研　究　速　報
UDC 532.59

無限列細長体と規則波の干渉について

The Interaction of Stationary Slender Vessels in a Long Canal with Regular Waves

木　下　　健*
Takeshi KINOSHITA

1. はじめに

幅と深さが制限された長方形断面を有する水路で，長手方向と α の角をなす細長体と長手方向に向かう規則波との干渉を前報[1]を利用して求める．これは水路壁の鏡像を考えた無限列の細長体と列に直角に入射する規則波との干渉とも考えられる．細長体が水路中央に $\alpha=0$ で置かれた場合の具体的な式を示すが，他の場合も同様な式が得られる．

2. Inner Problem

速度ポテンシャル $\Phi=Re(\phi e^{i\omega t})$ を導入し，微小運動を仮定する．さらに near field で ϕ が

$$\phi\sim\beta\phi_1+\beta^2\phi_2+\cdots\cdots,\quad \beta:\text{slenderness ratio} \qquad (1)$$

の様に展開できると仮定し，inner variabes $\xi=x_0,\ \eta=y_0/\beta,\ \zeta=z_0/\beta$ を導入する．ただし x_0 軸は細長体の中心軸に，z_0 軸は鉛直上方に，原点を細長体の中央にとる．$\Psi(x_0,\ y_0,\ z_0)$ を slowly varying な関数とすると，radiation 問題の場合，

$$\phi=\Psi(x_0,\ y_0,\ z_0) \qquad (2)$$

diffraction 問題の場合は，

$$\phi=\Psi(x_0,\ y_0,\ z_0)\exp(-iKx_0\cos\alpha),\ K=\omega^2/g \qquad (3)$$

と考えられるので（exp の中の K は正しくは Appendix の k_0 でなければならないが，水路の深さが波長に比べて大きい時は $k_0\simeq K$ であるので本節の議論は K としている．）near field' で Laplace の式 [L] は，radiation の場合は二次元の Laplace の式となり，diffraction の場合は

$$[L]\ (\partial^2/\partial\eta^2+\partial^2/\partial\zeta^2)\ (\beta\phi_1+\beta^2\phi_2+\cdots\cdots)$$
$$-(K\beta\cos\alpha)^2\partial^2/\partial\xi^2(\beta\phi_1+\beta^2\phi_2+\cdots\cdots)=0 \qquad (4)$$

となり，$K\cos\alpha=O(1)$ の時は二次元の Laplace の式となるが，$K\cos\alpha=O(\beta^{-1})$ の時はそうはならない．本論文では6節で $K\cos\alpha=O(\beta^{-1})$ の diffraction 問題の解法の一法，すなわち radiation 問題に置き換える方法を示す．$K\cos\alpha=O(1)$ の diffraction 問題は，[L] および自由表面条件 [F] が radiation 問題と等しいので，near field potontial は前報の(4)または(5)で与えられる．

* 東京大学生産技術研究所　第2部

3. Outer Problem および Matching

far field では細長体は x_0 軸上の線分 $[-l,\ l]$ となる．いま水路の長手方向に x 軸，幅方向に y 軸，鉛直上方に z 軸，また原点を水路中央自由表面上に取る．

$$\left.\begin{aligned}x&=x_0\cos\alpha-y_0\sin\alpha\\ y&=x_0\sin\alpha+y_0\cos\alpha+y_c\\ z&=z_0\end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

ただし細長体の中央の座標を $(0,\ y_c,\ 0)$ とする．[L]，[F] および水路壁の境界条件を満足し，点 $(x',\ y',\ z')$ に $1/R$（R は視点と特異点との距離）の特異性を有する Geen 関数 $G(x,\ y,\ z\ ;\ x',\ y',\ z')$[2), Appendix)] を用いると far field 解は次の様になる．ただし水路幅を $2b$，水深を H とする．

$$\phi\sim-\sum_1^\infty\beta^n\int_{-l}^{l}\left\{\sigma_n(x_0')+\mu_n(x_0')\frac{\partial}{\partial y_0'}\right\}\cdot$$
$$\cdot G(x,\ y,\ z;;\ x_0'\cos\alpha,\ x_0'\sin\alpha+y_c,\ 0)\,dx_0' \qquad (6)$$

inner expansion of outer expansion は

$$\phi\sim\sum_1^\infty\beta^n[4\sigma_n(\xi_0)\ln(\beta\lambda/2)$$
$$-2\int_{-l}^{l}\frac{d\sigma_n}{d\xi_0'}\operatorname{sgn}(\xi_0-\xi_0')\ln|\xi_0-\xi_0'|\,d\xi_0'$$
$$-\int_{-l}^{l}\sigma_n(\xi_0')\Big\{G(\xi_0\cos\alpha,\ \xi_0\sin\alpha$$
$$+y_c,\ 0\ ;\ \xi_0'\cos\alpha,\ \xi_0'\sin\alpha+y_c,\ 0)$$
$$-2/|\xi_0-\xi_0'|\Big\}\,d\xi_0'$$
$$+4\mu_n(\xi_0)\eta/(\lambda^2\beta)-\int_{-l}^{l}\mu_n(\xi_0')\partial G/\partial y_0'\,d\xi_0' \qquad (7)$$

となる．ただし $\lambda^2=\eta^2+\zeta^2$．なお $\alpha=\pi/2$ または $\alpha=0$ かつ $y_c=0$ の時 $\partial G/\partial y_0'$ の $y_0=0$ での値が零となるので（7）の最後の項は零である．

（7）と前報の（6）より，両解は matching できる．

$$a_0=4\beta\sigma_1(\xi_0) \qquad (8)$$

$$b_0=-4\beta\sigma_1(\xi_0)(\ln 2K+\gamma)$$
$$-2\beta\int_{-l}^{l}\frac{d\sigma_1}{d\xi_0'}\operatorname{sgn}(\xi_0-\xi_0')\ln|\xi_0-\xi_0'|\,d\xi_0'$$
$$-\beta\int_{-l}^{l}\Big\{\sigma_1(\xi_0')\Big(G\big|_{y_0=0}-\frac{2}{|\xi_0-\xi_0'|}\Big)$$

研究速報

$$+\mu_2(\xi_0')\frac{\partial G}{\partial y_0'}\Big|_{y_0=0}\Big\}d\xi_0' \quad (9)$$

$$a_1=4\beta\mu_2(\xi_0) \quad (10)$$

前報と同様，(8)～(10)を前報の(4)に代入すると，near field potential は二次元問題のポテンシャル $\phi^{(2D)}$ を用いて次の様に表される.

$$\phi\sim\phi^{(2D)}+\phi^{(3D)} \quad (11)$$

$$\phi^{(3D)}=\frac{1}{2}(1+K\beta\zeta)\int_{-l}^{l}\Big[\frac{da_0}{d\xi_0'}(-\pi i-\gamma -\ln 2K|\xi_0-\xi_0'|)\cdot\mathrm{sgn}(\xi_0-\xi_0') -\frac{1}{2}\Big\{a_0\Big(G-\frac{2}{|\xi_0-\xi_0'|}\Big)+a_1\frac{\partial G}{\partial y_0'}\Big\}\Big]d\xi_0' \quad (12)$$

$\alpha=0$ かつ $y_c=0$ の時，(12) は次の様になる.

$$\phi^{(3D)}=\frac{1}{2}(1+K\beta\zeta)\int_{-l}^{l}\frac{da_0}{d\xi_0'}N(|\xi_0-\xi_0'|)\cdot\mathrm{sgn}(\xi_0-\xi_0')\,d\xi' \quad (13)$$

$$N(u)=-\pi i-\gamma-\ln 2K-\pi\sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon_m e^{-if_m u}\cdot Z(0,0)/f_m^2 +\pi\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\varepsilon_m e^{-p_{mn}u}\cdot d_n(0,0)/p_{mn}^2 \quad (14)$$

4. 境界値問題

物体表面の境界条件に関しても前報と平行に議論が進められる．前報は radiation 問題であったが diffraction 問題も考えるため振幅 a の入射波および diffraction のポテンシャルを

$\phi_{0,7}=iga\,\varphi_{0,7}/\omega$,

$$\varphi_0(-\alpha)=\frac{\cosh k_0(z_0+H)}{\cosh k_0H}e^{ik_0(x_0\cos\alpha-y_0\sin\alpha)}$$

とする．添字0，7はそれぞれ入射波，散乱波を示す．k_0 は Appendix に示す．境界条件 $[H]$ は，

$$[H]\frac{\partial}{\partial n}(\varphi_0+\varphi_7)=0,\ \text{on the body} \quad (15)$$

である．なお以降 near field の話であるが混乱の恐れもないので far field の変数 $(x_0,\ y_0,\ z_0)$ を用いる．細長体の場合，n を断面の外法線として，radiation の時の $[H]$ は前報に示したように

$$\frac{\partial\varphi_j}{\partial n}=U_j(x_0)\frac{\partial x_k}{\partial n} \quad (16)$$

$$\text{where}\ \begin{cases} j=2\sim4\,;\,U_j=1,\ k=j\\ j=5,\ 6\,;\,U_j=(-1)^jx_0,\ k=8-j\end{cases} \quad (17)$$

diffraction の時の $[H]$ は (15) より

$$\frac{\partial\varphi_7}{\partial n}=-\frac{\partial\varphi_0}{\partial n} \quad (18)$$

である．(16)，(18) に (11) を代入すると次式を得る．

$$\frac{\partial\varphi_j^{(2D)}}{\partial n}=U_j(x_0)\frac{\partial x_k}{\partial n}-W_j(x_0)\frac{\partial z}{\partial n},\ j=2\sim7 \quad (19)$$

$$W_j(x_0)=\frac{K}{2}\int_{-l}^{l}\frac{da_0}{dx_0}(-\pi i-\gamma-\ln 2K|x_0-x_0'|)\cdot\mathrm{sgn}(x_0-x_0')-\frac{1}{2}\Big\{a_0\Big(G-\frac{2}{|x_0-x_0'|}\Big)+a_1\frac{\partial G}{\partial y_0}\Big\}\Big]dx_0' \quad (20)$$

ただし，$j=7$ の時 $k=5$，$x_5=-\varphi_0$，$U_7(x_0)=1$ とする．二次元問題 $\partial\varphi_j/\partial n=\partial x_k/\partial n$ の解の係数 a_n を $A_n^{(k)}$ とすると，

$$a_n=U_j(x_0)A_n^{(k)}-W_j(x_0)A_n^{(3)},\ n=0\sim\infty \quad (21)$$

となり，$n=0$ の時には a_0 を決定する微積分方程式となる．近似的に代数方程式に直すか，第一近似として

$$a_0=U_j(x_0)A_0^{(k)} \quad (22)$$

を (20) に代入し必要に応じ iteration を繰り返し W_j を得る．$\alpha=0$ かつ $y_c=0$ の場合，$a_0(\pm l)=0$ を用いて(20)を変形すると数値計算により適した次式を得る．

$$W_j(x_0)=\frac{K}{2}a_0(x_0)\Big\{N(|l+x_0|)+N(|l-x_0|)\Big\} +\frac{K}{2}\int_{-l}^{l}\Big\{a_0(x_0')-a_0(x_0)\Big\}N'(|x_0-x_0'|)\,dx_0' \quad (23)$$

$$N'(|x_0-x_0'|)=\pi i\sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon_m e^{-if_m u}\cdot Z(0,0)/f_m -\pi\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\varepsilon_m e^{-p_{mn}u}\cdot d_n(0,0)/p_{mn} \quad (24)$$

5. 無限遠方での発散波，散乱波

本節では無限遠方 $|x|\gg1$ でのポテンシャルの挙動を調べる．Appendix より

$$G\xrightarrow[|x|\gg1]{} -2\pi i\sum_{0\le m\le m_c}\varepsilon_mC_m(y)C_m(y')e^{-if_m|x-x'|}\cdot Z(z,z')/f_m -2\pi i\sum_{1\le m\le m_s}2S_m(y)S_m(y')e^{-ig_m|x-x'|}\cdot Z(z,z')/g_m \quad (25)$$

ただし，m_c，m_s はそれぞれ k_0b/π，$k_0b/\pi+1/2$ を超えない最大の整数である．簡単な例として $\alpha=0$ かつ $y_c=0$ の場合，すなわち $y'=0$ の時について調べる．

$$G\xrightarrow[|x|\gg1]{} -2\pi i\sum_{-m_c\le m\le m_c}e^{-ik_0(|x-x'|\cos\theta_m+y\sin\theta_m)}\cdot Z(z,z')/f_m \quad (26)$$

where $\sin\theta_m=m\pi/(k_0b)$, $|\theta_m|\le\pi/2$

$$\partial G/\partial y'\xrightarrow[|x|\gg1]{} 2\pi\sum_{-m_s<m\le m_s}e^{-ik_0(|x-x'|\cos\theta_m+y\sin\theta_m)}\cdot Z(z,z')\cdot k_0\sin\Theta_m/g_m \quad (27)$$

where $\sin\Theta_m=(2m-1)\pi/(2k_0b), |\Theta_m|\leqq\pi/2$
を用いて

$$\varphi_j=-\int_{-l}^{l}\left(\beta\sigma_1+\beta^2\mu_2\frac{\partial}{\partial y'}\right)G(x,y,z;x',0,0)\,dx'$$

$$\xrightarrow[\pm x\gg 1]{}\sum_{-m_c\leq m\leq m_c} i\,{}_jH_m^{c\pm}\frac{\cosh k_0(z+H)}{\cosh k_0H}\cdot e^{\mp ik_0(x\cos\theta_m\pm y\sin\theta_m)}+\sum_{-m_s<m\leq m_s} i\,{}_jH_m^{s\pm}\frac{\cosh k_0(z+H)}{\cosh k_0H}\cdot e^{\mp ik_0(x\cos\theta_m\pm y\sin\theta m)}$$

$$=\sum_{-m_c\leq m\leq m_c} i\,{}_jH_m^{c\pm}\varphi_0^{\mp}(\theta_m)-\sum_{-m_s<m\leq m_s} i\,{}_jH_m^{s\pm}\varphi_0^{\mp}(\Theta_m)\quad(28)$$

where $\varphi_0^{\pm}(\theta)=\dfrac{\cosh k_0(z+H)}{\cosh k_0H}e^{\pm ik_0(x\cos\theta\pm y\sin\theta)}$ (29)

$$ {}_jH_m^{c\pm}=2\pi\int_{-l}^{l}\beta\sigma_1 e^{\pm ik_0x'\cos\theta m}Z(0,0)/f_m\,dx'$$
$$ {}_jH_m^{s\pm}=2\pi\int_{-l}^{l}\beta^2\mu_2 e^{\pm ik_0x'\cos\theta_m}\cdot Z(0,0)ik_0\sin\Theta_m/g_m\,dx' \quad(30)$$

となる．(8)，(10) より (30) は次の様になる．

$$ {}_jH_m^{c\pm}=\frac{\pi}{2}\int_{-l}^{l}a_0(x')e^{\pm ik_0x'\cos\theta_m}\cdot Z(0,0)/f_m\,dx' =\frac{1}{2}\int_{-l}^{l}r_1(x')e^{\pm ik_0x'\cos\theta_m}\cdot Z(0,0)/f_m\,dx' \quad(31)$$

$$ {}_jH_m^{s\pm}=\frac{\pi}{2}\int_{-l}^{l}\beta a_1(x')e^{\pm ik_0x'\cos\theta_m}\cdot Z(0,0)ik_0\sin\Theta_m/g_m\,dx' =\frac{1}{2}\int_{-l}^{l}r_2(x')\sin\Theta_m e^{\pm ik_0x'\cos\theta_m}\cdot Z(0,0)/(\tanh k_0H\cdot g_m)\,dx' \quad(32)$$

where $r_1=U_j(H^{(k)+}+H^{(k)-})/2-W_j(H^{(3)+}+H^{(3)-})/2$
$r_2=U_j(H^{(k)+}-H^{(k)-})/2-W_j(H^{(3)+}-H^{(3)-})/2$ (33)

ただし $H^{(k)\pm}$ は断面の二次元問題の Kochin 関数で，k は (17) に示される．$j=7$ の時は $k=5$ で断面の diffraction 問題を示す．

6. diffraction potential と radiation potential の関係

本節では diffraction potential と radiation potential の関係を逆時間ポテンシャル[3] を用いて示し，両ポテンシャルの ${}_jH_m^{c\pm}$, ${}_jH_m^{s\pm}$ 関数間の関係式を導く．この関係式を用いると，diffraction 問題を解く事なく radiation 問題の解を用いて diffration 問題の散乱波の無限遠方の値を知る事ができる．本節も簡単な例として $y'=0$ の時について述べる．

radiation potential $\varphi_j, j=1\sim6$ は (28) より無限遠方に発散する波系を持つ．φ_j の複素共役値 (逆時間ポテンシャル) $\overline{\varphi_j}$ は原点に集束する波系を持つ．

$$\varphi_j\xrightarrow[\pm x\gg1]{}\sum_{-m_c\leq m\leq m_c}-i\,{}_j\overline{H}_m^{c\pm}\varphi_0^{\pm}(\theta_m)+\sum_{-m_s<m\leq m_s}-i\,{}_j\overline{H}_m^{s\pm}\varphi_0^{\pm}(\Theta_m)\quad(34)$$

新しく φ_j' なるポテンシャルを導入する．

$$\varphi_j'\equiv\overline{\varphi}_j+\sum_{-m_c\leq m\leq m_c}i\left\{{}_j\overline{H}_m^{c+}\varphi_0^+(\theta_m)+{}_j\overline{H}_m^{c-}\varphi_0^-(\theta_m)\right\}+\sum_{-m_s<m\leq m_s}i\left\{{}_j\overline{H}_m^{s+}\varphi_0^+(\Theta_m)+{}_j\overline{H}_m^{s-}\varphi_0^-(\Theta_m)\right\}\quad(35)$$

$$\varphi_j'\xrightarrow[\pm x\gg1]{}\sum_{-m_c\leq m\leq m_c}i\,{}_j\overline{H}_m^{c\mp}\varphi_0^{\mp}(\theta_m)+\sum_{-m_s<m\leq m_s}i\,{}_j\overline{H}_m^{s\mp}\varphi_0^{\mp}(\Theta_m)\quad(36)$$

したがって φ_j' は [∞] で発散波を持つ．$\partial\varphi_j/\partial n$ が実数である事に注意して，物体表面の境界条件 [H] を考えると，

$$\frac{\partial\varphi_j'}{\partial n}=\frac{\partial\overline{\varphi_j}}{\partial n}+\sum_{-m_c\leq m\leq m_c}i\left\{{}_j\overline{H}_m^{c+}\frac{\partial}{\partial n}\varphi_0^+(\theta_m)+{}_j\overline{H}_m^{c-}\frac{\partial}{\partial n}\varphi_0^-(\theta_m)\right\}+\sum_{-m_s<m\leq m_s}i\left\{{}_j\overline{H}_m^{s+}\frac{\partial}{\partial n}\varphi_0^+(\Theta_m)+{}_j\overline{H}_m^{s-}\frac{\partial}{\partial n}\varphi_0^-(\Theta_m)\right\}$$
$$=\frac{\partial\varphi_j}{\partial n}-\sum_{-m_c\leq m\leq m_c}i\left\{{}_j\overline{H}_m^{c+}\frac{\partial}{\partial n}\varphi_7^+(\theta_m)+{}_j\overline{H}_m^{c-}\frac{\partial}{\partial n}\varphi_7^-(\theta_m)\right\}-\sum_{-m_s<m<m_s}i\left\{{}_j\overline{H}_m^{s+}\frac{\partial}{\partial n}\varphi_7^+(\Theta_m)+{}_j\overline{H}_m^{s-}\frac{\partial}{\partial n}\varphi_7^-(\Theta_m)\right\}\quad(37)$$

となる．ただし $\varphi_7^{\pm}(\theta)$ は入射波 $\varphi_0^{\pm}(\theta)$ に対応する diffraction potential であり，条件 (18) を満足する．さて，境界条件 [∞] および [H] が等しい境界値問題の解の唯一性より，

$$\overline{\varphi}_j+\sum_{-m_c\leq m\leq m_c}i\left\{{}_j\overline{H}_m^{c+}\varphi_0^+(\theta_m)+{}_jH_m^{c-}\varphi_0^-(\theta_m)\right\}+\sum_{-m_s<m\leq m_s}i\left\{{}_j\overline{H}_m^{s+}\varphi_0^+(\Theta_m)+{}_j\overline{H}_m^{s-}\varphi_0^-(\Theta_m)\right\}$$
$$=\varphi_j-\sum_{-m_c\leq m\leq m_c}i\left\{{}_j\overline{H}_m^{c+}\varphi_7^+(\theta_m)+{}_j\overline{H}_m^{c-}\varphi_7^-(\theta_m)\right\}-\sum_{-m_s<m\leq m_s}i\left\{{}_j\overline{H}_m^{s+}\varphi_7^+(\Theta_m)+{}_j\overline{H}_m^{s-}\varphi_7^-(\Theta_m)\right\}\quad(38)$$

である．以上で diffraction potential $\varphi_7^{\pm}(\theta)$ と radiation potential φ_j, $j=1\sim6$ の関係が求められた．

$$\varphi_7^{\pm}(\theta)\begin{cases}\xrightarrow[x\gg1]{}\displaystyle\sum_{-m_c\leq m\leq m_c}i\,{}_7^{\pm}H_m^{c+}(\theta)\varphi_0^-(\theta_m)-\sum_{-m_s<m\leq m_s}i\,{}_7^{\pm}H_m^{s+}(\theta)\varphi_0^-(\Theta_m)\end{cases}\quad(39)$$

$$\xrightarrow{-x\gg 1}\sum_{-m_c\le m\le m_c} i\,{}^{\pm}_{7}H^{c-}_{m}(\theta)\varphi_0^{+}(\theta_m) - \sum_{-m_s<m\le m_s} i\,{}^{\pm}_{7}H^{s-}_{m}(\theta)\varphi_0^{+}(\Theta_m)$$

であるから，(38) の右辺は $|x|\gg 1$ で

$$\begin{aligned}
&\sum_{-m_c\le m\le m_c}\Big[i\,{}_{j}H^{c\pm}_{m}\varphi_0^{\mp}(\theta_m)-i\,{}_{j}\overline{H}^{c+}_{m}\Big\{\sum_{-m_c\le m'\le m_c} i\,{}^{+}_{7}H^{c\pm}_{m'}(\theta_m)\varphi_0^{\mp}(\theta_{m'})\\
&-\sum_{-m_s<m'\le m_s} i\,{}^{+}_{7}H^{s\pm}_{m'}(\theta_m)\varphi_0^{\mp}(\Theta_{m'})\Big\}\\
&-i\,{}_{j}\overline{H}^{c-}_{m}\Big\{\sum_{-m_c\le m'\le m_c} i\,{}^{-}_{7}H^{c\pm}_{m'}(\theta_m)\varphi_0^{\mp}(\theta_{m'})\\
&-\sum_{-m_s<m'\le m_s} i\,{}^{-}_{7}H^{s\pm}_{m'}(\theta_m)\varphi_0^{\mp}(\Theta_{m'})\Big\}\Big]\\
&-\sum_{-m_s<m\le m_s}\Big[i\,{}_{j}H^{s\pm}_{m}\varphi_0^{\mp}(\Theta_m)\\
&+i\,{}_{j}\overline{H}^{s+}_{m}\Big\{\sum_{-m_c\le m'\le m_c} i\,{}^{+}_{7}H^{c\pm}_{m'}(\Theta_m)\varphi_0^{\mp}(\theta_{m'})\\
&-\sum_{-m_s<m'\le m_s} i\,{}^{+}_{7}H^{s\pm}_{m'}(\Theta_m)\varphi_0^{\mp}(\Theta_{m'})\Big\}\\
&+i\,{}_{j}\overline{H}^{s-}_{m}\Big\{\sum_{-m_c\le m'\le m_c} i\,{}^{-}_{7}H^{c\pm}_{m'}(\Theta_m)\varphi_0^{\mp}(\theta_{m'})\\
&-\sum_{-m_s<m'\le m_s} i\,{}^{-}_{7}H^{s\pm}_{m'}(\Theta_m)\varphi_0^{\mp}(\Theta_{m'})\Big\}\Big]
\end{aligned}\tag{40}$$

(36)，(40) より

$$\begin{aligned}
{}_{j}\overline{H}^{c\mp}_{m}=&\,{}_{j}H^{c\pm}_{m}-i\sum_{-m_c\le m'\le m_c}\Big\{{}_{j}\overline{H}^{c+}_{m'}\,{}^{+}_{7}H^{c\pm}_{m}(\theta_{m'})+{}_{j}\overline{H}^{c-}_{m'}\,{}^{-}_{7}H^{c\pm}_{m}(\theta_{m'})\Big\}\\
&-i\sum_{-m_s<m'\le m_s}\Big\{{}_{j}\overline{H}^{s+}_{m'}\,{}^{+}_{7}H^{c\pm}_{m}(\Theta_{m'})+{}_{j}H^{s-}_{m'}\,{}^{-}_{7}H^{c\pm}_{m}(\Theta_{m'})\Big\}
\end{aligned}\tag{41}$$

$$\begin{aligned}
{}_{j}\overline{H}^{s\mp}_{m}=&-{}_{j}H^{s\pm}_{m}+i\sum_{-m_s<m'\le m_s}\Big\{{}_{j}\overline{H}^{c+}_{m'}\,{}^{+}_{7}H^{s\pm}_{m}(\theta_{m'})+{}_{j}\overline{H}^{c-}_{m'}\,{}^{-}_{7}H^{s\pm}_{m}(\theta_{m'})\Big\}\\
&+i\sum_{-m_c\le m'\le m_c}\Big\{{}_{j}\overline{H}^{s+}_{m'}\,{}^{+}_{7}H^{s\pm}_{m}(\Theta_{m'})+{}_{j}\overline{H}^{s-}_{m'}\,{}^{-}_{7}H^{s\pm}_{m}(\Theta_{m'})\Big\}
\end{aligned}\tag{42}$$

ただし，${}_{j}H^{c}_{-m}={}_{j}H^{c}_{m}$，${}_{j}H^{s}_{-m+1}=-{}_{j}H^{s}_{m}$ で，(41) は $m=0,1,\cdots,m_c$ の m_c+1 ケの等式から成り，(42) は $m=1,2,\cdots,m_s$ の m_s ケの等式から成る．(39) に示される diffraction の ${}_{7}H_{m}$ 関数を未知とすると，未知数の数は $4(m_c+m_s+1)^2$ であるから，適当な $4(m_c+m_s+1)$ 種類の radiation のモード j の ${}_{j}H_{m}$ を求める事により，diffraction の ${}_{7}H_{m}$ を知る事ができる．特に前後対称物体の場合は ${}^{+}_{7}H_{m}={}^{-}_{7}H_{m}$ であるから，最低必要な radiation の数は $2(m_c+m_s+1)$ である．

7. 流体力と波紋

radiation 流体力は前報の4節の公式に (20) または (24) より得られる W_j を代入して求める．波強制力 E_j は前報の (38) より

$$\begin{aligned}
e_j\equiv\frac{E_j}{\rho g a}&=\iint\left(\varphi_j\frac{\partial}{\partial n}-\frac{\partial}{\partial n}\varphi_j\right)\varphi_0^{+}(\alpha)ds\\
&=\int_{-l}^{l}(4\pi\beta\sigma_1+4\pi\beta^2\mu_2 ik_0\sin\alpha)e^{ik_0x'\cos\alpha}dx'\\
&=\int_{-l}^{l}\left\{\gamma_1(x')+\gamma_2(x')\frac{\sin\alpha}{\tanh k_0H}\right\}e^{ik_0x'\cos\alpha}dx'
\end{aligned}\tag{43}$$

$\alpha=0$ の時は (30) より

$$e_j=2\,{}_{j}H^{c+}_{0}f_0/Z(0,0)\tag{44}$$

である．水面の上昇 z_f は

$$z_f=-\frac{1}{g}\frac{\partial\Phi}{\partial t}=\frac{\omega}{iq}\phi e^{i\omega t}=\begin{cases}KX_j\varphi_j, & j=2\sim 6\\ a\varphi_7\end{cases}\tag{45}$$

であるから，$|x|\gg 1$ の時の φ_j，$j=2\sim 7$ を代入する事により，$|x|\gg 1$ の波紋が計算できる．

8. おわりに

以上，無限列の細長体と規則波との干渉の問題の解析法を示した．本法により radiation 流体力，波強制力，波紋が計算できる．

Appendix [2)]

k_n を次の方程式の解とすると，

$$k_0\tanh k_0H=K\,(0<k_0)$$

$$k_n\tan k_nH=-K\,(0<k_1<k_2<k_3<\cdots)$$

Green 関数 G は次の様に書ける．

$$\begin{aligned}
&G(x,y,z;x',y',z')\\
&=-2\pi i\sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon_mC_m(y)C_m(y')e^{-if_m|x-x'|}\cdot Z(z,z')/f_m\\
&\quad-2\pi i\sum_{m=1}^{\infty}2S_m(y)S_m(y')e^{-ig_m|x-x'|}\cdot Z(z,z')/g_m\\
&\quad+2\pi\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\varepsilon_mC_m(y)C_m(y')e^{-p_{mn}|x-x'|}\cdot d_n(z,z')/p_{mn}\\
&\quad+2\pi\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}2S_m(y)S_m(y')e^{-q_{mn}|x-x'|}\cdot d_n(z,z')/q_{mn}
\end{aligned}$$

where，$\varepsilon_0=1$，$\varepsilon_m=2$；$m=1,2,\cdots$

$$C_m(y)=\cos(m\pi y/b),\quad S_m(y)=\sin\left\{(2m-1)y\pi/(2b)\right\}$$

$$f_m=\sqrt{k_0^2-(m\pi/b)^2},\quad g_m=\sqrt{k_0^2-\{(2m-1)\pi/(2b)\}^2}$$

$$p_{mn}=\sqrt{k_n^2+(m\pi/b)^2},\quad q_{mn}=\sqrt{k_n^2+\{(2m-1)\pi/(2b)\}^2}$$

$$Z(z,z')=\frac{k_0\cosh k_0(z+H)\cosh k_0(z'+H)}{b(k_0H+\sinh k_0H\cosh k_0H)}$$

$$d_n(z,z')=\frac{k_n\cos k_n(z+H)\cos k_n(z'+H)}{b(k_nH+\sin k_nH\cos k_nH)}$$

ただし根号内が負の時は虚数部分が負の方を取る事とする．

(1979年8月28日受理)

参 考 文 献

1) 木下　健，生産研究 Vol. 31-9 (1979)
2) 一色　浩，日本造船学会論文集 137号 (1975)
3) 別所正利，関西造船協会誌 159号 (1975)