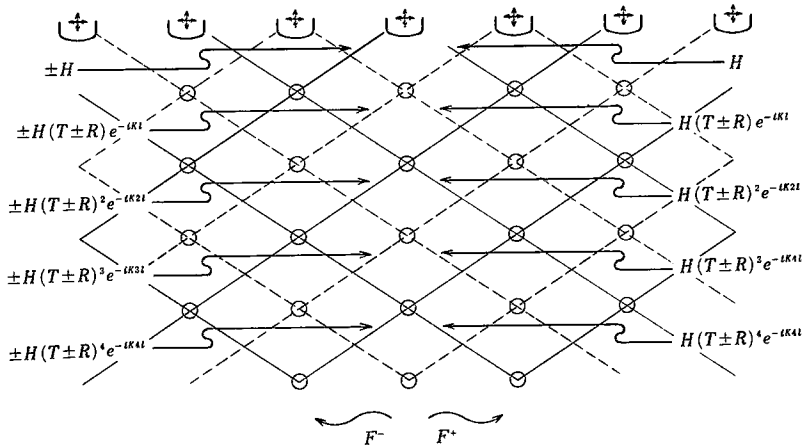


図2 等間隔に無限個並んで運動する場合

where $H_j^* = H_j^*c + iH_j^*s$ (16)

H_j^*c, H_j^*s : real for symmetric motion and pure imaginary for anti-symmetric motion

の関係 ($j=2$ は sway, $j=3$ は heave を表す.) より

$$T \pm R = 1 \mp iH_j^* - iH_j^* = 1 \pm 2iH_j^*s / \bar{H}_j^* \\ = \pm H_j^* / \bar{H}_j^* \quad (17)$$

ただし対称運動については $j=3$, 反対称運動については $j=2$ とする。(17)より公比の絶対値は1となる。 $|T \pm R| = 1$ の意味を考えると、波の透過、反射に対するエネルギーの保存則となっている。いま、ここで無限小の『仮想エネルギー散逸 μ 』を仮定すると(14)は収束して(12), (13)を得る。

4. 両側に壁のある場合

前節の対称運動の場合は水槽のように制限された水路の中央で浮体が対称運動する場合に相当するが、本節では反対称運動をする場合とか、中央からはずれた位置で運動する場合を考える。物体形状はやはり左右対称とする。b, c を図3のようにとり、前節同様複号でもって対称運動、反対称運動を表す。周期性、対称性を考慮すると

$$\bar{F}_n^- = \bar{F}_{n+2}^- = \bar{F}_{n+1}^+ \equiv \bar{F}_1, \bar{F}_n^+ = \bar{F}_{n+2}^+ = \bar{F}_{n+1}^- \equiv \bar{F}_2 \quad (18)$$

であるから(9)より

$$\begin{pmatrix} 1+Re_c & Te_b \\ Te_c & 1+Re_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{F}_1 \\ \bar{F}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pm H \\ H \end{pmatrix} \quad (19)$$

where $e_b \equiv -\exp(-iKb)$, $e_c \equiv -\exp(-iKc)$

$$\therefore \left. \begin{aligned} \bar{F}_1 &= \frac{\pm H(1 \mp Te_b + Re_b)}{1 + R(e_b + e_c) + (R^2 - T^2)e_b e_c} \\ \bar{F}_2 &= \frac{H(1 \mp Te_c + Re_c)}{1 + R(e_b + e_c) + (R^2 - T^2)e_b e_c} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

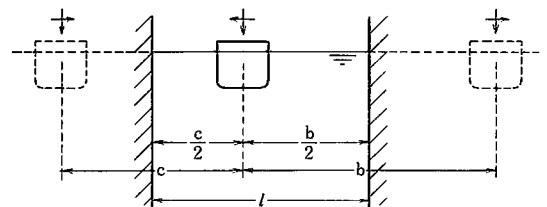


図3 制限水路の場合

水槽中央に浮体がある場合 $a=b=l$ をみると

$$\left. \begin{aligned} \bar{F}_1 &= \pm H / \{1 + (R \pm T)L\} \\ \bar{F}_2 &= H / \{1 + (R \pm T)L\} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

となり対称運動の場合は前節の(12)と一致する。

5. 流体力

最後にこれらの場合の各浮体の受ける流体力を求めておく。第 n 浮体が i モードの運動をした時 j 方向に働く流体力 f_{ij} は単体の浮体の場合の radiation 流体力 f_{ij} と両側から来る波による波強制力の和となる。Haskind の関係を用いると

$$f_{ij}^* = f_{ij} + F_{n-1}^+ e^{-iK(x_{n+1} - x_n)} H_j^* \\ + F_{n+1}^- e^{-iK(x_n - x_{n-1})} H_j^* \quad (22)$$

となる。例として水槽中央で対称物体が運動する場合をみる。まず i, j の片方が対称運動で片方が反対称運動の場合は

$$f_{ij} = f_{ij} = 0 \quad (23)$$

である。 i, j 共対称または反対称運動の場合、(21), (22), (6), (17)より

$$f_{ij} = f_{ij} - 2HH_j^*L / \{1 + (R \pm T)L\} \\ = f_{ij} + 2iH_j^*H_j^*L / \{1 + H_j^*L / \bar{H}_j^*\} \quad (24)$$

となる。ただし対称運動については $k=3$, 反対称運動については $k=2$ とする。減衰力を調べてみると

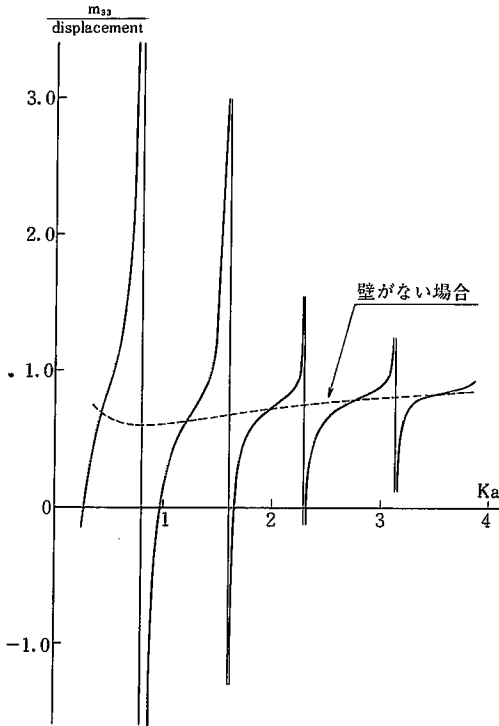


図4 水槽(幅 l) の中央で上下揺する半没円柱 (半径 $a=0.1l$) の付加質量

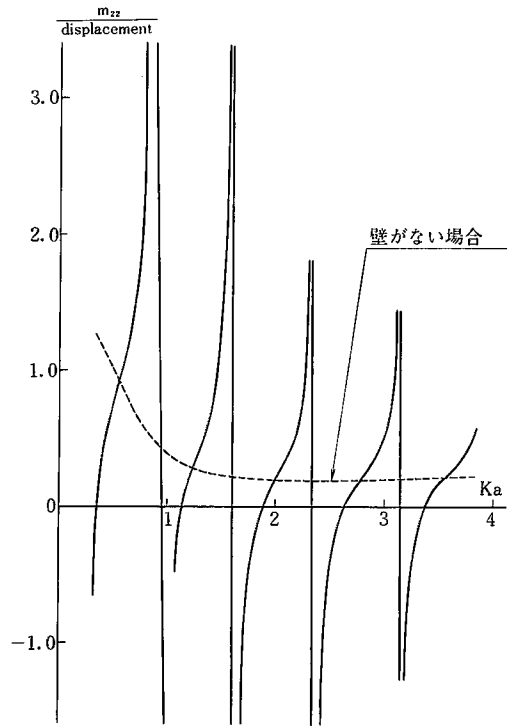


図5 水槽(幅 l) の中央で左右揺する半没円柱 (半径 $a=0.1l$) の付加質量

$$f_{ij} - \bar{f}_{ij} = -2iH_i^* \bar{H}_j^* \quad (25)$$

の関係と(24)より

$$f_{ij} - \bar{f}_{ij} = -2iH_i^* \bar{H}_j^* + \frac{2i(H_i^* H_j^* \bar{H}_k^* L + \bar{H}_i^* \bar{H}_j^* H_k^*)}{\bar{H}_k^* + H_k^* L}$$

$$= \frac{2i}{\bar{H}_k^* + H_k^* L} \{ \bar{H}_j^* (\bar{H}_i^* H_k^* - H_i^* \bar{H}_k^*) + H_i^* L (H_j^* \bar{H}_k^* - \bar{H}_j^* H_k^*) \}$$

$$= 0 \quad (26)$$

(26)は壁でできられているため系から出て行く波のエネルギーが零であることに対応して、物体のなす仕事、したがって減衰力が零であることを示している。

水槽中央で半没円柱が上下揺、左右揺する場合の付加質量を(24)より計算した例を図4、図5にそれぞれ示す。

6. おわりに

複数浮体列の2次元動揺問題に関して大楠とはやや異

なる方法を示し、主に無限列の場合についてのいくつかの式を示した。制限水路中の半没円柱について付加質量を計算した。無限級数として求める場合、仮想エネルギー散逸を導入する必要のあることも示している。

(1980年4月21日受理)

参考文献

- 1) 大楠 丹, 'Multihull Ship の波の中の運動について,' 西部造船会々報, 第40号, 1970
- 2) 大楠 丹, '複数本の鉛直円柱に働く波力について,' 日本造船学会論文集131号, 1972
- 3) 大楠 丹, '多数の浮体で支持された海洋構造物に作用する波力について,' 西部造船会々報, 第51号, 1976
- 4) 増本 彰ほか, '浮体群に働く波浪外力について,' 日本造船学会論文集145号, 1979
- 5) J.N. Newman, 'The motions of a floating slender torus,' J. Fluid Mech., Vol. 83, pp. 721-735, 1977