

UBET の応用に関する研究 (第1報)

— 軸対称問題への適用(1) —

Study on UBET (Upper Bound Elemental Technique)・1st Report

— Application to Axisymmetric Problems(1) —

木内 学*・村田 良美*

Manabu KIUCH and Yoshimi MURATA

1. 緒 言

上界法は塑性加工の変形過程を解析する手法として種々の加工プロセスに適用され大きな成果をあげてきた。しかし境界条件の適合化や動的相容速度場の仮定の困難さなどのために、従来その適用は比較的単純な変形に限られ、任意形状を有する材料の変形の解析への発展性は少ないと考えられてきた。しかしながら、工藤¹⁾は複雑な形状の材料を解析的に処理しうる程度に単純化された多数の要素に分割し、それらの間の適合を図りつつ連立的に解析を進めることにより、上界法をより広範囲に適用していく考え方を示した。本研究においては工藤の考え方を発展させたいわゆる UBET (Upper Bound Elemental Technique) の数式化を試み、軸対称問題用汎用プログラムを開発し、その特性について考察を加えた。以下にその概要を報告する。

2. 基礎理論

2-1. 基本的な考え方 本報では UBET による軸対称問題の解析を目的とし、要素は図1の断面が矩形のリング状要素 (矩形要素) および図2の断面が直角三角形のリング状要素 (三角形要素) を用いている。図3には材料の要素分割の一例を示す。三角形要素はその斜辺の位置によって4種のモード (△, ▽, ▽, ▽) に分類してある。分割された要素の境界における速度は次の条件を満足する必要がある。

- (1) 外部境界に関する変位の境界条件
- (2) 要素間の境界における垂直速度の連続条件
- (3) 各要素についての体積一定の条件

これらの条件から境界速度を定め、これを用いて要素内における動的相容速度場を数式化する。ただし以下の解析では各境界における垂直速度成分は一樣であると仮定してある。ところで上記 (3) の条件は次式のように表される。

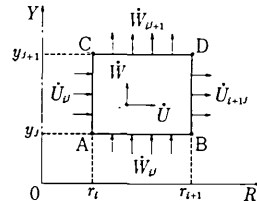


図1 矩形要素

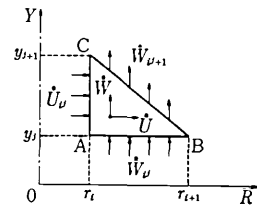


図2 三角形要素 (モード I)

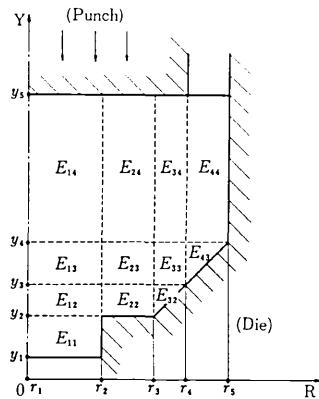


図3 要素への分割例

(矩形要素)

$$2\pi(y_{j+1}-y_j)(r_{i+1}\cdot\dot{U}_{i+1,j}-r_i\cdot\dot{U}_{i,j}) + \pi(r_{i+1}^2-r_i^2)(\dot{W}_{i,j+1}-\dot{W}_{i,j})=0 \quad (1)$$

(三角形要素)

$$2\pi(y_{j+1}-y_j)(r_{i+1}\cdot\dot{U}_{i+1,j}) + \pi(r_{i+1}^2-r_i^2)(\dot{W}_{i,j+1}-\dot{W}_{i,j})=0 \quad (\nabla, \triangle) \quad (2)$$

$$2\pi(y_{j+1}-y_j)(-r_i\cdot\dot{U}_{i,j}) + \pi(r_{i+1}^2-r_i^2)(\dot{W}_{i,j+1}-\dot{W}_{i,j})=0 \quad (\nabla, \triangle) \quad (3)$$

* 東京大学生産技術研究所 第2部

研究速報

また上記(2)の条件より工具との接触境界では垂直境界速度が与えられる。したがって分割された要素の数を l 、外部境界も含めた境界の数を m 、このうち速度が決定して外部境界の数を n とすると次式で示される数の境界における垂直速度成分を仮定することにより全境界の垂直速度成分が定まり、それらを用いて材料内の全体的速度場およびその流れ状態における全エネルギー消費率が計算できる。

$$\text{任意境界の数 } N = m - (l + n) \quad (4)$$

したがってこの N 個の境界における垂直境界速度を可変パラメータとして解析を進め、全エネルギー消費率の最小化を図ることが課題となり、問題は N 個の多変数関数の極値問題に帰着される。

2-2. 要素の動的可容速度場 矩形要素内における動的可容速度場の一般形を次式のように仮定する。

$$\dot{W} = C_1 Y + C_2 \quad (5)$$

$$\dot{U} = -1/2 C_1 R + C_3 / R \quad (6)$$

また三角形要素内における動的可容速度場の一般形を次式のように仮定する。

$$\dot{W} = C_1 Y / R + f(R) \quad (7)$$

$$\dot{U} = -C_1 (1 + C_2 / R) \quad (8)$$

ここで $C_1, C_2, C_3, f(R)$ は要素の幾何学的形状と与えられた境界条件より定まる定数であり、要素節点の座標と垂直境界速度によって表される。求めた速度場の結果をまとめて表1に示す。

2-3. 各種エネルギー消費率の計算 要素の内部エネルギー消費率は上述の速度場よりひずみ速度成分を求め、相当応力-相当ひずみの関係を用いて次式で計算される。

$$\dot{W}^{(i)} = \iiint_V \sigma_0 \sqrt{2/3 (\dot{\epsilon}_{yy}^2 + \dot{\epsilon}_{RR}^2 + \dot{\epsilon}_{\theta\theta}^2 + 2\dot{\epsilon}_{Ry}^2 + 2\dot{\epsilon}_{R\theta}^2 + 2\dot{\epsilon}_{y\theta}^2)} dV \quad (9)$$

ただし σ_0 は材料の変形抵抗である。

また要素間境界におけるせん断エネルギー消費率および要素-工具間境界における摩擦エネルギー消費率は次式で計算される。

$$\dot{W}^{(i)} = m \cdot \sigma_0 / \sqrt{3} \int_r |\Delta \dot{V}| dS \quad (10)$$

ここで $\Delta \dot{V}$ は要素間あるいは要素-工具間の相対すべり速度、 m の値は要素間のせん断変形の場合 1.0、また要素-工具間の摩擦の場合は定摩擦条件の仮定を用い摩擦定数として 0.0 ~ 1.0 の間の値をとるものとする。

以上で各種エネルギー消費率が求められ、それらの和として全エネルギー消費率が計算できる。さらに任意境界速度を可変パラメータとして全エネルギー消費率の最小化を図ることができる。図4に実際の計算のフローチャートを示す。なお全エネルギー消費率の最小化の手法としてはダイレクト・サーチ法の一つである F.P.S. 法

要素	概略図	動的可容速度場
矩形要素		$\dot{W} = \frac{\dot{W}_{i+1} - \dot{W}_i}{y_{i+1} - y_i} Y + \frac{\dot{W}_{i+1} y_i - \dot{W}_i y_{i+1}}{y_{i+1} - y_i}$ $\dot{U} = -\frac{\dot{W}_{i+1} - \dot{W}_i}{2(y_{i+1} - y_i)} R + \left\{ \dot{U}_i r_i + \frac{\dot{W}_{i+1} - \dot{W}_i}{2(y_{i+1} - y_i)} r_i^2 \right\} \frac{1}{R}$
三角要素	I	$\dot{W} = \dot{W}_i + \frac{r_i}{r_{i+1} + r_i} \dot{U}_i (y - Y) \frac{1}{R}$ $\dot{U} = \frac{r_i}{r_{i+1} + r_i} \dot{U}_i + \frac{r_{i+1} r_i}{r_{i+1} + r_i} \dot{U}_i \frac{1}{R}$
	II	$\dot{W} = \dot{W}_i + \frac{r_{i+1}}{r_{i+1} + r_i} \dot{U}_{i+1} (y - Y) \frac{1}{R}$ $\dot{U} = \frac{r_{i+1}}{r_{i+1} + r_i} \dot{U}_{i+1} + \frac{r_{i+1} r_i}{r_{i+1} + r_i} \dot{U}_{i+1} \frac{1}{R}$
	III	$\dot{W} = \dot{W}_{i+1} + \frac{r_i}{r_{i+1} + r_i} \dot{U}_i (y_{i+1} - Y) \frac{1}{R}$ $\dot{U} = -\frac{r_i}{r_{i+1} + r_i} \dot{U}_i + \frac{r_{i+1} r_i}{r_{i+1} + r_i} \dot{U}_i \frac{1}{R}$
	IV	$\dot{W} = \dot{W}_{i+1} + \frac{r_{i+1}}{r_{i+1} + r_i} \dot{U}_{i+1} (y_{i+1} - Y) \frac{1}{R}$ $\dot{U} = \frac{r_{i+1}}{r_{i+1} + r_i} \dot{U}_{i+1} + \frac{r_{i+1} r_i}{r_{i+1} + r_i} \dot{U}_{i+1} \frac{1}{R}$

表1 UBETの速度場

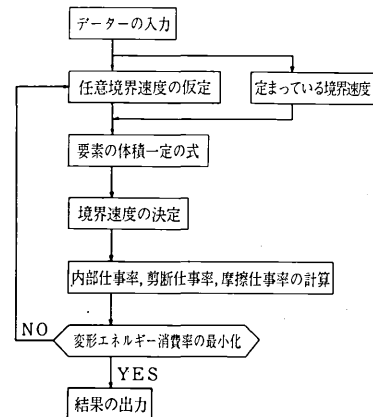


図4 計算のフローチャート

(Flexible Polyhedron Search Method) を用いた。

3. 解析例

3-1. フラッシュの位置と寸法による鍛造荷重の変化

図5は本 UBET によりフラッシュの位置が中央にある場合と上または下にある場合についてフラッシュの寸法が鍛造荷重に与える影響を計算した結果である。ただし変形抵抗 $\sigma_0 = 1.0$ (比変形抵抗) で $m = 0.0$ の場合である。フラッシュの寸法が小さくなるにつれて鍛造荷重(所要加工エネルギー消費率)が増大すること、およびフラッシュが中央にある方が上または下にあるよりも鍛造荷重が大きいことが分かる。この結果は同じモデルについての Avitur の UBET による解析結果²⁾と完全に一致した。

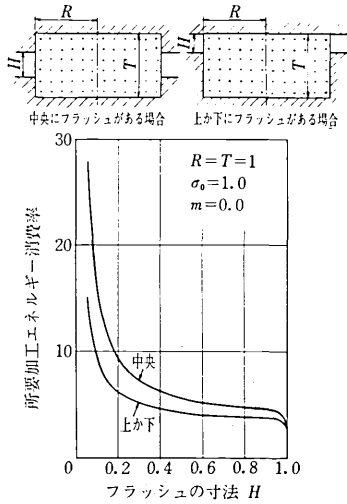


図5 フラッシュの位置と寸法による鍛造荷重の変化

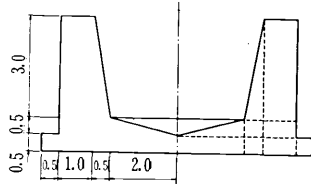


図6 軸対称鍛造モデル

表2 解析結果

	内部仕事率	剪断仕事率	摩擦仕事率	全仕事率
本解析法 (UBET)	55.63124	46.05037	5.111765	106.7934
AvitzurによるUBET	50.269783	77.245716		127.515499

$m=0.05$ $\sigma_0=1.0$ (比変形抵抗)

3-2. 半密閉型鍛造 図6の半密閉型鍛造モデルのUBETによる解析結果を表2に示す。同じモデルに関するAvitzurのUBETによる解析結果²⁾も併記してある。要素分割は図中に破線で示してあり、また摩擦定数 $m=0.05$ 、変形抵抗 $\sigma_0=1.0$ (比変形抵抗)である。本UBETによる上界はAvitzurのUBETによる上界よりもかなり低い値となっている。この差の原因としては両者の速度場の仮定の違い、および全エネルギー消費率の最小化の手法の違いなどが考えられる。

3-3. 高橋らの型鍛造実験との比較 図8および図10は図7および図9に示す型鍛造モデルについての高橋ら³⁾の実験値とUBETによる解析値を比較したものである。材料はアルミH材であり無潤滑の場合である。解析の際の要素分割は図中に破線で示してある。材料の形状が与えられると、その時の加工荷重および材料内の速度

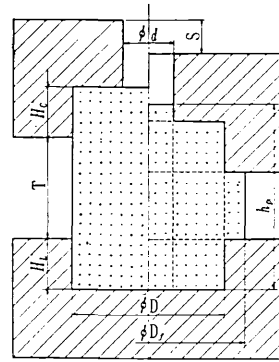


図7 半密閉型鍛造モデル

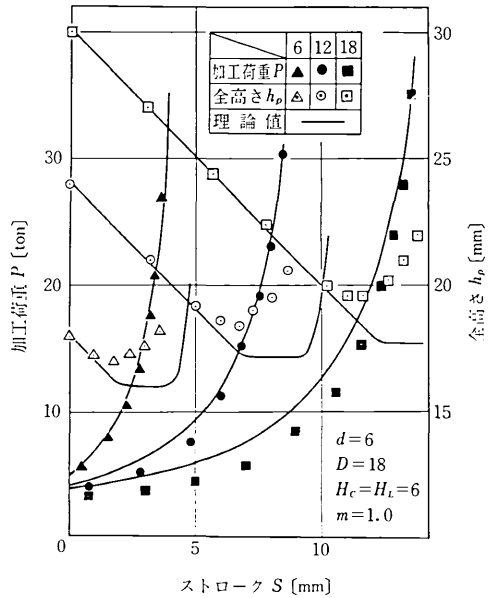


図8 半密閉型鍛造の解析

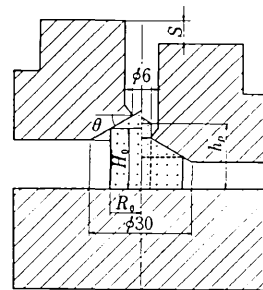


図9 開放型鍛造モデル

研究速報

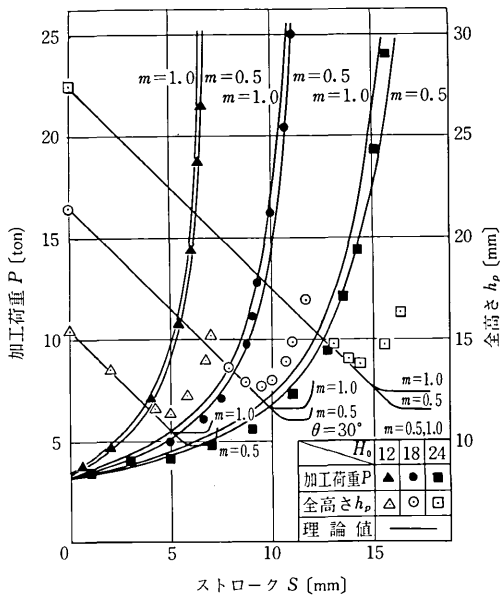


図10 開放型鍛造の解析

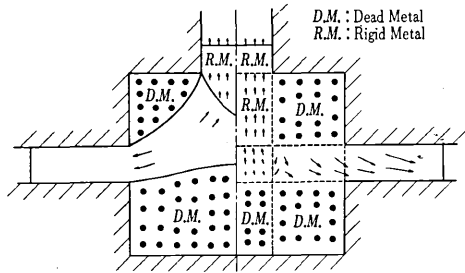


図11 材料の流れ

場が求まり、その速度場より微小変位後の材料の形状を定めることができる。ここではこのような計算を繰り返すことにより材料の変形を追跡した。また変形抵抗としては図7のモデルでは $\sigma_0 = 12.0 + 3\epsilon$ 、図9のモデルでは $\sigma_0 = 11.0 + 2\epsilon$ をそれぞれの材料の応力-ひずみ線図より求めて使用した。ただし ϵ は平均圧縮ひずみである。図8において加工荷重の解析値は定性的、定量的にかなりよく実験値と一致している。ただし $T = 18$ の場合解析値が圧縮初期において実験値よりも大きい、これは実成形においては材料内部に弾性域が残留しており、材料の全域が塑性状態になっていないためと考えられる。一方材料の変形状態を表す全高さの解析値は定性的には実験値と一致するが定量的には多少の差を生じ、特にストロークに対する遅れがみられる。図10においても図8と同様の傾向がみられる。また摩擦係数を変化させると解析結果がかなり影響を受けることが分かる。図11は図7のモデルの加工途中における材料の流れを実験と理論とで比較したものである。材料の流れの傾向がつかめることが分かる。

4. 結 論

UBET を用いて種々の軸対称変形過程の解析を行った。その結果この解析手法が塑性加工プロセスの一般的シミュレーションを行ううえで簡便かつ有効であることが判明した。
(1979年9月5日受理)

参 考 文 献

- 1) 工藤 : 東大航空研究所集報 Vol. 1-1 ~ 4
- 2) Avitzur : 未公開資料
- 3) 高橋ら : 塑性と加工 Vol. 12No. 120
- 4) " : " Vol. 15 No. 167
- 5) " : " Vol. No. 201