

砂のランダム繰返し入力に対する応力～歪関係 のモデル化について (1)

Stress-Strain Relation of Sand for Irregular Cyclic Excitation (1)

龍岡 文夫*・福島 伸二*
Fumio TATSUOKA and Shinji FUKUSHIMA

1. まえがき

土の応力～歪関係の非線形を考慮したランダム入力に対する地盤、土構造物の地震時応答解析法としては等価線型化法、逐次積分法の二つがある。等価線型化法は土を同じ剛性と履歴減衰をもつ線型モデルでおきかえ、周波数領域で応答計算をするものである。計算に必要な情報としてはせん断剛性率 G の歪依存性と履歴減衰係数あるいは減衰比 h の歪依存性がある。実際の計算では、まず、ある小さな歪 γ に対する G と h を用いて応答計算を行う。この計算中は G と h は時間に対して一定である。計算結果として得られた最大の歪の何割か (たとえば 60%) に相当する歪に相当する G と h を前もって与えた G 、 h の歪との関係から求める。両者の差がある程度以下になるまでこのようにして求めた G と h を用いて繰返し計算を行う。この計算法に応じた等価せん断剛性率 G および履歴減衰係数を求めるための土質試験は、かなり行われてきた¹⁾²⁾。たとえば Fig. 1 は、中空ねじり試験で求めた砂の G の歪依存性を求めた結果例である¹⁾。この土質実験においては、ある歪振幅、あるいは

はある応力振幅の定常な繰返し载荷に対するある応力と歪の応答を記録して、Fig. 2 のようにして G 、 h を求め、 G と h の γ に対する変化を求めるものである。この計算方法は計算時間が少なく、かつ、大体において土の非線形性を表現しており、最大加速度、最大応力計算については、大体正しい方法であると言われている。しかしこの計算方法では G 、 h の時間的変化を考慮に入れていないという欠点があるので、たとえば液状化過程のように G と h が時間的に著しく変化する場合に

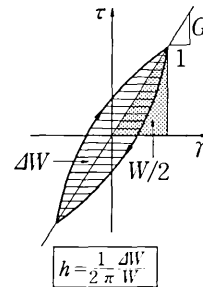


Fig. 2 等価せん断剛性率 G と履歴減衰係数 h の定義

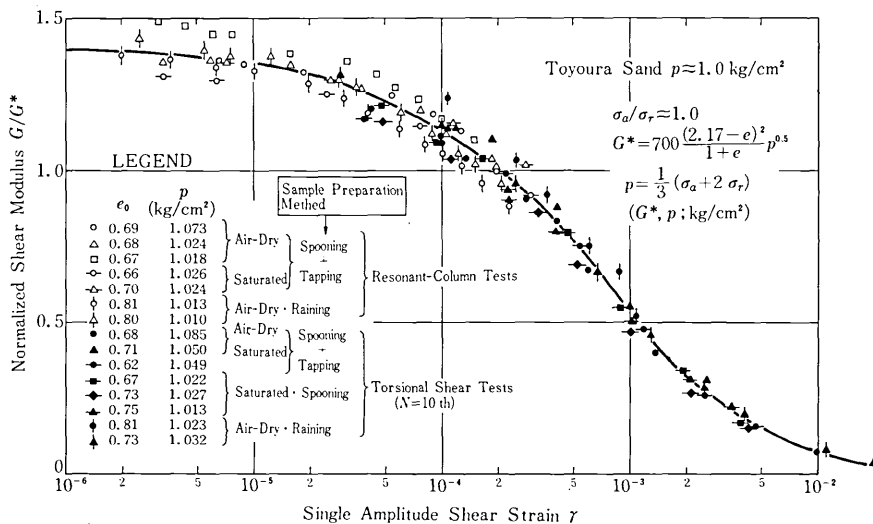


Fig. 1 等価せん断剛性率 G の歪依存性の測定例³⁾ (供試体寸法・応力状態については Fig. 7 参照)

* 東京大学生産技術研究所 第 5 部

解析にはこの方法を用いることは適切でない。

一方、逐次積分法は応力と歪履歴を時間的に逐次追跡してゆくもので、計算に必要な情報としてはランダムな繰返し応力履歴が与えられた時に、それに応じたランダムな歪の履歴を与えることのできる土の応力～歪の力学モデルである。これに応じた土質実験は非常に煩雑になり一般には行われていない。

ここでは等価線型化法のための土質実験によってこれまでに得られた結果を利用し、このような土の力学モデルを検討する。特に、Ramberg-Osgood モデル (以下 R-Oモデル)³⁾、Hardin-Drnevich モデル (以下 H-Dモデル)^{4) 5)}の2者について検討し、そのモデルでのパラメーターの決定法を示し、両モデルの比較および具体的な利用法について紹介する。

2. 一般モデル

せん断変形を考えた時、ランダム繰返し入力に対する土の応力～歪モデルは一般に骨格曲線 (Skelton Curve) と履歴曲線 (hysteresis curve) で構成されている (Fig. 3)。この履歴曲線は骨格曲線を、 τ , r 両軸に対して2倍に引き伸ばした曲線である。Fig. 3の履歴曲線 I, II は原点に対して対称であり、折り返し点 (τ_0, r_0) と $(-\tau_0, -r_0)$ の位置によって、その大きさが異なってくる。したがって、ランダムなせん断応力履歴に対して、 $\tau \sim r$ の履歴曲線が描けるためには個々の履歴曲線を乗り移る法則が必要である。これについては後に述べる。

2-1. 修正 Ramberg-Osgood モデル

このモデルの骨格曲線の一般式は

$$r = C_1 \tau (1 + C_2 |\tau|^p) \tag{1}$$

で表せる。 β は奇数である必要はない^{5) 6)}。ここでは、このように原モデルを修正しているのので、以下、修正 R-Oモデルと呼ぶことにする。Fig. 2で定義してある割

線剛性率 G は Fig. 3 の点 (τ_0, r_0) に対しては(1)式から

$$G = \frac{r_0}{\tau_0} = \frac{1}{C_1 \{1 + C_2 |\tau_0|^p\}} \tag{2}$$

となる。 $\tau_0 = 0$ の時の G を G_{max} とすれば、(2)式から、 $C_1 = 1/G_{max}$ となる。したがって、(1)式は

$$r = \frac{\tau}{G_{max}} (1 + C_2 |\tau|^p) \tag{3}$$

となる。一方、任意の点 (τ^*, r^*) を通過する履歴曲線は(3)式の曲線の原点を (τ^*, r^*) に移動し、かつ、 τ , r 両軸方向に曲線を2倍に引き伸ばして得られるから、次式で表せられることになる。

$$\frac{r-r^*}{2} = \frac{\tau-\tau^*}{2G_{max}} \left(1 + C_2 \left| \frac{\tau-\tau^*}{2} \right|^p \right) \tag{4}$$

Fig. 3のIとIIの曲線は(4)式においてそれぞれ、 $(\tau^* = \tau_0, r^* = r_0)$ および $(\tau^* = -\tau_0, r^* = -r_0)$ とすることによって得られる。Fig. 3の履歴曲線から、Fig. 2で定義する履歴減衰係数 h を計算すると次のようになる。

$$h = \frac{\Delta W}{2\pi W} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\beta}{\beta+2} \cdot \frac{C_2 \tau_0^p}{1 + C_2 \tau_0^p} \tag{5}$$

一方、(3)式から

$$C_2 \tau_0^p = \frac{G_{max}}{G} - 1 \tag{6}$$

これを(5)式に代入すると

$$h = \frac{2}{\pi} \frac{\beta}{\beta+2} \left(1 - \frac{G}{G_{max}} \right) \tag{7}$$

$G=0$ の時、すなわち $r_0 \rightarrow \infty$ の時の h を h_{max} とすれば

$$h_{max} = \frac{2}{\pi} \frac{\beta}{\beta+2} \quad \text{又は} \quad \beta = \frac{2\pi h_{max}}{2 - \pi h_{max}} \tag{8}$$

したがって、

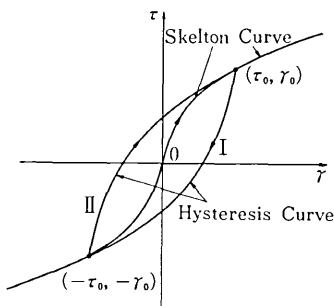


Fig. 3 骨格曲線と履歴曲線の説明

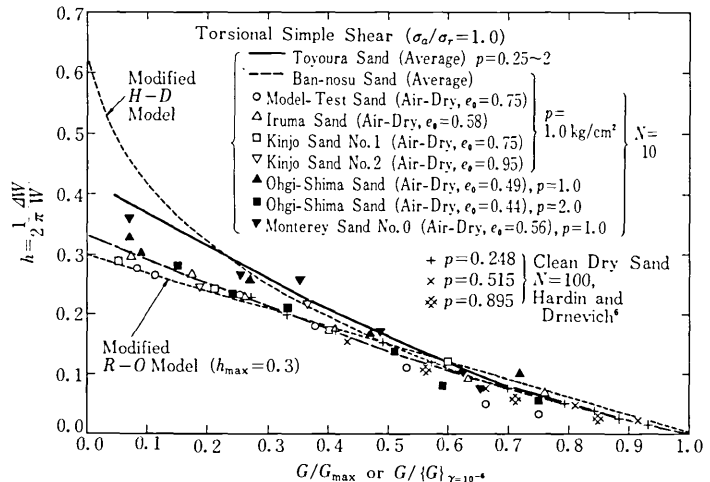


Fig. 4 モデルによる理論曲線と実測値の比較 (N: 繰返し回数)

研究速報

$$h = h_{\max} \left(1 - \frac{G}{G_{\max}} \right) \quad (9)$$

Fig. 4は、 $G/\{G\}_{\tau=10^{-6}}$ ($\{G\}_{\tau=10^{-6}}$ は $\tau=10^{-6}$ の時の G の意味で G_{\max} と考えてよい。)と h の関係の実測例である²⁾。これによると h と G/G_{\max} には、ほぼ直線関係がある。また、この関係は拘束圧、砂の間隙比等によらないから普遍的なものである²⁾。したがって、(9)式は砂の減衰特性をほぼ近似していると考えられる。 h_{\max} を定めれば(8)式から β が求まる。一方、Tatsuoka et al²⁾によると、砂の平均主応力 p の時の G と $\tau=10^{-6}$ の時の $G = \{G\}_{\tau=10^{-6}} \approx G_{\max}$ の比 $[\{G/\{G\}_{\tau=10^{-6}}\}]_p$ はFig 5に示す方法で求められる。図に示す曲線は、数多くの砂に対する実験から求められたものである。 $G/\{G\}_{\tau=10^{-6}}$ が1/2になる時の $\tau = \tau_{0.5}$ はこのグラフに示す式から求めると、

$$\left. \begin{aligned} p \leq 1.0 \text{ kgf/cm}^2 \text{ に対して, } \tau_{0.5} &= 4.2 \times p^{0.45} \times 10^{-4} \\ p \geq 1.0 \text{ kgf/cm}^2 \text{ に対して, } \tau_{0.5} &= 5.0 \times p^{0.6} \times 10^{-4} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

になる。また、(3)式に $\tau = G\tau$ を代入すると、

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + C_2 |rG|^\beta} \quad (11)$$

これに $\tau = \tau_{0.5}$, $G/G_{\max} = 0.5$ を代入すると、

$$C_2 = \left(\frac{2}{\tau_{0.5} G_{\max}} \right)^\beta \quad (12)$$

$\tau_{0.5}$ を(10)式から求めると修正R-Oモデルによる割線剛性率 G は、 $G/G_{\max} = 0.5$ の時は実測と一致する。以上の方法によってR-Oモデルに現れるパラメーター C_1 , C_2 , β の全てを決定することができる。 $G_{\max} = 1/C_1$ はPS検層でのセン断波速度 V_s から、あるいは、共振法土質試験機によって求められる。 $\tau_{0.5}$ は(10)式あるいは、他の室内実験から、 β は(9)式およびFig.4のような室内実験によって h_{\max} を定めることによって求めることができる。Fig 5に $h_{\max} = 0.3$, $\beta = 1.29$, $\tau_{0.5} = 4.2 \times 10^{-4}$ とした時の修正R-Oモデルによる $G/G_{\max} \sim \tau(\tau_0)$ 関係を示す。このモデルでは、

実際には曲線関係にある $h \sim G/G_{\max}$ 関係を直線としていたために、モデルによる $G/G_{\max} \sim \tau$ 関係が実測とやや不一致になる。また、このモデルでは(1)式から $\tau \rightarrow \infty$ のとき $\tau \rightarrow \infty$ となるので注意を要する。

次に骨格曲線と履歴曲線または履歴曲線同士を乗り移る法則を次のように定めるとこれまで得られている土質試験結果と矛盾しないことになる (Fig. 6, 参照)。

- (1) 最初は骨格曲線を通る。(A → B)
- (2) 最初、反転する点 (τ_0, r_0) から履歴曲線に移る。(B → C)
- (3) 履歴曲線上で反転したら、反転の点を (τ^*, r^*) とする履歴曲線の方程式 ((4) 式) に従う。(B → C, C → D, D → E, E → F, F → G)
- (4) 二つ前の反転の点 (F) を越えたら、履歴曲線はFを通る別の履歴曲線 (図ではEでの座標を(4)式に代入した式) に移る (F → D)。D → Bについても同様である。
- (5) $|\tau| > |\tau_0|$ となれば再び骨格曲線に移る。(B → H)

また、以上の反転、乗り移りの法則を用いれば、たとえば、Fig. 6のFとEにはさまれたヒステリシスループの割線剛性率 G (点EFを結ぶ直線の傾き) と h はこのヒステリシスループの位置によらず歪の片振幅 (この場合は $(\tau_F - \tau_E)/2$) のみによることになる。これはヒステリシスループはどの位置にあっても、同一の履歴曲線

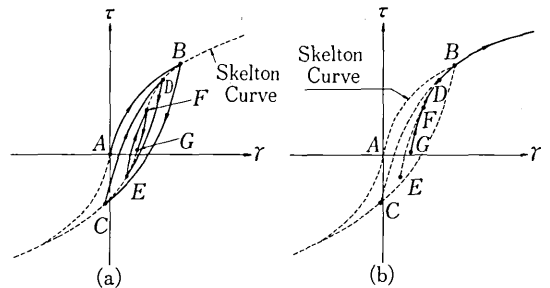


Fig. 6 反転、乗り移り法則の説明

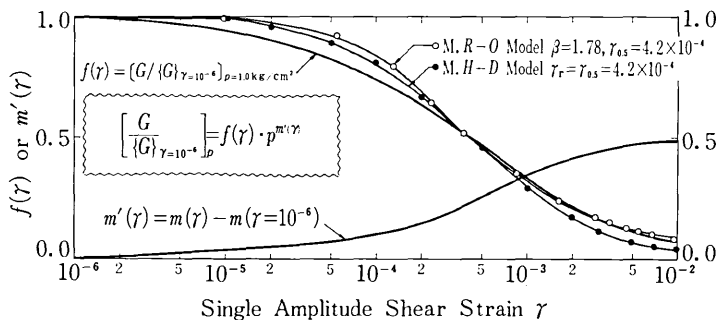


Fig. 5 モデルによる理論曲線と実測値の比較

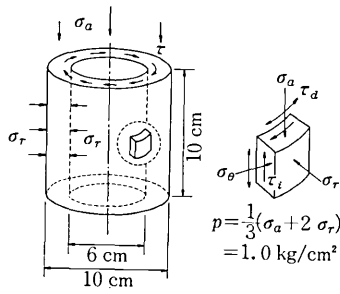


Fig. 7 供試体の応力状態

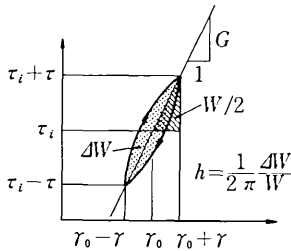


Fig. 8 τ_i 作用時の G, h の定義

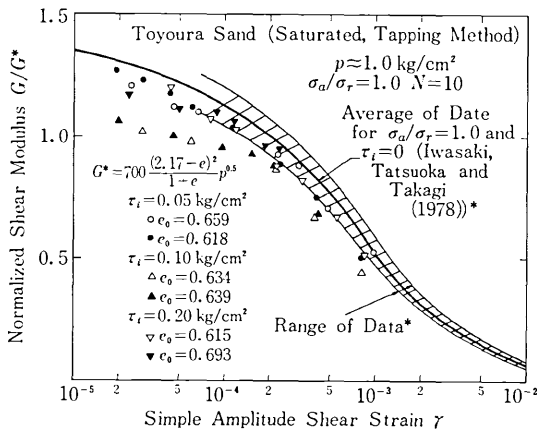


Fig. 9 初期せん断応力 τ_i の G の値に与える影響

の平行移動によって作られるようになっているからである。Fig. 7のような中空供試体をねじった時のFig. 8に定義する G と h に対するヒステリシスループの位置 (Fig. 8ではこれは τ_i で表されている) の影響を調べた結果を Fig. 9, Fig. 10に示す⁷⁾。この結果によると実際の場合も、修正 $R-O$ モデルの場合と同様、 G と h は履歴曲線の位置にほとんどよらない。したがって、Fig

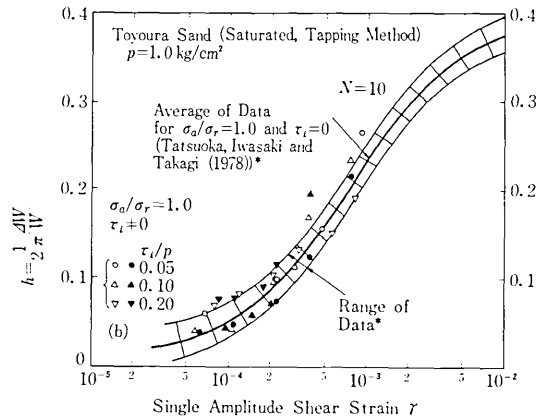


Fig. 10 初期せん断応力でこの h の値に与える影響

6, に示す乗り移り, 反転の法則は妥当なものと考えられる。(以下, 次回) (1978年7月7日受理)

参考文献

- 1) Iwasaki, T., Tatsuoka, F. and Takagi, Y. (1978a): Shear Moduli of Sands Under Cyclic Torsional Shear Loading, Soils and Foundations, Vol. 18, No 1 pp. 39 ~ 56.
- 2) Tatsuoka, F., Iwasaki, T. and Takagi, Y. (1978b): Hysteretic Damping of Sands Under Cyclic Torsional Shear Loading, Soils and Foundations, Vol 18.
- 3) Jennings, P. C. (1964): Periodic Response of a General Yielding Structure, Proc. of ASCE Vol 90. No. EM2. pp. 131 ~ 166
- 4) Hardin, B. O. and Drnevich, V. P. (1972b): Shear Modulus and Damping in Soils: Design Equations and Curves. Proc. of ASCE Vol 98, No SM7, pp. 667 ~ 692
- 5) 大崎順彦, 原 昭夫, 清田芳治 (1978): 地盤振動解析のための土の動力学モデルの提案, 第13回土質工学研究発表会. pp. 1057 ~ 1060
- 6) 沢田健吉, 古賀泰之, 間瀬久志 (1978): 繰返しせん断に対する砂の変形特性, 第13回土質工学研究発表会 pp. 501 ~ 504
- 7) 福島伸二, 龍岡文夫 (1978): 砂の減衰比に及ぼす拘束応力条件等の影響, 土木学会第33回年次学術講演会第Ⅲ部
- 8) 国生剛治, 桜井彰雄 (1978): Modified Hardin-Drnevich モデルについて, 土木学会第33回年次学術講演会概要集第Ⅲ部