

# ライフラインのネットワークシステムの 耐震性の一評価方法について

A Method for Evaluating the Effect of Earthquakes on a Lifeline Network System

田村 重四郎\*・川上 英二\*

Choshiro TAMURA and Hideji KAWAKAMI

## 1. 序 論

ライフラインの耐震性については、最近では、構造力学上の研究に基づき、ライフラインを一つのネットワークシステムと見なした場合の機能上の安定性に関する研究が、合理的な耐震設計法の確立を目的として進められている。

ネットワークシステムの地震時の安定については、Panoussis<sup>1)</sup>, Shinozuka・Takada・Kawakami<sup>2)</sup>, 柴田・土屋<sup>3)</sup>等の研究がある。ライフラインの地震時の安定性を調査する場合、局所的な地盤条件・管路の構造強度等より評価された管路の耐震性およびネットワークシステムの形状に基づいて、システムとしての機能からみたシステム各部分の耐震性を検討し、さらにシステム各部分が所定の機能を保持するために必要なシステムの形状と管路の耐震性を検討するための基礎資料を得る事は基本的であると考え、本論文では、このような見地からモンテカルロ法、多次元尺度構成法を利用した新しい手法を展開し、これを東京都の水道管網<sup>2)</sup>を例として適用し、その結果の有用性を述べたものである。

## 2. システムの機能上の耐震性の評価方法

ライフラインを節点とリンクよりなるネットワークシステムと考え、システムの耐震性はすべての需給節点ペアに対してそれぞれ与えられるとする。節点ペア間に一つ以上のパスが存在する場合、そのペアは連結であると定義し、その確率——連結確率  $s_{p_{ij}}$  ——を耐震性を表す値と考える。

## 3. 連結確率の評価

すべてのリンクの非破壊確率  $s_{q_{ij}}$  ( $i, j$  はリンクの両端の節点番号) が推定でき、また各リンクの破壊が互いに独立であるものとする。節点ペア間の連結確率を求める方法としてSSSP<sup>1)2)</sup> またはブール代数<sup>3)</sup> を利用した方法が提案されている。本節では計算時間の節約のため次の①～⑤の手順によるモンテカルロ法を用いた方法を展

開した。

① 乱数  $a_{ij}^{(1)}$  を各リンクに対し

$$a_{ij}^{(1)} = \begin{cases} 1 & (\text{確率 } s_{q_{ij}} \text{ で}) \\ 0 & (\text{確率 } 1 - s_{q_{ij}} \text{ で}) \end{cases} \quad (1)$$

で発生させる。また  $i \rightarrow j$  へのリンクが無い場合には、

$$a_{ij}^{(1)} = 0 \quad (2)$$

とおき、節点对節点接続行列  $A = [a_{ij}^{(1)}]$  を作る。

$$② \quad A^2 = [a_{ij}^{(2)}] = \left[ \sum_{k=1}^{n_0} a_{ik}^{(1)} a_{kj}^{(1)} \right] \quad (3)$$

ただし  $n_0$ : 節点の総数

とおくと  $a_{ij}^{(2)} \neq 0$  ならば直列に連なる二つのリンクを経て節点  $i$  と  $j$  とが連結であることがわかる。また  $a_{ij}^{(2)}$  はパスの数でこれには  $i \rightarrow k \rightarrow j = i$  のパスも含まれている。

③  $A^3, A^4, \dots, A^n$  も同様に意味づけができ、

$$\tilde{T}^{(n)} = [\tilde{t}_{ij}^{(n)}] \quad (4)$$

ただし

$$\tilde{t}_{ij}^{(n)} = \begin{cases} 1 & (\tilde{t}_{ij}^{(n)} > 0 \text{ の場合}) \\ 0 & (\tilde{t}_{ij}^{(n)} = 0 \text{ の場合}) \end{cases} \quad (5)$$

$$T^{(n)} = [t_{ij}^{(n)}] = c_0 I + c_1 A + c_2 A^2 + \dots + c_n A^n \quad (6)$$

( $I$ : 単位行列,  $c_k > 0, k=0, 1, \dots, n$ )

で  $\tilde{t}_{ij}^{(n)} = 1$  は節点  $i$  と  $j$  とが直列な  $n$  個以下のリンクで連結されていることを示し、 $\tilde{t}_{ij}^{(n)} = 0$  ではそうしたパスの無いことを示している。 $c_k = \binom{n}{k}$  の場合  $T^{(n)} = (A+I)^n$  となり計算時間が節約できる。

④  $\tilde{T}^{(n)}$  は  $n$  の増加に対し、 $n \leq n_0 - 1$  で収束する。 $\tilde{t}_{ij}^{(n)} = \tilde{t}_{ij}^{(n_0-1)}$  が 0 か 1 かにより節点  $i$  と  $j$  とが非連結か連結かがわかる。

⑤ ①～④を  $l$  回繰り返す、

$$M = [m_{ij}] = \sum_{l=1}^l \tilde{T}^{(n)} \quad (7)$$

とすれば、 $m_{ij}$  は  $l$  回のシミュレーションの中、 $i \rightarrow j$  が連結されている事象の回数を示す。連結確率行列  $sP$ 、非連結確率行列  $fP$  は次のように求められる。

$$sP = [s_{p_{ij}}] = [m_{ij} / l], \quad (8)$$

$$fP = [f_{p_{ij}}] = [1 - s_{p_{ij}}] \quad (9)$$

$l$  回の独立な試行は Bernoulli 試行であり、 $s_{p_{ij}}$  の

\* 東京大学生産技術研究所 第1部

破密解を  $s\bar{p}_{ij}$  とすると  $s\bar{p}_{ij}$  の期待値は破密解と等しく、標準偏差 (推定誤差) は  $\sqrt{s\bar{p}_{ij}(1-s\bar{p}_{ij})/l}$  であり、 $l = 1000$  回で最高 0.016 である。また計算時間は破壊リンクのすべての組合せを求める方法に比べ  $l/2^{n_l}$  ( $n_l$ : リンクの総数) に短縮できる。たとえば5節の例では  $n_l = 22$  であり、0.016 の誤差 (標準偏差) を許すならば計算時間は  $1/4000$  に短縮される。また所要の精度を得るためのシミュレーションの回数はリンクの総数によらず決まるため、モンテカルロ法は特にリンク数の多い複雑なネットワークに対し有効である。また丸め誤差が小さい。

4. 非連結確率の性質

以後の解析においては無向ネットワークを取り扱うこととすると、3節で使用した行列はすべて対称行列である。任意の節点ペアに対し求まる非連結確率  $s\bar{p}_{ij}$  は

$$0 \leq s\bar{p}_{ij} \leq 1, \tag{10}$$

$$s\bar{p}_{ii} = 0, \tag{11}$$

$$s\bar{p}_{ij} = s\bar{p}_{ji}, \tag{12}$$

$$s\bar{p}_{ij} \leq s\bar{p}_{ik} + s\bar{p}_{kj} \tag{13}$$

の性質をもつ。式(10), (11), (12) は明らかであり、式 (13) は次のように証明できる。

任意の三つの節点  $i, j, k$  のうち二つずつのペア  $(i, j)$ ,  $(i, k)$ ,  $(k, j)$  が連結している場合をそれぞれ集合  $H_{ij}, H_{ik}, H_{kj}$  で表わし、非連結である場合はその補集合  $\bar{H}_{ij}, \bar{H}_{ik}, \bar{H}_{kj}$  で表すと図-1 に示すベン・ダイアグラムのようなになる。ところが  $(i, k)$ ,  $(k, j)$  が共に連結の場合、 $i \rightarrow k \rightarrow j$  のパスが存在し、 $(i, j)$  は連結であるので、集合

$$H_{ijk} = H_{ij} \cap H_{ik} \cap H_{kj} \tag{14}$$

は空集合である。この関係は  $i, j, k$  に対しサイクリックに成立し、図-1 の斜線部は空集合となり、

$$\bar{H}_{ij} \subset (\bar{H}_{ik} \cup \bar{H}_{kj}) \tag{15}$$

よって式 (13) が得られる。

式(10)~(13)より非連結確率  $s\bar{p}_{ij}$  は距離としての性質をもつ事がわかる。

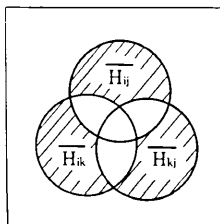


図-1 ベン・ダイアグラム

5. システムの構造の視覚化

$n_0$  個の節点は  $n_0$  次元ユークリッド空間に非連結確率  $s\bar{p} = [s\bar{p}_{ij}]$  を距離として配置できる。このシステムの構造を視覚化するため多次元尺度構成法<sup>4)</sup>を用いる。これはバラツキの最も大きい方向に座標軸を直角に順次決めて、少ない次元でデータの構造を把握する方法である。

$n_0$  個の節点の重心を原点とした場合、原点から節点  $j, k$  に至るベクトルの内積は

$$b_{jk}^* = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{n_0} \sum_{j=1}^{n_0} s\bar{p}_{jk}^2 + \frac{1}{n_0} \sum_{k=1}^{n_0} s\bar{p}_{jk}^2 - s\bar{p}_{jk}^2 - \frac{1}{n_0^2} \sum_{j=1}^{n_0} \sum_{k=1}^{n_0} s\bar{p}_{jk}^2 \right] \tag{16}$$

上述の原点にもう一つの  $m$  次元の直交座標系を考え節点  $j$  の座標を  $\{x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jm}\}$  で表せば  $b_{jk}^*$  は内積であるから

$$b_{jk}^* \approx \sum_{\alpha=1}^m x_{j\alpha} x_{k\alpha} \tag{17}$$

と近似できる。 $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_m \geq \dots \geq \lambda_{n_0} \geq 0$  を行列  $[b_{jk}^*]$  の固有値とし、 $\{z_{1\alpha}, \dots, z_{n_0\alpha}\}$  を基準化された固有ベクトルとすれば、

$$x_{j\alpha} = \sqrt{\lambda_\alpha} z_{j\alpha} \tag{18}$$

と求まる。また  $m$  次元までで表される分散の割合 (累積分散率)  $\tau$  は次式で表される。

$$\tau = \frac{\sum_{\alpha=1}^m \lambda_\alpha}{\sum_{\alpha=1}^{n_0} \lambda_\alpha} \tag{19}$$

6. 数値計算例

ここでは以上に述べた方法を Shinozuka 等<sup>2)</sup>により用いられた東京都の水道管網システムのモデルに適用した。

各リンクの非破壊確率  $s\bar{q}_{ij}$  の算定には、久保・片山<sup>5)</sup>により東京都の1km四方の区画ごとに提案された水道管の破損被害率補正係数を用いた。リンク  $ij$  の平均破壊個数  $e_{ij}$  は

$$e_{ij} = \sum_k (c_{ij}^{(k)} \times l_{ij}^{(k)} \times D) \tag{20}$$

ただし

$c_{ij}^{(k)}$ : リンク  $ij$  の  $k$  区画における破損被害率補正係数,

$l_{ij}^{(k)}$ : リンク  $ij$  の  $k$  区画における管長 (km),

$D$ : 東京都内の1km当りの破損個数の平均値。

リンク内における破壊がポアソン過程であると仮定すると、リンク  $ij$  で  $n$  個の破壊が生ずる確率は、

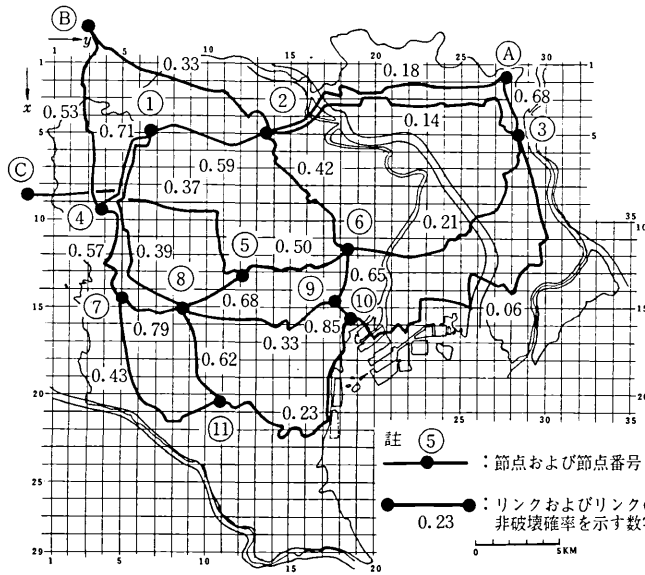
研究速報

表-1 1000回のシミュレーションで節点*i*と*j*が連結している事象の回数

node no.	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	A	B	C
①	1000	670	263	802	534	510	667	678	458	420	557	236	538	190
②		1000	356	589	465	569	525	540	449	411	454	327	515	165
③			1000	237	241	352	234	240	286	273	209	689	203	95
④				1000	543	484	711	687	446	411	577	208	610	195
⑤					1000	612	688	756	534	491	607	197	368	362
⑥						1000	548	592	706	624	495	287	365	222
⑦							1000	889	536	497	753	203	456	247
⑧								1000	584	538	787	211	444	274
⑨									1000	879	513	233	310	195
⑩										1000	490	220	281	177
⑪											1000	183	372	216
A												1000	180	77
B													1000	130
C														1000

表-2

node no.	(a)	(b)
①	0.322	0.415
②	0.310	0.388
③	0.235	0.323
④	0.278	0.357
⑤	0.364	0.458
⑥	0.412	0.501
⑦	0.359	0.456
⑧	0.342	0.442
⑨	0.502	0.598
⑩	0.545	0.643
⑪	0.476	0.572
ABC	0.000	0.000



(a) 水源を節点A③Cとした場合の各節点での断水確率  
 (b) 水源を節点A③Cとして、節点の破壊確率を全て5%とした場合の各節点での断水確率  
 シミュレーションの回数1000回

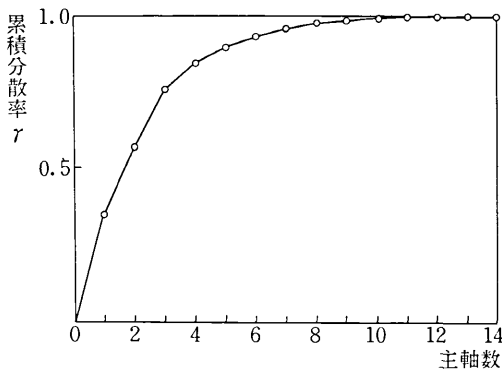


図-3 主軸の数と累積分散率との関係

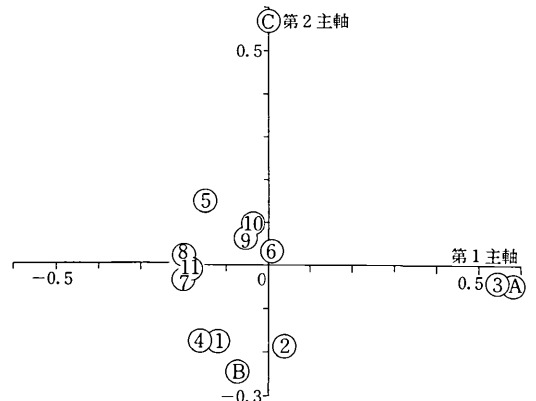


図-4 節点①~⑪, A~Cの非連結確率に基づく多次元尺度表示——第1, 2主軸——

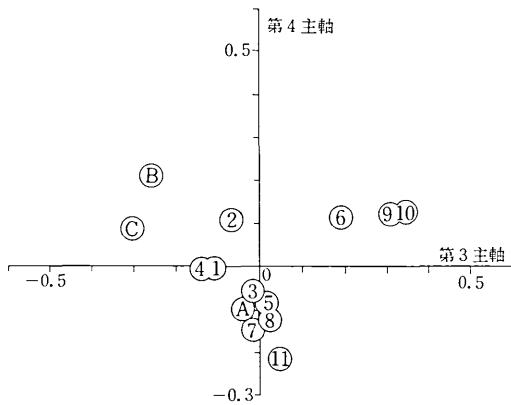


図-5 節点①～⑪, ⑬～⑯の非連結確率に基づく多次元尺度表示——第3, 4主軸——

$$s_{q_{ij}}(n, e_{ij}) = \exp(-e_{ij}) \cdot e_{ij}^n / n! \quad (21)$$

したがって、リンク  $i, j$  が破壊しない確率は  $n = 0$  において

$$s_{q_{ij}} = \exp(-e_{ij}) \quad (22)$$

この値をすべてのリンクに対し計算し図-2に示す。ただし、 $D = 0.1$  とした。

このように決めた各リンクの非破壊確率  $s_{q_{ij}}$  を用い、1000回のシミュレーションを行なった。表-1に節点  $i$  と  $j$  とが連結されている事象の回数を表すマトリクス  $M$  を示す。表中の節点番号は図-2の節点番号に対応している。多次元尺度構成法を用いた結果得られた主軸の数と累積分散率  $\gamma$  との関係を図-3に示す。第4主軸までで約85%の分散を表している。図-4に第1, 第2主軸を、図-5に第3, 第4主軸をそれぞれ横軸, 縦軸として、連結確率からみたシステムの構造を示す。図-4より連結確率の面からみてシステムは節点④と③の組, 節点⑬, およびその他の節点のグループの三つのサブシステムに分けて考えることができることがわかる。図-2を検討すると節点⑬は他の節点と異なって、節点⑤とのみ接続しており、節点④と③は他のグループと非破壊確率の低いリンクで結ばれていることがわかり、このことが前述の結果を生じた原因であると推測される。また図-5は各節点とその隣接した節点とを結ぶリンクの非破壊確率にかなり影響された、より局所的な連結確率の評価を表していることが推察される。これらの結果は、広域的な防災計画の際に有用である。

さらに水源を節点④, ⑬, ⑯の3点とした場合、非連結確率は、マトリクス  $A$  において  $a_{ij} = 1 (i, j = ④⑬⑯)$  とおき (節点④, ⑬, ⑯の間に非破壊確率  $s_{q_{ij}} = 1$  のリンクを仮想に設け) 3節①～⑤の手順でマトリクス  $M$  を計算することにより求まる。算定された水源と各節点との非連結確率 (断水確率) を表-2 (a) に示す。この

表より節点⑨, ⑩での断水確率が大きいことがわかる。

リンクの破壊のほか、節点 (水源, 配水池等) の破壊を考える場合には、節点に直結しているすべてのリンク (仮想リンクは除く) を節点の破壊確率で同時に破壊させる手順を、マトリクス  $A$  を決める3節①の手順に追加すれば断水確率を算定することができる。図-2で節点④, ⑬, ⑯に水源があるものとし、水源も含めてすべての節点の破壊確率を5%と仮定した場合の断水確率を表-2 (b) に示す。

## 7. 結 論

地中に埋設されたライフラインのネットワークシステムの地震時の機能の安定性を評価するため、地盤条件およびライフラインの構造強度を考慮に入れて、モンテカルロ法を利用してシステムの安定性を算定し、さらに多次元尺度構成法を用いてシステムの機能の評価の方法を展開した。また実際のネットワークにこの方法を適用した結果、システムの耐震性の評価のための有用な資料が得られることがわかった。今後さらに実際上の条件の組入れ及びシステムの耐震性の評価方法について検討を進めていく予定である。(1978年5月12日受理)

## 参 考 文 献

- 1) Panoussis, George, "Seismic Reliability of Lifeline Networks," Seismic Design Decision Analysis-Report No. 15, MIT, Dept. of Civil Eng. Res. Rep. R 74-57
- 2) Shinozuka, M., Takada, S., and Kawakami, H., "Risk Analysis of Underground Lifeline Network Systems," US-South East Asia Symposium on Engineering for Natural Hazards Protection, Manila, Philippines, Sep. 1977
- 3) 柴田, 土屋, 「ライフラインの耐震性に関するシステム・工学的研究」東大機械工学研究報告, 第13巻, 1978
- 4) Torgerson, W.S., "Theory and Method of Scaling," John Wiley, 1958
- 5) 久保, 片山, 「地中埋設管被害に関する調査」東京都防災会議, 1975