

極限解析の圧延加工への応用 (第1報)

— 圧延材の内部欠陥の挙動に関する検討 —

Application of Limit Analysis to Rolling Process • 1st Report

— The Behaviours of Internal Defects of Plate Under Rolling Process —

木内 学*・向 四海*

Manabu KIUCHI and Su-Hai HSIANG

1. はじめに

鋼塊内部の微小欠陥(空隙)を、圧延加工により閉鎖・圧着させ、健全な内部組織を得ることは、分塊圧延・厚板圧延などの過程で重要な課題である。この問題については、種々の角度から検討されているが、未だ十分に解明されているとは言い難い。筆者らは、極限解析の手法を応用して、各種圧延条件下での空隙のロールギャップ内における挙動を把握することを試みたので、以下にその概要を報告する。

2. 変形モデルと動的可容速度場

以下、使用記号その他については、図1を参照されたい。本解析では空隙は被圧延材の厚さ方向の中央に位置する場合を考える。まず、圧延中の材料を ZONE(I)~(V)に分割する。ZONE(I), (V)は剛体域であり、各々様な水平速度 v_0, v_f を有する。ZONE(II),(III),(IV)は塑性域であり、このうち ZONE(III)は空隙の長さに対応する接触角度 $\Delta\alpha_c$ を有し、境界 Γ_2, Γ_3 により ZONE(II), (IV)から分けられている。空孔の先

端の位置は角度 α_c で示す。

圧延中に空隙が閉鎖する場合には、ZONE(III)の材料が、圧延加工を受けつつ空隙に向かって流入するものと考えられる。

体積流れ一定の条件から、一般に次の関係が成立する。

$$v_0 t_0 = (1 + \beta) v_f t_f$$

ただし、 β は変形状態を示すパラメータであり、 $\beta = 0$ は空隙の閉鎖が起こらず、単純に圧延された分だけ延伸する場合に相当し、 $\beta > 0$ の場合は $v_0 t_0 > v_f t_f$ となり、空隙の閉鎖が起こることを意味している。

ZONE(II), (IV) および(III)においては扇形速度場を用いるものとし、その半径方向速度を v 、回転(θ)方向の速度を u で表す。中立角 α_n と空隙の位置 α_c および大きさ $\Delta\alpha_c$ の大小関係により、各 ZONE における v, u を各々まとめて表1に示す。

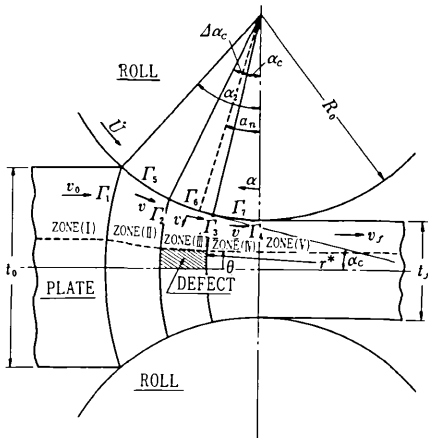
これらの速度は、境界条件ならびに体積一定の条件を満足し、動的可容速度場を構成している。

3. 全変形仕事率

上記の速度場より、ZONE(II), (III), (IV)における内部仕事率、境界 $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ における剪断仕事率、境界 $\Gamma_5, \Gamma_6, \Gamma_7$ における摩擦損失、さらに前後方張力または圧縮力による仕事率等を求め、それらの総和としての全変形仕事率 J^* を求めると次式となる。ただし材料の変形抵抗を σ_0 、ロール・材料間の摩擦定数を m とする。

$$J^* = 2\sqrt{3} \cdot \sigma_0 R_0 \dot{U} (t_f/R_0 + \alpha_n^2) \{ A_A + m/(t_f/R_0) \cdot (2\alpha_n - \alpha_2) \} + 2\sqrt{3} \cdot m \sigma_0 R_0 \dot{U} (\alpha_2 - 2\alpha_n) \dots (1)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし、} & A_A = \{ 1 + \Delta\alpha_c \beta^* \} \ln(t_f/R_0 + \alpha_n^2) \\ & - \beta^* (\Delta\alpha_c + \alpha_c + \theta_0) \ln\{ t_f/R_0 + (\alpha_c + \Delta\alpha_c)^2 \} \\ & + \beta^* (\alpha_c + \theta_0) \ln(t_f/R_0 + \alpha_c^2) - \ln(t_f/R_0) \\ & + \beta^* \theta_0 \ln\{ (\alpha_c + \Delta\alpha_c)/\alpha_c \} \\ & - \Delta\alpha_c \{ \beta^* [1 - 2\alpha_c \theta_0 / (t_f/R_0)] + 2\theta_0 / (t_f/R_0) \} \\ & + 1/4 \cdot \{ 1 + \Delta\alpha_c \beta^* \} \sqrt{t_f/R_0} \sqrt{t_0/t_f - 1} \end{aligned}$$



第1図 内部欠陥が存在する板材の圧延モデル

* 東京大学生産技術研究所 第2部

第1表 動的容可速度場一覽表

	$0 \leq \alpha_n \leq \alpha_c$	$\alpha_c \leq \alpha_n \leq \alpha_c + \Delta\alpha_c$	$\alpha_c + \Delta\alpha_c \leq \alpha_n \leq \alpha_2$
ZONE(II) $v = \frac{B}{A + \alpha^2}$ $u = 0$	$A = t_f/R_0$ $B = (1 + \beta)\dot{U}(t_f/R_0 + \alpha_n^2)$	$A = t_f/R_0$ $B = \dot{U} \frac{1 + \beta}{\left(1 + \beta \frac{\alpha_n - \alpha_c}{\Delta\alpha_c}\right)} (t_f/R_0 + \alpha_n^2)$	$A = t_f/R_0$ $B = \dot{U} (t_f/R_0 + \alpha_n^2)$
ZONE(III) $v = \frac{D + E\alpha}{A + \alpha^2}$ $u = F \left(1 - \frac{\theta}{\alpha}\right)$	$A = t_f/R_0$ $D = \left(1 - \beta \frac{\alpha_c}{\Delta\alpha_c}\right) \dot{U} (t_f/R_0 + \alpha_n^2)$ $E = \beta \frac{1}{\Delta\alpha_c} \dot{U} (t_f/R_0 + \alpha_n^2)$ $F = \frac{1}{2} \beta \frac{1}{\Delta\alpha_c} \dot{U} (t_f/R_0 + \alpha_n^2)$	$A = t_f/R_0$ $D = \dot{U} \frac{\left(1 - \beta \frac{\alpha_c}{\Delta\alpha_c}\right) (t_f/R_0 + \alpha_n^2)}{\left(1 + \beta \frac{\alpha_n - \alpha_c}{\Delta\alpha_c}\right)}$ $E = \dot{U} \frac{\beta \frac{1}{\Delta\alpha_c} (t_f/R_0 + \alpha_n^2)}{\left(1 + \beta \frac{\alpha_n - \alpha_c}{\Delta\alpha_c}\right)}$ $F = \frac{1}{2} \dot{U} \frac{\beta \frac{1}{\Delta\alpha_c} (t_f/R_0 + \alpha_n^2)}{\left(1 + \beta \frac{\alpha_n - \alpha_c}{\Delta\alpha_c}\right)}$	$A = t_f/R_0$ $D = \left(1 - \beta \frac{\alpha_c}{\Delta\alpha_c}\right) \frac{\dot{U}}{1 + \beta} (t_f/R_0 + \alpha_n^2)$ $E = \beta \frac{1}{\Delta\alpha_c} \frac{\dot{U}}{1 + \beta} (t_f/R_0 + \alpha_n^2)$ $F = \frac{1}{2} \beta \frac{1}{\Delta\alpha_c} \frac{\dot{U}}{1 + \beta} (t_f/R_0 + \alpha_n^2)$
ZONE(IV) $v = \frac{C}{A + \alpha^2}$ $u = 0$	$A = t_f/R_0$ $C = \dot{U} (t_f/R_0 + \alpha_n^2)$	$A = t_f/R_0$ $C = \dot{U} \frac{1}{\left(1 + \beta \frac{\alpha_n - \alpha_c}{\Delta\alpha_c}\right)} (t_f/R_0 + \alpha_n^2)$	$A = t_f/R_0$ $C = \frac{\dot{U}}{1 + \beta} (t_f/R_0 + \alpha_n^2)$

$$\begin{aligned}
 &+ 1/4 \cdot \beta^* \cdot 1 / (\alpha_c + \Delta\alpha_c) \cdot \{t_f/R_0 + (\alpha_c + \Delta\alpha_c)^2\} \\
 &\{1/2 \cdot (\alpha_c + \Delta\alpha_c) - \theta_0 + \theta_0^2 / [2(\alpha_c + \Delta\alpha_c)]\} \\
 &+ 1/4 \cdot \beta^* \cdot 1 / \alpha_c \{t_f/R_0 + \alpha_c^2\} (1/2 \cdot \alpha_c - \theta_0^2) \\
 &+ 1/2 \cdot \theta_0^2 / \alpha_c \\
 &- m \Delta\alpha_c \beta^* \cdot 1 / (t_f/R_0) \cdot (\alpha_2 - 2\alpha_c - \Delta\alpha_c) \\
 &- 1/2 \cdot m \cdot \beta^* \cdot \ln \{t_f/R_0 + (\alpha_c + \Delta\alpha_c)^2\} / \{t_f/R_0 + \alpha_c^2\} \\
 &+ \{(\sigma_{xb} - \sigma_{xf}) / (2/\sqrt{3} \cdot \sigma_0) + \Delta\alpha_c \beta^* \sigma_{xb} / (2/\sqrt{3} \cdot \sigma_0)\}, \\
 &\beta^* = \beta / \Delta\alpha_c
 \end{aligned}$$

上式は (a) $0 \leq \alpha_n \leq \alpha_c$ の場合であり、(b) $\alpha_c \leq \alpha_n \leq \alpha_c + \Delta\alpha_c$ 、および (c) $\alpha_c + \Delta\alpha_c \leq \alpha_n \leq \alpha_2$ の場合についても同様な式が得られる。上式で $(\Delta\alpha_c) \rightarrow 0$ 、 $(\beta^* = \beta / \Delta\alpha_c) \rightarrow 0$ の極限を求めると、定常圧延について解析した B. Avitzur の結果に一致することが判る。

中立角 α_n は一般に $\partial J^* / \partial \alpha_n = 0$ により求めることができ、次式となる。

$$\alpha_n = 1/3 \cdot \alpha_2 - (t_f/R_0) / (3m) \cdot A_A \quad ((a) 0 \leq \alpha_n \leq \alpha_c) \quad \dots\dots\dots(2)$$

なお、以下の数値計算例においては、空隙の閉鎖の発生に伴う α_n の変化は無視できるものと考え、上記の(a)、(b)、(c)の各場合に共通して $\beta^* = 0$ の場合の α_n を用いてある。

4. 空隙の閉鎖開始の判定条件と数値計算例

空隙の閉鎖開始の判定は次式によってなされる。

$$(\partial J^* / \partial \beta^*)_{\beta^* = 0} < 0 \quad \dots\dots\dots(3)$$

(a) $0 \leq \alpha_n \leq \alpha_c$ の場合で云えば上式は $(\partial A_A / \partial \beta^*)_{\beta^* = 0} < 0$ と等価であるので数値計算に際しては後者を用いている。(b)、(c)、の場合も同様である。

空隙の初期長さを l_0 、初期高さを h_0 、初期板厚 t_0 、ロール半径 R_0 、などから、次の無次元化パラメータを定義する。

$$\left. \begin{aligned}
 \xi &= t_0/R_0, \quad \xi^* = 1/\xi, \quad r = (t_0 - t_f)/t_0 \\
 \eta &= h_0/t_0, \quad \zeta = l_0/h_0
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

すると幾何学的関係より次の関係が得られる。(図2参照)

$$\left. \begin{aligned}
 \Delta\alpha_c &= \xi^2 \cdot \zeta \cdot \eta \cdot 1 / \{\xi(1-r) + \alpha_c^2\} \\
 \theta_0 &= \theta_0' = \eta \cdot \alpha_c
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5)$$

これらを用いて (a) $0 \leq \alpha_n \leq \alpha_c$ の場合の判定式を整理すると次式になる。

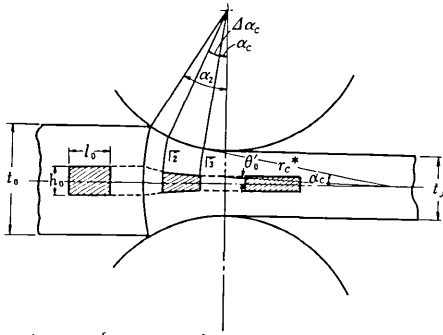
$$\begin{aligned}
 DA_A &= (\partial A_A / \partial \beta^*)_{\beta^* = 0} \\
 &= \Delta\alpha_c \ln \xi - (\Delta\alpha_c + \alpha_c + \theta_0) \ln \{\xi(1-r) \\
 &\quad + (\alpha_c + \Delta\alpha_c)^2\} + \theta_0 \ln \{(\alpha_c + \Delta\alpha_c) / \alpha_c\} \\
 &\quad + (\alpha_c + \theta_0) \ln \{\xi(1-r) + \alpha_c^2\} - \Delta\alpha_c \{1 \\
 &\quad - 2\alpha_c \theta_0 / [\xi(1-r)]\} + 1/4 \cdot \Delta\alpha_c \sqrt{\xi} \sqrt{r} \\
 &\quad + 1/4 \cdot 1 / (\alpha_c + \Delta\alpha_c) \cdot \xi(1-r) \\
 &\quad + (\alpha_c + \Delta\alpha_c)^2 \{(\alpha_c + \Delta\alpha_c) / 2 - \theta_0 \\
 &\quad + \theta_0^2 / [2(\alpha_c + \Delta\alpha_c)]\} \\
 &\quad + 1/4 \cdot 1 / \alpha_c \cdot \{\xi(1-r) + \alpha_c^2\} \{1/2 \alpha_c \\
 &\quad - \theta_0' + \theta_0'^2 / (2\alpha_c)\} \\
 &\quad - 1/2 \cdot m \cdot \ln \{[\xi(1-r) + (\alpha_c + \Delta\alpha_c)^2] /
 \end{aligned}$$

$$\{ \xi(1-r) + \alpha_c^2 \}$$

$$-m \Delta \alpha_c / \{ \xi(1-r) \} \cdot (\sqrt{\xi} \sqrt{r} - 2\alpha_c - \Delta \alpha_c) + \Delta \alpha_c \sigma_{\alpha_0} / (2\sqrt{3} \cdot \sigma_0) \dots (6)$$

以上の解析結果より得た数値計算例を図3~6に示す。横軸にはロールとの接触角度 α 、縦軸には圧下率 r をとり、各図のハッチングした範囲において空隙の閉鎖が発生することを示している。

これらの結果より以下のことが云える(図7参照)。(1)一般に、ロールギャップ内を入側から出側に向かって移動する空隙は、圧下率 r がある値以上になると、中途から閉鎖が起こり始め、出側に近づくにつれて閉鎖が止まる。(2)圧下率が大きい程、空隙の閉鎖が継続する範囲が広く、圧下率がある限界値以下になると閉鎖は起こらなくなる。(3) $\eta = h_0/t_0$ が小なる程、 $\zeta = l_0/h_c$ が小なる程、閉鎖は起こりにくくなる。(4) $\xi^* = R_0/t_0$ が大なる程、 m が大なる程、 r が大なるほど、閉鎖が起こり易くなる。

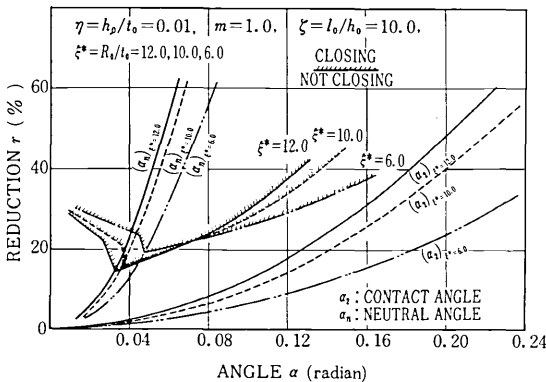


$$\Delta \alpha_c = l_0 t_0 / [R_0 (t_r + R_0 \alpha_c^2)]$$

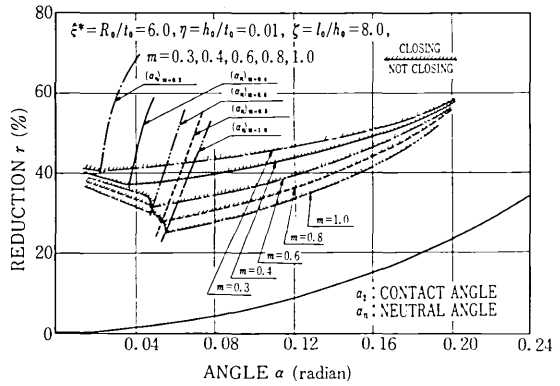
$$\theta_c^0 = \left[\frac{1}{2} h_0 (t_r + R_0 \alpha_c^2) / t_0 \right] / \left[\frac{1}{2} \left(\frac{l_0}{\alpha_c} \right) (t_r + R_0 \alpha_c^2) \right] = h_0 \alpha_c / t_0$$

l_0 : INITIAL LENGTH OF DEFECT
 h_0 : INITIAL HEIGHT OF DEFECT

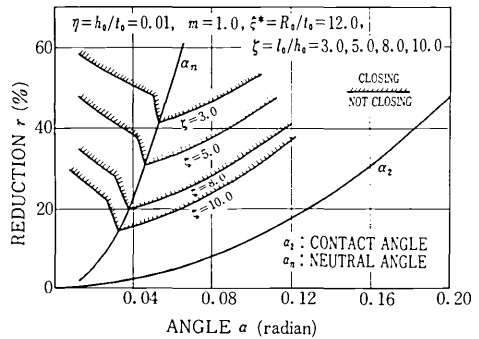
第2図 欠陥の寸法とロールギャップ内における欠陥の変形過程



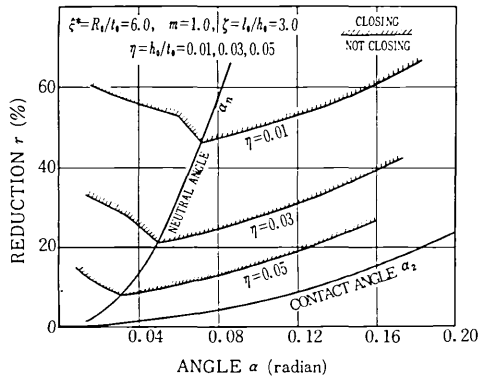
第3図 ξ^* が異なる場合の欠陥閉鎖開始の境界



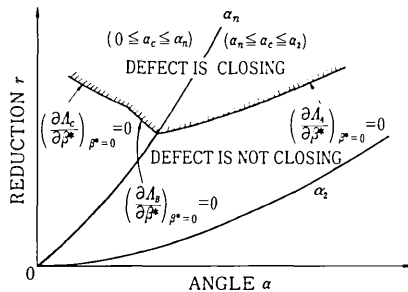
第4図 m が異なる場合の欠陥閉鎖開始の境界



第5図 ζ が異なる場合の欠陥閉鎖開始の境界



第6図 η が異なる場合の欠陥閉鎖開始の境界



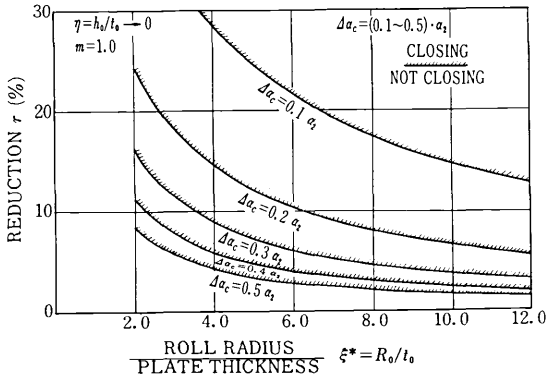
第7図 空隙閉鎖開始曲線の一般形状

研究速報

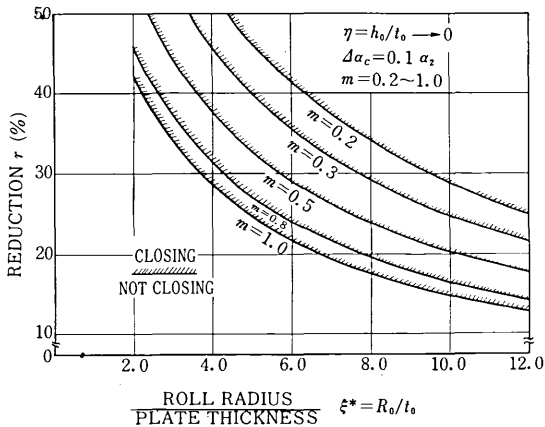
(5) $\alpha_n \leq \alpha_c \leq \alpha_2$ の場合でかつ $\alpha_c = \alpha_n$ の場合に、最も小さい圧下率で閉鎖が起こる可能性がある。

5. 空隙の閉鎖限界に関する検討

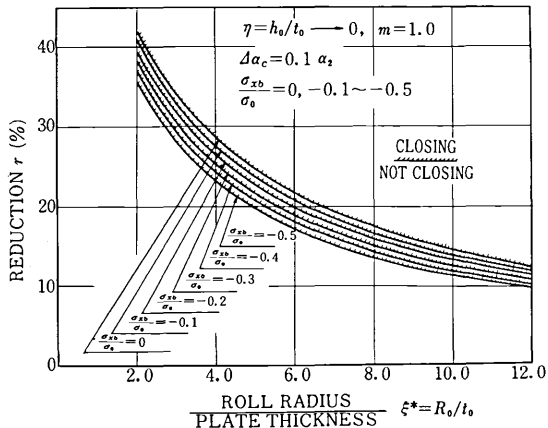
上記の結果より、空隙が閉鎖し終わる限界の一つの考え方として次の検討が可能となる。すなわち(6)式に



第8図 $\Delta\alpha_c$ が異なる場合の欠陥完全閉鎖の限界



第9図 m が異なる場合の欠陥完全閉鎖の限界



第10図 後方圧縮力がかかる場合の欠陥完全閉鎖の限界

において、 $\eta = h_0/t_0 \rightarrow 0$ の場合でかつ $\alpha_c = \alpha_n$ の場合の閉鎖開始条件と満足する圧下率は、無限小高さを有する空隙がさらに閉鎖を開始しようとする条件を満足するから、別の見方をすれば、これは、空隙の閉鎖終了を達成するのに必要な限界圧下率を意味する。このような考え方により、ここの限界圧下率を求める式は次式で示される。

$$\begin{aligned}
 (DA_A)_{\eta=0, \alpha_c=\alpha_n} &= [(\partial A_A / \partial \beta^*)_{\beta^*=0}]_{\eta=0, \alpha_c=\alpha_n} \\
 &= \Delta\alpha_c \ln \xi - (\Delta\alpha_c + \alpha_n + m/2) \{ \xi(1-r) + (\alpha_n + \Delta\alpha_c)^2 \} \\
 &\quad + (\alpha_n + m/2) \ln \{ \xi(1-r) + \alpha_n^2 \} \\
 &\quad - \Delta\alpha_c (1 - 1/4 \cdot \sqrt{\xi} \sqrt{r}) \\
 &\quad + 1/8 \{ 2\xi(1-r) + (\alpha_n + \alpha_c)^2 + \alpha_n^2 \} \\
 &\quad - m\Delta\alpha_c / \{ \xi(1-r) \} \cdot (\sqrt{\xi} \sqrt{r} - 2\alpha_n - \Delta\alpha_c) \\
 &\quad + \Delta\alpha_c \sigma_{xb} / (2/\sqrt{3} \sigma_0) \dots \dots \dots (7)
 \end{aligned}$$

ただし、 $\alpha_n =$

$$\begin{aligned}
 &1/3 \cdot \sqrt{\xi} \sqrt{r} - \{ \xi(1-r) \} / 3m \cdot \{ \ln [1/(1-r)] \} \\
 &+ 1/4 \sqrt{\xi} \sqrt{r} + (\sigma_{xb} - \sigma_{xf}) / (2/\sqrt{3} \sigma_0) \dots \dots \dots (8)
 \end{aligned}$$

上式を用いて得た数値計算例を図8~10に示す。横軸はロール半径・板厚比 $\xi^* = R_0/t_0$ 、縦軸には圧下率 r をとり、ハッチングした範囲の圧延条件が閉鎖終了条件を満足する。図から明らかのように、(1) $\xi^* = R_0/t_0$ が大、 m が大、空隙の長さが大、なる程、小さい圧下率によって閉鎖が終了すること、(2) 後方圧縮力が加わると閉鎖終了の限界圧下率が低下することなどが判る。

6. ま と め

材料内部の欠陥（空隙）が圧延中に閉鎖を開始する条件を検討するために、変形モデルすなわち動的可容速度場を提案し、極限解析の手法を応用して解析ならびに数値計算を行った。その結果、空隙の挙動、あるいは、閉鎖を実現するのに必要な圧延条件等について従来経験的に知られている事実と定性的によく合致し、併せてこの問題に関してより広範に検討することが可能と思われる結果を得た。今後、被圧延材内部の温度分布の影響等を考慮したより総合的なシミュレーションを進めていく計画である。最後に、本研究を進めるに当り有益なご助言をいただいた岡戸克氏をはじめとする日本鋼管（株）技研の皆様に謝意を表します。（1979年9月5日受理）

参 考 文 献

- 1) B. Avitzur: Metal Forming; Process and Analysis, McGraw-Hill.
- 2) 田川ほか; 鉄と鋼, 62-13 (1976)
- 3) 山口ほか; 鉄鋼協会講演前刷集 (1979) PS-25
- 4) 豊島, 古賀; 塑性と加工, Vol. 16, No. 179