UDC 539.219.3
548.526

粒界拡散方程式〔4〕
── 積分量と平均量 ──

Equation of Grain Boundary Diffusion〔4〕
─ Integrated and Mean Values ─

梅津　清*・西川精一*

Kiyoshi UMEZU and Seiichi NISHIKAWA

1. はじめに

体拡散実験における重要なデーター解析法に「切断法」と「残留法」がある．しかし粒界拡散実験では，多結晶を別にすれば等高線に類する手法（粒界侵入距離測定，角度測定等も含む）が主流で，今のところ上記2法はあまり用いられていない．なぜなら興味あるのは粒界拡散とこれを挟む2 grainの方位関係であり，その場合直径数㎜～数㎝の試料において粒界は（多葉でなく）ただ一葉でなければならず，測定可能な濃度分布領域は数10～数100 μ程度にすぎない．したがって目的とする測定強度が微少なために大部分は体拡散とBack-groundに埋没してしまい，その正確な分離解析に難があるからである．

しかし，X線マイクロアナライザーによる走査線測定等によって切断法的解析が一部可能である．そして将来残留法でも解析可能になることを想定して，これら2法の解析法をまとめた．

2. 基礎式の再定義

これまで，u，u_0等の記号は gr/㎝³，atom/㎝³ 等の単位として用いてきた．ここでは，

$$\frac{u}{u_{\rm pure}}=c\ ,\quad \frac{u_0}{u_{\rm pure}}=c_0$$

$$\frac{M_0}{u_{\rm pure}\sqrt{Dt+\Omega^2}}=\frac{N_0}{\sqrt{Dt+\Omega^2}}=n_0$$

$$N(x,y,t)=\int_y^\infty c(x,y',t)\,dy'$$

$$n(x,y)=\int_\eta^\infty c(\xi,\eta')\,d\eta'$$

等と置き換える．この置き換えによって，cは無次元量になるけれども，前回までと全く同形であることはいうまでもない．

前回は計8種類の基礎式を定義したが，今回はさらに2種類加えて

$$q,\ w,\ s,\ p,\ r,\ Q_2,\ W_2,\ S_2,\ P_2,\ R_2$$

の10種類であり，これらを再定義して表1に示した．粒界拡散での切断法および残留法に関係するのは主として後者の5種類である．

再定義した理由は，Fisher[1)] の解

$$\left\{\begin{array}{l} c\ =c_0\,w_{\rm F} \\ w_{\rm F}=\exp\left(\dfrac{-\eta}{\sqrt[4]{\pi\beta}}\right)\,{\rm erfc}\left(\dfrac{\xi}{2}\right)\end{array}\right. \tag{1}$$

による基礎式が，このグラフ系で見かけ上一価函数であるようにするためである（前回の定義では $w_{\rm F}$ 以外は多価）．これによって $\eta/\sqrt{\beta}$ プロットはコンパクトになり，解の性質がいっそう明瞭になる．

3. 積分量および平均量

図に示した帯状領域 $0\sim x$において，y'軸（粒界）に

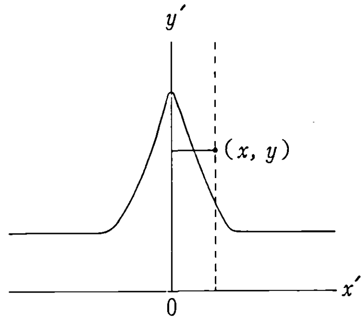

図1　等高線と帯状領域

垂直な線分上の積分量は

$$\int_0^x c(x',y,t)\,dx'\simeq\int_a^x c(x',y,t)\,dx'$$
$$=(x-a)\ c_1(y,t)+\int_a^x c_2(x',y,t)\,dx' \tag{2}$$

である．したがって平均量は

$$\left\{\begin{array}{ll} \bar{c}(x,y,t)=\dfrac{1}{(x-a)}\displaystyle\int_a^x c(x',y,t)\,dx' & \\ \qquad =c_1(y,t)+\bar{c}_2(x,y,t) & (3) \\ \bar{c}_2(x,y,t)=\dfrac{1}{(x-a)}\displaystyle\int_a^x c_2(x',y,t)\,dx' & (4)\end{array}\right.$$

と書き表される．同様に相対形式に関する積分量および平均量を

$$\int_0^\xi c(\xi',\eta)\,d\xi'=\xi\,c_1(\eta)+\int_0^\xi c_2(\xi',\eta)\,d\xi' \tag{5}$$

$$\left\{\begin{array}{ll} \bar{c}(\xi,\eta)=\dfrac{1}{\xi}\displaystyle\int_0^\xi c(\xi',\eta)\,d\xi' & \\ \qquad =c_1(\eta)+\bar{c}_2(\xi,\eta) & (6) \\ \bar{c}_2(\xi,\eta)=\dfrac{1}{\xi}\displaystyle\int_0^\xi c_2(\xi',\eta)\,d\xi' & (7)\end{array}\right.$$

と定義する．記号ξ，ηその他に関しては前回と同じである．

ここでは平均（残）量に着目して，前回と同様な形式にまとめて表2に示した．表1は，粒界拡散項のξ方向に関する残量Q_2，W_2，S_2，P_2，R_2を用いて，帯状領域（$0\sim\xi$）内の平均量$\bar{q}$，$\bar{w}$，$\bar{s}$，$\bar{p}$，$\bar{r}$をまとめたものである．ただし，

＊東京大学生産技術研究所　第4部

表1 基礎式のまとめ

$q(\xi,\eta)=q_1(\eta)+q_2(\xi,\eta)$ $\bar{q}(\xi,\eta)=q_1(\eta)+\bar{q}_2(\xi,\eta)$	$q_1(\eta)=\frac{2}{\sqrt{\beta}}\,\mathrm{ierfc}\left(\frac{\eta}{2}\right)$ $\bar{q}_2(\xi,\eta)=\frac{Q_2(0,\eta)-Q_2(\xi,\eta)}{\xi}$	$f(\eta,\sigma)=2\sqrt{\frac{\sigma}{\beta}}\,\mathrm{ierfc}\left(\frac{\eta}{2\sqrt{\sigma}}\right)$
$w(\xi,\eta)=w_1(\eta)+w_2(\xi,\eta)$ $\bar{w}(\xi,\eta)=w_1(\eta)+\bar{w}_2(\xi,\eta)$	$w_1(\eta)=\mathrm{erfc}\left(\frac{\eta}{2}\right)$ $\bar{w}_2(\xi,\eta)=\frac{W_2(0,\eta)-W_2(\xi,\eta)}{\xi}$	$f(\eta,\sigma)=\mathrm{erfc}\left(\frac{\eta}{2\sqrt{\sigma}}\right)$
$s(\xi,\eta)=s_1(\eta)+s_2(\xi,\eta)$ $\bar{s}(\xi,\eta)=s_1(\eta)+\bar{s}_2(\xi,\eta)$	$s_1(\eta)=\sqrt{\frac{\beta}{\pi}}\exp\left(\frac{-\eta^2}{4}\right)$ $\bar{s}_2(\xi,\eta)=\frac{S_2(0,\eta)-S_2(\xi,\eta)}{\xi}$	$f(\eta,\sigma)=\sqrt{\frac{\beta}{\pi\sigma}}\exp\left(\frac{-\eta^2}{4\sigma}\right)$
$p(\xi,\eta)=p_1(\eta)+p_2(\xi,\eta)$ $\bar{p}(\xi,\eta)=p_1(\eta)+\bar{p}_2(\xi,\eta)$	$p_1(\eta)=\frac{\beta\eta}{2\sqrt{\pi}}\exp\left(\frac{-\eta^2}{4}\right)$ $\bar{p}_2(\xi,\eta)=\frac{P_2(0,\eta)-P_2(\xi,\eta)}{\xi}$	$f(\eta,\sigma)=\frac{\beta\eta}{2\sqrt{\pi\sigma^3}}\exp\left(\frac{-\eta^2}{4\sigma}\right)$
$r(\xi,\eta)=r_1(\eta)+r_2(\xi,\eta)$ $\bar{r}(\xi,\eta)=r_1(\eta)+\bar{r}_2(\xi,\eta)$	$r_1(\eta)=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\beta^3}{\pi}}\left(\frac{\eta^2}{2}-1\right)\exp\left(\frac{-\eta^2}{4}\right)$ $\bar{r}_2(\xi,\eta)=\frac{R_2(0,\eta)-R_2(\xi,\eta)}{\xi}$	$f(\eta,\sigma)=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\beta^3}{\pi\sigma^3}}\left(\frac{\eta^2}{2\sigma}-1\right)\exp\left(\frac{-\eta^2}{4\sigma}\right)$
$q_2,\ w_2,\ s_2,\ p_2,\ r_2=\int_1^{\Delta}\left[\frac{d}{d\sigma}f(\eta,\sigma)\right]g_{\Delta}(\xi,\sigma)d\sigma$ $Q_2,\ W_2,\ S_2,\ P_2,\ R_2=\int_1^{\Delta}\left[\frac{d}{d\sigma}f(\eta,\sigma)\right]G_{\Delta}(\xi,\sigma)d\sigma$		$g_{\Delta}(\xi,\sigma)=\mathrm{erfc}\left[\frac{\delta_{\Delta}(\sigma)}{2}\left(\xi+\frac{\sigma-1}{\beta}\right)\right]$ $G_{\Delta}(\xi,\sigma)=\frac{2}{\delta_{\Delta}(\sigma)}\,\mathrm{ierfc}\left[\frac{\delta_{\Delta}(\sigma)}{2}\left(\xi+\frac{\sigma-1}{\beta}\right)\right]$ $\delta_{\Delta}(\sigma)=\sqrt{\frac{\Delta-1}{\Delta-\sigma}},\quad \delta_{\infty}(\sigma)=1$

表2 帯状領域内の平均量

実 形 式	相対形式	基 礎 解 (ours)	漸近解 (Whipple-type)	級数解 (Suzuoka-type)
$\bar{c}(x,y,t)$	$\bar{c}(\xi,\eta)$	$c_0[\bar{w}(\xi,\eta)-\bar{w}(\xi,\eta+2\zeta)]$	$c_0\bar{w}(\xi,\eta)$	$\frac{n_0}{\sqrt{\beta}}\bar{s}(\xi,\eta)$
$\bar{c}(\infty,h,t)$	$\bar{c}(\infty,0)$	$c_0\,\mathrm{erf}(2\zeta)$	c_0	$\frac{n_0}{\sqrt{\pi}}$
$\frac{\bar{c}(x,y,t)}{\bar{c}(\infty,h,t)}$	$\frac{\bar{c}(\xi,\eta)}{\bar{c}(\infty,0)}$	$\frac{\bar{w}(\xi,\eta)-\bar{w}(\xi,\eta+2\zeta)}{\mathrm{erf}(2\zeta)}$	$\bar{w}(\xi,\eta)$	$\sqrt{\frac{\pi}{\beta}}\bar{s}(\xi,\eta)$
$\sqrt{\beta(Dt+\Omega^2)}\frac{\partial}{\partial y}\bar{c}(x,y,t)$	$\sqrt{\beta}\frac{\partial}{\partial\eta}\bar{c}(\xi,\eta)$	$-c_0[\bar{s}(\xi,\eta)-\bar{s}(\xi,\eta+2\zeta)]$	$-c_0\bar{s}(\xi,\eta)$	$-\frac{n_0}{\sqrt{\beta}}\bar{p}(\xi,\eta)$
$\beta(Dt+\Omega^2)\frac{\partial^2}{\partial y^2}\bar{c}(x,y,t)$	$\beta\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}\bar{c}(\xi,\eta)$	$c_0[\bar{p}(\xi,\eta)-\bar{p}(\xi,\eta+2\zeta)]$	$c_0\bar{p}(\xi,\eta)$	$\frac{n_0}{\sqrt{\beta}}\bar{r}(\xi,\eta)$
$\frac{\bar{N}(x,y,t)}{\sqrt{\beta(Dt+\Omega^2)}}$	$\frac{\bar{n}(\xi,\eta)}{\sqrt{\beta}}$	$c_0[\bar{q}(\xi,\eta)-\bar{q}(\xi,\eta+2\zeta)]$	$c_0\bar{q}(\xi,\eta)$	$\frac{n_0}{\sqrt{\beta}}\bar{w}(\xi,\eta)$
$\frac{\bar{N}(\infty,h,t)}{\sqrt{\beta(Dt+\Omega^2)}}$	$\frac{\bar{n}(\infty,0)}{\sqrt{\beta}}$	$\frac{2c_0}{\sqrt{\pi\beta}}[1-\mathrm{ierfc}(\zeta)]$	$\frac{2c_0}{\sqrt{\pi\beta}}$	$\frac{n_0}{\sqrt{\beta}}$
$\frac{\bar{N}(x,y,t)}{\bar{N}(\infty,h,t)}$	$\frac{\bar{n}(\xi,\eta)}{\bar{n}(\infty,0)}$	$\frac{\sqrt{\pi\beta}[\bar{q}(\xi,\eta)-\bar{q}(\xi,\eta+2\zeta)]}{2[1-\mathrm{ierfc}(\zeta)]}$	$\frac{\sqrt{\pi\beta}}{2}\bar{q}(\xi,\eta)$	$\bar{w}(\xi,\eta)$
$\frac{\partial}{\partial y}\bar{N}(x,y,t)$	$\frac{\partial}{\partial\eta}\bar{n}(\xi,\eta)$	$-c_0[\bar{w}(\xi,\eta)-\bar{w}(\xi,\eta+2\zeta)]$	$-c_0\bar{w}(\xi,\eta)$	$-\frac{n_0}{\sqrt{\beta}}\bar{s}(\xi,\eta)$
$\sqrt{\beta(Dt+\Omega^2)}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\bar{N}(x,y,t)$	$\sqrt{\beta}\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}\bar{n}(\xi,\eta)$	$c_0[\bar{s}(\xi,\eta)-\bar{s}(\xi,\eta+2\zeta)]$	$c_0\bar{s}(\xi,\eta)$	$\frac{n_0}{\sqrt{\beta}}\bar{p}(\xi,\eta)$
$\sqrt{\beta(Dt+\Omega^2)}\frac{\partial}{\partial y}\ln\bar{c}$	$\sqrt{\beta}\frac{\partial}{\partial\eta}\ln\bar{c}$	$-\frac{\bar{s}(\xi,\eta)-\bar{s}(\xi,\eta+2\zeta)}{\bar{w}(\xi,\eta)-\bar{w}(\xi,\eta+2\zeta)}$	$-\frac{\bar{s}(\xi,\eta)}{\bar{w}(\xi,\eta)}$	$-\frac{\bar{p}(\xi,\eta)}{\bar{s}(\xi,\eta)}$
$\sqrt{\beta(Dt+\Omega^2)}\frac{\partial}{\partial y}\ln\bar{N}$	$\sqrt{\beta}\frac{\partial}{\partial\eta}\ln\bar{N}$	$-\frac{\bar{w}(\xi,\eta)-\bar{w}(\xi,\eta+2\zeta)}{\bar{q}(\xi,\eta)-\bar{q}(\xi,\eta+2\zeta)}$	$-\frac{\bar{w}(\xi,\eta)}{\bar{q}(\xi,\eta)}$	$-\frac{\bar{s}(\xi,\eta)}{\bar{w}(\xi,\eta)}$
$\sqrt{\beta(Dt+\Omega^2)}\frac{\partial}{\partial y}\ln\left(-\frac{\partial\bar{c}}{\partial y}\right)$	$\sqrt{\beta}\frac{\partial}{\partial\eta}\ln\left(-\frac{\partial\bar{c}}{\partial\eta}\right)$	$-\frac{\bar{p}(\xi,\eta)-\bar{p}(\xi,\eta+2\zeta)}{\bar{s}(\xi,\eta)-\bar{s}(\xi,\eta+2\zeta)}$	$-\frac{\bar{p}(\xi,\eta)}{\bar{s}(\xi,\eta)}$	$-\frac{\bar{r}(\xi,\eta)}{\bar{p}(\xi,\eta)}$
$\sqrt{\beta(Dt+\Omega^2)}\frac{\partial}{\partial y}\ln\left(-\frac{\partial\bar{N}}{\partial y}\right)$	$\sqrt{\beta}\frac{\partial}{\partial\eta}\ln\left(-\frac{\partial\bar{n}}{\partial\eta}\right)$	$-\frac{\bar{s}(\xi,\eta)-\bar{s}(\xi,\eta+2\zeta)}{\bar{w}(\xi,\eta)-\bar{w}(\xi,\eta+2\zeta)}$	$-\frac{\bar{s}(\xi,\eta)}{\bar{w}(\xi,\eta)}$	$-\frac{\bar{p}(\xi,\eta)}{\bar{s}(\xi,\eta)}$

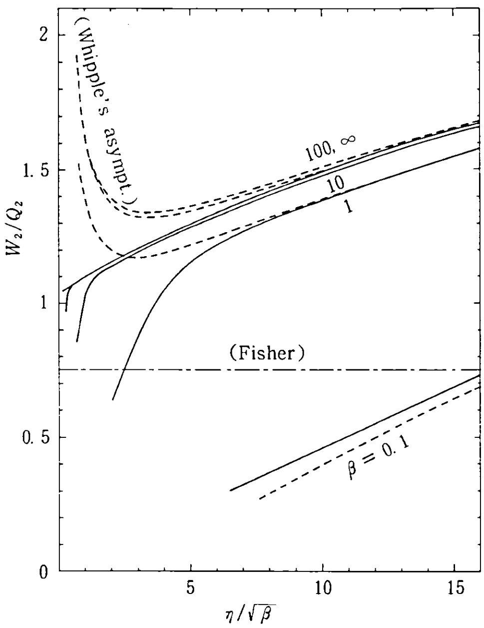

図2　$\Delta\to\infty$，$\xi=0$ におけるW_2/Q_2のプロファイル

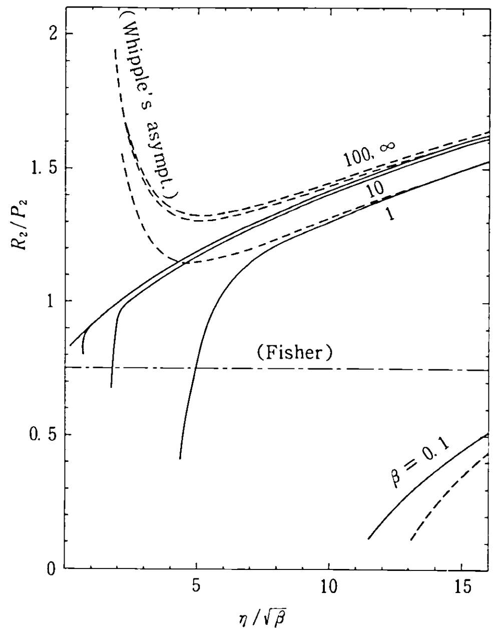

図3　$\Delta\to\infty$，$\xi=0$ におけるR_2/P_2のプロファイル

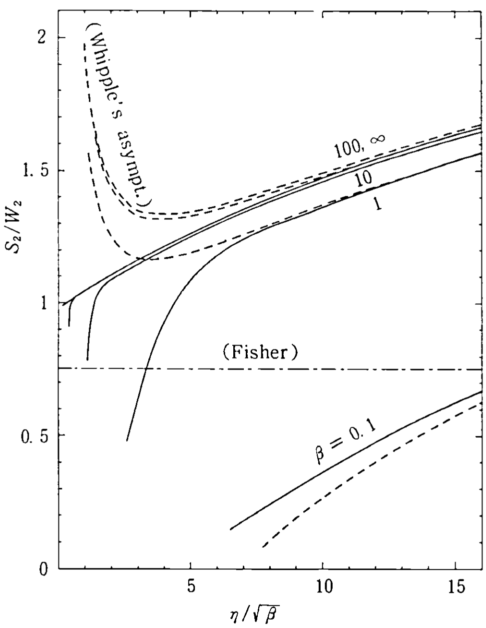

図4　$\Delta\to\infty$，$\xi=0$ におけるS_2/W_2のプロファイル

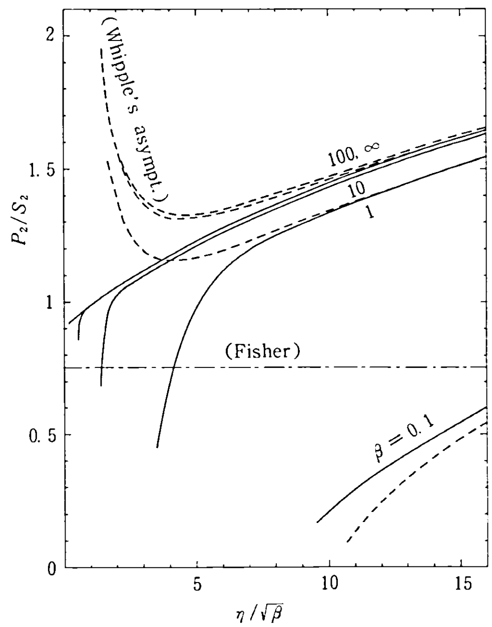

図5　$\Delta\to\infty$，$\xi=0$ におけるP_2/S_2のプロファイル

$$Q_2(\xi,\eta)=\int_\xi^\infty q_2(\xi',\eta)d\xi'$$

$$\bar{q}_2(\xi,\eta)=\frac{1}{\xi}\int_0^\xi q_2(\xi',\eta)d\xi'$$

$$=\frac{Q_2(0,\eta)-Q_2(\xi,\eta)}{\xi}$$

であり，W_2，$\bar{w}_2$ その他も同様である．また平均残量

$$\bar{N}(x,y,t)=\frac{1}{(x-a)}\int_a^x N(x',y,t)dx'$$

$$=\int_y^\infty \bar{c}(x,y',t)dy'$$

$$\bar{n}(\xi,\eta)=\frac{1}{\xi}\int_0^\xi n(\xi',\eta)d\xi'=\int_\eta^\infty \bar{c}(\xi,\eta')d\eta'$$

であることも前回と同形である．

4. データー解析法およびグラフについて

ξが大（またはβが大）なる場合は

$$Q_2(\xi,\eta),\ W_2(\xi,\eta),\ S_2(\xi,\eta),\ P_2(\xi,\eta),\ R_2(\xi,\eta)\simeq 0$$

としてよいから，平均量は

$$\bar{q}(\xi,\eta)=\frac{1}{\xi}\int_0^{\xi}q(\xi',\eta)d\xi'$$
$$\simeq q_1(\eta)+\frac{Q_2(0,\eta)}{\xi},\quad \text{etc.}$$

である．さらに体拡散が消滅するような領域（ηまたはβが大）では

$$\bar{q}(\xi,\eta)\simeq\bar{q}_2(\xi,\eta)\simeq\frac{Q_2(0,\eta)}{\xi}\propto Q_2(0,\eta),\quad \text{etc.}$$

であるから，$Q_2(0,\eta)$，$W_2(0,\eta)$，$S_2(0,\eta)$，$P_2(0,\eta)$，$R_2(0,\eta)$ は基礎的である．しかしこれらのグラフは省略した．

次に，解の傾向を調べるためにさして重要でない定数 c_0 または N_0 を消去する．

1) 測定データーからBack－ground（以下BG と略す）が効果的な方法で決定できる場合．

切断法では，測定値$Y_1(y)$ および BG $B_1(y)$と解析解との対応は

$$Y_1(y)-B_1(y)\propto\int_a^x c(x',y,t)dx'$$
$$=(x-a)\,\bar{c}(x,y,t)$$

であり，その対数微分をとり変形すると

$$-\sqrt{\beta(Dt+\Omega^2)}\frac{\partial}{\partial y}\ln[Y_1(y)-B_1(y)]$$
$$=\frac{\bar{s}(\xi,\eta)}{\bar{w}(\xi,\eta)}\simeq\frac{\bar{s}_2(\xi,\eta)}{\bar{w}_2(\xi,\eta)}\simeq\frac{S_2(0,\eta)}{W_2(0,\eta)}\cdots\cdots \mathrm{W}$$
$$=\frac{\bar{p}(\xi,\eta)}{\bar{s}(\xi,\eta)}\simeq\frac{\bar{p}_2(\xi,\eta)}{\bar{s}_2(\xi,\eta)}\simeq\frac{P_2(0,\eta)}{S_2(0,\eta)}\cdots\cdots \mathrm{S}$$

と表すことができる．ただしW，SはそれぞれWhipple－type，Suzuoka－type の意味である．

残留法に対しては，測定値$Y_2(y)$ およびBG $B_2(y)$と解析解の反応は

$$Y_2(y)-B_2(y)\propto\int_y^{\infty}dy'\int_a^x c(x',y',t)dx'$$
$$=(x-a)\bar{N}(x,y,t)$$

であるから

$$-\sqrt{\beta(Dt+\Omega^2)}\frac{\partial}{\partial y}\ln[Y_2(y)-B_2(y)]$$
$$=\frac{\bar{w}(\xi,\eta)}{\bar{q}(\xi,\eta)}\simeq\frac{\bar{w}_2(\xi,\eta)}{\bar{q}_2(\xi,\eta)}\simeq\frac{W_2(0,\eta)}{Q_2(0,\eta)}\cdots\cdots \mathrm{W}$$
$$=\frac{\bar{s}(\xi,\eta)}{\bar{w}(\xi,\eta)}\simeq\frac{\bar{s}_2(\xi,\eta)}{\bar{w}_2(\xi,\eta)}\simeq\frac{S_2(0,\eta)}{W_2(0,\eta)}\cdots\cdots \mathrm{S}$$

である．

2) 測定データーからはBGが決定できなくても，このBGを定数としてよいことが分かっている場合．

この場合は，c_0 またはN_0 の他にBGも消去しなければならない．したがって微分対数微分である．

切断法では

$$-\sqrt{\beta(Dt+\Omega^2)}\frac{\partial}{\partial y}\ln\left[-\frac{\partial}{\partial y}\{Y_3(y)-B_3\}\right]$$
$$=\frac{\bar{p}(\xi,\eta)}{\bar{s}(\xi,\eta)}\simeq\frac{\bar{p}_2(\xi,\eta)}{\bar{s}_2(\xi,\eta)}\simeq\frac{P_2(0,\eta)}{S_2(0,\eta)}\cdots\cdots \mathrm{W}$$
$$=\frac{\bar{r}(\xi,\eta)}{\bar{p}(\xi,\eta)}\simeq\frac{\bar{r}_2(\xi,\eta)}{\bar{p}_2(\xi,\eta)}\simeq\frac{R_2(0,\eta)}{P_2(0,\eta)}\cdots\cdots \mathrm{S}$$

また残留法では

$$-\sqrt{\beta(Dt+\Omega^2)}\frac{\partial}{\partial y}\ln\left[-\frac{\partial}{\partial y}\{Y_4(y)-B_4\}\right]$$
$$=\frac{\bar{s}(\xi,\eta)}{\bar{w}(\xi,\eta)}\simeq\frac{\bar{s}_2(\xi,\eta)}{\bar{w}_2(\xi,\eta)}\simeq\frac{S_2(0,\eta)}{W_2(0,\eta)}\cdots\cdots \mathrm{W}$$
$$=\frac{\bar{p}(\xi,\eta)}{\bar{s}(\xi,\eta)}\simeq\frac{\bar{p}_2(\xi,\eta)}{\bar{s}_2(\xi,\eta)}\simeq\frac{P_2(0,\eta)}{S_2(0,\eta)}\cdots\cdots \mathrm{S}$$

と表される．

これらのグラフ計4種類を，Fisher[1]およびWhippleの近似解[2]と並記して図に示した．また基礎解[5]はこれらに準ずるので，説明は省略した．

一般に，粒界拡散の座標系はおおむね

$$(\eta/\sqrt{\beta})^k$$

であることが分かっている．体拡散の薄膜解（$k=2$）に正確に対応する指数は存在しないけれども，近似的には $k=4/3$，$6/5$ 等と与えられ，前者は漸近値として，後者は実用的な平均値として得られたものである．

5. Suzuokaの近似

Suzuoka[3,4]は近似式

$$-\frac{\partial\ln\bar{c}_2}{\partial(\eta/\sqrt{\beta})^{6/5}}=A\beta^i\quad \text{for } \Delta\to\infty,\ \xi\to\infty$$
$$A=0.7,\quad i=0.018\quad \text{at } \beta=1\sim100$$
$$A=0.72,\quad i=0.008\quad \text{at } \beta=1\sim1{,}000$$

を与えた．これによる本題への転換は

$$-\sqrt{\beta}\,\frac{\partial\ln\bar{c}_2(\infty,\eta)}{\partial\eta}=\frac{P'_2(0,\eta)}{S'_2(0,\eta)}$$
$$=\frac{6A\beta^i}{5}\left(\frac{\eta}{\sqrt{\beta}}\right)^{1/5}$$

となり基礎式を与えることができる．この近似式は本来Suzuokaの薄膜解を用いる切断法のための近似であるけれども，他の方法にも拡張でき，基礎式を用いてグラフによって示した．

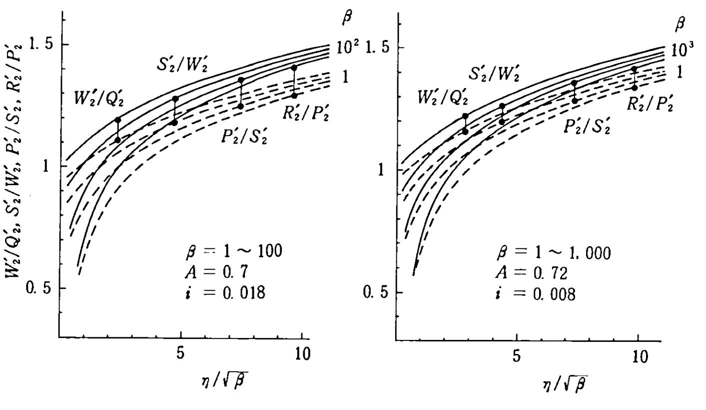

図6　Suzuoka近似式によるプロファイル

（1978年1月27日受理）

参 考 文 献

1) J.C.Fisher; J.Appl.Phys., 22 (1951) 74.
2) R.T.P.Whipple; Phil. Mag., 45 (1954) 1225.
3) T.Suzuoka; Trans. JIM, 2(1961) 25.
4) T.Suzuoka; J. Phys. Soc. Japan, 19 (1964) 839.
5) 梅津，西川; 生産研究，28 (1976) 447.