

標高メッシュデータを用いた地形の画像出力

Image Output of Land Form with Use of Grid Data

村井俊治*・建石隆太郎*

Shunji MURAI and Ryutarō TATEISHI

国土庁は、昭和49年度に発足以来、国土情報の数値化を進め、国土数値情報の整備を行なっている。本研究は、この国土数値情報の有効利用を目指して、国土数値情報のうち、標高メッシュデータから抽出する地形情報の画像出力の手法と応用例を紹介したものである。特に本研究では見やすい地形の画像表現に力点がおかれており、以下に示した地形景観の画像出力の成果は、従来の研究成果には見られない進歩した手法に支えられている。

1. 研究の目的

現在、5万分の1および2.5万分の1の地形図は日本全国にわたり建設省国土地理院により整備され、容易に任意の場所の地形図が入手できる。しかし、これらの等高線地形図は、地形起伏に応じた陰影が施されていないため地形の起伏や形状を読み取ることは、素人には困難である。一方、昭和49年度から始められた国土庁および国土地理院による国土数値情報整備事業の一環として、250メートルメッシュ単位の標高メッシュデータが作成されている。そこで本研究では、この標高メッシュデータを用いて、電子計算機により、地形の起伏や形状の把握しやすい画像の出力を行なおうとした。

2. 地形面の数学的表現

2・1 法線ベクトルおよび最大勾配

地形面は、滑らかな連続した曲面と考えられる。したがって、地形面は、標高を z とすると、

$$z = f(x, y) \quad (1)$$

なる関数によって表すことができる。曲面上の点 $P(x_0, y_0, z_0)$ における接平面を、

$$z = Ax + By + C \quad (2)$$

とおく。

ここで、 A, B, C はつぎのように表される。

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_{x=x_0} \\ B &= \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_{y=y_0} \\ C &= -x_0 \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_{x=x_0} - y_0 \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_{y=y_0} + z_0 \end{aligned} \quad (3)$$

接平面(2)の法線ベクトルは $(A, B, -1) = \left(\frac{\partial z}{\partial x}, \right.$

$\left. \frac{\partial z}{\partial y}, -1 \right)$ であり、平面(2)の最大勾配方向すなわち斜面方向 θ (ラジアン)、最大勾配の大きさ α (ラジアン) は、つぎに示すように法線ベクトル $(A, B, -1)$ で表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} \text{i) } A < 0 \text{ のとき} & \quad \theta = \tan^{-1} \left(\frac{B}{A} \right) \\ \text{ii) } A = 0 \text{ かつ } B < 0 \text{ のとき} & \quad \theta = \frac{\pi}{2} \\ \text{iii) } A = 0 \text{ かつ } B = 0 \text{ のとき} & \quad \theta = 0 \text{ (水平面)} \\ \text{iv) } A = 0 \text{ かつ } B > 0 \text{ のとき} & \quad \theta = \frac{3}{2}\pi \\ \text{v) } A > 0 \text{ のとき} & \quad \theta = \tan^{-1} \left(\frac{B}{A} \right) + \pi \end{aligned} \right\} (4)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \sqrt{A^2 + B^2} \quad (5)$$

2.2 標高メッシュデータを用いた地形面の内挿近似

標高メッシュデータを用いて地形を内挿近似することを考えよう。これは、 $z = f(x, y)$ の $f(x, y)$ にかなる式を採用するかの問題となる。得られたメッシュデータが十分細かい場合には、 $f(x, y)$ として、 x, y の共1次式を採用し、そうでない場合には、 $f(x, y)$ として、 x, y の共3次式を採用するとよい。

2.2.1 共1次式による内挿

共1次式による内挿とは、図1に示すように、 A と B, C と D でそれぞれ E, F を線形内挿し、 E と F で P を線形内挿する方法である。これは、 G と H から P を線形内

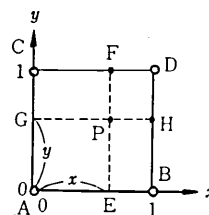


図1 共1次式による内挿

* 東京大学生産技術研究所 第5部

挿しても同じ結果となる。ここでA, B, C, Dの標高をそれぞれ z_a, z_b, z_c, z_d とすると, Pの標高 $f(x, y)$ は

$$f(x, y) = z_a \cdot (1-x) \cdot (1-y) + z_b \cdot x \cdot (1-y) + z_c \cdot (1-x) \cdot y + z_d \cdot x \cdot y \quad (6)$$

のように x, y の共1次式から求められる。このとき内挿された曲面A, B, C, Dは双曲放物面となる。

2.2.2 共3次式による内挿

共3次式による内挿とは、図2に示したように、 A_1, B_1, C_1, D_1 で E_1 を3次内挿し、同様にして E_2, E_3, E_4 を3次内挿し、つぎに E_1, E_2, E_3, E_4 からPを3次内挿する方法である。これは G_1, G_2, G_3, G_4 からPを求めても同じ結果となる。この内挿方法は、けっきょく $A_i, B_i,$

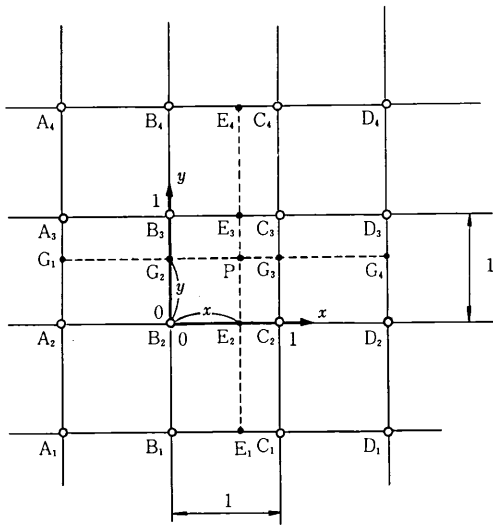


図2 共3次式による内挿

$C_i, D_i (i=1, 2, 3, 4)$ の16点を用いて曲面 $B_3 C_3 C_2 B_2$ を発生させる方法である。

このとき3次内挿には、図3に示すように二つの方法が考えられる。方法(1)は、A, B, C, Dの4点を通る3

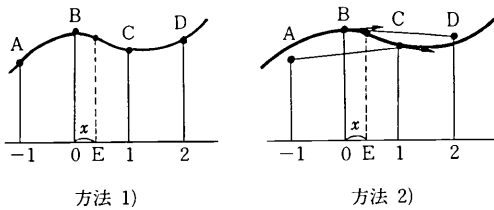


図3 3次内挿の二つの方法

次曲線を考えてBC間を内挿する方法で、方法(2)は、Bにおける接線の傾きが直線ACの傾きに一致し、Cにおける接線の傾きがBDの傾きに一致し、かつB, Cを通る3次曲線を考えてBC間を内挿する方法である。こ

こでA, B, C, Dの標高をそれぞれ z_a, z_b, z_c, z_d とすると, Eの標高 $h(x)$ は、つぎの式で求められる。

$$\begin{aligned} \text{方法(1)} \quad h(x) = & z_a \left(-\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x \right) \\ & + z_b \left(\frac{1}{2}x^3 - x^2 - \frac{1}{2}x + 1 \right) \\ & + z_c \left(-\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x \right) \\ & + z_d \left(\frac{1}{6}x^3 - \frac{11}{6}x + \frac{10}{3} \right) \quad (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{方法(2)} \quad h(x) = & z_a \left(-\frac{1}{2}x^3 + x^2 - \frac{1}{2}x \right) \\ & + z_b \left(\frac{3}{2}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 1 \right) \\ & + z_c \left(-\frac{3}{2}x^3 + 2x^2 + \frac{1}{2}x \right) \\ & + z_d \left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 \right) \quad (8) \end{aligned}$$

方法(1)あるいは方法(2)において

$$h(x) = z_a \cdot g_1(x) + z_b \cdot g_2(x) + z_c \cdot g_3(x) + z_d \cdot g_4(x) \quad (9)$$

とおき、 A_i, B_i, C_i, D_i の標高をそれぞれ $z_{ai}, z_{bi}, z_{ci}, z_{di} (i=1, 2, 3, 4)$ とすると、Pの標高 $f(x, y)$ は

$$f(x, y) = \begin{pmatrix} g_1(y) & g_2(y) & g_3(y) & g_4(y) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{a1} & z_{b1} & z_{c1} & z_{d1} \\ z_{a2} & z_{b2} & z_{c2} & z_{d2} \\ z_{a3} & z_{b3} & z_{c3} & z_{d3} \\ z_{a4} & z_{b4} & z_{c4} & z_{d4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_1(x) \\ g_2(x) \\ g_3(x) \\ g_4(x) \end{pmatrix} \quad (10)$$

のように x, y に関する共3次式から求められる。得られた標高メッシュデータのメッシュの縦：横の比が $d : 1$ であるとき、曲面は $z = f(x, y)$ のかわりに $z = f\left(x, \frac{y}{d}\right)$ を用いて内挿近似すればよい。

以上のような方法で、1メッシュの領域ごとに曲面を

表1 内挿曲面の性質

性質	内挿曲面 共1次式により 内挿した曲面	共3次式により 内挿した曲面	
		方法1)	方法2)
z 軸に平行な平面 π との交線	放物線	6次曲線	6次曲線
平面 π が xz 平面あるいは yz 平面に平行なときの平面 π との交線	直線	3次曲線	3次曲線
メッシュの境界で微分可能か	不可	不可	可

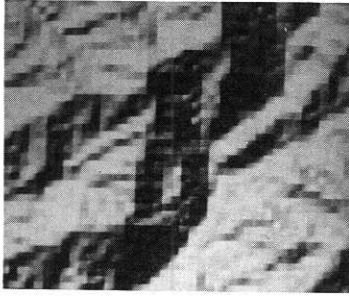


写真1 共1次内挿による地形陰影

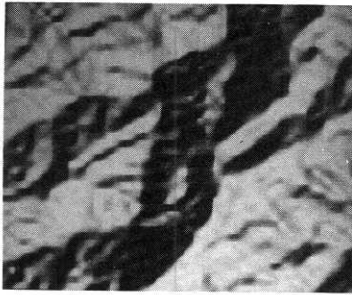


写真2 共3次4点方式による地形陰影

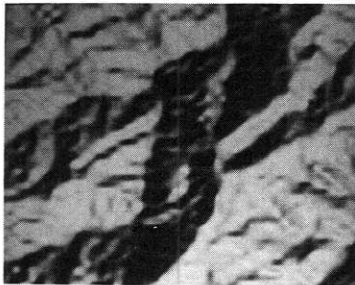


写真3 共3次接線ベクトル方式による地形陰影

発生させ、全体として連続した地形面を近似するわけであるが、このようにして得られた曲面の性質を表1に示す。

写真1、写真2、写真3は、上記の三つの方法による地形近似の良否を見るために5万分の1の地図「上高地」の左上四半分に相当する部分の標高メッシュデータから地形を内挿近似し、その陰影を計算し出力したものである。ここで陰影とは、地形面の法線と太陽光とのなす角の余弦をいい詳細については次節で述べる。写真1、写真2、写真3の内挿方法はそれぞれ共1次式による内挿、共3次式(方法(1))による内挿、共3次式(方法(2))による内挿により求められた陰影である。用いられた標高メッシュデータは、国土数値情報整備事業の一環として作成されたもので、5万分の1の地図を縦横に80等分したものである。写真は、 $40 \times 40 = 1600$ コの長方形メッシュデータを $240 \times 200 = 48,000$ コの正方形のメッシュに細分内挿して出力したものである。

写真を見れば、共3次式による内挿の方が滑らかであることがわかるであろう。また共3次式における方法(1)と方法(2)とは、方法(2)の方が滑らかであることがわかる。共1次式による内挿の利点は計算時間が短いことであり、欠点はメッシュの境界で滑らかでないことである。通常得られる標高メッシュデータから地形面を内挿するとき、共3次式による内挿が適当である。本研究では、方法(2)による共3次式の内挿を採用した。

3. 標高メッシュデータを用いた地形情報の画像出力

3.1 二次元表現

地形図と同様に地形を真上から見た表現を二次元表現とよぶことにする。ここでは地形の起伏形状をよりよく把握できるような二次元表現の方法を考えてみよう。前節に述べたように、標高メッシュデータが与えられれば内挿近似により任意の (x, y) に対応する標高 z および地形面の法線ベクトル $(\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, -1)$ が計算できる。ところで、地形の起伏を視覚的に把握しやすいように表現するには、太陽が北西方向から約 45° の高度で地形に照射されたときに生じる地形の陰影を再現するとよいことが知られている。このような効果は“くんせん効果”とよばれ、等高線地形図に“くんせん”が施された地図は“くんせん地図”とよばれている。くんせん効果は、従来熟練工の手作業によりつくり出されたもので、きわめて高価につく。最近の5万分の1や2万5千分の1の地図にはくんせんは施されていない。そこで本研究では、数値地形データを計算機処理することにより陰影図の自動作成を試みた。陰影は、地形に入射された太陽光の視点方向への反射量を求めることによりつくり出される。この場合、投影による影は考えないことにする。

太陽光ベクトルと地形面の法線ベクトルとのなす角を θ 、太陽光に直交する面の受ける太陽光のエネルギーを I_0 とすると、完全拡散面と仮定した地形面の受けるエネルギー I は、ランバートの法則により

$$I = I_0 \cos \theta$$

となる。

完全拡散面とは、視点方向によらず、反射面の視点方向への投影面積が等しければ、その反射エネルギーが等しい面のことである。したがって、完全拡散面からの反射量は太陽光に直交する面からの反射量の $\cos \theta$ 倍となるから $\cos \theta$ が陰影を定める指標を示すことになる。すなわち、 $\cos \theta$ が大なるほど明るく、 $\cos \theta$ が小なるほど暗い陰影であり、 $\cos \theta$ が負のときは太陽光に対して地形面が裏側となっていることを示す。

以上に示した方法により求められた陰影をつけ加えた“くんせん地図”の例である。この例では、太陽方位を北西とし、太陽高度を 35° として陰影を作成した。この図は、いずれも、数値化された標高メッシュデータを数値

処理したものをTVモニターに画像化したものである。このように、地形の陰影を等高線など他の地形情報とを組み合わせて濃淡あるいはカラー表現すると、地形の起伏や形状の把握しやすい画像が得られる。

3.2 三次元表現

地形を斜めから見たような表現を三次元表現とよぶことにする。ここでは、斜投影変換による地形の三次元的な表現について述べよう。

簡単のため、南方向から見た斜投影変換図を作成するためのアルゴリズムをのべることにする。

(1) まず、原標高メッシュデータを用いて、さらに細かな正方メッシュデータを内挿する。つぎに、内挿後の細分正方メッシュの座標を (I, J) 、正方メッシュの間隔を d とすると、標高が z である点 $P(I, J)$ の斜投影変換後の座標 (x, y) はつぎの式で求められる。

$$z = I$$

$$y = \frac{z}{d} \cos \theta + (J-1) \sin \theta \quad (11)$$

ここで θ は、俯角であり、水平方向から下方向を正としている。

(2) 斜投影変換された点 $P(x, y)$ について、各 I 座標ごとに、 J 座標の小さい方から順につきのようにかくれ線処理をする。

- i) $y_{\max} = y_1$ とおく。
- ii) $y_{j+1} \geq y_j$ なら $y_{\max} = y_{j+1}$ 、地形点 P_j, P_{j+1} 間を出力する。

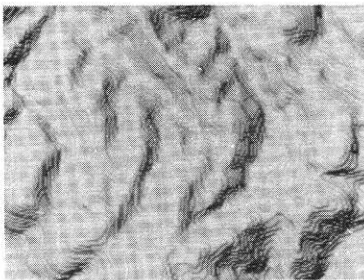


写真4 くんせん地形図

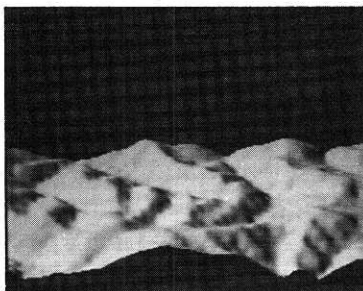


写真5 完全拡散面としたときの地形陰影

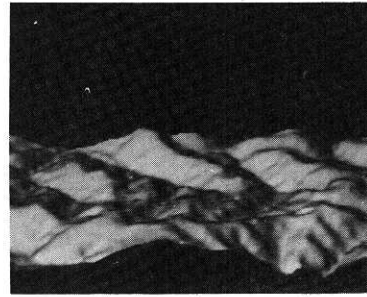


写真6 完全拡散面としない場合の地形陰影

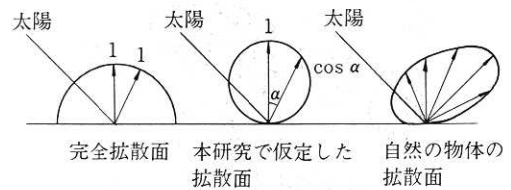


図4 反射方向による輝度の変化
輝度：反射方向への単位投影面積当りの光度

$y_{j+1} < y_j$ なら地形点 P_j, P_{j+1} 間にかくれて見えない部分とする。

(3) 地形点 P_j, P_{j+1} 間の地形情報に対応する画像の出力をつぎのようにする。

点 $P_j(x, y_j)$ の地形情報を $f(y_j)$ 、点 $P_{j+1}(x, y_{j+1})$ の地形情報を $f(y_{j+1})$ としたとき、 P_j, P_{j+1} 間 (y_j, y_{j+1} 間) において、 y 座標が整数値となる点 ($y = I_y, y_j \leq I_y \leq y_{j+1}$) の地形情報をつぎの式に示すように線形内挿により求め、出力する。

$$f(I_y) = \frac{(y_{j+1} - I_y) \cdot f(y_j) + (I_y - y_j) \cdot f(y_{j+1})}{y_{j+1} - y_j} \quad (12)$$

ただし、 $y_j < y_{\max} < y_{j+1}$ となる場合については、 $y_{\max} < I_y < y_{j+1}$ の I_y についてのみ出力する。

写真5および写真6は、写真3の地域に地形情報 $f(y)$ として陰影 $\cos \theta$ をあてはめた斜投影図である。写真5は、完全拡散面を仮定したものである。写真6は、完全拡散面ではない拡散面を仮定したときのものである。一般に、普通の物体は、図4(c)に示すように入射光に対称な鏡面反射方向にもっとも強く反射し、鏡面反射方向から離れるに従い反射エネルギーが弱くなる。写真6で採用した拡散面では、図4(b)に示すように地形面の法線方向にもっとも反射エネルギーが強く、法線からの角度が α である方向には法線方向の $\cos \alpha$ 倍の反射をするような拡散面を考えた。この場合、太陽光と地形面の法線とのなす角を θ とし、視準方向と地形面の法線とのなす角を α とすると、陰影は $\cos \theta \cdot \cos \alpha$ より計算でき

る。写真6の方は、写真5にくらべて稜線が黒っぽく出力され、地形の起伏が読み取りやすくなっている。

写真7, 8, 9は、国土数値情報として与えられる北アルプスの1部の地域の三次元表現に加えらるる地形情報としてそれぞれ標高の階級分類をあてはめたものと、陰影をあてはめたものおよび両者を組合せた例である。

4. 結 論

(1) 標高メッシュデータの内挿近似方法として、連続性および平滑性を必要とする目的に対しては、共3次式による方法が有効である。

(2) 地形の起伏の把握しやすい二次元表現および三次元表現による陰影図が標高メッシュデータを用いて容易に作成できるようになった。陰影と標高の地形情報を重ね合わせれば地形の起伏がより把握しやすくなる。これらの二次元表現および三次元表現による画像出力は

国土数値情報を利用すれば全国の任意の場所に対して可能となる。

(3) 陰影の計算において、二次元表現では完全拡散面の仮定で十分であるが、三次元表現では地形面の接線方向に近づくにしたがって輝度が減少するような、自然の物体に近い拡散面を仮定した方が地形の起伏をより把握しやすくなることがわかった。

(1978年4月14日受理)

参 考 文 献

- 1) 村井, 大林, 建石; 地形景観の三次元表現; 生産研究 Vol 27, No 5, 1975
- 2) Eduard Imhof; Kartographische Gelandedarstellung; Walter de Gruyter & Co.
- 3) Kurt Brassel; Ein modell zur automatischen Schraglichtshattierung

