

スターリング機関の機関性能の簡易予測法(第1報)

—熱交換器容積の影響—

A Simple Method of Predicting the Stirling Engine Performance (1st Report)

—Effects of Heat Exchangers Volumes—

吉 識 晴 夫*・高 間 信 行*・上 村 光 宏*

Haruo YOSHIKI, Nobuyuki TAKAMA and Mitsuhiro UEMURA

1. ま え が き

スターリング機関は理想的にはカルノー・サイクルの熱効率を実現でき、しかも外燃式機関の特徴を生かし、種々の熱源(化石燃料をはじめ太陽熱、地熱など)に対応できる熱原動機として近年注目を浴びている。この機関の歴史は古く、19世紀初めに起源を求めることができ、理論的考察も19世紀末に出現している。このうち、シュミット理論は機関特性が解析的に求まることから、近年ウォーカーにより詳細に検討されている。¹⁾しかし、そこでは加熱器、再生器、冷却器を一括した死容積と考えているため、それぞれの熱交換器容積が機関特性に及ぼす影響を明確にすることはできない。

本報告では、これら熱交換器容積の影響をシュミット理論に基いて明かにする計算法およびその結果について述べる。

2. 計算モデル

図1に示す単動2ピストン型のスターリング機関で考える。機関の構成は膨張室(添字1)、加熱器(2)、再生器(3)、冷却器(4)、圧縮室(5)よりなり、膨張室と圧縮室の容積 V_1 、 V_5 のみがピストンの移動により時間的に変化する。ここで、機関性能の計算に際して、下記の仮定を行う。

- (1) 熱交換器(加熱器、再生器、冷却器)での圧力損失は無視して、機関内では圧力一様とする。
- (2) 圧縮過程、膨張過程は等温変化とする。
- (3) 膨張室容積、圧縮室容積は正弦状に変動する。
- (4) 作動流体は完全ガスの状態式に従い、機関外部への漏れは無い。
- (5) 完全な再生熱交換を行う。

ウォーカーは(2)の仮定にもかかわらず、加熱器内

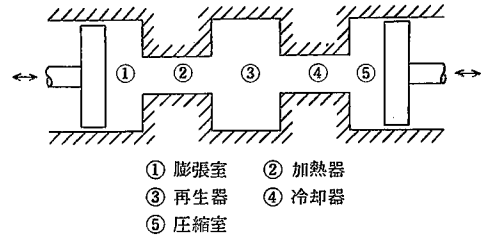


図1 スターリング機関モデル図

流体温度および冷却器内流体温度を各々の温度状態とせず、加熱器、再生器、冷却器を合わせて一つの死容積と考え、この容積内の温度を高温側と低温側の平均温度に置いている。このため、加熱器容積や冷却器容積の影響を正しく評価できない。そこで、以上の仮定のほかに次の仮定を設ける。

- (6) 加熱器内流体温度 T_2 は高温側の温度 T_H に、冷却器内流体温度 T_4 は低温側の温度 T_C に保たれる。
- (7) 再生器内流体温度 T_3 は T_H と T_C の平均温度に保たれる。

3. 計算法

以上の仮定により、高温側容積の瞬時値 V_h は膨張室行程容積 V_E 、膨張室死容積 V_{1D} 、加熱器容積 V_2 および位相角 θ を用いて、

$$V_h = V_1 + V_2 = \frac{1}{2} V_E (1 - \cos \theta) + V_{1D} + V_2 \quad (1)$$

と表される。同様に、低温側容積の瞬時値 V_c は圧縮室行程容積 V_C 、圧縮室死容積 V_{5D} 、冷却器容積 V_4 および位相差 $\Delta\theta$ を用いて、

$$V_c = V_4 + V_5 = V_4 + V_{5D} + \frac{1}{2} V_C \{1 - \cos(\theta - \Delta\theta)\} \quad (2)$$

となる。再生器の死容積を V_3 とすると、仮定(1)、(2)、(4)より機関内作動流体の全質量 M は機関内圧力の瞬時値 p 、ガス定数 R を用いて、

*東京大学生産技術研究所 第2部

$$M = \sum_{i=1}^5 \frac{pV_i}{RT_i} = \frac{p}{R} \left(\frac{V_h}{T_H} + \frac{V_3}{T_3} + \frac{V_c}{T_c} \right) \quad (3)$$

と書ける. ここに, 仮定 (7) より $T_3 = (T_H + T_c)/2$ である. 式 (1), (2) を用いて式 (3) より圧力を求めると,

$$p = MRT_H / \left(V_h + V_3 \frac{T_H}{T_3} + V_c \frac{T_H}{T_c} \right) = \frac{MRT_H}{A' - D' \cos(\theta - \phi)} \quad (4)$$

となる. ここで,

$$\left. \begin{aligned} \text{温度比 } \tau &= T_c / T_H \\ \text{行程容積比 } \kappa &= V_c / V_E \\ \text{死容積比 } X_1 &= V_{1D} / V_E, X_2 = V_2 / V_E, X_3 = V_3 / V_E \\ &X_4 = V_4 / V_E, X_5 = V_{5D} / V_E \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

を導入すると,

$$\left. \begin{aligned} A' &= \frac{V_E}{2\tau} \left\{ \tau(1 + 2X_1) + 2\tau X_2 + \frac{4\tau}{1 + \tau} X_3 \right. \\ &\quad \left. + 2X_4 + 2X_5 + \kappa \right\} = \frac{V_E}{2\tau} A \\ B' &= \frac{V_E}{2\tau} \{ \tau + \kappa \cos \Delta\theta \} = \frac{V_E}{2\tau} B \\ C' &= \frac{V_E}{2\tau} \{ \kappa \sin \Delta\theta \} = \frac{V_E}{2\tau} C \\ D' &= \sqrt{(B')^2 + (C')^2} = \frac{V_E}{2\tau} D \\ \phi &= \tan^{-1} (C' / B') \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

となる.

式 (4) で求まる圧力を用いて, 膨張ピストンが1サイクル当たりをする仕事 L_E , 圧縮ピストンがする仕事 L_C を求めると,

$$\left. \begin{aligned} L_E &= \oint dL_E = \oint p dV_1 = MRT_H \cdot L_E^* \\ L_C &= \oint dL_C = \oint p dV_5 = MRT_H \cdot L_C^* \\ L_E^* &= \frac{2\pi\tau}{D} \left(\frac{A}{\sqrt{A^2 - D^2}} - 1 \right) \sin \phi \\ L_C^* &= \frac{2\pi\tau\kappa}{D} \left(\frac{A}{\sqrt{A^2 - D^2}} - 1 \right) \sin(\phi - \Delta\theta) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

となる. したがって, この機関の1サイクル当たりの図示仕事 L_i は,

$$\left. \begin{aligned} L_i &= L_E + L_C \\ L_i^* &= L_i / (MRT_H) = L_E^* + L_C^* \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

と求まる. 仮定 (2), (5) より, この機関に外部より加えられる熱量は L_E に等しくなるので, 図示熱効率 η_i は,

$$\eta_i = L_i / L_E = L_i^* / L_E^* = 1 - \tau \quad (9)$$

となる. すなわち, この機関の図示熱効率は機関の温度比のみで表され, この値はカルノー・サイクルの効率と一致することが分かる.

次に, 機関設計に際しては, サイクル中の最高圧力 p_{max} と機関の全容積が制限を受けることが多いので, 図示仕事を次式の形に無次元化する.

$$L_i^{**} = \frac{L_i}{p_{max} V_T} = \frac{A - D}{2\tau(1 + \kappa)} L_i^* \quad (10)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} p_{max} &= MRT_H / (A' - D') \\ V_T &= V_E + V_c = V_E(1 + \kappa) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

である.

4. 計算結果と考察

機関の1サイクル当たりの図示仕事を式 (8), (10) より無次元化した形で求める. 従来のウォーカーの解析は式 (5) で $X_1 = X_2 = X_4 = X_5 = 0$ とし, それらの容積分だけ X_3 を大きくしたものに相当する. 以下に, ウォーカーの結果と比較しながら各パラメータの影響を記す

(1) 膨張ピストンと圧縮ピストンの位相差の影響

ピストン位相差 $\Delta\theta$ が図示仕事に及ぼす影響を図2, 3に示す. ここには1例として, 行程容積比 $\kappa = 1.0$, 死容積比 $X_1 + X_2 = 0.3$, $X_3 = 0.5$, $X_4 + X_5 = 0.3$ の場合 (本計算法, 太線) と死容積がこれに相当する $X_1 = X_2 = X_4 = X_5 = 0$, $X_3 = 1.1$ の場合 (ウォーカーの計算, 細線) を示す. 図2は L_i^* , 図3は L_i^{**} であり,

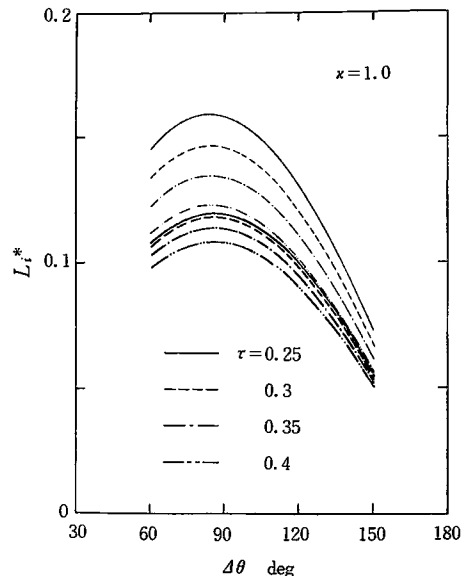


図2 位相差の影響 ($L_i^* \sim \Delta\theta$)

研究速報

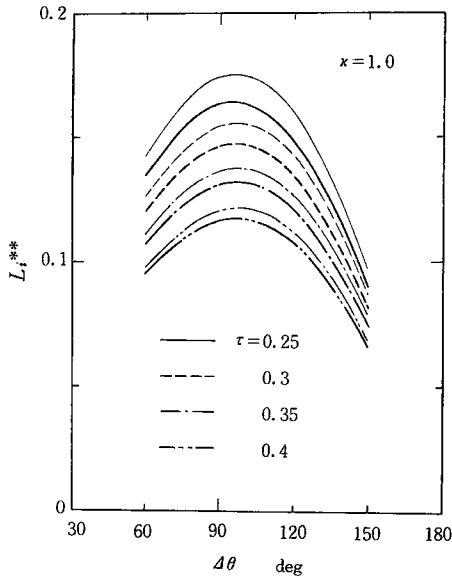


図3 位相差の影響 ($L_i^{**} \sim \Delta\theta$)

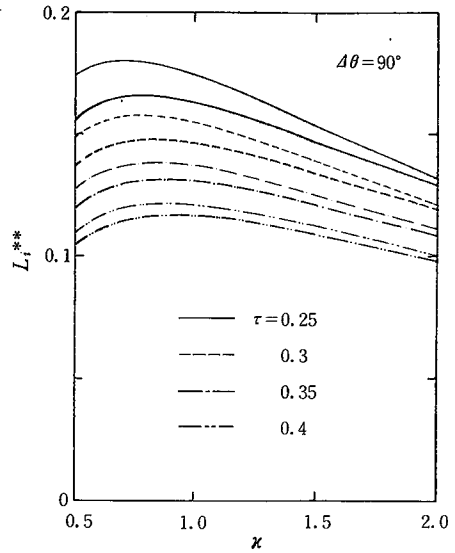


図4 行程容積の影響 ($L_i^{**} \sim \kappa$)

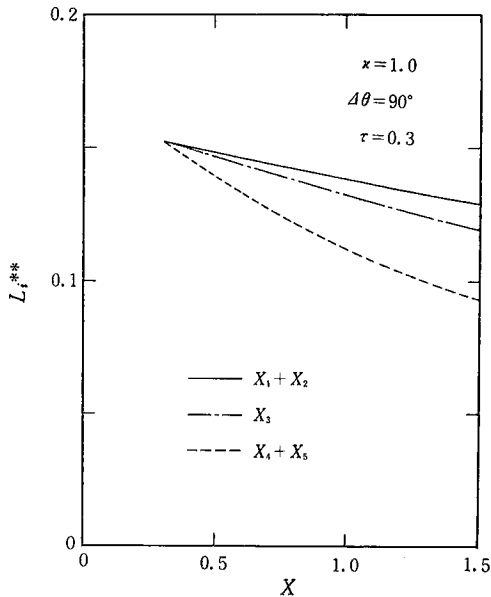


図5 死容積の影響 ($L_i^{**} \sim X$)

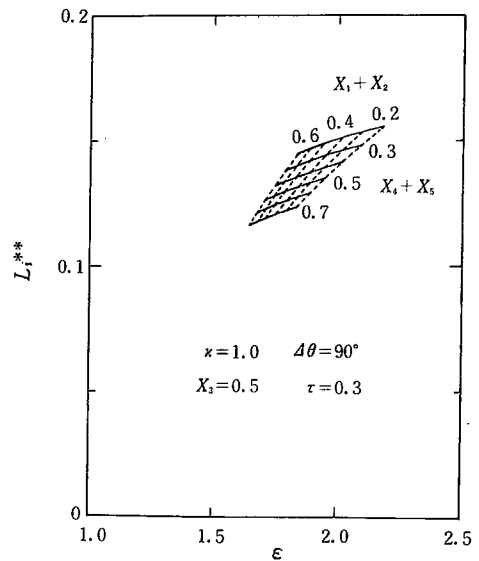


図6 圧縮比の影響 ($L_i^{**} \sim \epsilon$)

図中のパラメータは温度比 τ である。図より、 τ の小さい場合に両者の計算結果の差が大きいたことが分かる。また、 L_i^* 、 L_i^{**} ともに $\Delta\theta$ が 90° 付近のとき最大となる。

(2) 行程容積の影響

行程容積比 κ が図示仕事に及ぼす影響の1例を図4に示す。計算条件は、 $X_1 + X_2 = 0.3$ 、 $X_3 = 0.5$ 、 $X_4 + X_5 = 0.3$ 、 $\Delta\theta = 90^\circ$ の場合(本計算法、太線)とこれ

に相当する $X_1 = X_2 = X_4 = X_5 = 0$ 、 $X_3 = 1.1$ 、 $\Delta\theta = 90^\circ$ の場合(ウォーカーの計算、細線)であり、図中のパラメータは τ である。この場合も τ が小さい程両者の差は大きい。 L_i^{**} は κ が約 0.8 のとき最大となるが、この κ の値は τ が大きいほど大きくなる傾向にある。

(3) 熱交換器容積の影響

加熱器、再生器、冷却器などの死容積が図示仕事に及ぼす影響を図5に示す。この例は $\kappa = 1.0$ 、 $\Delta\theta = 90^\circ$ 、

$\tau = 0.3$ の場合で、高温側容積の影響は $X_3 = 0.3$, $X_4 + X_5 = 0.3$ (実線), 再生器容積の影響は $X_1 + X_2 = 0.3$, $X_4 + X_5 = 0.3$ (一点鎖線), 低温側容積の影響は $X_1 + X_2 = 0.3$, $X_3 = 0.3$ (破線) として求めた結果である。

どの死容積も大きくなると図示仕事小さくなり、特に低温側死容積(主に冷却器容積)の影響が他のものより大きいことが図より分かる。

次に、これら死容積を機関の圧縮比 $\epsilon = V_{max}/V_{min}$ (最大容積/最小容積)の形に整理し、これと図示仕事との関係にして図6に示す。ここでは $\kappa = 1.0$, $X_3 = 0.5$, $\Delta\theta = 90^\circ$, $\tau = 0.3$ の場合で、実線は低温側容積を一定にして高温側容積のみを変えたとき、破線は逆に低温側容積のみを変えたときの結果を示している。死容積が小さければ機関の圧縮比が大きくなり、図示仕事が大き

なることが分かるが、実際の機関では熱交換器の伝熱面積の必要性から、 ϵ をそれ程大きくできない。

5. む す び

加熱器および冷却器の容積が機関性能に及ぼす影響を簡単に予測する計算法を示した。その結果、冷却器容積は他の熱交換器容積に比較して大きな影響を持ち、実際の機関設計では可能な限り冷却器容積を小さくすることが望まれることが分かった。(1980年5月19日受理)

参 考 文 献

- 1) G. Walker: Journal of Mechanical Engineering Science, 4 - 3, 226, 1962

