

極限解析の圧延加工への応用(第2報)

一圧延材の内部欠陥の挙動に関する検討(2)一

— The Behaviours of Internal Defects of Plate Under Rolling Process (2) —

木内 学*・向 四海*

Manabu KIUCHI and Su-Hai HSIANG

1 はじめに

筆者らは先に、材料内部の空隙(欠陥)が圧延中閉鎖する条件を検討するために、二次元的変形モデルを提案し、解析および数値計算を行った¹⁾。本報では、厚さ方向の温度差による変形抵抗の相違が空隙(欠陥)の閉鎖挙動に与える影響、および三次元的変形モデルによる空隙(欠陥)の閉鎖挙動に対する空隙の寸法、板厚・ロール半径比、板幅、圧下率などの影響について報告する。

2 温度差の影響

2.1 変形モデル 温度差による変形抵抗の相違が生じている場合のモデルを図1に示す。このとき、領域は変形抵抗 σ_0 の表層部(外層)と変形抵抗 $k'\sigma_0$ ($k' \leq 1.0$) の中心部(内層)とに分けられ、中心部の範囲を $0 \sim K\alpha$ 、表層部の範囲を $K\alpha \sim \alpha$ ($K \leq 1.0$) として解析を行う。ここで、(1)内・外両層が共に、一様な圧下率で圧下される。(2)両層の境界面での相対すべりはないと仮定する。

2.2 可容速度場および全変形仕事率 上述の仮定に基づいて、ロールギャップ内の各 ZONE における速度場は前報の表1のように示される。この速度場と表層部・中心部の変形抵抗 σ_0 ・ $k'\sigma_0$ 、および両層の境界を表す K などを用いて、塑性変形域内における内部仕事率、境界における剪断仕事率および摩擦損失、さらに前後方張力または圧縮力による仕事率をまとめた全変形仕事率 J^* は、次式となる。

$$J^* = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 R_0 \left[B(1-K+k'K) \ln(A+\alpha_c^2) + \{C(1-K+k'K) - D(1-K) - k'(KD - E\theta_0)\} \times \ln(A+\alpha_c^2) + \{-B(1-K+k'K) + D(1-K) + k'(KD - E\theta_0)\} \ln(A+(\alpha_c + \Delta\alpha_c)^2) - C(1-K+k'K) \ln A - \{E(1-K) + k'(EK + \frac{2D\theta_0}{A})\} \Delta\alpha_c + E\theta_0 k' \ln \frac{\alpha_c + \Delta\alpha_c}{\alpha_c} \right] + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_0 R_0 \dot{\epsilon} (A+\alpha_c^2) \left\{ (1+\beta) \sqrt{(t_0 - t_f)/R_0} \times (1-K^2+k'K^2) + \frac{\beta}{\Delta\alpha_c} \frac{1}{\alpha_c + \Delta\alpha_c} \{A+(\alpha_c + \Delta\alpha_c)^2\} \right.$$

$$\times \left\{ \left(\frac{1}{2} - K + \frac{1}{2} K^2 + k'K - \frac{1}{2} k'K^2 \right) (\alpha_c + \Delta\alpha_c) - k'\theta_0 + \frac{1}{2} k' \frac{\theta_0^2}{\alpha_c + \Delta\alpha_c} \right\} + \frac{\beta}{\Delta\alpha_c} \frac{1}{\alpha_c} \{A+\alpha_c^2\} \times \left\{ \left(\frac{1}{2} - K + \frac{1}{2} K^2 + k'K - \frac{1}{2} k'K^2 \right) \alpha_c - k'\theta_0 + \frac{1}{2} k' \frac{\theta_0^2}{\alpha_c} \right\} \left. \right\} + \frac{2}{\sqrt{3}} m_{\sigma_0} R_0 \left[\dot{\epsilon} (\alpha_c - 2\alpha_n) - \frac{D}{A} \Delta\alpha_c - \frac{B}{A} (\alpha_c - \alpha_c - \Delta\alpha_c) - \frac{1}{2} E \ln \frac{A+(\alpha_c + \Delta\alpha_c)^2}{A+\alpha_c^2} - \frac{C}{A} (\alpha_c - 2\alpha_n) \right] + R_0 \dot{\epsilon} (A+\alpha_c^2) \{ (1+\beta) \sigma_{xb} - \sigma_{xf} \} \quad (1)$$

ここで、A, ..., Eの記号は前報の表1に示すように、空隙の位置と中立角との関係によって異なる値である。

2.3 数値計算例とその検討 中立角および空隙閉鎖の判定条件は前報と同じ手法を用い、全変形仕事率式(1)を基にして得られる。その計算例を図2~図4に示す。横軸にはロールとの接触角 α 、縦軸には圧下率 r をとり、各図のハッチングした範囲において空隙の閉鎖が発生することを示している。図2により、表層部と中心部の厚さが固定しているとき ($K=一定$) は、中心部が軟いほど、空隙の閉鎖が起こりやすくなることがい

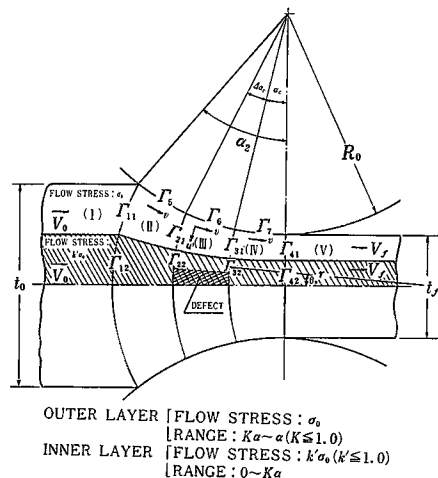


図1 温度差の影響を考慮する場合の圧延モデル

* 東京大学生産技術研究所 第2部

表1 動的可容速度場一覧表(三次元モデル)

	$0 \leq \alpha_n \leq \alpha_c$	$\alpha_c \leq \alpha_n \leq \alpha_c + \Delta\alpha_c$	$\alpha_c + \Delta\alpha_c \leq \alpha_n \leq \alpha_2$
ZONE(II) $V = \frac{B}{A + \alpha^2}$ $U = 0$	$A = tf/R_0$ $B = (1 + \beta)\dot{U}(tf/R_0 + \alpha_n^2)$	$A = tf/R_0$ $B = \dot{U} \frac{1 + \beta}{\left(1 + \beta \frac{\alpha_n - \alpha_c}{\Delta\alpha_c}\right)} (tf/R_0 + \alpha_n^2)$	$A = tf/R_0$ $B = \dot{U}(tf/R_0 + \alpha_n^2)$
ZONE(IV) $V = \frac{C}{A + \alpha^2}$ $U = 0$	$A = tf/R_0$ $C = \dot{U}(tf/R_0 + \alpha_n^2)$	$A = tf/R_0$ $C = \dot{U} \frac{1}{\left(1 + \beta \frac{\alpha_n - \alpha_c}{\Delta\alpha_c}\right)} (tf/R_0 + \alpha_n^2)$	$A = tf/R_0$ $C = \frac{\dot{U}}{1 + \beta} (tf/R_0 + \alpha_n^2)$
ZONE(III ₁), (III ₃) $V = \frac{D + E\alpha}{A + \alpha^2}$ $U = 0$ $W = \frac{-G}{A + \alpha^2} \left(Z - \frac{b_1}{2} \right)$	$A = tf/R_0$ $D = \left(1 - \beta \frac{\alpha_c}{\Delta\alpha_c}\right) \dot{U}(tf/R_0 + \alpha_n^2)$ $E = \frac{\beta}{\Delta\alpha_c} \dot{U}(tf/R_0 + \alpha_n^2)$	$A = tf/R_0$ $D = \frac{\left(1 - \beta \frac{\alpha_c}{\Delta\alpha_c}\right)}{\left(1 + \beta \frac{\alpha_n - \alpha_c}{\Delta\alpha_c}\right)} (tf/R_0 + \alpha_n^2)$ $E = \dot{U} \frac{\beta}{\left(1 + \beta \frac{\alpha_n - \alpha_c}{\Delta\alpha_c}\right)} (tf/R_0 + \alpha_n^2)$	$A = tf/R_0$ $D = \left(1 - \beta \frac{\alpha_c}{\Delta\alpha_c}\right) \frac{\dot{U}}{1 + \beta} (tf/R_0 + \alpha_n^2)$ $E = \frac{\beta}{\Delta\alpha_c} \frac{\dot{U}}{1 + \beta} (tf/R_0 + \alpha_n^2)$
ZONE(III ₂) $V = \frac{D + E\alpha}{A + \alpha^2}$ $U = F \left(1 - \frac{\theta}{\alpha}\right)$ $W = 0$	$F = \frac{1}{2} \frac{\beta}{\Delta\alpha_c} \dot{U}(tf/R_0 + \alpha_n^2)$ $G = \frac{\dot{U}}{R_0} \frac{\beta}{\Delta\alpha_c} (tf/R_0 + \alpha_n^2)$	$F = \frac{1}{2} \dot{U} \frac{\beta}{\left(1 + \beta \frac{\alpha_n - \alpha_c}{\Delta\alpha_c}\right)} (tf/R_0 + \alpha_n^2)$ $G = \frac{\dot{U}}{R_0} \frac{\beta}{\left(1 + \beta \frac{\alpha_n - \alpha_c}{\Delta\alpha_c}\right)} (tf/R_0 + \alpha_n^2)$	$F = \frac{1}{2} \frac{\beta}{\Delta\alpha_c} \frac{\dot{U}}{1 + \beta} (tf/R_0 + \alpha_n^2)$ $G = \frac{1}{R_0} \frac{\beta}{\Delta\alpha_c} \frac{\dot{U}}{1 + \beta} (tf/R_0 + \alpha_n^2)$

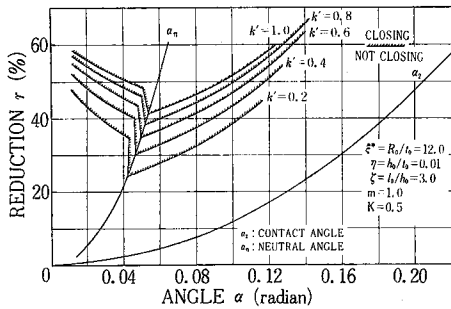


図2 内層の変形抵抗 $k'\sigma_0$ が異なる場合の閉鎖開始の境界 ($K = 0.5$)

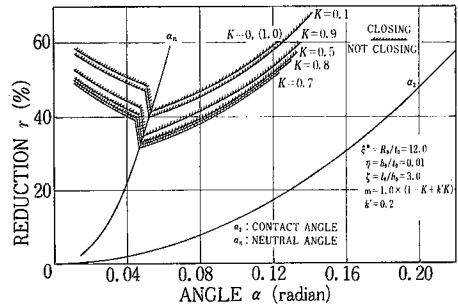


図4 内層(変形抵抗 $k'\sigma_0$)の厚さと空隙閉鎖開始曲線の関係 ($k' = 0.2$)

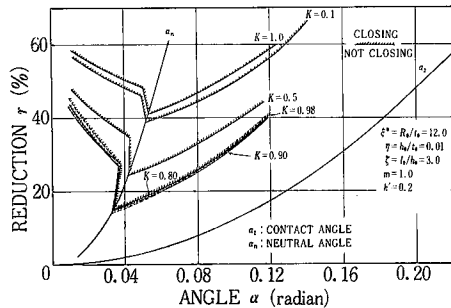


図3 内層(変形抵抗 $k'\sigma_0$)の厚さが異なる場合の閉鎖開始の境界 ($k' = 0.2$)

る。図3に、中心部と表層部の変形抵抗比 k' が0.2で、中心部の厚さがしだいに増える場合の結果を示す。空隙閉鎖の曲線はいったん低下するが、ある厚さになる

と再び上がっていく傾向が見られる。すなわち、最も小さい圧下率によって空隙の閉鎖が始まる中心部の厚さが存在することが予想される。しかし、この場合には $K = 0.8 \sim 0.98$ の曲線から $K = 1.0$ の曲線への状態が不連続的に変化している。この原因としては、変形抵抗が大きい(硬い)表層部とロールとの摩擦損失の全変形仕事率に対する割合が大きいためと考えられる。この不連続的な変化を修正するため、摩擦損失の項に $(1 - K + k'K)$ の係数を導入すると図4に示すように、 K の変化に伴う閉鎖曲線の変化が滑らかとなる。この場合、中心部が板厚の70%のとき、空隙が最もつぶれやすいことが判る。

3. 三次元的変形モデルによる解析

3.1 変形モデルと動的可容速度場 本報においては、三次元変形モデルとして図5に示すようなモデルを提

案する。まず、ロールギャップ内の塑性変形域内部を ZONE (II), (III), (IV) の三つの領域に分割する。さらに、空隙の存在している ZONE (III) を (III₁) ~ (III₃) に分割し、このとき、ZONE (III₂) の板幅方向の長さ、すなわち空隙の幅を b_1 とする。そして、材料は ZONE (III₂) 内では、半径方向 (圧延方向)、および回転 (θ) 方向 (空隙を圧着する方向) の速度成分 v , u を有し、ZONE (III₁), (III₃) 内では半径方向および板幅方向の速度成分 v , w を有する。さらに ZONE (II), (IV) 内では、前報のモデルと同様に半径方向速度 u のみ有するものとする。

各 ZONE における速度が中立角 α_n と空隙の位置を表す α_c および空隙の大きさを表す $\Delta\alpha_c$ との関係をとめ、さらに、境界条件ならびに体積一定の条件を満足する動的相容速度場を表 1 に示す。

3.2 空隙閉鎖開始の判定条件 全変形仕事率 J^* は、表 1 に示す速度場より、ZONE (II), (III), (IV) における内部仕事率、境界 Γ_1, Γ_2 ($\Gamma_{21}, \Gamma_{22}, \Gamma_{23}$ を含む), Γ_3 ($\Gamma_{31}, \Gamma_{32}, \Gamma_{33}$ を含む), Γ_8, Γ_9 における剪断仕事率、境界 $\Gamma_5, \Gamma_6, \Gamma_7$ における摩擦損失、さらに前後方張力または圧縮力による仕事率などの和として表される。空隙の閉鎖の発生に伴う中立角 α_n の変化が無視できると考え、次式で示される。

$$\alpha_n = \frac{1}{3} \alpha_2 - \frac{tf/R_0}{3m} \left[\ln(tf/R_0 + \alpha_2^2) - \ln(tf/R_0) - 2 \Delta\alpha_c \frac{\theta_0}{tf/R_0} + \frac{1}{4} \sqrt{tf/R_0} \sqrt{t_0/tf - 1} + \frac{\sigma_{xb} - \sigma_{xf}}{2\sqrt{3}\sigma_0} \right] \quad (2)$$

空隙の閉鎖開始の判定は前報と同様に $\left(\frac{\partial J^*}{\partial \beta^*}\right)_{\beta^*=0} < 0$ によってなされる。ここで、使用される無次元化パラメータおよび幾何学的関係は、以下の式で示される。

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \frac{h_0}{t_0}, \quad \zeta = \frac{l_0}{h_0}, \quad \phi = \frac{b_1}{b}, \quad \rho = \frac{b}{R_0}, \\ \delta &= \frac{b}{t_0}, \quad \xi = \frac{t_0}{R_0}, \quad \xi^* = \frac{1}{\xi}, \quad r = \frac{t_0 - tf}{t_0}, \\ \theta_0 &= \eta \cdot \Delta\alpha_c, \quad \Delta\alpha_c = \xi^2 \cdot \zeta \cdot \eta \cdot \frac{1}{\xi(1-r) + \alpha_c^2} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

これを用いて、(a) $0 \leq \alpha_n \leq \alpha_c$ の場合の判定式は次式になる。

$$\left(\frac{\partial A_A}{\partial \beta^*}\right)_{\beta^*=0} = \Delta\alpha_c \ln \xi - \{\Delta\alpha_c + (1-\phi) \frac{\sqrt{3}+1}{2} \alpha_c + \phi(\alpha_c + \theta_0)\} \ln \{\xi(1-r) + (\alpha_c + \Delta\alpha_c)^2\} + \{(1-\phi) \frac{\sqrt{3}+1}{2} \alpha_c + \phi(\alpha_c + \theta_0)\} \ln \{\xi(1-r) + \alpha_c^2\}$$

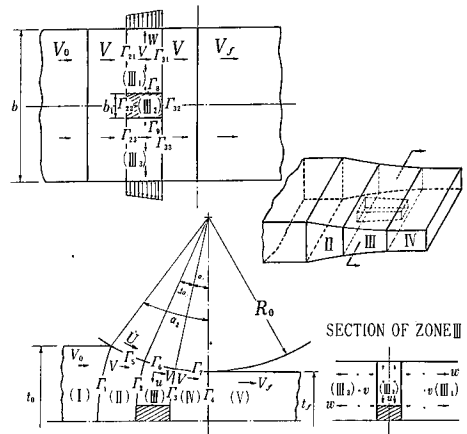


図5 三次元変形モデル

$$\begin{aligned} & + \phi \theta_0 \ln \frac{\alpha_c + \Delta\alpha_c}{\alpha_c} - \Delta\alpha_c \left\{ 1 - 2\phi\alpha_c \frac{\theta}{\xi(1-r)} \right\} \\ & + \frac{1}{4} \Delta\alpha_c \sqrt{\xi} \sqrt{r} + \frac{1}{4} \rho(1-\phi)^2 \\ & + \frac{1}{4} \phi \frac{1}{\alpha_c + \Delta\alpha_c} \{ \xi(1-r) + (\alpha_c + \Delta\alpha_c)^2 \} \\ & \times \left\{ \frac{1}{2} (\alpha_c + \Delta\alpha_c) - \theta_0 + \frac{1}{2} \frac{\theta_0^2}{\alpha_c + \Delta\alpha_c} \right\} \\ & + \frac{1}{4} \phi \frac{1}{\alpha_c} \{ \xi(1-r) + \alpha_c^2 \} \left\{ \frac{1}{2} \alpha_c - \theta_0 + \frac{1}{2} \frac{\theta_0^2}{\alpha_c} \right\} \\ & + \frac{1}{4} \frac{1}{\rho} \{ \xi(1-r) + \theta_0^2 \} \Delta\alpha_c + \frac{1}{12} \frac{1}{\rho} \{ (\alpha_c + \Delta\alpha_c)^3 - \alpha_c^3 \} \\ & - \frac{1}{2} \frac{1}{\rho} \xi(1-r) \theta_0 \ln \frac{\alpha_c + \Delta\alpha_c}{\alpha_c} - \frac{1}{4} \frac{1}{\rho} \theta_0 \{ (\alpha_c + \Delta\alpha_c)^2 \\ & - \alpha_c^2 \} - \frac{1}{4} \frac{1}{\rho} \xi(1-r) \theta_0^2 \left\{ \frac{1}{\alpha_c + \Delta\alpha_c} - \frac{1}{\alpha_c} \right\} \\ & - \frac{m}{\xi(1-r)} \Delta\alpha_c \{ \sqrt{\xi} \sqrt{r} - 2\alpha_c - \Delta\alpha_c - \frac{1}{4} \rho(1-\phi)^2 \} \\ & - \frac{1}{2} m \ln \frac{\xi(1-r) + (\alpha_c + \Delta\alpha_c)^2}{\xi(1-r) + \alpha_c^2} + \frac{\sigma_{xb}}{2\sqrt{3}} \Delta\alpha_c < 0 \quad (4) \end{aligned}$$

この解析結果より数値計算例を図6, 図7に示す。これらの結果より、次のことがいえる。(1) 空隙の長さと同じ高さの場合には、幅が小さくなるほど閉鎖は起こりにくくなる。(2) 同じ寸法の空隙は、板幅と板厚との比が小さいほど、閉鎖が起こりやすい。(3) $\xi^* = \frac{R_0}{t_0}$ が大きくなるほど、空隙の閉鎖が起こりやすくなる。

3.3 空隙の閉鎖終了境界の計算例 空隙が閉鎖し終わる境界の考え方としては、式(2), (4)に $\eta = 0$, $\alpha_c = \alpha_n$ などを代入すると閉鎖終了の境界が求められる。これより、(a) $0 \leq \alpha_n \leq \alpha_c$ の場合、閉鎖終了の境界圧下率を求める式は次式で示される。

$$\left[\left(\frac{\partial A_A}{\partial \beta^*}\right)_{\beta^*=0} \right]_{\eta=0, \alpha_c=\alpha_n} < 0 \quad (5)$$

研究速報

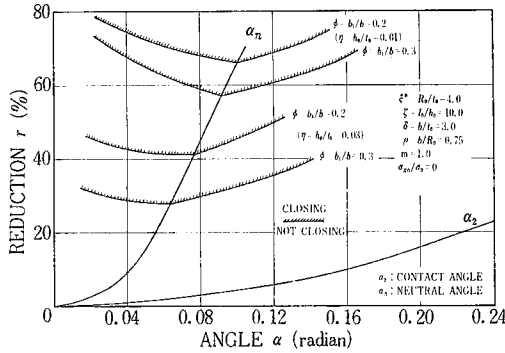


図6 空隙閉鎖開始の境界 ($\xi^* = 6.0$): 三次元モデル

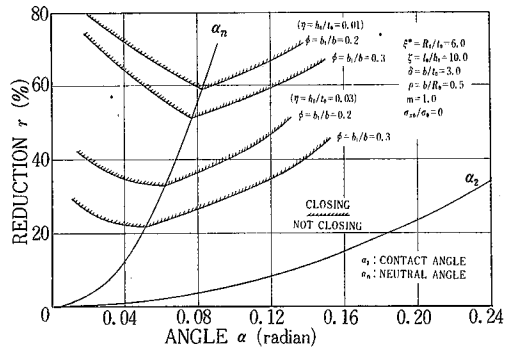


図7 空隙閉鎖開始の境界 ($\xi^* = 4.0$): 三次元モデル

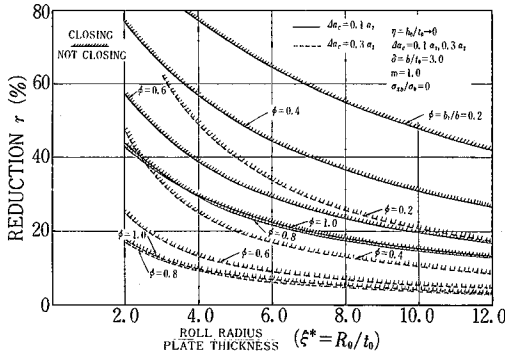


図8 空隙幅・板幅比と空隙閉鎖終了限界の関係: 三次元モデル

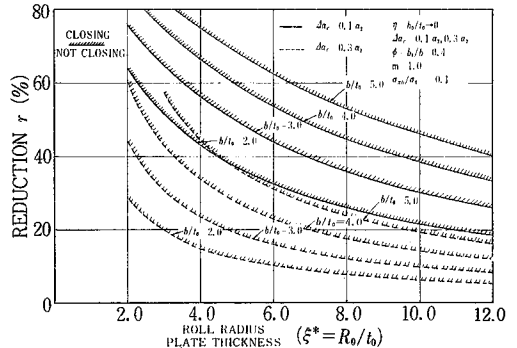


図9 板幅・板厚比と空隙閉鎖終了限界の関係: 三次元モデル

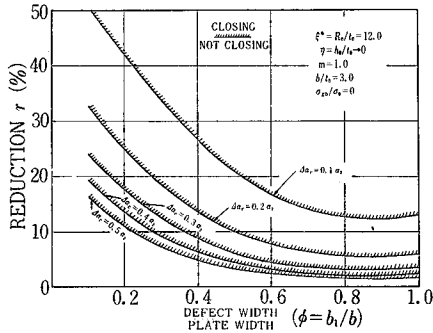


図10 空隙の寸法と空隙閉鎖終了限界の関係: 三次元モデル

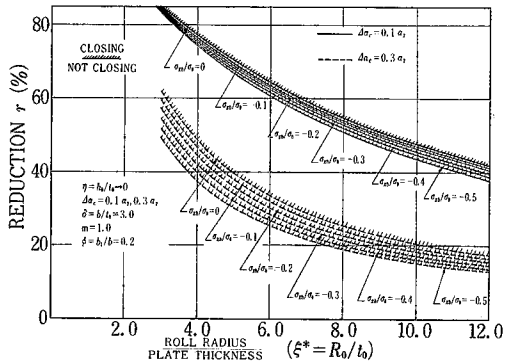


図11 後方圧縮力と空隙閉鎖終了限界の関係: 三次元モデル
 デルを三次元的に扱うときの空隙の挙動あるいは完全閉鎖に必要な圧延条件などについての解析を行った。これらの結果は従来経験的に知られている事実と定性的によく一致し、極限解析の手法が空隙の閉鎖挙動に応用できることが判明した。(1980年3月31日受理)

これを用いて得た数値計算例を図8～図11に示す。図から(1) $\xi^* = \frac{R_0}{t_0}$ が大、 $\frac{b_1}{b}$ が大、 $\Delta\sigma_c$ が大なるほど小さい圧下率によって、空隙の閉鎖が終了すること。(2) $\frac{b}{t_0}$ が小さくなるほど、閉鎖終了の圧下率が低下すること。(3) 後方圧縮力を加えると閉鎖終了の限界が低下することが判る。

4. ま と め

温度差により材料の表層部と中心部に生じる変形抵抗の相違と空隙閉鎖の関係を見出し、さらに材料の変形モ

参 考 文 献

- 1) 木内・向: 第30回塑性加工連合講演会論文集, p. 41
- 2) 木内・向: 第11回塑性加工春季講演会投稿中