

電流形インバータ駆動誘導機の 定常時近似解析解の導出

An Approximate Analytic Solution for Steady-State Characteristics of Induction Motors Driven by Current-Source Inverters

原島 文雄*・林 秀樹*・羽根吉 寿正*

Fumio HARASHIMA, Hideki HAYASHI and Toshimasa HANEYOSHI

1. ま え が き

インバータ駆動誘導機は、交流機の保守容易性・堅牢性等の長所を保持しつつ速度やトルクの制御性を直流機に近いレベルまで引き上げた可変速電動機として広く注目されている。特に図1に示す電流制御形インバータで駆動される誘導機は、これまでの電圧制御形のものに比べ簡単な回路構成で誘導機の四象限動作が行なえるという大きな利点があり、しだいに実用に供されつつある。

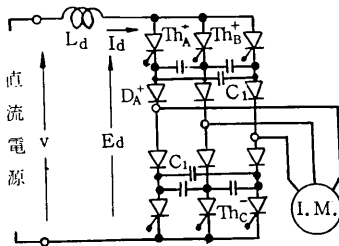


図1 誘導機駆動用電流制御形インバータの結線図

この系の定常特性解析では近年状態推移法が導入され、転流現象やDCリアクトル更には飽和までも考慮した非常に厳密なデジタルシミュレーションがなされるようになってきた^{1), 2)}。一方、系の動特性を簡単な解析的伝達関数で表現する等の理論的考察のためには微小変位をとる前の定常値の解析解が必要であり、また、複数個パラメータの総合的影響を調べる場合や簡単な設計の目安のためにも実際の立場からの近似による数式的な解が求まっていることが望ましい。本文では通常許容されるべき二、三の仮定の下に数式的な近似定常解を導出し、その有効性・適用例について述べる。

2. 転流を無視した解析

以下の解析で用いる記号を表1に定義する。解析にあたり、イ) $L_d = \infty$ (i. e. 直流電流 I_d のリップルは無視できる) ロ) 無次元量 x, y が同程度に微小であって $1 \gg |z|^2$ とする。

表1 本文中で用いる記号の定義

f_e ……インバータ周波数 s ……スリップ
 $T = 1/6 f_e$ $x = T/(L_r/R_r)$ $y = \pi s/3$
 $z = x + jy$ $k = y/x$ $\sigma = 1 - M^2/L_s L_r$
 $\omega_e = 2\pi f_e$ $\varphi_0 = \tan^{-1} k$ $\varphi = \pi/2 - \varphi_0$
 $K = K_0/\sqrt{1+k^2}$ $K_0 = 4\sqrt{3} M^2/L_r \cdot f_e$

$L = 2\sigma L_s$ $R = 2\{R_s + R_r(M/L_r)^2\}$
 $C = 3C_1/2$ $\omega_c = 1/\sqrt{LC}$ $Q = \sqrt{L/C}/R$
 $G = G_0/\sqrt{1+k^2}$ $G_0 = (3/\pi)(M\omega_e)^2/\sigma L_s L_r$
 $\beta = \varphi - \omega_e/\omega_c \cdot \{1 + (4-\pi)/4Q\}$
 $\Delta = \omega_e T_2 - \omega_e/\omega_c \cdot \{1 + (4-\pi)/4Q\}$

誘導機の特性は複素座標系において二次鎖交磁束 $\dot{\psi} = M\dot{i}_s + L_r i_r$ を用いて

$$\begin{cases} \dot{V}_s = (R_s + \sigma L_s p) i_s + M/L_r \cdot p \dot{\psi} \\ p \dot{\psi} = (j\omega - R_r/L_r) \dot{\psi} + MR_r/L_r \cdot i_s \end{cases} \dots (1)$$

と記述される ($p = d/dt$ は微分演算子)。例えば $[a^+ c^-]$ (ステータの a 相 \rightarrow c 相と電流が流れている区間) を対象とし、 $i_s = I_d \exp(j\pi/6)$ として仮定ロ)の下に(1)式を解き各相電圧に変換すれば

$$\begin{bmatrix} V_{sa} \\ V_{sb} \\ V_{sc} \end{bmatrix} = R_s I_d \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} + K I_d \begin{bmatrix} -\sin(\omega_e t - \varphi_0) \\ -\sin(\omega_e t - \varphi_0 - 2\pi/3) \\ -\sin(\omega_e t - \varphi_0 + 2\pi/3) \end{bmatrix} + \frac{3K_0}{\pi} x I_d \sin(\omega_e t - \pi/6) \begin{bmatrix} \sin \omega_e t \\ \sin(\omega_e t - 2\pi/3) \\ \sin(\omega_e t + 2\pi/3) \end{bmatrix} \dots (2)$$

となる。(2)式は $[a^+ b^-]$ 区間では a 相のみ書くと

$$V_{sa} = R_s I_d + K I_d \sin(\omega_e t + \pi/6 + \varphi) - 3K_0 x I_d / \pi \cdot (\omega_e t - \pi/6) \cos(\omega_e t + \pi/6) \dots (3)$$

となり、右辺第二項はほぼインバータ出力電流の基本波が誘導機の基本波等価回路の二次側で生ずる電圧にあたる。これに対し第三項はステップ状入力二次側で減衰する効果を表し、フーリエ級数法では得られぬ部分である。この項は第一項と共に転流時点での電圧跳躍の根源となり、両者が生み出す跳躍電圧は(1)式から直接得られる理論値に一致する。また、トルク等の他の出力変数の近似解も状態変数 $\dot{\psi}$ の近似解から同様にして求めることができる。

* 東京大学生産技術研究所 第3部

研究速報

これらの近似解の有効性を図2及び図3に示す。電圧については、一次の微小量にあたる第三項を含めることにより厳密解と極めてよい一致が得られているが、トルクについては、一次の微小量を無視してもかなり正確な解となっている。なお、この近似解の理論誤差は $1/2 \cdot |z|^2$ のオーダーである。

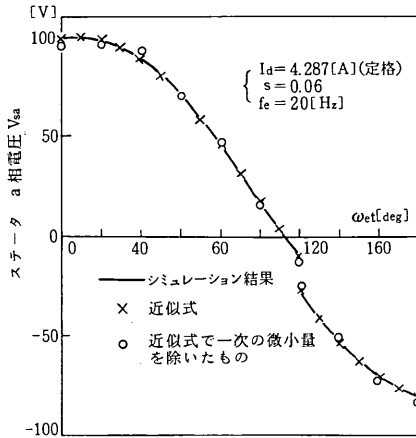


図2 a相電圧瞬時波形

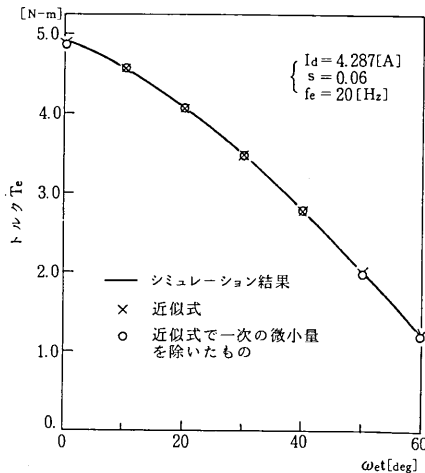


図3 トルク瞬時波形

3. 転流を考慮した解析

図4の動作モードを対象とし、1) $L_d = \infty$ 2) $1/2 \cdot Q, G/\omega_c^2, |z|, \omega_e/\omega_c$ をすべて同程度の微小量と

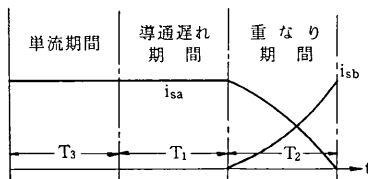


図4 解析するモード

して1に対しこれらの積が無視できると仮定する。なお G_0/ω_c^2 があまり大きいと、図4の動作モードが生じにくくなるが後に示される。

回路方程式は、重なり期間ではステータ側の回路条件と(1)式とから極端に小さな項を無視して

$$\begin{cases} p^2 I_c + \omega_c/Q \cdot p I_c + \omega_c^2 I_c = -M/\sigma L_s L_r \cdot \text{Re}(\dot{a}_r \dot{\psi} \exp(j\pi/6)) \\ p \dot{\psi} = \dot{a}_r \dot{\psi} + M R_r / L_r \cdot (I_d j + I_c \exp(-j\pi/6)) \end{cases}$$

(ただし $\dot{a}_r = j\omega - R_r/L_r, I_c = -C p E_c$: 転流コンデンサ電流)(4)

となり、また単流及び導通遅れ期間では転流無視の場合と同じである。これらを周期条件 $\dot{\psi}(T) = \exp(j\pi/3) \dot{\psi}(0)$ と各状態の接続条件を用いて解くと諸量が(5)式の如く得られ、これから種々の出力変数が計算される。一例として V_{sa} を求めると、単流及び導通遅れ区間では(2)式で φ_0 を $\varphi_0 - d$ で置き換えればよく、重なり期間では(6)式の様になる。他の V_{sb}, V_{sc} , 転流コンデンサ電圧等も同様にして求めることができる³⁾。

$$\begin{cases} I_c/I_d = (1 - G/\omega_c^2 \cdot \cos \varphi) \exp(-\omega_c t/2Q) \cdot \cos(\omega_c t - 1/2Q) + G/\omega_c^2 \cdot \cos(\omega_c t + \varphi) \\ E_0/I_d = -R_s + K\sqrt{3} \sin \beta - 3\sqrt{3}/\pi \cdot K_0 x (\pi/6 - \omega_e T_2) + [1 + (4-\pi)/4Q + G/\omega_c^2 \cdot (\pi/2 - 1) \cdot \cos \varphi] / C \omega_c \\ T_1 = 2C [-R_s + K\sqrt{3} \sin \beta - 3\sqrt{3}/\pi \cdot K_0 x \cdot (\pi/6 - \omega_e T_2)] + [1 + (4-\pi)/4Q + G/\omega_c^2 \cdot (\pi/2 - 1) \cos \varphi] / \omega_c \\ \omega_c T_2 = \pi/2 + 1/2Q + G/\omega_c^2 \cdot (1 + \pi/4Q) \cos \varphi \quad (5) \\ V_{sa}/I_d = K/2 \cdot [\cos(\omega_c t + \varphi) - \sqrt{3} \sin \beta + \omega_e / \omega_c \cdot (1 + (4-\pi)/4Q) \sin(\omega_c t + \varphi)] + (R_s/2 + R/4) - 3\sqrt{3}/2\pi \cdot K_0 x \omega_e T_2 - [(1 - \omega_c t/2Q) \sin(\omega_c t - 1/Q) + 1/Q + G/\omega_c^2 \cdot (\omega_c t - 1) \cos \varphi] / 2C \omega_c \quad (6) \end{cases}$$

(ただし、時間原点は重なり開始時、 $E_0 = \max E_c$)
これらの式で一次の微小量の幾つかを無視することにより、より大まかな近似式が得られる。例えば一次の微小量をすべて無視すれば、(5)式より簡易式(7)が得られる。

$$\begin{cases} E_0/I_d = -R_s + K\sqrt{3} \sin \varphi + 1/C \omega_c \\ T_1 = 2C (-R_s + K\sqrt{3} \sin \varphi) + 1/\omega_c \\ \omega_c T_2 = \pi/2 \quad (V_{sa} \text{ や } I_c \text{ も同様}) \quad (7) \end{cases}$$

シミュレーションによる厳密解と近似式(5)・(6)及び簡易式(7)等の比較を図5～図9に示す。近似式はいずれも厳密解と非常に良く一致しているが、簡易式は重なり期間でやや誤差を生じている。

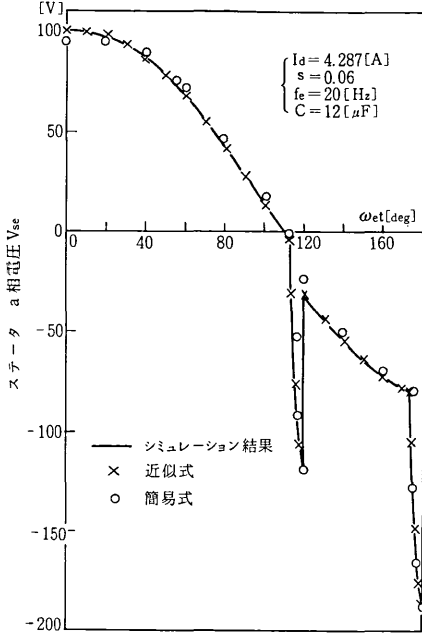


図5 a相電圧瞬時波形(含転流)

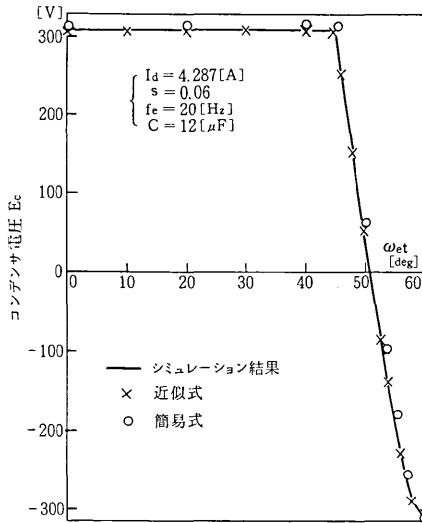


図6 転流コンデンサ電圧瞬時波形

4. 近似解の適用例

(A) 不安定モードの存在条件

$T_1 + T_2 > T$ になると図4とは異なった不安定な動作モードに移行することが報告されており⁴⁾, その条件を(5)式から求めることができる. $f_e = 25 \text{ Hz}, C = 36 \mu\text{F}$ の場合につき(5)式から求めた不安定モード存在条件は $-1.15 < 100s < 1.01$ であり, シミュレーションによる厳密解 $-1.17 < 100s < 1.09$ とかなり良い一致を示している.

さらに $1 \geq 1/2Q, 2C\omega e(R_s + \sqrt{3}/2 \cdot K_0 x)$

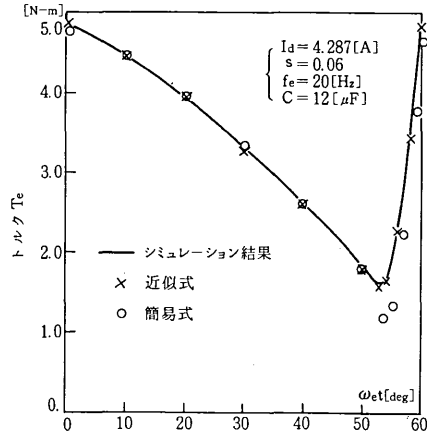


図7 トルク瞬時波形(含転流)

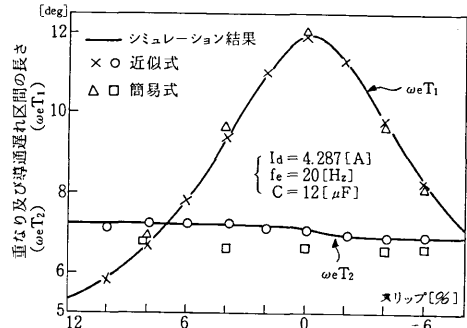


図8 スリップに対する重なり及び導通遅れ区間長

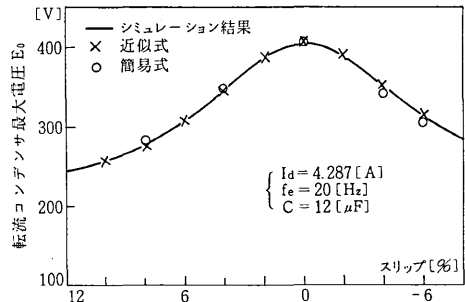


図9 スリップに対するコンデンサ最大電圧

が成り立つ時は, このモードの存在条件は

$$k^2 + d/a \cdot k + (1 - b/a) < 0 \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$\text{ここに } a = 1/6\sqrt{L}\chi - (1 + \pi/2)$$

$$b = 24M^2\chi/\sqrt{L}L_r$$

$$d = 12\pi(4 - \pi)M^2\chi^2/L_r$$

となり, f_e と C は $\chi = f_e\sqrt{C}$ の形で影響し χ が大きいほど不安定モード存在領域が広がることになる. これはまた $\chi^2 \propto G_0/\omega_e^2$ であるから, G_0/ω_e^2 が大きい場合にあたる.

研究速報

(B) インバータ側直流成分等価回路

転流を無視した場合、転流時を除いて直流電圧は $E_d = V_{sa} - V_{sc}$ であり、これと(2)式から直流平均電圧

$$\bar{E}_d = \frac{1}{T} \int_0^T E_d dt + \frac{1}{T} \int_T^{T^+} E_d dt \dots (9) \text{の第一項が求まる.}$$

転流時インパルスの効果は、転流を考慮した近似解で $C \rightarrow 0$ を考えることにより導通遅れと重なりで両者打消し合い、けっきよくインバータ側から見た定常時における直流成分等価回路は図10となる。ここで f_e と s は R_1 にのみ影響していることに注意すべきである。

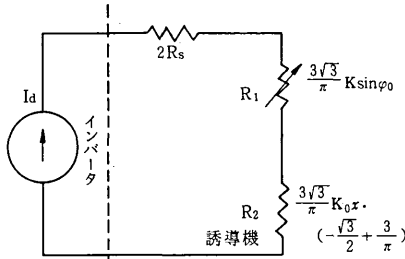


図10 dc等価回路

5. むすび

二、三の現実的仮定の下に電流形インバータ駆動誘導機の定常時における近似解(2)(5)(6)等を導き、シミュレーションによる厳密解とかなり良く一致することが示された。また理論的考察への適用の一例として不安定モード存在領域及び直流側等価回路を導いた。

近似解には以上の他にも繰り返し計算の初期値や他の理論的考察への適用等が考えられるが、それらについてはまた別の機会に譲ることにしたい。

(1977年10月26日受理)

参考文献

- 1) 羽根吉・原島・松田：電学会全国大会No.769 (1977)
- 2) 野中・野田・辻：電学会全国大会No.761 (1977)
- 3) 林・原島・羽根吉：電学会全国大会No.754 (1977)
- 4) 安岡・常広：電学誌94-B, 7 (1974)

次号予告(2月号)

生産加工システムの最適化 特集

巻頭言	大幅省資源のための生産技術	鈴木 弘
特集	1. マイクロプロセッサによる電動機速度制御	{ 原島 文雄 田岡 久雄
	2. コンクリート補強用鋼繊維の製造法について	中川 威雄
	3. Upper Bound Elemental Technique (UBET) の概要と問題点	木内 学
	4. 平板状スパイラルコイルによる電磁成形について	樋口 俊郎
	5. 白熱光ビームによる曲げ加工の試み	増沢 隆久
	6. A Study on Two Dimensional Measurement of Surface Roughness	{ 内田 眞之助 佐藤 壽芳 大堀 眞敬
	7. Zn-22% Al 超塑性打抜き型の簡易化	{ 鈴木 清雄 中川 威雄 大川 陽康
	8. Production of Stainless Steel Fider by Mschining for Reinforced Fireproof Materials	{ 中川 威雄 内田 貴之 鈴木 清
	9. Forming Limits of Locally Quenched Low Carbon Steel Sheets	{ 町田 輝史 中川 威雄
	10. New Forming Process of Thermoplastics Sheet by Using Strain Recovery	{ 町田 輝史 中川 威雄 岡井 紀彦
	11. 炭素鋼の粉末鍛造における鍛造温度の影響	天野 富男
調査報告	ワトソン・リサーチ・センターにおける研究生活	柿 裕之