

## 第3章

# グラスプレス・マニピュレーション における操作の確実性

---

|       |                                   |    |
|-------|-----------------------------------|----|
| 3.1   | はじめに . . . . .                    | 40 |
| 3.2   | 従来研究 . . . . .                    | 42 |
| 3.3   | グラスプレス・マニピュレーションの操作の確実性 . . . . . | 44 |
| 3.4   | 力学解析上の仮定 . . . . .                | 46 |
| 3.5   | 操作の確実性の評価 . . . . .               | 48 |
| 3.5.1 | 評価指標 . . . . .                    | 48 |
| 3.5.2 | 指標の計算法 . . . . .                  | 49 |
| 3.5.3 | 評価指標に関する考察 . . . . .              | 52 |
| 3.6   | 数値例 . . . . .                     | 54 |
| 3.6.1 | 平面上での押し操作 . . . . .               | 54 |
| 3.6.2 | 平面上での転がし操作 . . . . .              | 56 |
| 3.6.3 | パラメータの変動の効果 . . . . .             | 57 |
| 3.7   | おわりに . . . . .                    | 60 |

---

### 3.1 はじめに

グラスプレス・マニピュレーションにおいては、対象物をかたく把持するわけではないので、その計画・実行において操作対象物の安定性を評価することが重要となる。対象物の安定性に関して、グラスプレス・マニピュレーションでは重力および摩擦力が大きな影響を与える。特に摩擦力は物体の滑りによって規定されるため、対象物の安定性は、その運動によって大きく変わる。例えば、Fig. 3.1のように、摩擦のある水平面上に置かれた物体を考える。重力と摩擦力の効果により、この物体は、ある程度の外乱力が加わっても動かない。この意味において、この物体は「安定」である。さらに、この物体にロボット指が一点接触していたとしても、この物体は「安定」である。ところが、このロボット指が物体を押して運動をさせ始めた瞬間、この物体は「不安定」になる。すなわち、ごく微小の外乱力が働いただけでも、物体の動きは乱され、ふらつくことになる。一方で、ロボット指が2本になり、これらが位置制御されているとすれば、stable push [Lynch 1996b] と等価になり、物体は「安定」である。つまり、物体はロボット指の動きに1:1に対応した運動を行い、それはある程度までの大きさなら外乱力が加わっても乱されない。

このことは、グラスプレス・マニピュレーションにおいては、操作中（運動中）であることを考慮に入れて安定性を評価する必要があることを示している。本章では、この操作中の対象物の安定性を、静止状態での対象物の安定性と区別して、「操作の確実性」と呼ぶこと

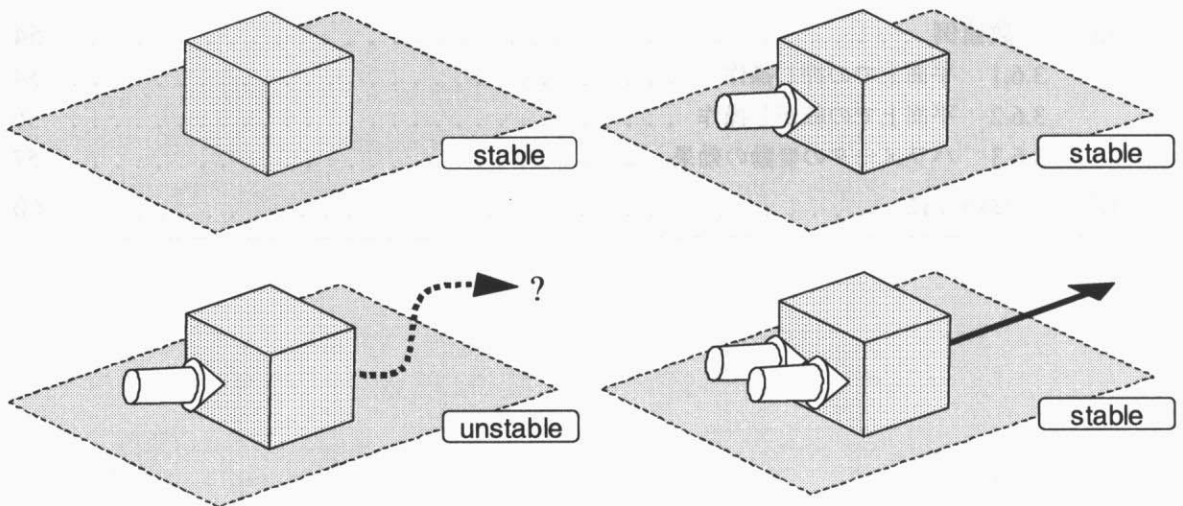


Fig. 3.1: Example: Stability of Grasplless Manipulation

にする。

本章では、この「操作の確実性」について、その定義を与え、また定量的に評価する手法を提案する。

## 3.2 従来研究

把持の安定性の評価に関してはきわめて多数の研究が行われている [Shimoga 1996, Bicchi 2000, Okamura 2000] が、グラスプレス・マニピュレーションの操作の確実性に適用可能なものは少ない。

中村は、環境と接触している物体の安定状態として、“work closure”を定義した [中村 1990]。任意のゼロでない可能な対象物の微小変位に対して、対象物のする仕事が負になるとき、対象物は work closure されているという。また、吉川は work closure を力受動拘束 (passive force closure) として再定義し、より詳細な解析を行った [吉川 1995]。しかし、基本的にこれらは (マニピュレーション中ではなく) 対象物が静止した状態を表しており、また、定量的な評価指標も示されていない。

Mason らは、ダイナミックマニピュレーションに関する議論の中で、“quasi-static closure”および“dynamic closure”という概念を示した [Mason 1993]。数学的な定式化が行われておらず、定義は曖昧であるが、quasi-static closure は押し操作中の物体のように、準静的な力のつりあいが保たれた状態を指している。また、dynamic closure は、例えば加速中の板の上に載せられた物体のように、動的な力のつりあいが保たれた状態を指している。

Trinkle らは、whole arm manipulation について、対象物の安定状態 “first-order stability” を定義し、その詳細な定式化を行った [Trinkle 1995]。マニピュレータの速度によって対象物の速度が完全に決まり、かつ elemental contacts (2つの物体のトポロジカルな要素の間の接触 [Desai 1989]。面一面、面一頂点など) の接触モードが無限小の一般化力によっては変化しないとき、対象物は first-order stable であると言う。First-order stability の概念は、グラスプレス・マニピュレーションの操作の確実性にも応用可能であると思われるが、定量的な評価指標は示されていない。また、定式化が極めて複雑であることも難点である。

Kijimoto らは、準静的なグラスプレス・マニピュレーションの定量的な評価指標として、各接触点での接触力の余裕の最小値を用いた [Kijimoto 1999]。これは、[Kerr 1986] において最適把持を実現するために導入された評価関数を、グラスプレス・マニピュレーションに適合するように修正したものとなっている。すなわち、拘束条件による境界から最も遠いところを最適とする評価である。しかし、この指標は「あやつりの条件 (準静的なつりあい方程式) を満たしつつ各指が滑らない」ことを評価しているだけであり、未知の外乱力が働いた場合に操作を実行できるかどうかはわからない。これは、この評価関数がそもそも指力を決定するために導入されたものであり、言わば、「与えられた条件の中で最善のものを探す」ための評価となっているためである。また、滑りがある場合や、線接触や面接触を複数

の点接触で置き換えた場合に、その指標の物理的意味が不明確になってしまうという問題もあった。

余らは環境への押し付け力の集合と指力の集合の共通部分の大きさを操作の確実性を評価する方法を提案している [余 2000]。この指標は、現在の接触状態の維持しやすさを評価する指標となっているが、重力の影響を評価に入れることができないため、重力の効果を積極的に利用することの多いグラスプレス・マニピュレーションに適用するには不適當である。

また、[Kijimoto 1999] と [余 2000] に共通して、回転を伴う辺接触や面接触での接触力の取り扱いが明らかにされていないことも問題となる（ただし、この点については 2.3.6 項に示した定式化によって解決できる）。

以上のように、グラスプレス・マニピュレーションは外乱に対する操作の確実性が低いことが問題であるにもかかわらず、それを定量的に評価して、マニピュレーションの計画・実行に役立てるための適切な指標が存在していないことがわかる。

### 3.3 グラスプレス・マニピュレーションの操作の確実性

ここでは、グラスプレス・マニピュレーションの「操作の確実性」を考える上で、どのような点を評価する必要があるのかを改めて考える。

まず第一に、グラスプレス・マニピュレーションの操作の確実性は操作中（運動中）であることを考慮に入れて評価される必要があり、この点で把持の安定性とは大きく異なる。これは3.1節でも触れた通りである。しかし、把持の安定性に関する議論は、グラスプレス・マニピュレーションの操作の確実性を考える上で大いに役立つ。そこで、ここでは把持に関する考察から始め、操作の確実性の議論へと進めることにする。

中村は、把持の「安定性」という言葉が、下記のような複数の意味で用いられていると指摘した [中村 1991].

1. 把持物体の位置が外乱などにより変位した際に、元の静的なつりあいの位置にもどる性質
2. 把持物体に未知の外乱力が働く際に指が接触を保つ性質
3. 指が把持物体に加わる任意な外乱力をキャンセルするような指力を発生できること

また、中村らは、パワーグラスプの議論において、

4. 外力が加わったとき、関節トルク一定でも、機構内部の拘束力によって接触力を変化させ、外力をキャンセルして把持を保つ性質

を、把持の「ロバスト性」と定義した [中村 1995].

これら4つの性質をそれぞれグラスプレス・マニピュレーションに応用してみると、以下のような異なる「操作の確実性」を考えることができるであろう。

1. 操作中の対象物の運動が外乱などにより変化した際に、外乱が取り除かれると元の運動にもどる性質
2. 操作中の対象物に未知の外乱力が働く際に指が接触を保つ性質
3. 指が操作中の対象物に加わる任意な外乱力をキャンセルするような指力を発生できること
4. 外力が加わったとき、機構や環境との間の接触力が受動的に変化することで、外力をキャンセルして元の運動を保つ性質

まず、1の性質については、グラスプレス・マニピュレーションでは実現できない場合が多い。なぜなら、対象物を完全に把持していないため、拘束していない方向に対象物が動いてしまった場合に、これを元の運動に戻すことは通常できないためである。ただし、対象物の一部の自由度（拘束している方向）については、この性質が成り立つ場合がある。

2の性質は、対象物に加わる内力と関連し、[Kijimoto 1999]の指標はこれを評価したものである。しかし、指が接触を保っていたとしても、望みのマニピュレーションを実現できているとは限らない。例えば、2本の指で対象物をつまんで持ち上げようとしたときに、2つの接触点まわりに対象物が回転をしてしまう、といったことがありうる。逆に、指の本数が多いときなどは、1本の指の接触が外乱によって失われてしまったとしても、対象物のマニピュレーションは意図したとおりに行われている、ということも十分考えられる。

3の性質については、グラスプレス・マニピュレーションでは通常実現できない。なぜなら、対象物を完全に把持していないため、拘束していない方向には能動的に力を加えることができないためである。

4の性質は、望みのマニピュレーションを外乱に対して確実に実現できるかどうか、を表すものであり、グラスプレス・マニピュレーションにおける操作の確実性を評価する上で、もっとも基本的な性質であると考えられる。Mason らの quasi-static closure [Mason 1993] もこの性質を指しているものと考えられる。

以上のことを踏まえ、本章では、4の性質、言い換えれば、「操作中の対象物が外乱力にどれくらい耐えられるか」という点に着目し、その定量的評価を行う。

### 3.4 力学解析上の仮定

操作の確実性の評価を行うにあたり、ロボット指によるグラスプレス・マニピュレーションを想定し (Fig. 3.2), 以下の仮定をおく.

- 対象物, ロボットの指先, 環境は剛体である.
- マニピュレーションは準静的に行われる.
- クーロン摩擦が, 対象物と環境の間, および対象物とロボット指の間に存在する.
- 静止摩擦係数と動摩擦係数は等しい.
- 摩擦円錐は凸多面錐 [平井 1999] によって近似できる.
- ロボット指は対象物と摩擦あり点接触する.
- すべての接触は複数の点接触で近似できる (2.3 節参照).
- 対象物は三次元空間内の多面体である.
- 位置制御されているロボット指は十分剛性が高く, 環境と同等と見なせる.
- 対象物と環境もしくは位置制御されているロボットとの間の接触は, 辺接触や面接触であって良いが, 接触面は多角形で近似できる.
- 対象物とロボットおよび環境との間の同一接触面 (辺) での摩擦係数は一様である.

下線部は 2.3 節における仮定に加えて新たに導入したものである. 記号等は 2.3 節で定義されたものを用いる. ただし, 対象物の重心を原点とする座標系をとり,  $p_{env 1}, \dots, p_{env m} \in$

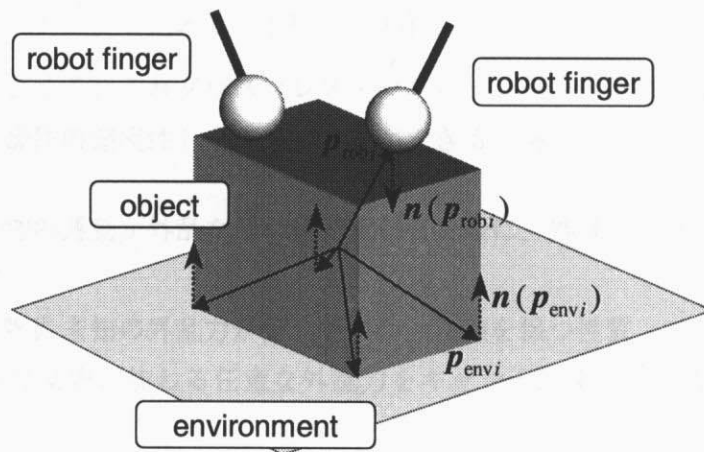


Fig. 3.2: Object in Grasplless Manipulation



$\mathcal{R}^3$  を対象物と環境および位置制御ロボット（環境と同等と見なせる）との接触点位置とする。同様に、 $\mathbf{p}_{\text{rob } 1}, \dots, \mathbf{p}_{\text{rob } n} \in \mathcal{R}^3$  を、 $1, \dots, n$  番目の（力制御された）ロボット指と対象物との間の接触点位置とする。接触点  $\mathbf{p}$  での対象物側への単位接触法線ベクトルを  $\mathbf{n}(\mathbf{p}) \in \mathcal{R}^3$  で表す。

通常の把持によるマニピュレーションにおける力学解析においては、準静的なあやつりを仮定することは、単に静的な解析を行うことを意味している。しかし、グラスプレス・マニピュレーションの力学解析においては、滑り接触における摩擦が存在するため、準静的な力学解析と静的な力学解析とでは結果が大きく異なる（3.1 節参照）ことを改めて強調しておく。

なお、以降では表記が煩雑になるのを避けるため、辺接触は面接触の特別な場合と考え、特に断らない限り「面」は「辺」を含むものとする。また、本章の議論は、適切な置き換えを行うことによって二次元平面内での問題にもそのまま適用可能である。

## 3.5 操作の確実性の評価

### 3.5.1 評価指標

ここでは、グラスプレス・マニピュレーションにおける操作の確実性を、運動中の対象物が抗することのできる一般化力の大きさを評価することを考える。同様な評価は、パワーグラスプの研究においても行われている [Mirza 1994] [中村 1995]。しかし、対象物をきつく拘束した状態であるパワーグラスプのロバスト性と、対象物をゆるく拘束するのみで環境を利用してあやつるグラスプレス・マニピュレーションの操作の確実性では、その評価における力点は自ずと違ってくる。本章の結果は、以下の点でそれらパワーグラスプの研究と異なる。

1. 本章は、物体を運動させているときの操作の確実性を扱っている。[Mirza 1994] [中村 1995] では、パワーグラスプのロバスト性を論じているため、物体が静止している際についてのみ取り扱っており、物体が動いているときと止まっているときで対象物の安定性が大きく異なるグラスプレス・マニピュレーションには、そのままでは適用できない。
2. 本章の指標は、重力の効果を評価に含めている。[中村 1995] は重力の効果を扱っておらず、また [Mirza 1994] は重力の効果を関節トルクに影響する部分としてのみ扱っており、必ずしも対象物を完全に拘束しないグラスプレス・マニピュレーションにはそのままでは適用できない。

なお、力とモーメントの両成分を同時に扱うためには何らかのスケーリングを行う必要があり、適当な正定値対称行列  $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  を用いて、一般化力ベクトル  $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^6$  のノルムを

$$\|\mathbf{Q}\|_{\mathbf{R}} = \sqrt{\mathbf{Q}^T \mathbf{R} \mathbf{Q}} \quad (3.1)$$

と定義する。 $\mathbf{R}$  としては、例えば対象物の質量  $M_o$  と慣性テンソル  $\mathbf{J}_o$  を用いて、

$$\mathbf{R} := \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & M_o \mathbf{J}_o^{-1} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

とすることができる。式 (3.2) を用いた場合、 $\|\mathbf{Q}\|_{\mathbf{R}}$  の値は座標系のとり方に依存しなくなる。具体的には、並進力成分については力の大きさがそのまま評価され、モーメント成分は  $M_o \mathbf{J}_o^{-1}$  によって重み付けされて評価されることになる。このとき (3.1) 式は、物理的には、ある一般化力を一定微小時間加えた際に対象物に与えられる運動エネルギーの大きさで、そ

の一般化力の大きさを評価していることになる。同様な対象物の慣性テンソルを使ったノルム定義の例は [Doty 1993, Mattikalli 1995] などにも見られる。

ここで、重力など対象物に加わるその他の既知の外力を  $Q_{\text{known}} \in \mathbb{R}^6$ , 対象物にはたらく未知の外乱力を  $Q_{\text{dist}} \in \mathbb{R}^6$  と書くと、対象物のつりあい方程式は

$$\begin{cases} Q_{\text{known}} + Q = -Q_{\text{dist}} \\ Q \in \mathcal{A} \end{cases} \quad (3.3)$$

と書ける。そして、操作の確実性の評価指標の値  $z$  は、以下のようなミニマックス問題の解として定義できる。

$$z = \min_{\|\hat{Q}_{\text{dist}}\|_{\mathbb{R}}=1} \max_{\substack{Q \in \mathcal{A}, t > 0, \\ Q_{\text{known}} + Q = -t\hat{Q}_{\text{dist}}}} \|Q_{\text{known}} + Q\|_{\mathbb{R}} \quad (3.4)$$

大まかに言って、この評価指標は、外乱力に対して対象物の最も「弱い」方向を調べ、その方向にどれくらいの外乱力まで耐えられるかを表している。つまり、max の部分で、特定の方向の外乱力に対して、接触力によって最大どこまで耐えられるかを調べ、そして min の部分で、それが最も小さくなる方向を調べている（そしてそこでの耐えられる限界の値を求めている）ことになる。したがって、外乱力の ((3.1) 式の意味での) 大きさが  $z$  以下ならば対象物の操作を確実にこなせることになる。また、 $z = 0$  の場合は、無限小の外乱力によってもつりあいが維持できなくなることを意味し、 $z$  の値が求められない場合は、外乱力が存在しなくとも、接触力によって対象物のつりあいを保つことが不可能であることを意味する。

滑っていない接触点に比べ、滑っている接触点では発生可能な力の領域が小さい ((2.2)~(2.5) 式)。したがって、対象物が静止している場合に比べ、対象物が滑りを伴って運動している場合は  $z$  の値は小さくなる。

ここで示した評価指標はミニマックス基準によるものであるが、それ以外の方法による評価も考えられる。例えば、パワーグラスプの評価 [中村 1997] で行われているように、耐えられる外乱力の領域の「体積」を評価指標とすることも可能である。前者はもっとも「弱い」1 方向に着目した評価となり、後者では全方向を平均的に評価することとなる。それぞれ一長一短があるが、グラスプレス・マニピュレーションは外乱に対して弱い状態であつりを行う手法であることを考えると、まず最初に評価すべきなのは、もっとも「弱い」部分についてであると言え、したがって式 (3.4) の評価指標を用いることは妥当である。

### 3.5.2 指標の計算法

式 (3.4) の指標の値を計算するには、

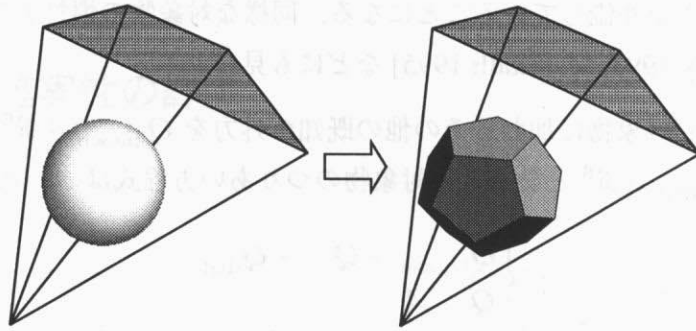


Fig. 3.3: Approximate Calculation of Stability Measure

1. 対象物に作用可能な一般化力の集合  $\mathcal{A}$  の領域を求める
2. ミニマックス問題を解く

の2つの問題を解決する必要がある。

前者については、2.3.6 項でも触れたように、各接触点で受動的に発生可能な接触力の任意の組み合わせが発生可能なわけではないことを考慮する必要がある。これについては、余らにより外力に対して発生可能な反力の集合を求める方法が提案されている [余 2000, 余 1995b]。その考え方は、大雑把に言って、「各接触点に対して押し付け方向になるような外力に対してのみ、それらの接触点は同時に反力を発生しうる」というものである。ここでは余らの方法を利用することにする。ただし、 $\mathcal{A}$  の領域を明示的に求めるのではなく、計算の中で制約条件として考慮に入れる。なお、この余らの方法では複数の接触点において同時に反力を発生する条件を扱っているが、ここでの  $p_i$  は面接触や線接触の置き換えとしての「等価」接触点を含んでいる。これら等価接触点を独立の点だと見なして余らの方法をそのまま適用すると、発生可能な接触力の領域が不当に小さく評価されてしまうため、若干の変更が必要となる。

後者のミニマックス問題の解き方はいくつか考えられるが、ここでは線形計画法により近似的に計算する手法を示す。(3.4) 式の  $z$  の値は、 $\mathcal{A}$  が表す領域に内接する、 $-\mathbf{Q}_{\text{known}}$  を中心とする超球の ((3.1) 式の意味での) 半径と等しい。この超球を、それに外接する適当な凸超多面体で近似することを考える (Fig. 3.3 にイメージ図を示す) と、以下の線形計画問題

群を解くことで  $z$  の値が近似的に求まることがわかる。

$$z = \min_{i=1, \dots, N_{\text{vert}}} z_i \quad (3.5)$$

$$z_i = \max_{j=1, \dots, M} z_{ij} \quad (3.6)$$

$$\text{maximize } z_{ij} \quad (3.7)$$

$$\text{subject to } \begin{cases} z_{ij} \mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{l}_i = \mathbf{Q}_{\text{known}} + \mathbf{W}_{\text{rob}} \mathbf{C}_{\text{rob}} \mathbf{k}_{\text{rob}} + \mathbf{W}_{\text{env}} \mathbf{C}_{\text{env}j} \mathbf{k}_{\text{env}j} \\ \bar{\mathbf{N}}_{\text{env}j}^T \bar{\mathbf{W}}_{\text{env}j}^T (-z_{ij} \mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{l}_i + \mathbf{Q}_{\text{known}} + \mathbf{W}_{\text{rob}} \mathbf{C}_{\text{rob}} \mathbf{k}_{\text{rob}} \\ \quad + \mathbf{W}_{\text{env}} \mathbf{N}_{\text{env}j} \mathbf{k}'_{\text{env}j}) = \mathbf{0} \quad (*) \\ \boldsymbol{\tau}_{\text{rob}} = \mathbf{J}_{\text{rob}}^T \mathbf{C}_{\text{rob}} \mathbf{k}_{\text{rob}} \\ \mathbf{k}_{\text{env}j} \geq \mathbf{0}, \mathbf{k}'_{\text{env}j} \geq \mathbf{0}, \mathbf{k}_{\text{rob}} \geq \mathbf{0} \end{cases}$$

ただし,  $\mathbf{l}_1, \dots, \mathbf{l}_{N_{\text{vert}}} \in \mathbb{R}^6$  は, 6次元の単位超球に外接する超多面体の頂点位置を表すベクトルである.  $N_{\text{vert}}$  を大きくする, すなわち近似超多面体の頂点数を増やすことで, 任意の精度での評価指標の値の計算が可能となる.  $\mathbf{R}^{-1/2}$  ( $\mathbf{R}^{-1}$  の Cholesky 分解) は (3.1) 式のノルムの考慮のために導入されている. また,  $\mathbf{C}_{\text{env}1}, \dots, \mathbf{C}_{\text{env}M}$  は,  $[\mathbf{n}(\mathbf{p}_{\text{env}k})^T (\mathbf{p}_{\text{env}k} \times \mathbf{n}(\mathbf{p}_{\text{env}k}))^T]^T \in \mathbb{R}^6$  が一次独立な  $\mathbf{p}_{\text{env}k} \in \mathbf{C}_{\text{env}}$  のすべての組み合わせである. さらに,

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{\text{env}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \dots & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{p}_{\text{env}1} \times \mathbf{I}_3 & \dots & \mathbf{p}_{\text{env}m} \times \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 3m} \\ \mathbf{C}_{\text{env}j} &= \text{diag}(\mathbf{C}_{\text{env}j1}, \dots, \mathbf{C}_{\text{env}jm}) \\ \mathbf{C}_{\text{env}jk} &= \begin{cases} [\mathbf{c}_1(\mathbf{p}_{\text{env}k}) \dots \mathbf{c}_s(\mathbf{p}_{\text{env}k})] \in \mathbb{R}^{3 \times s} & (\mathbf{p}_{\text{env}k} \in \mathbf{C}_{\text{stat}} \cap (\mathbf{C}_{\text{rob}} \cup \mathbf{C}_{\text{env}j}) \text{ のとき}) \\ [\mathbf{c}'(\mathbf{p}_{\text{env}k})] \in \mathbb{R}^{3 \times 1} & (\mathbf{p}_{\text{env}k} \in \mathbf{C}_{\text{slide}} \cap (\mathbf{C}_{\text{rob}} \cup \mathbf{C}_{\text{env}j}) \text{ のとき}) \\ [\mathbf{0}] \in \mathbb{R}^{3 \times 1} & (\mathbf{p}_{\text{env}k} \notin \mathbf{C}_{\text{rob}} \cup \mathbf{C}_{\text{env}j} \text{ のとき}) \end{cases} \\ \mathbf{W}_{\text{rob}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \dots & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{p}_{\text{rob}1} \times \mathbf{I}_3 & \dots & \mathbf{p}_{\text{rob}n} \times \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 3n} \\ \mathbf{C}_{\text{rob}} &= \text{diag}(\mathbf{C}_{\text{rob}1}, \dots, \mathbf{C}_{\text{rob}n}) \in \mathbb{R}^{3n \times ns} \\ \mathbf{C}_{\text{rob}i} &= [\mathbf{c}_1(\mathbf{p}_{\text{rob}i}) \dots \mathbf{c}_s(\mathbf{p}_{\text{rob}i})] \in \mathbb{R}^{3 \times s} \\ \mathbf{J}_{\text{rob}} &= \text{diag}(\mathbf{J}(\mathbf{p}_{\text{rob}1}), \dots, \mathbf{J}(\mathbf{p}_{\text{rob}n})) \\ \boldsymbol{\tau}_{\text{rob}} &= [\boldsymbol{\tau}(\mathbf{p}_{\text{rob}1})^T, \dots, \boldsymbol{\tau}(\mathbf{p}_{\text{rob}n})^T]^T \\ \mathbf{N}_{\text{env}j} &= \text{diag}(\mathbf{n}_{\text{env}j1}, \dots, \mathbf{n}_{\text{env}jm}) \in \mathbb{R}^{3m \times m} \\ \mathbf{n}_{\text{env}jk} &= \begin{cases} \mathbf{n}(\mathbf{p}_{\text{env}k}) \in \mathbb{R}^3 & (\mathbf{p}_{\text{env}k} \in \mathbf{C}_{\text{env}j} \text{ のとき}) \\ \mathbf{0} \in \mathbb{R}^3 & (\mathbf{p}_{\text{env}k} \notin \mathbf{C}_{\text{env}j} \text{ のとき}) \end{cases} \end{aligned}$$

である. また,  $\mathbf{C}_{\text{env}j}$  に含まれる接触点のうち, 面接触を置き換えた等価接触点については, それぞれの重心を考え, これを  $\bar{\mathbf{p}}_{\text{env}jk}$  とする. 独立した接触点については, それをそのま

ま  $\bar{\mathbf{p}}_{\text{env}jk}$  とおく。そして、

$$\bar{\mathbf{W}}_{\text{env}j} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \cdots & \mathbf{I}_3 \\ \bar{\mathbf{p}}_{\text{env}j1} \times \mathbf{I}_3 & \cdots & \bar{\mathbf{p}}_{\text{env}jm} \times \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{6 \times \bar{m}}$$

$$\bar{\mathbf{N}}_{\text{env}j} = \text{diag}(\mathbf{n}(\bar{\mathbf{p}}_{\text{env}j1}), \dots, \mathbf{n}(\bar{\mathbf{p}}_{\text{env}jm})) \mathcal{R}^{3\bar{m} \times \bar{m}}$$

とする。これらを用いることで各接触面で反力を発生するための条件を (3.7) 式の線形計画法の制約条件 ((\*) 式) として記述している。これが余らによる環境反力の発生条件 [余 2000] に対応するものであり、外力  $(-z_{ij} \mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{l}_i + \mathbf{Q}_{\text{known}} + \mathbf{W}_{\text{rob}} \mathbf{C}_{\text{rob}} \mathbf{k}_{\text{rob}})$  が押し付け方向の力になっていることを表す。ただし、 $\mathbf{p}_k$  についてではなく  $\bar{\mathbf{p}}_{jk}$  に関する条件になっている点が、ここで加えた改変である。すなわち、同一接触面上にある接触点の重心で反力が発生可能ならば、それらの接触点で反力が発生可能である、となるように余らの条件を緩和している。

### 3.5.3 評価指標に関する考察

実際のグラスプレス・マニピュレーションの計画・実行において、この操作の確実性の評価指標を適用することを考えると、各種パラメータの不確実性によって指標の値がどのように影響を受けるかを考慮しておく必要がある。本章で提案した評価指標は、基本的に式 (3.7) の線形計画問題によって決定されるが、その解は、摩擦係数・接触点位置などのパラメータの連続的な変化に対しては、やはり連続的に変化する。したがって、本章の評価指標の値が、パラメータの連続的な変化に対して不連続に変化してしまうことは基本的には無い。ただし、凸頂点同士の接触などの凸接触 [吉川 1992a] が存在する場合は、微小な位置誤差によって、接触状態がまったく変わってしまう（接触点数、法線ベクトルの方向などが不連続に変わってしまう）ことがある。このような場合は、式 (3.7) のかたち自体が変わってしまうため、結果として操作の確実性の指標の値が不連続に変化することがありうる。ただし、凸接触は極めて不安定な状態である [余 1995a] ので、このような接触状態でのグラスプレス・マニピュレーションは行わないようにすべきであろう。

なお、前項では、6次元の超球を超多面体で近似することによって、式 (3.4) のミニマックス問題を一連の線形計画問題に帰着させた。このとき、超球を外接超多面体で近似したことにより、 $\mathcal{A}$  が表す力の領域が凸である場合は、操作の確実性の評価を保守的に行うことができる（小さめの指標値が得られる）。実際には  $\mathcal{A}$  の領域は凸とは限らない [余 2000] が、 $N_{\text{vert}}$  を十分大きく取れば、大きな問題は起こらないと考えられる。

また、ロボット指と対象物の間の摩擦係数が大きければ大きいほど、操作の確実性の指標は大きくなる。なぜなら、 $\mathcal{A}$  の領域が大きくなるからである。したがって、逆にロボット指と対象物の間の摩擦係数を小さめに見積もっておき、それでも操作の確実性が確保されるよ

うなマニピュレーションを選択すれば、より「安全」にマニピュレーションが実現できるであろう。

## 3.6 数値例

前節に示した評価指標の計算手続きを C 言語によるプログラムとして実装した。ここではこのプログラムを用いて計算した、操作の確実性の定量的評価の数値例を示す。なお、計算は Pentium4-1.6GHz を搭載した Linux PC 上で行った。

ここでは 6 次元単位超球に外接する超多面体の頂点として、以下の 76 点をとった ( $N_{\text{vert}} = 76$ )。

$$l_i = \begin{cases} k[\pm 1, 0, 0, 0, 0, 0]^T \\ k[0, \pm 1, 0, 0, 0, 0]^T \\ k[0, 0, \pm 1, 0, 0, 0]^T \\ k[0, 0, 0, \pm 1, 0, 0]^T \\ k[0, 0, 0, 0, \pm 1, 0]^T \\ k[0, 0, 0, 0, 0, \pm 1]^T \\ k\left[\pm \frac{1}{\sqrt{6}}, \pm \frac{1}{\sqrt{6}}, \pm \frac{1}{\sqrt{6}}, \pm \frac{1}{\sqrt{6}}, \pm \frac{1}{\sqrt{6}}, \pm \frac{1}{\sqrt{6}}\right]^T, \end{cases} \quad (3.8)$$

ここで  $k = 2\sqrt{3 - \sqrt{6}}$  ( $\approx 1.48$ ) である (付録 A.2 参照)。また、 $\mathbf{R}$  として式 (3.2) を用いる。各摩擦円錐は、それに内接する正 6 角錐により近似する ( $s = 6$ )。重力加速度の大きさは 9.8 とする。

### 3.6.1 平面上での押し操作

直方体対象物のグラスプレス・マニピュレーションを考える。直方体の大きさは  $2 \times 2 \times 1$ 、重心位置を  $[0, 0, 0]^T$  とする。また、この直方体の質量は  $1 (M_o = 1)$  で均質であるとし、 $\mathbf{Q}_{\text{known}} = [0, 0, -9.8, 0, 0, 0]^T$ 、 $\mathbf{J}_o = \text{diag}(5/12, 5/12, 2/3)$  である。対象物と環境の間、およびロボット指と対象物との摩擦係数は、ともに 0.2 とする。問題を簡単にするため、ロボット指はすべて位置制御されているものとする ( $\mathbf{C}_{\text{rob}} = \emptyset$ )。

Fig. 3.4 左のように対象物を 1 点 ( $[1, 0, 0]^T$  の位置) で押しして  $[-1, 0, 0]^T$  方向に並進させる場合、式 (3.5)~(3.7) の計算を行うと、操作の確実性の指標は 0 となる。すなわち、無限小の外乱力 (例えば  $[0, 1, 0, 0, 0, 0]^T$  方向) に対しても、対象物の運動は乱されてしまうため、この操作は不安定である。なお、対象物が静止しているときの指標の値は 1.3 と正になり、最も「弱い」方向は  $[0, \pm 1, 0, 0, 0, 0]^T$  となる。これは、滑りによる摩擦力の制約条件がなくなるため、底面での摩擦力が指の押す方向と垂直な方向にも発生可能になるためである。このことは、グラスプレス・マニピュレーションにおいて、操作中の対象物の安



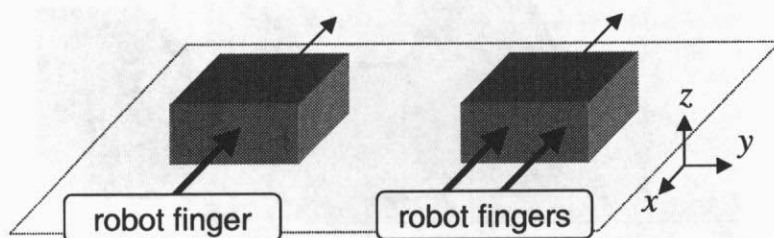


Fig. 3.4: Example: Pushing Cuboids

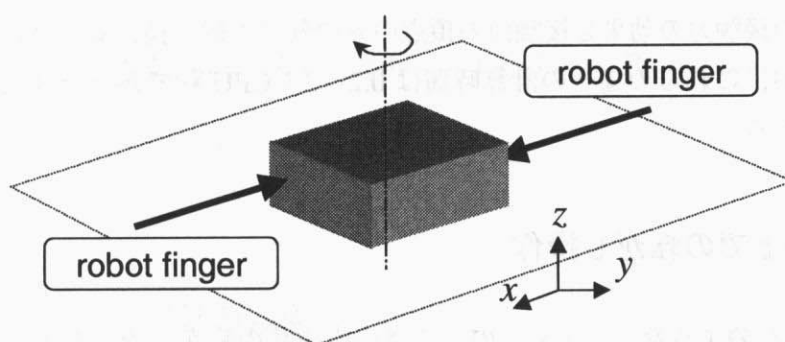


Fig. 3.5: Example: Rotating a Cuboid

定性を評価することが重要であることの一例となっている。

一方, Fig. 3.4 右のように2点 ( $[1, \pm 1/2, 0]^T$  の位置) で押して並進させる場合は, 式 (3.5) ~ (3.7) の計算を行うと, 指標の値は 0.23 となる. すなわち, ((3.1) 式の意味で) 0.23 までの大きさの外乱力に対しては, 接触力の変化によってそれをキャンセルすることが可能であり, 対象物の運動を保つことができる. これは, 線接触による位置制御 pusher による stable push [Lynch 1996b] に対応する. なお, このときも最も「弱い」方向は  $[0, \pm 1, 0, 0, 0, 0]^T$  である. また, 計算時間は 0.2 CPU 秒であった.

一方, Fig. 3.5 のように, 対象物を2点 ( $[\pm 1, \mp 1/2, 0]^T$ , 複号同順) で押して重心を通る鉛直軸周りに回転させる場合, 指標の値は 1.13, 最も「弱い」方向は  $[0, \pm 1, 0, 0, 0, 0]^T$  である. ただし, 対象物底面と環境との接触力集合を表現するために, 瞬時回転中心と, 接触底面の4頂点および周上のその他4点を代表点として用いた. この場合, 瞬時回転中心と接触底面の4頂点だけで計算したときの値は 1.08, 瞬時回転中心も除いて(接触底面の4頂点だけで) 計算したときは 0.70 と小さめになる. このことから, 回転を伴う接触面があ

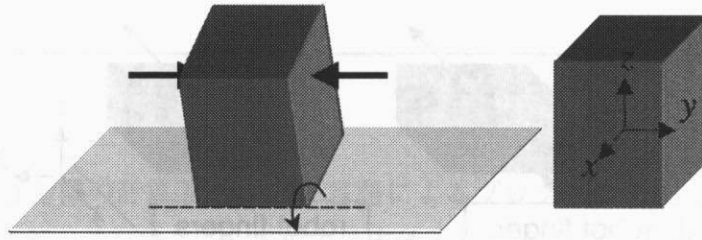


Fig. 3.6: Example: Tumbling a Cuboid

る場合は、その接触力の効果を接触面の頂点のみの効果で置き換えることは適切でないことが分かる。なお、これらの場合の計算時間は 0.2~2.1 CPU 秒であった（代表点の数が多いほど時間がかかる）。

### 3.6.2 平面上での転がし操作

次に、Fig. 3.6 のような  $1 \times 1 \times 2$  の大きさの直方体の転がし操作を考える。対象物の質量は 1 ( $M_o = 1$ ) で質量分布は均一とする。図中に示すような対象物座標系を設定し、その原点は対象物の質量中心とする。この場合、 $\mathbf{J}_o = \text{diag}(5/12, 5/12, 1/6)$  であり、対象物の傾き角が  $30[\text{deg}]$  のときなら、 $\mathbf{Q}_{\text{known}} = [4.9, 0, -8.5, 0, 0, 0]^T$  となる。対象物と環境の間、およびロボット指と対象物との摩擦係数は、ともに 0.2 とする。この直方体を  $[0, \pm 1/2, 1/2]^T$  の位置でつまんで動かすことを考える。左側の指を位置制御、右側の指を力制御することにし、力制御の指令力は  $[0, -f, 0]^T$  とする ( $\mathbf{C}_{\text{rob}} \mathbf{k}_{\text{rob}} = [0, -f, 0]^T$ )。

$f = 0$  のとき、すなわち実質的に左側の位置制御指だけで物体を操ろうとした場合は、式 (3.5)~(3.7) の計算で値を求めるのに失敗する。つまり、左側の指だけでは、つりあいが保てない（マニピュレーションを実現できない）ことがわかる。

一方、 $f = 2$  としたときは、式 (3.5)~(3.7) の計算を行うと、指標の値は 0.18 となった。すなわち、このように片方から押し付け力を加えた場合は、確実に転がし操作を行えることがわかる。また、このとき最も「弱い」方向は

$$\left[ -\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}} \right]^T$$

となり、計算時間は 0.2 CPU 秒であった。

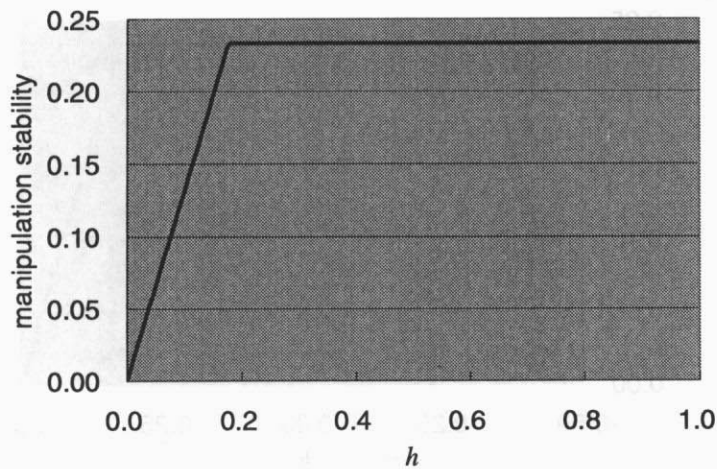


Fig. 3.7: Manipulation Stability of Two-Finger Pushing (1)

### 3.6.3 パラメータの変動の効果

ここでは、各種パラメータの変動によって、操作の確実性の指標値がどのように変化するかを、先ほどの Fig. 3.4 の押し操作を対象に見てみる。

いま、指位置を  $[1, \pm h, 0]^T$  とし、 $h$  を 0 から 1 まで変化させたときの操作の確実性の値を Fig. 3.7 に示す。 $h=0$  のときは、1 本指で対象物を押しているのと等価なので、操作の確実性はゼロになっている。その後、 $h$  が増えるにつれて操作の確実性も上がるが、 $h=0.18$  付近で頭打ちになる。これは、そのあたりで最も「弱い」方向が  $[0, \pm 1, 0, 0, 0, 0]^T$  方向に変わるが、 $h$  を増やしてもその方向の外乱力には効果がないためである。

続いて、指位置を  $[1, \pm 1/2 + h, 0]^T$  とし、 $h$  を  $-1/2$  から  $1/2$  まで変化させたとき、すなわち 2 本の指を水平方向に平行移動させたときの操作の確実性の値を Fig. 3.8 に示す。幾何学的対称性より、操作の確実性のグラフも  $h=0$  に関して対称となる。 $h=0$  に近いほど操作の確実性は大きくなるが、 $-0.32 < h < 0.32$  付近では頭打ちになる。これも、最も「弱い」方向が  $[0, \pm 1, 0, 0, 0, 0]^T$  方向となるため、 $h=0$  に近づけてもその方向の外乱力には効果がないためである。

次に、指位置を垂直方向にずらす場合を考える。指位置を  $[1, \pm 1/2, h]^T$  とした場合、および  $[1, \pm 1/2, \pm h]^T$  (複号同順) とした場合について、それぞれ  $h$  を  $-1/2$  から  $1/2$  まで変化させたときの操作の確実性の値は、どちらも同じく Fig. 3.9 のように一定値となる。これらの場合、最も「弱い」 $[0, \pm 1, 0, 0, 0, 0]^T$  方向の外乱力に対しては、 $h$  の値の変化は

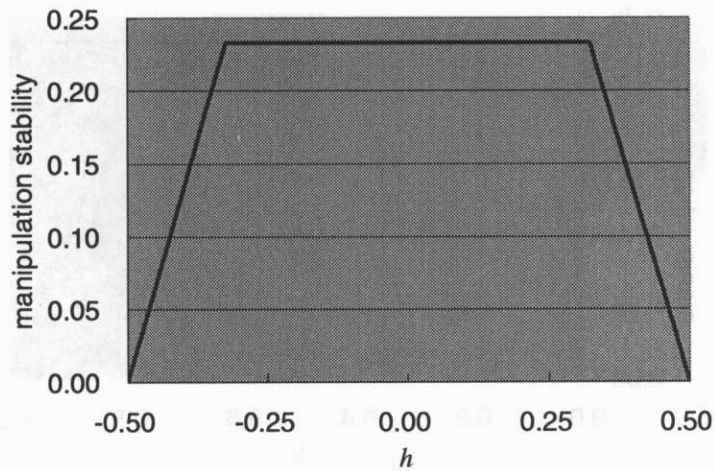


Fig. 3.8: Manipulation Stability of Two-Finger Pushing (2)

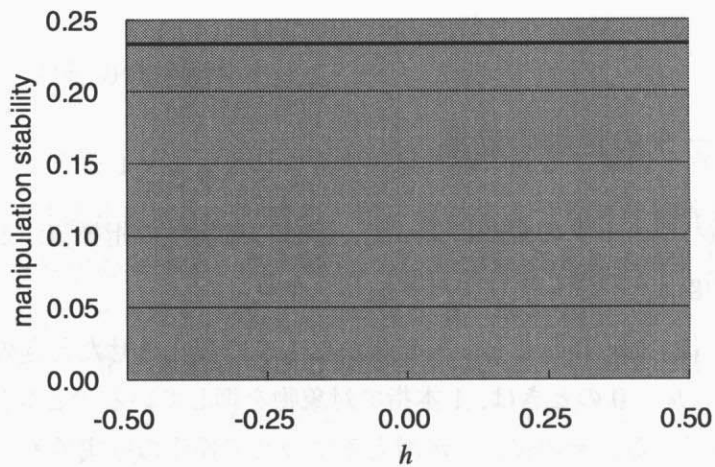


Fig. 3.9: Manipulation Stability of Two-Finger Pushing (3)

一切影響しないので、結果として  $h$  にかかわらず操作の確実性の値はまったく変わらない。

一方、指位置を  $[1, \pm 1/2, 0]^T$  に固定し、摩擦係数を変えてみる。対象物と環境の間、およびロボット指と対象物の間の摩擦係数をそれぞれ  $\mu_{\text{env}}, \mu_{\text{rob}}$  とし、 $\mu_{\text{env}} = 0.2$  として  $\mu_{\text{rob}}$  を 0 から 1 まで変化させたときの操作の確実性の値を Fig. 3.10 に示す。また、逆に、 $\mu_{\text{rob}} = 0.2$  として  $\mu_{\text{env}}$  を 0 から 1 まで変化させたときの操作の確実性の値を Fig. 3.11 に示す。どちらも摩擦係数が増えるにつれて操作の確実性は大きくなる。ただし、 $\mu_{\text{rob}}$  を増やした場合は、 $\mu_{\text{rob}} = 0.53$  付近で頭打ちとなる。これは、このあたりで最も「弱い」方向が、ロボット指から逃げる方向 ( $[-1/\sqrt{6}, 1/\sqrt{6}, 1/\sqrt{6}, -1/\sqrt{6}, -1/\sqrt{6}, -1/\sqrt{6}]^T$  方向) に

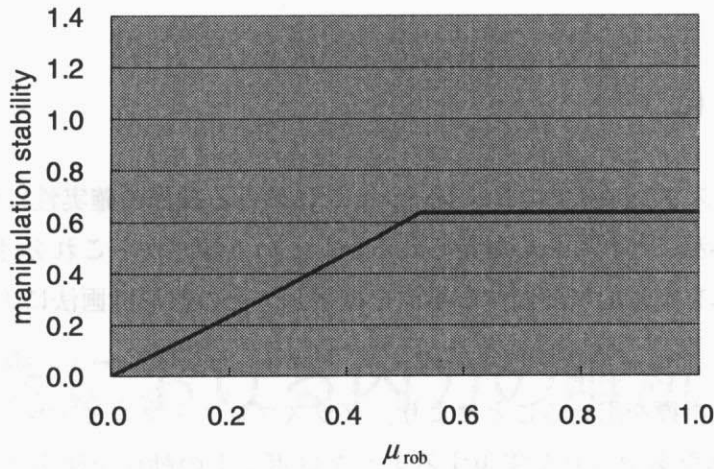


Fig. 3.10: Manipulation Stability of Two-Finger Pushing (4)

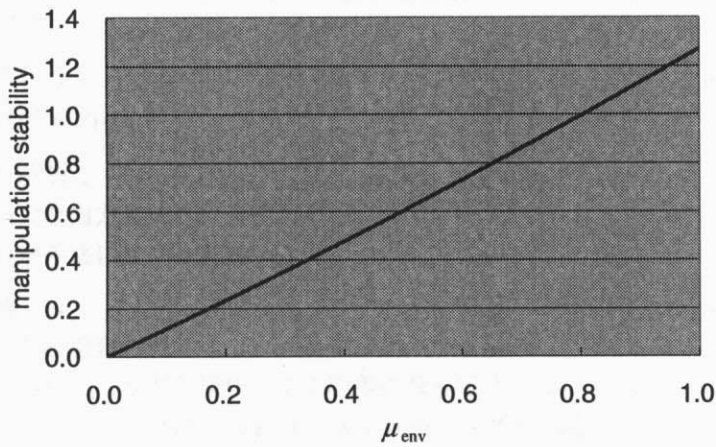


Fig. 3.11: Manipulation Stability of Two-Finger Pushing (5)

変わるため、ロボット指の摩擦を大きくしても効果がなくなるためである。なお、この数値例では指力の大きさに制限を設けていないが、発生可能な指力に上限値を設定した場合は、 $\mu_{\text{env}}$ が大きくなると、却って操作の確実性が減る（摩擦に打ち勝って物体を押すことが困難になる）場合もありうる。

以上の例からも、パラメータの連続的な変動に対しては、操作の確実性の指標値は連続的に変化することが確認できた。

### 3.7 おわりに

本章では、グラスプレス・マニピュレーションにおける操作の確実性について議論し、「操作中の対象物が外乱にどれくらい耐えられるか」という観点からこれを評価することを提案した。また、これを定量的に評価する指標を提案し、その線形計画法による（近似的な）計算法を与えた。

本章で提案した指標を用いることにより、グラスプレス・マニピュレーションの計画を行う際に、より確実なあやつりを実現するようなロボットの動作を決定することが可能になる。これについては、5章で取り扱う。

## 第 4 章

# 接触作業における内力の解析

---

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 4.1   | はじめに . . . . .                            | 62 |
| 4.2   | 従来研究 . . . . .                            | 63 |
| 4.3   | 力学解析上の仮定 . . . . .                        | 64 |
| 4.4   | 内力の解析 . . . . .                           | 65 |
| 4.4.1 | 過大な内力の発生可能性 . . . . .                     | 65 |
| 4.4.2 | 判定手法に対する考察 . . . . .                      | 67 |
| 4.5   | 数値例 . . . . .                             | 69 |
| 4.5.1 | 平面の場合の例 . . . . .                         | 69 |
| 4.5.2 | 応用例 1 : 転がし操作による段差の乗り越え . . . . .         | 70 |
| 4.5.3 | 応用例 2 : ペグ挿入における wedging 可能性の判定 . . . . . | 72 |
| 4.6   | おわりに . . . . .                            | 75 |

---

## 4.1 はじめに

グラスプレス・マニピュレーションのような接触作業において問題になることとして、環境との接触が存在するために、対象物に過大な内力がかかる可能性がある点が挙げられる (Fig. 4.1). グラスプレス・マニピュレーションでは、平面上での **pushing** のように、位置制御ロボットによって簡便に接触作業を実行可能な場合が存在することが一つの利点であるが、位置制御されたロボットを用いる場合には、過大な内力が発生しうるか否かを事前に判定し回避することが重要となる。また、ベグ挿入など **wedging** が発生する恐れのある作業の実行においても、過大な内力の発生に関する注意が必要である。

本章では、グラスプレス・マニピュレーションを含む接触作業において、対象物に過大な内力が発生する可能性を判定する方法について調べる。

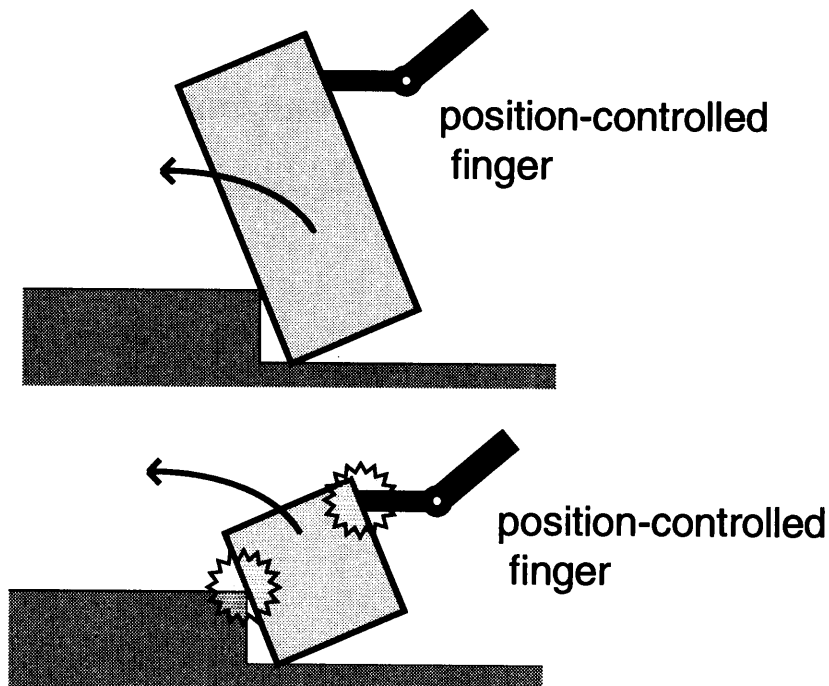


Fig. 4.1: Excessive Internal Force in Grasplless Manipulation



## 4.2 従来研究

フィクスチャリングの解析において、Asada らは *bilateral constraints* の概念を導入した [Asada 1985]。これは、摩擦のない場合に対象物に過大な内力が発生する可能性を表す条件となっている。なぜなら、*bilateral constraints* の存在する方向には、任意の大きさの向かい合う接触力が発生する可能性があるためである。また、相山はグラスプレス・マニピュレーションについて、「可動空間がボリュームを持たないこと」を過大な内力が発生しない条件としている [相山 1995] が、これは *bilateral constraints* が存在することと等価である。さらに、平井はこれを凸多面錐理論に基づいて判定するアルゴリズムを示している [平井 1999]。また Trinkle はやはり摩擦のない場合について、過大な内力の発生する可能性のあるつりあい状態を *strong force closure* と定義し、線形計画法でこれを判定する手法を提案した [Trinkle 1992]。

本章では、摩擦のある場合にも同様の判定を行う手法を提案し、グラスプレス・マニピュレーションにおける利用例を示す。また、この手法は、Whitney が丸棒丸穴の挿入について求めた *wedging* の条件 [Whitney 1982] を、その他の一般的な接触状態について導くための手段としても用いることができるため、それについても触れる。

### 4.3 力学解析上の仮定

過大な内力の発生可能性の解析を行うにあたり、ロボット指によるグラスプレス・マニピュレーションを想定し (Fig. 4.2), 以下の仮定をおく。

- 対象物, ロボットの指先, 環境は剛体である。
- マニピュレーションは準静的に行われる。
- クーロン摩擦が, 対象物と環境の間, および対象物とロボット指の間に存在する。
- 摩擦円錐は凸多面錐 [平井 1999] によって近似できる。
- ロボット指は対象物と摩擦あり点接触する。
- すべての接触は複数の点接触で近似できる (2.3 節参照)。
- 対象物は三次元空間内の多面体である。
- 位置制御されているロボット指は十分剛性が高く, 環境と同等と見なせる。
- 対象物と環境もしくは位置制御されているロボットとの間の接触は, 辺接触や面接触であっても良いが, 接触面は多角形で近似できる。
- 対象物とロボットおよび環境との間の同一接触面 (辺) での摩擦係数は一様である。

下線部は 2.3 節における仮定に加えて新たに導入したものである。記号等は 2.3 節で定義されたものを用いる。

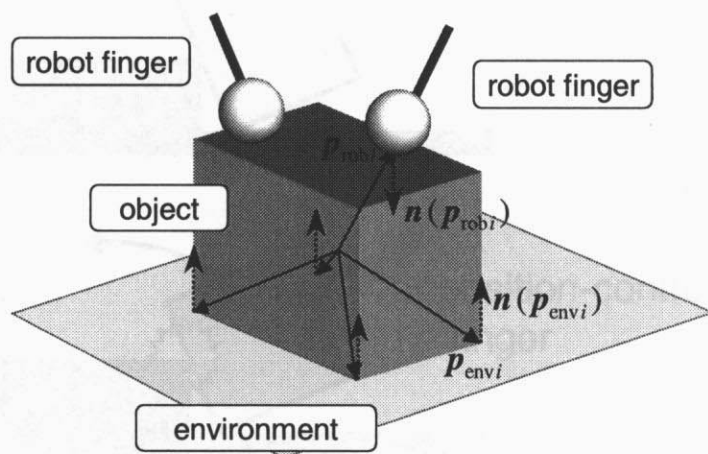


Fig. 4.2: Object in Graspless Manipulation

## 4.4 内力の解析

### 4.4.1 過大な内力の発生可能性

ロボットによる接触作業においては、対象物に過大な内力を発生してしまう可能性があり、これを回避する必要がある。ここで剛体モデルの下での「過大な内力が発生する」条件を、「無限大の内力がはたらいても、その内力の方向に関しての力・モーメントのつりあいが保たれる」条件、と定義する。ただし、過大な内力が発生するような状況では内力は不静定になるので、以下に求める条件はあくまで必要条件であることに注意されたい。

上記の定義では、過大な内力の発生可能性は、無限大の接触力を発生しうる接触のみにより決まることがわかる。したがって、環境およびそれと等価なものとの接触、そして不完全な接触 ( $\mathbf{J}(\mathbf{p})$  がフルランクにならない接触 [張 1996]) の一部について考えればよい。

$\text{rank } \mathbf{J}(\mathbf{p}) = 2$  の不完全な接触の場合、接触力と関節トルクの関係式

$$\boldsymbol{\tau}(\mathbf{p}) = \mathbf{J}(\mathbf{p})^T \mathbf{f} \quad (4.1)$$

を満たす解  $\mathbf{f}$  は直線となる。この直線と、対応する接触点での摩擦円錐との交わりは、半直線あるいは線分となる。線分の場合は接触力は有限であるので無視できる。半直線の場合は、その単位方向ベクトルを  $\tilde{\mathbf{c}}_1(\mathbf{p})$  とすると、その方向の力は  $\text{span}\{\tilde{\mathbf{c}}_1(\mathbf{p})\}$  で表せる (Fig. 4.3(a))。  $\text{rank } \mathbf{J}(\mathbf{p}) = 1$  の不完全な接触の場合、(4.1) 式を満たす解  $\mathbf{f}$  は平面となり、摩擦円錐との交わりは円錐曲線 (楕円, 放物線, 双曲線) で囲まれた領域となる。楕円の場合はやはり接触力が有限であるので無視できる。放物線の場合はその単位軸ベクトルを  $\tilde{\mathbf{c}}_1(\mathbf{p})$  とおくと、その方向の力は  $\text{span}\{\tilde{\mathbf{c}}_1(\mathbf{p})\}$  と表せる。双曲線の場合は、その単位漸近線ベクトルを  $\tilde{\mathbf{c}}_1(\mathbf{p}), \tilde{\mathbf{c}}_2(\mathbf{p})$  で表すと、その方向の力は、  $\text{span}\{\tilde{\mathbf{c}}_1(\mathbf{p}), \tilde{\mathbf{c}}_2(\mathbf{p})\}$  で表せる (Fig. 4.3(b))。

いま、環境およびそれと等価なものとの接触点の集合を  $\mathbf{C}_{\text{env}}$ 、不完全な接触のうち、可能な接触力が半直線で表される接触点の集合を  $\mathbf{C}_{\text{line}}$ 、放物線で表される接触点の集合を  $\mathbf{C}_{\text{para}}$ 、双曲線で表される接触点の集合を  $\mathbf{C}_{\text{hyper}}$  とする。  $\mathbf{C}_{\text{env}} \cup \mathbf{C}_{\text{line}} \cup \mathbf{C}_{\text{para}} \cup \mathbf{C}_{\text{hyper}}$  に含まれている接触点を  $\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{m_\infty}$  として、ここで、次のような行列  $\mathbf{W}$ ・行列  $\mathbf{C}$  を定義する。

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \dots & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{p}_1 \times \mathbf{I}_3 & \dots & \mathbf{p}_{m_\infty} \times \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 3m_\infty} \quad (4.2)$$

$$\mathbf{C} = \text{diag}(\mathbf{C}_1, \dots, \mathbf{C}_{m_\infty}) \quad (4.3)$$

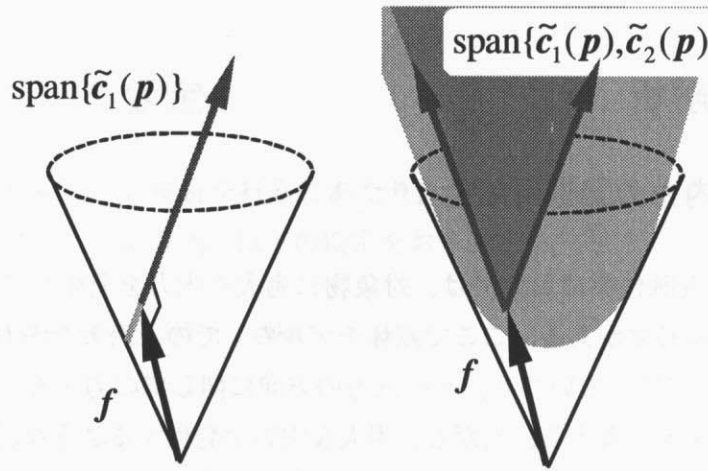


Fig. 4.3: Contact Forces at Defective Contacts

$$C_i = \begin{cases} [c_1(\mathbf{p}_i) \dots c_s(\mathbf{p}_i)] \in \mathfrak{R}^{3 \times s} & (\mathbf{p}_i \in C_{\text{env}} \text{ のとき}) \\ [\tilde{c}_1(\mathbf{p}_i) \tilde{c}_2(\mathbf{p}_i)] \in \mathfrak{R}^{3 \times 2} & (\mathbf{p}_i \in C_{\text{hyper}} \text{ のとき}) \\ [\tilde{c}_1(\mathbf{p}_i)] \in \mathfrak{R}^{3 \times 1} & (\mathbf{p}_i \in C_{\text{line}} \cup C_{\text{para}} \text{ のとき}) \end{cases} \quad (4.4)$$

これらの無限大の力を発生可能な接触によって対象物に加わる合力・合モーメントは  $WC\mathbf{k}$  (ただし  $\mathbf{k} \geq 0$ ) と表され, これは原点を頂点とする, 一般化力空間内の凸多面錐 [平井 1999] を形成する.

このとき, 物体に過大な内力が発生するための必要条件は, 以下のように書ける.

$$\exists \mathbf{Q} (\neq \mathbf{0}) \forall t (\in \mathfrak{R}) \exists \mathbf{k} (\geq 0) \text{ such that } t\mathbf{Q} = WC\mathbf{k} \quad (4.5)$$

これは, ある力  $\mathbf{Q}$  の方向には, 受動的な接触力によって, 正負両方向に任意の大きさの力を発生できる, ということである. このとき,  $\mathbf{Q}$  の方向ではどんな外力もこの接触力によってキャンセルされ, かつその接触力はいくらでも大きくなりうる. つまり, 過大な内力が生じる恐れがある. このとき対象物にはたらく力・モーメントは, この内力の方向以外ではつりあっているとは限らないことに注意されたい. Trinkle の strong force closure の条件 [Trinkle 1992] ではつりあい方程式を含めており, 本章の定式化とはこの点でも異なる.

ここで, (4.5) 式は次の式と同値である.

$$\exists \mathbf{k} \geq 0 (\text{ただし } \mathbf{k} \neq 0) \text{ such that } WC\mathbf{k} = \mathbf{0} \quad (4.6)$$

証明. (4.5) 式が成り立てば,

$$\begin{cases} t\mathbf{Q} = WC\mathbf{k}_A \\ -t\mathbf{Q} = WC\mathbf{k}_B \end{cases} \quad (4.7)$$

となる  $\mathbf{k}_A, \mathbf{k}_B \geq \mathbf{0}$  が存在する。したがって、 $\mathbf{WC}(\mathbf{k}_A + \mathbf{k}_B) = \mathbf{0}$  となり、 $\mathbf{k}_A + \mathbf{k}_B \geq \mathbf{0}$  なので (4.6) 式が成り立つ。

一方 (4.6) 式が成り立つならば、そのときの  $\mathbf{k}$  を

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_C + \mathbf{k}_D \quad (4.8)$$

とおく。ただし、 $\mathbf{k}_C$  は  $\mathbf{k}$  の要素のうち正のもの1つをそのままにして残りをゼロにしたベクトル、逆に  $\mathbf{k}_D$  はその正の要素のところだけをゼロにして残りをそのままにしたベクトルである。ここで、 $\mathbf{WC}(\mathbf{k}_C + \mathbf{k}_D) = \mathbf{0}$  より

$$\begin{cases} Q' = \mathbf{WCk}_C \\ -Q' = \mathbf{WCk}_D \end{cases} \quad (4.9)$$

と書ける。 $\mathbf{WC}$  は接触力を対象物座標系の基準点に関する力・モーメントに変換する行列であるから、ある1つの方向のゼロでない接触力による一般化力  $\mathbf{WCk}_C$  は決してゼロベクトルにはならない。したがって、 $Q' \neq 0$  である。

よって、任意の非負実数  $t$  に対して

$$\begin{cases} tQ' = \mathbf{WC}(t\mathbf{k}_C) \\ -tQ' = \mathbf{WC}(t\mathbf{k}_D) \end{cases} \quad (4.10)$$

が成り立ち、 $t\mathbf{k}_C \geq \mathbf{0}, t\mathbf{k}_D \geq \mathbf{0}$  であることから、(4.5) 式が成り立つことが分かる。□

そこで、次のような線形計画問題を考える。

$$\begin{aligned} & \text{maximize } \mathbf{1}^T \mathbf{k} & (4.11) \\ & \text{subject to } \begin{cases} \mathbf{WCk} = \mathbf{0} \\ \mathbf{k} \geq \mathbf{0} \end{cases} \end{aligned}$$

ただし  $\mathbf{1} := [1, \dots, 1]^T$  である。(4.6) 式が成り立つとき、(4.11) の結果は  $\mathbf{1}^T \mathbf{k} \rightarrow \infty$  となり、成り立たないときは  $\mathbf{1}^T \mathbf{k} = 0$  である。また、(4.11) がそれ以外の結果になることはありえない。したがって、 $\mathbf{k} = \mathbf{0}$  を初期実行可能解として (4.11) の線形計画問題 (シンプレックス法のフェーズ II) を解くことで、過大な内力の発生可能性を判定できることになる。

#### 4.4.2 判定手法に対する考察

まず、前節で提案した、過大な内力の判定手法の計算量について考える。シンプレックス法の繰り返しの回数は、実際的には制約行列の行数に対しほぼ線形に増加するとされている [伊理 1995]。また、各繰り返しにおける演算の量は、制約行列の行数と列数の積に比例

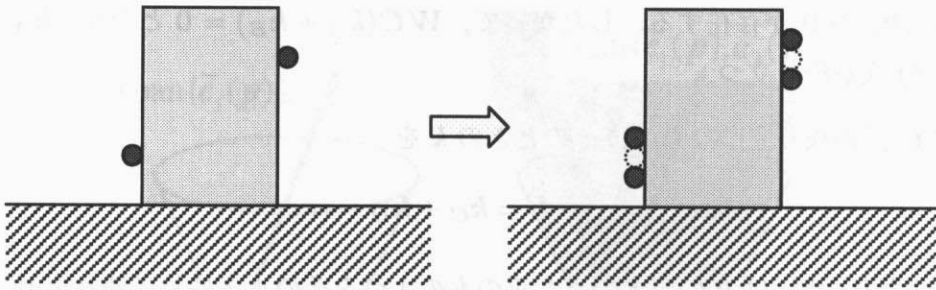


Fig. 4.4: Virtual Fingers for Internal Force Analysis

する。問題(4.11)の制約行列  $WC$  のサイズは、接触点の数を  $m$  として最大で  $6 \times ms$  であるため、このアルゴリズムの計算量は  $O(6) \times O(6ms) = O(ms)$  程度と見積もられる。

次に、この判定に関するパラメータの不確実性の影響について考える。この判定手法は、過大な内力の発生可能性を Yes/No の二値で与えるものである。したがって、パラメータが変動すると、あるところで判定結果が突然変わることは原理的に避けられない。そこで、パラメータに不確実性が存在する実環境への適用に際しては、対象物に過大な内力がかかることを避けるための安全策として、式(4.11)を適用する際に以下のような措置をとることが考えられる。

- 摩擦係数を大きめに見積もっておく。
- 一つの点接触を複数点の接触に置き換える。

前者は、摩擦が大きければ大きいほど、過大な内力の発生の危険性が増すことを利用した対処である。後者は、実際のマニピュレーションにおける（例えば指配置の）位置誤差を考慮に入れて、ずれた位置に複数の仮想指があると見なしてしまう (Fig. 4.4)，というものである。もちろんこれらの措置は、式(4.11)の判定を行うときだけに適用する。

なお、ここでの過大な内力の発生可能性の条件の導出は、「各接触点において可能な接触力の任意の組み合わせが起こりうる」という前提で行った。しかし、これは必ずしも成立しないことが指摘されており [小俣 1995, 余 2000, 小俣 2001]，したがって、本章で求めた条件はこの意味でも必要条件（過大な内力が発生する恐れのない場合でも、過大な内力が発生する可能性があるとは判断してしまう場合がある）になっている。

## 4.5 数値例

### 4.5.1 平面の場合の例

ここでは以上の議論を平面の場合に適用し、数値例を示す。Fig. 4.5 は対象物が平面内の正方形の場合の例で、環境と2点で、力制御されたロボットと1点で接触している。正方形の図心を基準点として、接触点の位置を

$$\mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{p}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{p}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

摩擦円錐のエッジを表す単位ベクトルを

$$\mathbf{c}_{11} = \frac{1}{\sqrt{17}} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{c}_{12} = \frac{1}{\sqrt{17}} \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{c}_{21} = \frac{1}{\sqrt{17}} \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{c}_{22} = \frac{1}{\sqrt{17}} \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{c}_{31} = \frac{1}{\sqrt{17}} \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{c}_{32} = \frac{1}{\sqrt{17}} \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \end{bmatrix}$$

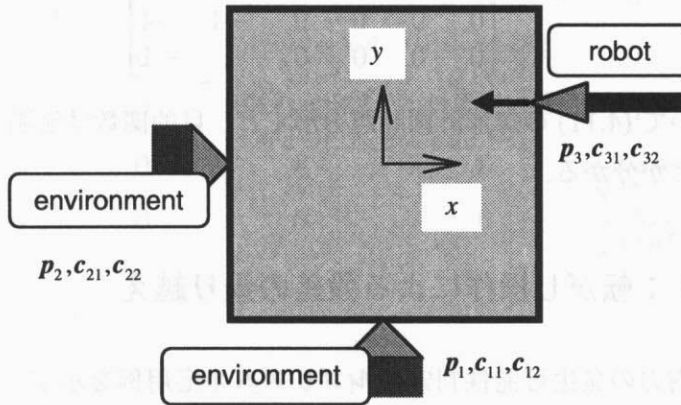


Fig. 4.5: A Planar Example for Analysis of Internal Force

とする。また、各接触点での摩擦係数は 0.25 であるとする。ロボットと対象物の接触は不完全ではないとすると、

$$W = \begin{bmatrix} I_2 & I_2 \\ p_1 \times I_2 & p_2 \times I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$C = \text{diag}([c_{11} \quad c_{12}] [c_{21} \quad c_{22}]) = \frac{1}{\sqrt{17}} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

となる。これについて (4.11) の線形計画問題を解くと、目的関数の最大値はゼロであり、過大な内力は発生しないことが分かる。しかし、ロボットが力制御ではなく位置制御されているとすると、

$$W = \begin{bmatrix} I_2 & I_2 & I_2 \\ p_1 \times I_2 & p_2 \times I_2 & p_3 \times I_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \text{diag}([c_{11} \quad c_{12}], [c_{21} \quad c_{22}], [c_{31} \quad c_{32}])$$

$$= \frac{1}{\sqrt{17}} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

となる。これについて (4.11) の線形計画問題を解くと、目的関数は無限大となり、過大な内力が発生しうることが分かる。

#### 4.5.2 応用例 1：転がし操作による段差の乗り越え

提案した過大な内力の発生可能性判定アルゴリズムの応用例を示す。Fig. 4.6 は、転がし操作による長方形対象物の段差乗り越え作業を表しているが、位置制御ロボットを用いた場合、段差の高さ、摩擦係数、対象物のアスペクト比によっては、過大な内力が発生する恐れがあり、乗り越えが不可能になる。この場合各パラメータと過大な内力の発生可能性の間には単調性があり、段差が高いほど、摩擦係数が大きいほど、そして対象物が平たいほど、過大な内力の発生可能性が大きくなる。したがって、提案手法を繰り返し適用すれば、任意の精度で、安全（過大な内力は決して発生しない）／危険（過大な内力の発生の恐れあり）の境界を求めることができる。



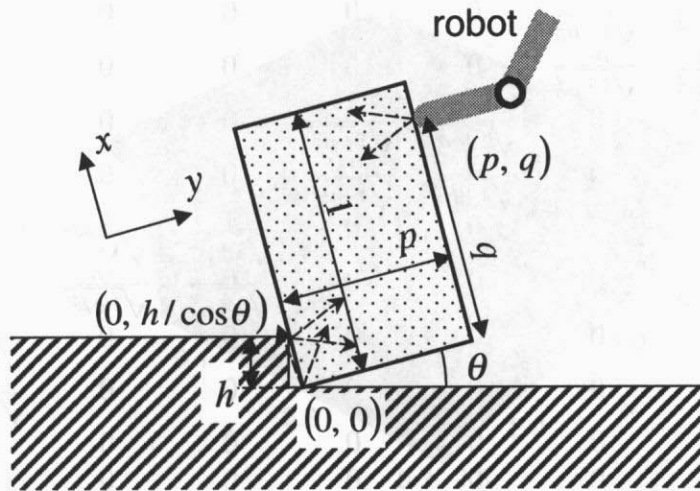


Fig. 4.6: Getting Over a Step by Tumbling

Fig. 4.6 の場合、対象物の傾き  $\theta > 0$  のとき、

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -q & p & 0 & 0 & -h/\cos\theta & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{\sqrt{1+\mu_0^2}} & \frac{-1}{\sqrt{1+\mu_0^2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\mu_0}{\sqrt{1+\mu_0^2}} & \frac{\mu_0}{\sqrt{1+\mu_0^2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-\mu \cos\theta + \sin\theta}{\sqrt{1+\mu^2}} & \frac{\mu \cos\theta + \sin\theta}{\sqrt{1+\mu^2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\cos\theta + \mu \sin\theta}{\sqrt{1+\mu^2}} & \frac{\cos\theta - \mu \sin\theta}{\sqrt{1+\mu^2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}} & \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} & \frac{-\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} \end{bmatrix}$$

$\theta = 0$  のとき

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -q & p & 0 & 0 & -h & 0 & 0 & p & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix}
 \frac{-1}{\sqrt{1+\mu_0^2}} & \frac{-1}{\sqrt{1+\mu_0^2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{-\mu_0}{\sqrt{1+\mu_0^2}} & \frac{\mu_0}{\sqrt{1+\mu_0^2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{-\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} & \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}} & \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}} & \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} & \frac{-\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} & \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}} & \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}} & \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}} & & & & & & \\
 \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} & \frac{-\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} & & & & & & 
 \end{bmatrix}$$

となる。ここで、 $\mu$  は対象物と環境の間の摩擦係数、 $p$  は対象物の縦の長さを1としたときの横の長さ、 $h$  は段差の高さである。また、ロボットと対象物の間の接触点位置の底面からの高さを  $q$ 、そこでの摩擦係数を  $\mu_0$  とする。

$\mu_0 = 0.25, q = 0.95$  の場合について、 $\mu, \theta$  を変化させて繰り返し (4.11) による判定を行い、実際に境界を計算したのが Fig. 4.7 である。3次元グラフ内の面が、過大な内力の発生の境界面となる。摩擦係数  $\mu$  が境界面より下にあれば、過大な内力は決して発生しない。しかし、境界面より上であれば、過大な内力の発生の危険がある。このようなグラフをあらかじめ作っておくことにより、安全に転がし操作ができるかどうかを判断することができる。この手法は、位置制御マニピュレータによる転がし操作 [Aiyama 1997] の実現にも応用されている。

### 4.5.3 応用例2：ペグ挿入における wedging 可能性の判定

Fig. 4.8 のように、径1の丸穴に、径  $(1 - c)$  の丸棒を挿入する場合の wedging の可能性判定について考える。丸棒丸穴の挿入では、接触点が2点のみになるので、平面的な解析を

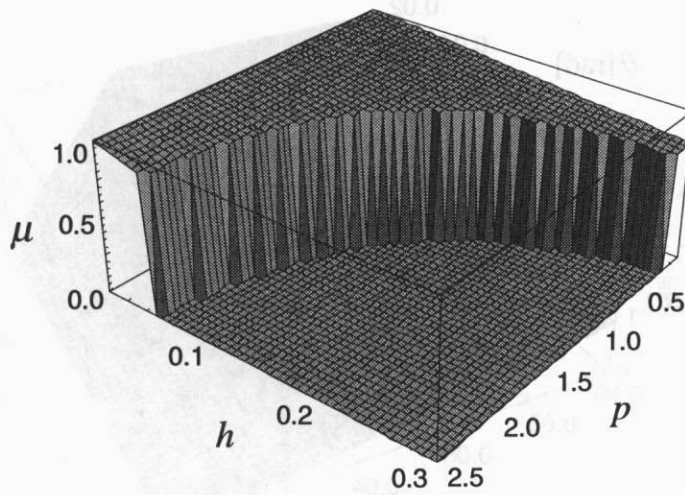


Fig. 4.7: Boundary of the Possibility of Excessive Internal Force

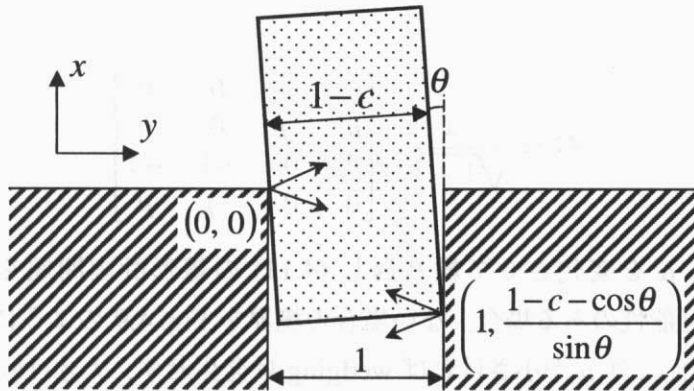


Fig. 4.8: Peg-in-Hole

行えばよい。丸棒の傾き角を  $\theta$ ，接触点での摩擦係数を  $\mu$  とすると， $\theta \ll 1, c \ll 1$  という条件の下で Whitney が求めた wedging が起こりうる境界の条件 [Whitney 1982] は，

$$\mu = c/\theta \tag{4.12}$$

と表せる。これはペグへの過大な内力の発生可能性を表す条件と見ることができるので，提案手法によっても同じ条件を導くことが可能である。いま，

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{1-c-\cos\theta}{\sin\theta} & 1 \end{bmatrix}$$

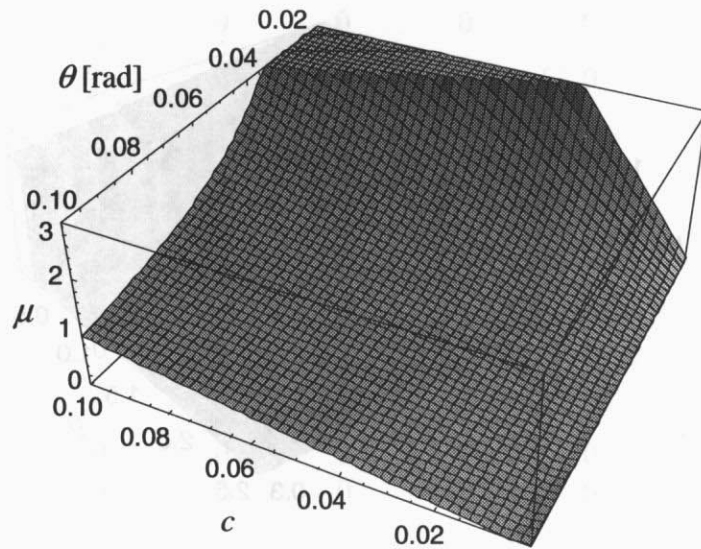


Fig. 4.9: Boundary of the Possibility of Wedging

$$C = \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ \mu & -\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -\mu & \mu \end{bmatrix}$$

であることから、 $\mu$  を変化させて繰り返し (4.11) の線形計画問題を解くことにより、wedging が生じる可能性のある場合、ない場合の境界を Fig. 4.9 のように求めることができる。Fig. 4.9 の境界面より  $\mu$  が小さければ wedging は発生せず、大きければ wedging の発生の恐れがあることになる。Fig. 4.9 の境界面は、 $\theta \ll 1, c \ll 1$  の近似が入っていないことを除けば (4.12) 式と一致する。同様に、丸棒丸穴の挿入以外の wedging の条件も求めることができる。

## 4.6 おわりに

本章では、ロボットによる接触作業における操作対象物について、過大な内力の発生可能性を判定するための、線形計画法を用いたアルゴリズムを提案した。また、数値例により、この手法がガラスプレス・マニピュレーションにおける内力の問題やペグ挿入における **wedging** の問題を扱えることを示した。

本章までの力学解析の結果を用いて、以降の章ではガラスプレス・マニピュレーションを計画するための方法を提案する。