

第2章

タンデムミルの板厚・張力制御

2. 1 緒言

冷間薄板圧延の板厚精度は製品品質に直結するため非常に重要である。このため、鋼板の冷間薄板圧延の分野では、従来からAGC (Automatic Gage Control : 自動板厚制御)について多くの研究が行われてきた。また、冷間圧延操業に際しては鋼板に大きな張力をかける必要があるが、この張力の精度も安定操業の観点から重要性は大きく、板厚精度との関わりも強い。従って、AGCに関する研究では、張力制御についても併せて論じられることが多い。

まず、冷間圧延特性解析の基礎が定常状態に対する影響係数解析の研究^{*1)}により築かれ、従来型AGC^{*2)}の理論的根拠が明確になった。タンデムミルAGCの設計については、定常状態のプロセス特性にもとづいて、どの制御量を制御するのにどの操作量を用いるべきかといったことが主体に論じられてきた^{*3)}。また従来は、板先端部の通板、板尾端部の尻抜けといった、非定常操業を伴うのが当然であったため、AGCの考え方も操業に合わせて、通板AGC、尻抜AGC、加減速AGC、定常AGCという具合に区分して組み立てるのが基本であった^{*4)*5)}。

1970年代から1980年代にかけては、コールドタンデムミルの多変数制御の研究が進められた^{*6)*7)*8)*9)}。この時期の研究では、個別の課題に対するモデリングと数値シミュレーションによる設計が主体であり、動特性という点では冷間圧延プロセスそのものより寧ろアクチュエータが重要であった。80年代にはいる頃からは多変数制御の適用検討のために、それぞれの条件下での動特性モデルの検討が進められた^{*10)*11)}。しかし、構造的なプロセスの特徴が議論できるパラメトリックな動特性モデルは、レバースミルや隣接する2スタンド間の現象に限られていた。

タンデムミルのプロセス動特性について議論されるようになってきたのは1990年代にはいつてからである^{*12)*13)*14)}。さらにこういった圧延プロセスの動的挙動に着目した総合的AGCも実用化され始めた^{*15)*16)*17)}。アクチュエータや計算機などの能力が飛躍的に向上してきたことがその背景にあるのは勿論であるが、連続ミルの普及に伴い定常圧延と加減速のみのシンプルな操業パターンとなって完全自動化が進み、全長にわたって総合的に通用するAGCが望まれるようになってきたことも関係している。

一方、レバースミルの動特性モデルについてはタンデムミルとは異なるアプローチで研究が進められたてきた^{*18)*19)}。しかし、タンデムミルにはプロセスとしての複数の特徴が混在しており、レバースミルと共通して論じるべき課題もある。

本章では、タンデムミルからレバースミルまで含めた冷間圧延の板厚・張力プロセス一般の動特性をパラメトリックに記述し、その特徴を解析する^{*20)*21)}。タンデムミルは第1スタンドを除いて同じ構造の動特性に支配されることを踏まえ、その板厚・張力制御則について提案する。まず、2.2節で、冷間圧延プロセスの動特性を状態方程式としてパラメトリックに記述する。その際の係数行列の定義は本論文の特徴の一つであり、これによって構造的な特徴の解析や制御則の導出が容易になる。2.3節では、このモデルを用いてまず静特性の解析を行い、従来の定常特性モデルとの関係を検証する。2.4節では、パラメトリックモデルを用いてプロセス動特性（周波数特性）を解析することにより、プロセス動特性が「変化の起点」と「変化の伝播」の積で表現でき、さらにサブプロセス分割できることを示す。またこれにもとづいて、冷延プロセス動特性の構造的な特徴をサブプロセス毎に明らかにする。2.5節では、タンデムミルの板厚・張力制御系が第1スタンドを除いて、圧下位置、サクセシブ速度といったいくつかの主操作量を適切な配分で同時操作することにより非干渉化でき、単純なシングルループ系の集合に帰着することを示す。さらに、非干渉化誤差についても周波数特性の面から評価する。2.6節では、最終スタンドの制御について論じる。多くの場合、圧延荷重を制御量として加える必要がある最終スタンドの課題を一般化して記述し、これにもとづいてモード選択の考え方を含む新しい最終スタンド制御の枠組みを示す。2.7節では、実機タンデムミルへの適用事例を紹介する。

尚、タンデムミル第1スタンドの制御については、その構造的な特徴からレバースミルなどと共に「ミル入側プロセス」と位置づけられるため、第3章で論じることとする。

本論文は基本的には特定の数値条件を前提としない一般論として議論を展開しているのが特徴である。本章においても、プロセスの構造的な特徴を解析した2.2節～2.4節は、数値条件をおかない一般論である。制御則について述べた2.5節、2.6節も、論理展開の骨子は数値条件をおかない一般論であるが、2.6節での制御対象の定式化など一部において、プロセスの数値的な特徴を用いている。これも特定の数値条件ということではなく、冷間圧延プロセス一般の構造的な特徴から前提とできる数値条件に限っており、この特徴については付録.2Cで詳述する。

また、本文中には適宜、数値計算例を示しているが、これらは理解の補助として記載したものであり、いずれも論理展開上の前提とするものではない。それらの数値計算例は冷間圧延プロセスにおいて実操業上典型的と考えられる標準条件にもとづいて計算したものであり、その標準条件の値は付録.2Aに示す。

尚、本文中で詳しい証明なしに用いた式変形等で重要と思われるものは、付録.2Dに証明を記す。付録.2Bには、本論文で扱う圧延理論モデルについて具体的な関数形を示す。

2. 2 板厚制御特性の定式化

2. 2. 1 冷間圧延機板厚・張力制御の基本関係式

シングルスタンドレバースミルとタンデムミルを統一的に記述するため、図2.2.1のような n スタンド圧延機を考える。 $n=1$ の場合はシングルスタンドミルとなる。表1.2.1にも示したように、現在稼動中のタンデムミルは $n=5\sim6$ のものが主流であるが、ダブルレデュースミルという $n=2$ の圧延機もある。

板厚・張力制御のための主アクチュエータは、圧延機の上下ロール間隔を調整する压下位置制御装置とロールの駆動モータである。各圧延スタンドでは後述するようにロール回転速度精度が重要であるため、そのロール駆動モータには速度制御装置(ASR)が備えられており、圧延ロールのロール速度指令が操作量となる。駆動モータは圧延スタンド以外にも、圧延機の入側で母材コイルを巻戻すペイオフリール(POR)や、出側でコイルを巻取るテンションリール(TR)に設置されている。POR、TRでは、鋼帯に付与する張力が変動するとコイルの巻締りや巻緩みが発生し、鋼板表面に疵がつく。このため、その駆動モータでは、回転速度精度より張力の安定を重視し、トルク制御(ATR、直流モータならば電流制御)が用いられるため、モータトルク指令がその操作量となる。図1.2.2のような完全連続式タンデムミルの場合は、ミル入側にはPORではなくテンションブライドルロール(BR)が設置されるが、ループカーなどの入側設備との張力差確保がその主目的であるため、BRの駆動モータはやはり速度制御(ASR)ではなく、トルク制御(ATR)が用いられる。

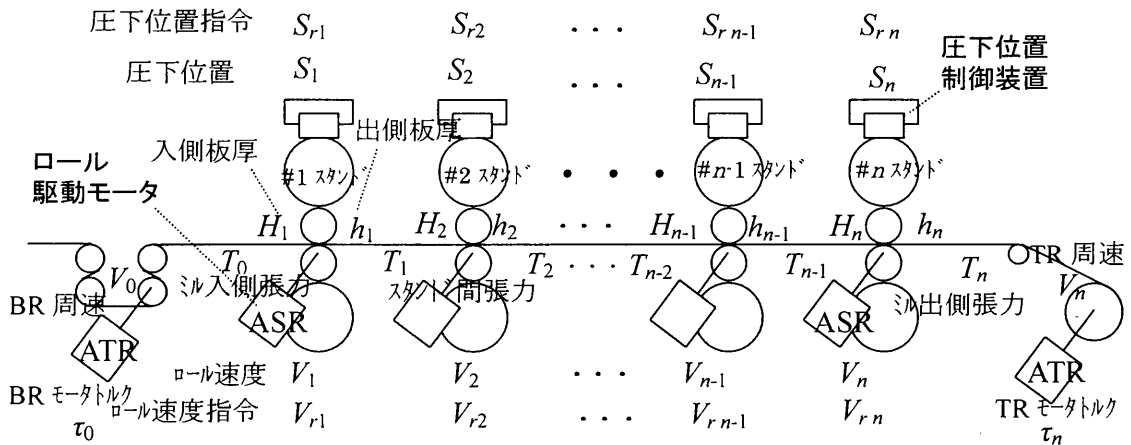


図2.2.1 n スタンドタンデムミルと主要な変数

図2.2.1の n スタンドタンデムミルについて、まず、各変数間の基本関係式を整理する。

(1) 静的な基本関係式

まず、圧延ロール直下で、出側板厚 h_i 、圧延荷重 P_i 、压下位置（無負荷時の上下ロール間隔） S_i の関係は次のゲージメータ式で表現される（図2.2.2参照）。尚、添字 i は第 i スタンドであることを示している。

$$h_i = \frac{P_i}{M_i} + S_i \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.1)$$

この圧延荷重 P_i は、圧延理論にもとづく非線形関係式(例えばBland & Fordの式。付録2B参

照)によって、入側板厚 H_i 、出側板厚 h_i 、入側張力応力 σ_{bi} 、出側張力応力 σ_{fi} 、変形抵抗 k_{mi} 、摩擦係数 μ_i 、板幅 b 、ロール径 R_i などの関数として表現される。

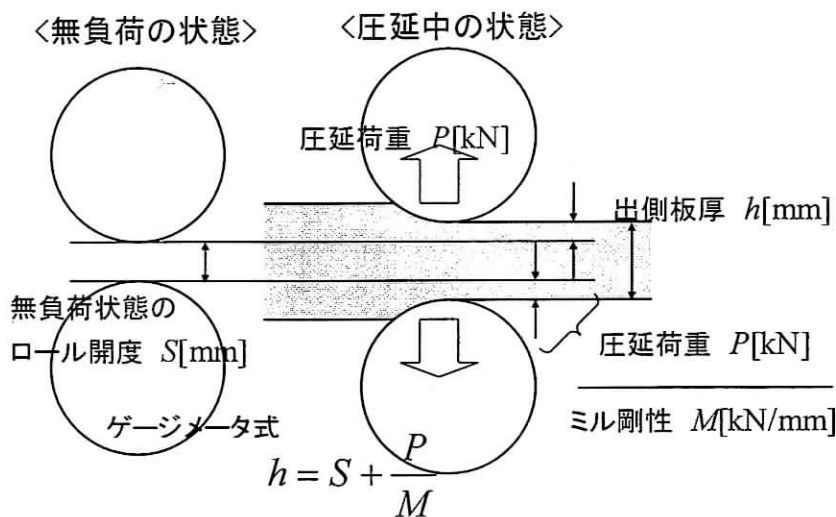


図.2.2.2 ゲージメータ式 of the concept

$$P_i = P(H_i, h_i, \sigma_{bi}, \sigma_{fi}, k_{mi}, \mu_i, b, R_i) \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.2)$$

一方、スタンド入出側のマスフローバランスに関する関係式は (図2.2.3参照) 、

$$H_i v_{in i} = h_i v_{out i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.3)$$

である (但し、 $v_{in i}$ 、 $v_{out i}$ はそれぞれ# i スタンド入側、出側の板速度)。

この板速度 $v_{out i}$ とロール速度 V_i との間には、先進率 f_i を介して、

$$v_{out i} = V_i (1 + f_i) \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.4)$$

の関係がある。この先進率 f_i も、圧延荷重 P_i と同様、圧延理論にもとづく非線形関係式(例えばBland & Fordの式。付録.2B参照)によって、入側板厚 H_i 、出側板厚 h_i 、入側張力応力 σ_{bi} 、出側張力応力 σ_{fi} 、変形抵抗 k_{mi} 、摩擦係数 μ_i 、ロール径 R_i などの関数として表現される。

$$f_i = f(H_i, h_i, \sigma_{bi}, \sigma_{fi}, k_{mi}, \mu_i, R_i) \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.5)$$

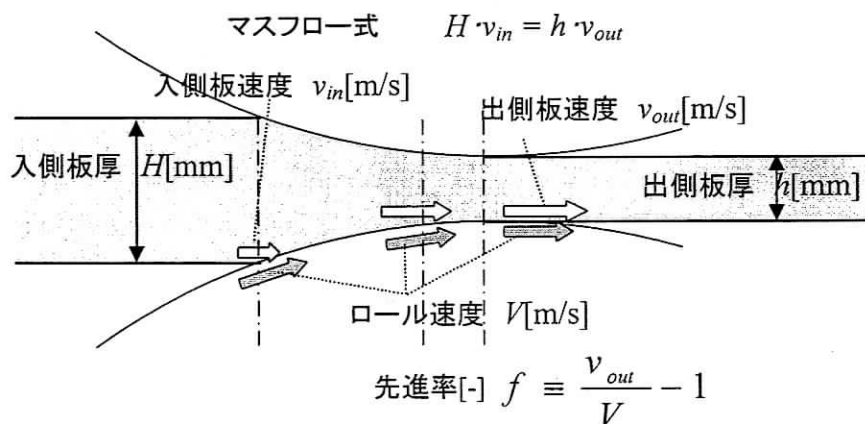


図.2.2.3 マスフロー式と先進率の概念

また、全張力 T_i と張力応力 σ_{bi} 、 σ_{fi} の関係は次式であらわされる。

$$T_{i-1} = \sigma_{bi} H_i b \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.6)$$

$$T_i = \sigma_{fi} h_i b \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.7)$$

(2) 動特性に関する関係式

スタンド間張力挙動のダイナミクスは、板両端の速度差により張力変化率が決まることを示す次式であらわされる。

$$\frac{L_i}{Ebh_i} \frac{d}{dt} T_i = v_{in i+1} - v_{out i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.8)$$

但し、 $i=0$ および $i=n$ については、それぞれ

$$v_{out 0} = V_0 \quad (\text{即ち入側リール周速}) \quad (2.2.9)$$

$$v_{in n+1} = V_{n+1} \quad (\text{即ち出側リール周速}) \quad (2.2.10)$$

と読み替え、ミル入側張力挙動およびミル出側張力挙動のダイナミクスの式とする。次に、ミル入出側のリール（あるいはブライドルロール）速度については、駆動トルクと負荷トルクの差によって回転角加速度が決まることを表す運動方程式

$$J_0 \frac{d}{dt} \frac{V_0}{R_0} = R_0 T_0 - \tau_0 \quad (2.2.11)$$

$$J_{n+1} \frac{d}{dt} \frac{V_{n+1}}{R_{n+1}} = R_{n+1} T_n - \tau_{n+1} \quad (2.2.12)$$

でその挙動が表現される。また、スタンド間の材料の移送に関する関係式は

$$H_{i+1}(t) = h_i \left(t - \frac{L_i}{v_i} \right) \quad (1 \leq i \leq n-1) \quad (2.2.13)$$

となる。

(3) 基本関係式の線形化と影響係数の導入

(2.2.1)~(2.2.13)の関係式をテーラー展開等により線形化し、以下のような微小変動量間の関係式とする。尚、例えば $\left[\frac{\partial P}{\partial x} \right]_i \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right]$ の表記は、多変数の関数である $P(x, y, z, \dots)$, $f(x, y, z, \dots)$

の独立変数 x による偏微分係数を表している。

$$\Delta P_i = \left[\frac{\partial P}{\partial H} \right]_i \Delta H_i + \left[\frac{\partial P}{\partial h} \right]_i \Delta h_i + \left[\frac{\partial P}{\partial \sigma_b} \right]_i \Delta \sigma_{bi} + \left[\frac{\partial P}{\partial \sigma_f} \right]_i \Delta \sigma_{fi} + \left[\frac{\partial P}{\partial \mu} \right]_i \Delta \mu_i + \left[\frac{\partial P}{\partial k_m} \right]_i \Delta k_{mi}$$

$$(1 \leq i \leq n) \quad (2.2.14)$$

$$\Delta f_i = \left[\frac{\partial f}{\partial H} \right]_i \Delta H_i + \left[\frac{\partial f}{\partial h} \right]_i \Delta h_i + \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma_b} \right]_i \Delta \sigma_{bi} + \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma_f} \right]_i \Delta \sigma_{fi} + \left[\frac{\partial f}{\partial \mu} \right]_i \Delta \mu_i + \left[\frac{\partial f}{\partial k_m} \right]_i \Delta k_{mi} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.15)$$

$$\Delta h_i = \frac{\Delta P_i}{M_i} + \Delta S_i \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.16)$$

$$\frac{\Delta v_{out i}}{v_{out i}} = \frac{\Delta V_i}{V_i} + \frac{\Delta f_i}{1 + f_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.17)$$

$$\frac{\Delta v_{in i}}{v_{in i}} + \frac{\Delta H_i}{H_i} = \frac{\Delta v_{out i}}{v_{out i}} + \frac{\Delta h_i}{h_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.18)$$

$$\frac{L_i \sigma_i}{E v_i} \frac{d}{dt} \frac{\Delta T_i}{T_i} = \frac{\Delta v_{in i+1}}{v_{in i+1}} \frac{\Delta v_{out i}}{v_{out i}} \quad (0 \leq i \leq n) \quad (2.2.19)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\Delta V_0}{V_0} = \frac{T_0 R_0^2}{J_0 V_0} \left(\frac{\Delta T_0}{T_0} - \frac{\Delta \tau_0}{\tau_0} \right) \quad (2.2.20)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\Delta V_{n+1}}{V_{n+1}} = \frac{T_n R_{n+1}^2}{J_{n+1} V_{n+1}} \left(\frac{\Delta T_n}{T_n} - \frac{\Delta \tau_{n+1}}{\tau_{n+1}} \right) \quad (2.2.21)$$

$$\frac{\Delta H_{i+1}}{H_{i+1}}(t) = \frac{\Delta h_i}{h_i} \left(t - \frac{L_i}{v_i} \right) \quad (1 \leq i \leq n-1) \quad (2.2.22)$$

$$\frac{\Delta T_{i-1}}{T_{i-1}} = \frac{\Delta \sigma_{bi}}{\sigma_{bi}} + \frac{\Delta H_i}{H_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.23)$$

$$\frac{\Delta T_i}{T_i} = \frac{\Delta \sigma_{fi}}{\sigma_{fi}} + \frac{\Delta h_i}{h_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.24)$$

これらに加え、各スタンドの圧下位置制御装置とロール速度制御装置の動特性を、それぞれ次のような1次遅れで近似的に表現する。

$$\frac{d}{dt} \Delta S_i = -q_{Si} \Delta S_i + q_{Si} \Delta S_{ri} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.25)$$

$$\frac{d}{dt} \Delta V_i = -q_{Vi} \Delta V_i + q_{Vi} \Delta V_{ri} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.26)$$

尚、モータトルク制御（電流制御）の応答は一般的に十分速いので、その動特性はモデリング対象としない。

ここで、次節以降の記述を簡単にするため、以下のような影響係数を導入し、表記を定

義しておく。まず、第*i*スタンドに着目し、圧下位置、入側板厚、入側張力、出側張力、摩擦係数、変形抵抗がそれぞれ独立に変化するという前提の下で、その変化が出側板厚変化、出側板速度変化や圧延荷重変化に与える影響を示す影響係数として、以下(2.2.27)～(2.2.38)を定義する。

$$\gamma_{Si} \equiv \frac{M_i}{(M_i - \left[\frac{\partial P}{\partial h} \right]_i) h_i + \left[\frac{\partial P}{\partial \sigma_f} \right]_i \sigma_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.27)$$

：圧下位置変化が出側板厚に及ぼす影響係数 [1/mm]

$$\gamma_{bi} \equiv \frac{\left[\frac{\partial P}{\partial \sigma_b} \right]_i \sigma_{i-1}}{(M_i - \left[\frac{\partial P}{\partial h} \right]_i) h_i + \left[\frac{\partial P}{\partial \sigma_f} \right]_i \sigma_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.28)$$

：入側張力変化が出側板厚に及ぼす影響係数 [-]

$$\gamma_{fi} \equiv \frac{\left[\frac{\partial P}{\partial \sigma_f} \right]_i \sigma_i}{(M_i - \left[\frac{\partial P}{\partial h} \right]_i) h_i + \left[\frac{\partial P}{\partial \sigma_f} \right]_i \sigma_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.29)$$

：出側張力変化が出側板厚に及ぼす影響係数 [-]

$$\gamma_{Hi} \equiv \frac{\left[\frac{\partial P}{\partial H} \right]_i h_{i-1} - \left[\frac{\partial P}{\partial \sigma_b} \right]_i \sigma_{i-1}}{(M_i - \left[\frac{\partial P}{\partial h} \right]_i) h_i + \left[\frac{\partial P}{\partial \sigma_f} \right]_i \sigma_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.30)$$

：入側板厚変化が出側板厚に及ぼす影響係数 [-]

$$\gamma_{mi} \equiv \frac{\left[\frac{\partial P}{\partial \mu} \right]_i}{(M_i - \left[\frac{\partial P}{\partial h} \right]_i) h_i + \left[\frac{\partial P}{\partial \sigma_f} \right]_i \sigma_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.31)$$

：摩擦係数変化が出側板厚に及ぼす影響係数 [-]

$$\gamma_{ki} \equiv \frac{\left[\frac{\partial P}{\partial k_m} \right]_i k_{mi}}{(M_i - \left[\frac{\partial P}{\partial h} \right]_i) h_i + \left[\frac{\partial P}{\partial \sigma_f} \right]_i \sigma_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.32)$$

：変形抵抗変化が出側板厚に及ぼす影響係数 [-]

$$\varphi_{bi} \equiv \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma_b} \right]_i \frac{\sigma_{i-1}}{1 + f_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.33)$$

：入側張力変化が出側板速度に及ぼす影響係数 [-]

$$\varphi_{fi} \equiv \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma_f} \right]_i \frac{\sigma_i}{1+f_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.34)$$

：出側張力変化が出側板速度に及ぼす影響係数 [-]

$$\varphi_{mi} \equiv \left[\frac{\partial f}{\partial \mu} \right]_i \frac{1}{1+f_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.35)$$

：摩擦係数変化が出側板速度に及ぼす影響係数 [-]

$$\varphi_{ki} \equiv \left[\frac{\partial f}{\partial k_m} \right]_i \frac{k_{mi}}{1+f_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.36)$$

：変形抵抗変化が出側板速度に及ぼす影響係数 [-]

$$\pi_{si} \equiv \frac{\left[\frac{\partial P}{\partial h} \right]_i h_i - \left[\frac{\partial P}{\partial \sigma_f} \right]_i \sigma_i}{P_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.37)$$

：圧下位置変化による出側板厚変化が圧延荷重に及ぼす影響係数 [-]

$$\pi_{hi} \equiv \frac{h_i M_i}{P_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.38)$$

：圧下位置変化以外の要因による出側板厚変化が圧延荷重に及ぼす影響係数 [-]

一方、(2.2.18)のマスフロー一定則は、入側あるいは出側の板厚に変化があれば、入側あるいは出側の板速度が変化してマスバランスを保つことを示している。板厚変化により発生したマスバランス変化が、入側板速度、出側板速度でどんな配分比で吸収されるかを示すのが、以下に示す(2.2.39)、(2.2.43)の影響係数 α_i 、 β_i である。まず、出側板厚変化については、

$$\alpha_i \equiv - \left[\frac{\partial f}{\partial h} \right]_i \frac{h_i}{1+f_i} + \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma_f} \right]_i \frac{\sigma_i}{1+f_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.39)$$

：出側板厚変化によるマスバランス変化の入側／出側速度変化吸収比 [-]

α_i は、(2.2.18)で出側板厚のみの変化を想定した（即ち入側板厚変化=0とした）関係式

$$\frac{\Delta h_i}{h_i} = \frac{\Delta v_{in i}}{v_{in i}} - \frac{\Delta v_{out i}}{v_{out i}} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.40)$$

における、マスバランス変化 $\Delta h_i/h_i$ の出側板速度への吸収配分を示している。即ち、

$$\frac{\Delta v_{in i}}{v_{in i}} = (1 - \alpha_i) \frac{\Delta h_i}{h_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.41)$$

$$- \frac{\Delta v_{out i}}{v_{out i}} = \alpha_i \frac{\Delta h_i}{h_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.42)$$

出側板厚変化についても、

$$\beta_i \equiv -\left[\frac{\partial f}{\partial H}\right]_i \frac{h_{i-1}}{1+f_i} + \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma_b}\right]_i \frac{\sigma_{i-1}}{1+f_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.43)$$

：入側板厚変化によるマスバランス変化の入側／出側速度変化吸収比[-]

β_i は、(2.2.18)で入側板厚のみの変化を想定した（即ち出側板厚変化=0とした）関係式

$$\frac{\Delta H_i}{H_i} = -\left(\frac{\Delta v_{in i}}{v_{in i}} - \frac{\Delta v_{out i}}{v_{out i}}\right) \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.44)$$

における、マスバランス変化 $\Delta H_i/H_i$ の出側板速度への吸収配分を示している。即ち、

$$\frac{\Delta v_{in i}}{v_{in i}} = (-1 - \beta_i) \frac{\Delta H_i}{H_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.45)$$

$$-\frac{\Delta v_{out i}}{v_{out i}} = \beta_i \frac{\Delta H_i}{H_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.46)$$

さらに、時間変化に関する影響係数あるいはパラメータとして以下に示す(2.2.47)～(2.2.51)を定義する。

$$p_i \equiv \frac{v_i E}{L_i \sigma_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.47)$$

：板両端の速度差変化が張力変化率に及ぼす影響係数 [1/s]

$$\delta_0 \equiv \frac{R_0^2 T_0}{J_0 V_0} \quad (2.2.48)$$

：入側リール張力（トルク）変化がリール速度変化率に及ぼす影響係数 [1/s]

$$\delta_n \equiv \frac{R_{n+1}^2 T_n}{J_{n+1} V_{n+1}} \quad (2.2.49)$$

：出側リール張力（トルク）変化がリール速度変化率に及ぼす影響係数 [1/s]

$$\chi_i \equiv \frac{L_i}{v_i} \quad (1 \leq i \leq n-1) \quad (2.2.50)$$

：スタンド間の材料移送ムダ時間(#iスタンド～#i+1スタンド) [s]

$$\chi_{xi} \equiv \frac{L_{xi}}{v_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.51)$$

：スタンド～板厚計間の材料移送ムダ時間 [s]

尚、本論文では、変数はその基準値で除することにより無次元化して取り扱うことを原則とする。但し、圧下位置 ΔS_i [mm]については、その基準値 S_i の範囲が0を含め正負を跨るものであるため（図.2.2.2参照）、そのまま無次元化しない変数として取り扱う。

2. 2. 2 状態方程式と伝達関数行列表現

図2.2.1に示す n スタンド圧延機の板厚・張力プロセスの特性は、2. 2. 1の基本関係式にもとづいて、次のような状態方程式で表現できる。具体的には(2.2.14)～(2.2.26)から中間変数、 ΔP_i 、 Δf_i 、 $\Delta v_{in\ i}$ 、 $\Delta v_{out\ i}$ 、 $\Delta \sigma_{bi}$ 、 $\Delta \sigma_{fi}$ ($1 \leq i \leq n$) を消去、整理することにより得られる。

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu + Ew \quad (2.2.52a)$$

$$y = Cx + Fw \quad (2.2.52b)$$

$$w_{22} = y_{1d} \quad (2.2.52c)$$

但し、

$$x \equiv \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} : \text{状態変数ベクトル} \quad \mathbf{[3n+3]} \quad (2.2.53)$$

$$x_1 \equiv \left[\frac{\Delta V_0}{V_0} \quad \frac{\Delta T_0}{T_0} \quad \dots \quad \frac{\Delta T_n}{T_n} \quad \frac{\Delta V_{n+1}}{V_{n+1}} \right]^T : \text{リール速度、張力} \mathbf{[n+3]} \quad (2.2.53a)$$

$$x_2 \equiv \left[\frac{\Delta V_1}{V_1} \quad \dots \quad \frac{\Delta V_n}{V_n} \right]^T : \text{ロール速度} \mathbf{[n]} \quad (2.2.53b)$$

$$x_3 \equiv [\Delta S_1 \quad \dots \quad \Delta S_n]^T : \text{圧下位置} \mathbf{[n]} \quad (2.2.53c)$$

$$u \equiv \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} : \text{操作量変数ベクトル} \mathbf{[2n+2]} \quad (2.2.54)$$

$$u_1 \equiv \left[\frac{\Delta \tau_0}{\tau_0} \quad \frac{\Delta \tau_{n+1}}{\tau_{n+1}} \right]^T : \text{リールトルク} \mathbf{[2]} \quad (2.2.54a)$$

$$u_2 \equiv \left[\frac{\Delta V_{r1}}{V_1} \quad \dots \quad \frac{\Delta V_{rn}}{V_n} \right]^T : \text{ロール速度指令} \mathbf{[n]} \quad (2.2.54b)$$

$$u_3 \equiv [\Delta S_{r1} \quad \dots \quad \Delta S_{rn}]^T : \text{圧下位置指令} \mathbf{[n]} \quad (2.2.54c)$$

$$y \equiv \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} : \text{制御量変数ベクトル} \mathbf{[2n+1]} \quad (2.2.55)$$

$$y_1 \equiv \left[\frac{\Delta h_1}{h_1} \quad \dots \quad \frac{\Delta h_n}{h_n} \right]^T : \text{出側板厚} \mathbf{[n]} \quad (2.2.55a)$$

$$y_2 \equiv \begin{bmatrix} \frac{\Delta T_0}{T_0} & \dots & \frac{\Delta T_n}{T_n} \end{bmatrix}^T : \text{張力 } \mathbf{[n+1]} \quad (2.2.55b)$$

$$y_{1d} \equiv \begin{bmatrix} \frac{\Delta h_1(t-\chi_1)}{h_1} & \dots & \frac{\Delta h_{n-1}(t-\chi_{n-1})}{h_{n-1}} \end{bmatrix}^T : \text{入側板厚 } \mathbf{[n-1]} \quad (2.2.55c)$$

$$w \equiv \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} : \text{外乱変数ベクトル } \mathbf{[3n]} \quad (2.2.56)$$

$$w_1 \equiv \begin{bmatrix} \Delta \mu_1^d & \dots & \Delta \mu_n^d & \frac{\Delta k_{m1}^d}{k_{m1}} & \dots & \frac{\Delta k_{mn}^d}{k_{mn}} \end{bmatrix}^T : \text{摩擦係数、変形抵抗 } \mathbf{[2n]} \quad (2.2.56a)$$

$$w_2 \equiv \begin{bmatrix} w_{21} \\ w_{22} \end{bmatrix} \quad \mathbf{[n]} \quad (2.2.56b)$$

$$w_{21} \equiv \frac{\Delta H_1^d}{H_1} : \text{母材板厚 } \mathbf{[1]} \quad (2.2.56c)$$

$$w_{22} \equiv \begin{bmatrix} \frac{\Delta H_2}{H_2} & \dots & \frac{\Delta H_n}{H_n} \end{bmatrix}^T : \text{入側板厚 } \mathbf{[n-1]} \quad (2.2.56d)$$

外乱変数としては、冷間圧延における板厚、張力変動の代表的原因である、摩擦係数変動、変形抵抗変動、入側板厚変動を想定している。

状態方程式(2.2.52a) ～ (2.2.52c)の係数行列の定義は以下のとおりである。

$$A \equiv \begin{bmatrix} PA_r & PB_r & PB_s \Gamma_s \\ 0_{(n \times (n+3))} & -U_r & 0_{(n \times n)} \\ 0_{(n \times (n+3))} & 0_{(n \times n)} & -U_s \end{bmatrix} \quad \mathbf{[(3n+3) \times (3n+3)]} \quad (2.2.57)$$

$$B \equiv \begin{bmatrix} PB_r & 0_{((n+3) \times n)} & 0_{((n+3) \times n)} \\ 0_{(n \times (n+3))} & U_r & 0_{(n \times n)} \\ 0_{(n \times (n+3))} & 0_{(n \times n)} & U_s \end{bmatrix} \quad \mathbf{[(3n+3) \times (2n+2)]} \quad (2.2.58)$$

$$C \equiv \begin{bmatrix} \Gamma_r Q & 0_{((n+1) \times n)} & \Gamma_s \\ Q & 0_{(n \times n)} & 0_{(n \times n)} \end{bmatrix} \quad \mathbf{[(2n+1) \times (3n+3)]} \quad (2.2.59)$$

$$E \equiv \begin{bmatrix} P(B_r \Phi_d + B_s \Gamma_d) & P(B_H + B_s \Gamma_H) \\ 0_{(n \times 2n)} & 0_{(n \times n)} \\ 0_{(n \times 2n)} & 0_{(n \times n)} \end{bmatrix} \quad \mathbf{[(3n+3) \times 3n]} \quad (2.2.60)$$

$$F \equiv \begin{bmatrix} \Gamma_d & \Gamma_H \\ 0_{((n+1) \times 2n)} & 0_{((n+1) \times n)} \end{bmatrix} \quad \mathbf{[(2n+1) \times 3n]} \quad (2.2.61)$$

各係数行列を構成する影響係数行列の定義を以下に示す。

$$P \equiv \text{diag}[1, p_0, \dots, p_n, 1] \quad [(n+3) \times (n+3)] \quad (2.2.62)$$

：板両端速度差変化が張力変化率に及ぼす影響係数行列

$$A_T \equiv A_T + (B_S \Gamma_T + B_V \Phi_T) Q \quad [(n+3) \times (n+3)] \quad (2.2.63)$$

：張力変化が板両端速度差に及ぼす影響係数行列

$$A_T \equiv \left[\begin{array}{cc|c} 0 & \delta_0 & 0_{(2 \times (n+1))} \\ -1 & 0 & \\ \hline 0_{((n-1) \times (n+3))} & & \\ \hline 0_{(2 \times (n+1))} & 0 & 1 \\ & -\delta_n & 0 \end{array} \right] \quad [(n+3) \times (n+3)] \quad (2.2.64)$$

：リール張力変化とリール速度変化の相互影響係数行列

$$B_S \equiv \left[\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1-\alpha_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \alpha_1 & 1-\alpha_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 1-\alpha_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \alpha_{n-2} & 1-\alpha_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \alpha_{n-1} & 1-\alpha_n \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \alpha_n \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad [(n+3) \times n] \quad (2.2.65)$$

：出側板厚変化が板両端速度差に及ぼす影響係数行列

$$\Gamma_T \equiv \left[\begin{array}{cccccc} \gamma_{b1} & \gamma_{f1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{b2} & \gamma_{f2} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \gamma_{b\ n-1} & \gamma_{f\ n-1} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \gamma_{b\ n} & \gamma_{f\ n} \end{array} \right] \quad [n \times (n+1)] \quad (2.2.66)$$

：張力変化が出側板厚に及ぼす影響係数行列

$$B_V \equiv \left[\begin{array}{ccccc} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{array} \right] \quad [(n+3) \times n] \quad (2.2.67)$$

：出側板速度変化、ロール速度変化が板両端速度差に及ぼす影響係数行列

$$\Phi_T \equiv \begin{bmatrix} \varphi_{b1} & \varphi_{f1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_{b2} & \varphi_{f2} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \varphi_{b\,n-1} & \varphi_{f\,n-1} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \varphi_{bn} & \varphi_{fn} \end{bmatrix} \quad \mathbf{[n \times (n+1)]} \quad (2.2.68)$$

：張力変化が出側板速度に及ぼす影響係数行列

$$\mathcal{Q} \equiv \begin{bmatrix} 0_{((n+1) \times 1)} & I_{(n+1)} & 0_{((n+1) \times 1)} \end{bmatrix} \quad \mathbf{[(n+1) \times (n+3)]} \quad (2.2.69)$$

：状態変数ベクトル x_1 から張力のみを取り出す行列

$$\Gamma_S \equiv \text{diag}[\gamma_{s1}, \cdots, \gamma_{sn}] \quad \mathbf{[n \times n]} \quad (2.2.70)$$

：圧下位置変化が出側板厚に及ぼす影響係数行列

$$B_r \equiv \begin{bmatrix} -\delta_0 & 0 \\ 0_{((n+1) \times 2)} \\ 0 & \delta_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{[(n+3) \times 2]} \quad (2.2.71)$$

：リールトルク変化がリール速度変化率に及ぼす影響係数行列

$$U_r \equiv \text{diag}[q_{r1}, \cdots, q_{rn}] \quad \mathbf{[n \times n]} \quad (2.2.72)$$

：ロール速度アクチュエータの遮断周波数行列

$$U_S \equiv \text{diag}[q_{s1}, \cdots, q_{sn}] \quad \mathbf{[n \times n]} \quad (2.2.73)$$

：圧下位置アクチュエータの遮断周波数行列

$$\Phi_d \equiv [\text{diag}[\varphi_{m1}, \cdots, \varphi_{mn}], \text{diag}[\varphi_{k1}, \cdots, \varphi_{kn}]] \quad \mathbf{[n \times 2n]} \quad (2.2.74)$$

：摩擦係数変化、変形抵抗変化が出側板速度に及ぼす影響係数行列

$$\Gamma_d \equiv [\text{diag}[\gamma_{m1}, \cdots, \gamma_{mn}], \text{diag}[\gamma_{k1}, \cdots, \gamma_{kn}]] \quad \mathbf{[n \times 2n]} \quad (2.2.75)$$

：摩擦係数変化、変形抵抗変化が出側板厚に及ぼす影響係数行列

$$B_H \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1-\beta_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \beta_1 & -1-\beta_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \beta_2 & -1-\beta_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \beta_{n-2} & -1-\beta_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \beta_{n-1} & -1-\beta_n \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \beta_n \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{[(n+3) \times n]} \quad (2.2.76)$$

：入側板厚変化が板両端速度差に及ぼす影響係数行列

B_{H1} : B_H の第1列 $\mathbf{[(n+3) \times 1]}$

B_{H2} : B_H の第2~n列 $\mathbf{[(n+3) \times (n-1)]}$

$$\Gamma_H \equiv \text{diag}[\gamma_{H1}, \dots, \gamma_{Hn}] \quad [n \times n] \quad (2.2.77)$$

：入側板厚変化が出側板厚に及ぼす影響係数行列

$$\Gamma_{H1} : \Gamma_H \text{の第1列} \quad [n \times 1]$$

$$\Gamma_{H2} : \Gamma_H \text{の第2} \sim n \text{列} \quad [n \times (n-1)]$$

(2.2.63)で定義された A_T の非零要素は、対角要素と対角要素に隣接する要素に限られることが確認できる。これを踏まえて A_T の各非零要素の名称を

$$A_T = \begin{bmatrix} 0 & \delta_0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & t_{00} & t_{01} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & t_{10} & t_{11} & t_{12} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & t_{21} & t_{22} & t_{23} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & t_{n-1,n-2} & t_{n-1,n-1} & t_{n-1,n} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & t_{n,n-1} & t_{nn} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & -\delta_n & 0 \end{bmatrix} \quad (2.2.78)$$

となるように定義しておく。即ち、

$$t_{i,i-1} \equiv -\varphi_{bi} + \gamma_{bi} \alpha_i \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.79)$$

$$t_{ii} \equiv \varphi_{bi+1} - \varphi_{fi} + \gamma_{fi} \alpha_i + \gamma_{bi+1} (1 - \alpha_{i+1}) \quad (1 \leq i \leq n-1) \quad (2.2.80)$$

$$t_{00} \equiv \varphi_{b1} + \gamma_{b1} (1 - \alpha_1) \quad (2.2.81)$$

$$t_{nn} \equiv -\varphi_{fn} + \gamma_{fn} \alpha_n \quad (2.2.82)$$

$$t_{i,i+1} \equiv \varphi_{fi+1} + \gamma_{fi+1} (1 - \alpha_{i+1}) \quad (0 \leq i \leq n-1) \quad (2.2.83)$$

図.2.2.4は、このプロセスのブロック図を第 i スタンド周辺について図示したもので、これ自体は隣接2スタンドに関するプロセスモデルとして従来から提案されている。本論文の特徴の一つは、上述のような n スタンドミル全体の特性を状態方程式表現する際の係数行列の定義（例えば A_T の定義(2.2.63)）であり、これによって以降のパラメトリックな解析や制御則導出が容易となる。

状態方程式(2.2.52)の制御対象を伝達関数行列表現すると次式のようになる。

$$y = G(s)U(s)u + G_w(s)w \quad (2.2.84)$$

また、これに対して付加的な影響をもつムダ時間要素については次式のように記述する。

$$w_{22} = Z(s)y_1 \quad (2.2.85)$$

但し、

$$G(s) \equiv \left[\begin{array}{c} \Gamma_T \\ \hline I_{(n+1)} \end{array} \right] Q(sI - PA_T)^{-1} P \left[\begin{array}{ccc} B_T & B_r & B_S \Gamma_S \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c|c} 0_{(n \times (n+2))} & \Gamma_S \\ \hline 0_{((n+1) \times (n+2))} & 0_{((n+1) \times n)} \end{array} \right]$$

: 純粹プロセスの伝達関数 $[(2n+1) \times (2n+2)]$ (2.2.86)

$$G_w(s) \equiv \begin{bmatrix} \frac{\Gamma_T}{I_{(n+1)}} \\ \frac{\Gamma_d}{I_{(n+1) \times 2n}} \end{bmatrix} Q(sI - PA_T)^{-1} P [B_T \Phi_d + B_S \Gamma_d \quad B_H + B_S \Gamma_H] + \begin{bmatrix} \frac{\Gamma_d}{I_{(n+1) \times 2n}} & \frac{\Gamma_H}{I_{(n+1) \times n}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

: 外乱影響特性の伝達関数 $[(2n+1) \times 3n]$ (2.2.87)

$$U(s) \equiv \text{block diag} [I_{(2)}, (sI_{(n)} + U_T)^{-1} U_T, (sI_{(n)} + U_S)^{-1} U_S] \quad [(2n+2) \times (2n+2)] \quad (2.2.88)$$

: アクチュエータ特性の伝達関数

$$Z(s) \equiv \begin{bmatrix} \exp(-\chi_1 s) & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \exp(-\chi_2 s) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \exp(-\chi_{n-1} s) & 0 \end{bmatrix} \quad [(n-1) \times n] \quad (2.2.89)$$

: スタンド間の材料移送時間遅れの伝達関数

図.2.2.5には(2.2.84) (2.2.85)であらわされる冷間圧延プロセス全体の行列表現のブロック図を示す。

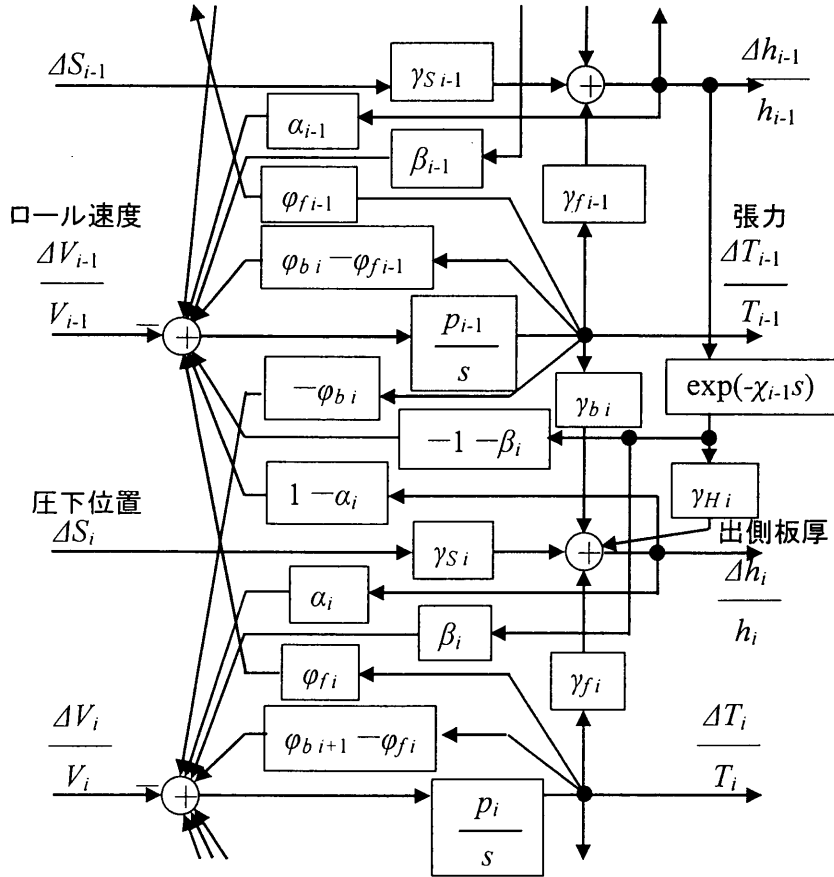


図.2.2.4 第 i スタンド周辺のブロック図

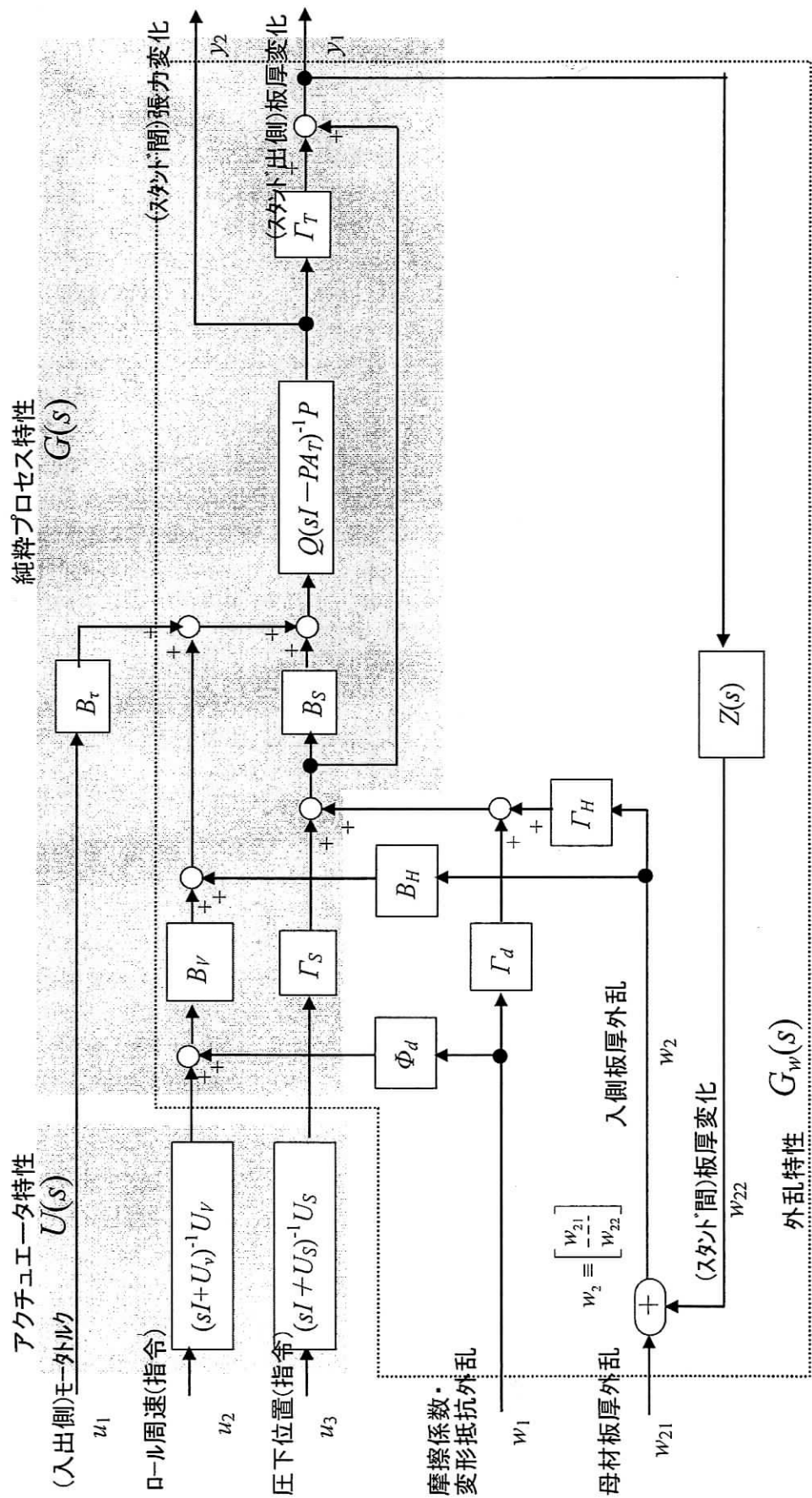


図 2.2.5 冷間圧延プロセスの行列表現ブロック図

2. 3 静特性（影響係数）の解析

冷間圧延機で用いられてきた従来型アクチュエータは応答性が悪く、特に圧下位置制御装置として用いられてきた圧下スクリュウは連続的な制御には適していないものが多い。また、制御量の検出についての遅れ要素も無視できない。例えば板厚計はX線透過型のものが主体であるため、図.1.2.1(b)のように圧延スタンドの外側に距離をおいて設置せざるをえず、出側板厚は圧延機直下から大きなムダ時間を経て検出されるのが通常である。このため従来は、純粋圧延プロセス（(2.2.84)でいえば $G(s)$ に相当する）については、その動特性の解析よりも寧ろ、各アクチュエータの初期値セットアップを主眼とした、定常状態の解析がより大きな意味をもっていた。

このような背景を踏まえ、本節ではまず定常状態を想定して、各操作量が各制御量におよぼす影響を、(2.2.84) (2.2.85)のモデルに基づいて検討する。まず、 $s=0$ を代入することにより、

$$\begin{aligned} y &= G(0)U(0)u + G_w(0)w = G(0)u + G_w(0)w \\ &= G(0)u + G_{w1}(0)\begin{bmatrix} w_1^T & w_{21} \end{bmatrix}^T + G_{w2}(0)w_{22} \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

$$w_{22} = Z(0)y_1 = \begin{bmatrix} I_{(n-1)} & 0_{((n-1) \times (n+2))} \end{bmatrix} y \quad (2.3.2)$$

但し、 $G_{w1}(s)$ と $G_{w2}(s)$ は、 $G_w(s)$ を先の $(2n+1)$ 列と後の $(n-1)$ 列に分割したものである。

$$G_{w1}(s) \equiv \begin{bmatrix} \frac{\Gamma_T}{I_{(n+1)}} \end{bmatrix} Q(sI - PA_T)^{-1} P \begin{bmatrix} B_V \Phi_d + B_S \Gamma_d & b_{H1} + B_S \Gamma_{H1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\Gamma_d}{0_{((n+1) \times 2n)}} & \frac{\Gamma_{H1}}{0_{((n+1) \times 1)}} \end{bmatrix} \quad (2.3.3)$$

$$G_{w2}(s) \equiv \begin{bmatrix} \frac{\Gamma_T}{I_{(n+1)}} \end{bmatrix} Q(sI - PA_T)^{-1} P (B_{H2} + B_S \Gamma_{H2}) + \begin{bmatrix} \frac{\Gamma_{H2}}{0_{((n+1) \times (n-1))}} \end{bmatrix} \quad (2.3.4)$$

これより、定常状態における操作量や外乱と制御量との関係は次式のように表現できる。

$$y = G_0 u + G_{w0} \begin{bmatrix} w_1^T & w_{21} \end{bmatrix}^T \quad (2.3.5)$$

但し、

$$\begin{aligned} G_0 &\equiv G_{wx}^{-1} G(0) \\ &= G_{wx}^{-1} \left\{ - \begin{bmatrix} \frac{\Gamma_T}{I_{(n+1)}} \end{bmatrix} Q A_T^{-1} \begin{bmatrix} B_r & B_V & B_S \Gamma_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{0_{(n \times (n+2))}}{0_{((n+1) \times (n+2))}} & \frac{\Gamma_S}{0_{((n+1) \times n)}} \end{bmatrix} \right\} \quad \mathbf{[(2n+1) \times (2n+2)]} \end{aligned} \quad (2.3.6)$$

$$\begin{aligned} G_{w0} &\equiv G_{wx}^{-1} G_{w1}(0) \\ &= G_{wx}^{-1} \left\{ - \begin{bmatrix} \frac{\Gamma_T}{I_{(n+1)}} \end{bmatrix} Q A_T^{-1} \begin{bmatrix} B_V \Phi_d + B_S \Gamma_d & b_{H1} + B_S \Gamma_{H1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\Gamma_d}{0_{((n+1) \times 2n)}} & \frac{\Gamma_{H1}}{0_{((n+1) \times 1)}} \end{bmatrix} \right\} \\ &\quad \mathbf{[(2n+1) \times (2n+1)]} \end{aligned} \quad (2.3.7)$$

$$\begin{aligned} G_{wx} &\equiv I_{(2n+1)} - G_{w2}(0) \begin{bmatrix} I_{(n+1)} & 0_{((n-1) \times (n+2))} \end{bmatrix} \\ &= I_{(2n+1)} + \left[\begin{bmatrix} \frac{\Gamma_T}{I_{(n+1)}} \end{bmatrix} Q A_T^{-1} \begin{bmatrix} B_{H2} + B_S \Gamma_{H2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\Gamma_{H2}}{0_{((n+1) \times (n-1))}} \end{bmatrix} \right] \mathbf{0}_{((n+1) \times (n+2))} \end{aligned} \quad \mathbf{[(2n+1) \times (2n+1)]} \quad (2.3.8)$$

表.2.3.1、表.2.3.2には定常状態の影響係数行列 G_0 、 G_{w0} の標準条件（付録.2A参照）での数値

計算例を示す。これらの数値例を参照しながら、定常状態での操作量の影響をあらわす G_0 の特徴を表.2.3.3に、外乱の影響をあらわす G_{w0} の特徴を表.2.3.4にそれぞれまとめる。

表.2.3.1 定常状態の影響係数行列 G_0 の標準条件数値例

	$\frac{\Delta\tau_0}{\tau_0}$	$\frac{\Delta\tau_4}{\tau_4}$	$\frac{\Delta V_1}{V_1}$	$\frac{\Delta V_2}{V_2}$	$\frac{\Delta V_3}{V_3}$	ΔS_1	ΔS_2	ΔS_3
$\Delta h_1/h_1$	-0.034	0.000	0.277	-0.261	-0.016	0.142	-0.033	-0.002
$\Delta h_2/h_2$	-0.039	0.002	0.809	-0.460	-0.349	0.114	0.047	-0.038
$\Delta h_3/h_3$	-0.036	-0.018	0.792	0.031	-0.823	0.100	0.014	0.034
$\Delta T_0/T_0$	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
$\Delta T_1/T_1$	0.439	0.006	-15.031	14.178	0.853	-0.714	1.811	0.093
$\Delta T_2/T_2$	0.302	-0.099	-7.547	-7.665	15.212	-0.765	0.353	1.665
$\Delta T_3/T_3$	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

表.2.3.2 定常状態の外乱影響係数行列 G_{w0} の標準条件数値例

	$\Delta\mu_1$	$\Delta\mu_2$	$\Delta\mu_3$	$\sum_i \Delta\mu_i$	$\frac{\Delta k_{m1}}{k_{m1}}$	$\frac{\Delta k_{m2}}{k_{m2}}$	$\frac{\Delta k_{m3}}{k_{m3}}$	$\sum_i \frac{\Delta k_{mi}}{k_{mi}}$	$\frac{\Delta H_1}{H_1}$
$\Delta h_1/h_1$	0.616	-0.307	-0.022	0.287	0.237	-0.074	-0.005	0.158	0.510
$\Delta h_2/h_2$	0.669	0.094	-0.483	0.279	0.191	0.103	-0.119	0.175	0.459
$\Delta h_3/h_3$	0.610	0.099	0.096	0.804	0.167	0.032	0.098	0.296	0.408
$\Delta T_0/T_0$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
$\Delta T_1/T_1$	-7.118	16.675	1.183	10.740	-1.186	4.013	0.290	3.118	-3.697
$\Delta T_2/T_2$	-5.109	-1.043	21.089	14.938	-1.277	0.760	5.179	4.662	-3.255
$\Delta T_3/T_3$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

注：網がけは、全スタンド同程度外乱を想定したときの影響の総和

表.2.3.3 定常状態での操作量影響の特徴

	ロール速度	圧下位置
最終スタンド板厚への影響	$\Delta V_i/V_i$ から $\Delta h_n/h_n$ への影響は、先頭あるいは最終スタンド($i=1$ or n)では大きく、中間スタンド($2 \leq i \leq n-1$)では小さい。	ΔS_i から $\Delta h_n/h_n$ への影響は、先頭スタンド($i=1$)のみ大きく、以降のスタンド($i \geq 2$)では小さい。
スタンド間張力への影響	$\Delta V_i/V_i$ から前後のスタンド間張力 $\Delta T_{i-1}/T_{i-1}$ あるいは $\Delta T_i/T_i$ への影響はいずれも大きい。	ΔS_i からは入側スタンド間張力 $\Delta T_{i-1}/T_{i-1}$ への影響のみ大きい。

表.2.3.4 定常状態での外乱影響の特徴

	摩擦係数変動	変形抵抗変動	母材板厚変動
最終スタンド板厚への影響	$\Delta\mu_i$ から $\Delta h_n/h_n$ への影響は、先頭スタンド($i=1$)が大きい。	$\Delta k_{mi}/k_{mi}$ から $\Delta h_n/h_n$ への影響は、先頭スタンド($i=1$)が大きい。	$\Delta h_0/h_0$ から $\Delta h_n/h_n$ への影響は大。
スタンド間張力への影響	$\Delta\mu_i$ から入側スタンド間張力 $\Delta T_{i-1}/T_{i-1}$ へ正方向の影響が大。	$\Delta k_{mi}/k_{mi}$ から入側スタンド間張力 $\Delta T_{i-1}/T_{i-1}$ へ正方向の影響が大。	$\Delta h_0/h_0$ から各スタンド間張力 $\Delta T_i/T_i$ へは、負方向の影響。

コールドタンデムミルの影響係数については美坂の研究^{*1)}がよく知られており、定常特性にもとづく制御系設計の基礎としてとしてその考え方が用いられてきた。表.2.3.3にあげた特徴は、この美坂の研究結果ともよく一致している。

図.2.3.1はタンデムミルの典型的な従来型AGCの構成である^{*2)*22)}。第1スタンドの圧下AGC（圧下位置を操作量とするAGC）、最終スタンドの張力AGC（ロール速度を操作量とするAGC）、中間スタンド圧下位置による張力上下限制御から構成されており、その妥当性は表.2.3.3のタンデムミル定常状態の特徴からも確認できる。

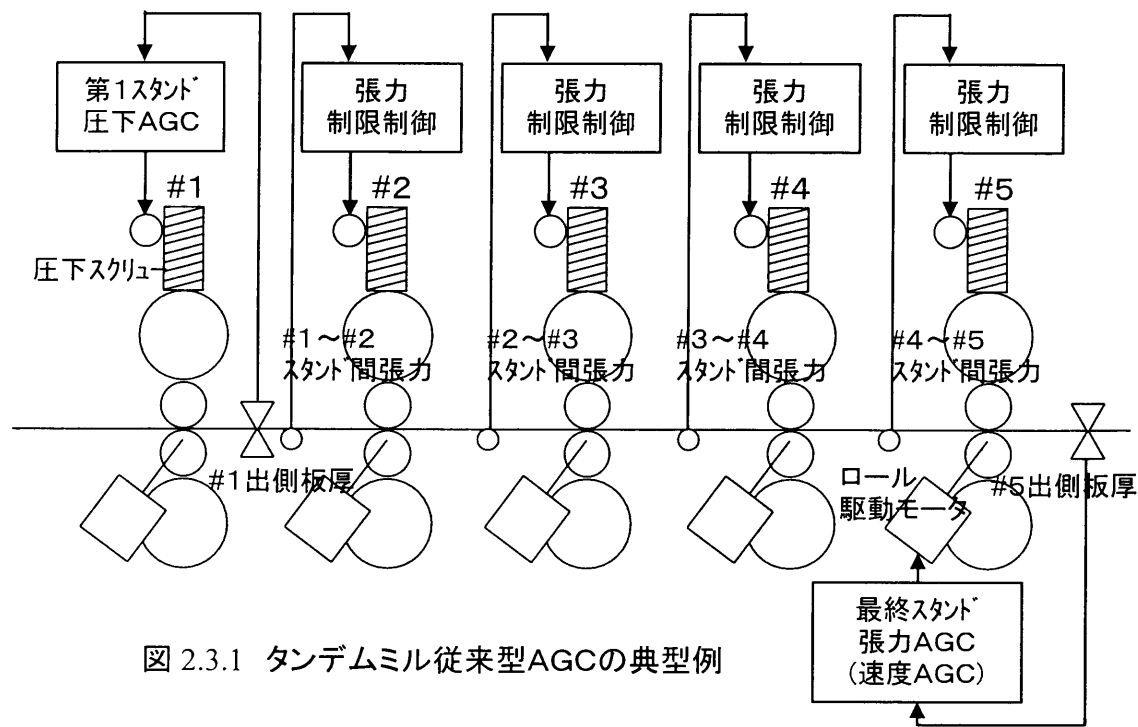


図 2.3.1 タンデムミル従来型AGCの典型例

2. 4 動特性（周波数特性）の解析

2. 4. 1 動特性解析のための構造化

近年の厳しさを増す顧客の板厚精度要求に応えるため、ミルのアクチュエータの応答性はより速くなってきた。また、板速度実測値を用いたミル直下板厚推定によって、板厚検出のムダ時間を解消するなど、センシング技術も大きく進歩してきた。こういった高応答のアクチュエータやセンサの能力を最大限に発揮し高い板厚精度を実現するためには、圧延プロセスの定常状態だけでなく、プロセス動特性の解析とこれにもとづく制御系設計が必要となってくる。

応答性や負荷制限の面でアクチュエータの能力が十分に高ければ、制御対象とする外乱周波数範囲をカバーでき、複数のスタンドで負荷を配分して対応する必要もない。この前提のもとに、まず、 q_{vi} および $q_{si}(1 \leq i \leq n)$ は十分に大きいとして、

$$U(s) = I_{(2n+1)} \quad (2.4.1)$$

と見なす。また、第2スタンド以降の各スタンド入側板厚変化 w_{22} を、母材板厚変動 w_{21} と同様にシステム外からの外乱とし、スタンド間の移送ムダ時間を対象プロセスの外に置く。

こうして、(2.2.84)の対象プロセスの伝達関数表現は、(2.2.85)を意識しない、

$$y = G(s)u + G_w(s)w \quad (2.4.2)$$

となる。本節では、特に操作量 u と制御量 y の関係

$$y = G(s)u \quad (2.4.3)$$

に着目する。図2.4.1にはプロセス伝達関数 $G(s)$ の行列表現ブロック図を示す。

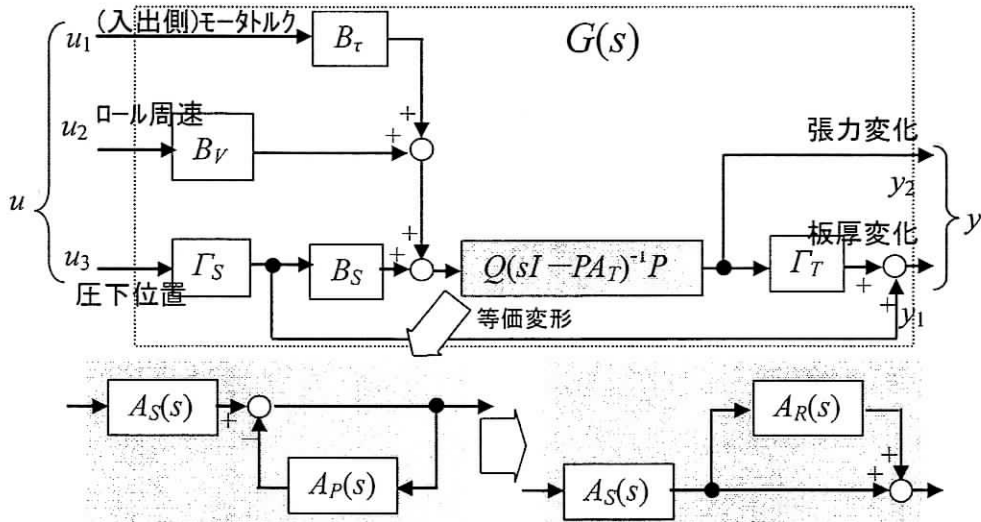


図2.4.1 純粋プロセス特性 $G(s)$ の行列表現ブロック図と動特性の等価変形

本節では、冷間圧延機の動特性を検討するため $G(s)$ の特徴をパラメトリックに解析する。まず、プロセス伝達関数 $G(s)$ の動特性部分である $Q(sI - PA_T)^{-1}P$ の表現を構造化する。最初に、伝達関数行列 $A_S(s)$ 、 $A_P(s)$ を以下のように定義する。

$$A_S(s) \equiv \text{block diag}[A_E(s), A_M(s), A_D(s)] \quad [(n+1) \times (n+3)] \quad (2.4.4)$$

$$A_E(s) \equiv \begin{bmatrix} -a_0(s) & sa_0(s) \end{bmatrix} \quad \mathbf{[1 \times 2]} \quad (2.4.5)$$

$$A_M(s) \equiv \text{diag}[a_1(s), a_2(s), \dots, a_{n-1}(s)] \quad \mathbf{[(n-1) \times (n-1)]} \quad (2.4.6)$$

$$A_D(s) \equiv \begin{bmatrix} sa_n(s) & a_n(s) \end{bmatrix} \quad \mathbf{[1 \times 2]} \quad (2.4.7)$$

$$A_p(s) \equiv \begin{bmatrix} 0 & c_1(s) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ b_1(s) & 0 & c_2(s) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & b_2(s) & 0 & c_3(s) & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & b_3(s) & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & c_{n-1}(s) & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & b_{n-1}(s) & 0 & c_n(s) \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & b_n(s) & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{[(n+1) \times (n+1)]} \quad (2.4.8)$$

$$a_0(s) \equiv \frac{p_0}{s^2 - sp_0 t_{00} + p_0 \delta_0} \quad : \text{自スタンド張力変化発生時の動特性} \quad (2.4.9)$$

$$a_i(s) \equiv \frac{p_i}{s - p_i t_{ii}} \quad (1 \leq i \leq n-1) \quad : \text{自スタンド張力変化発生時の動特性} \quad (2.4.10)$$

$$a_n(s) \equiv \frac{p_n}{s^2 - sp_n t_{nn} + p_n \delta_n} \quad : \text{自スタンド張力変化発生時の動特性} \quad (2.4.11)$$

$$b_i(s) \equiv \frac{p_i t_{i,i-1}}{s - p_i t_{ii}} \quad (1 \leq i \leq n-1) \quad : \text{上流スタンドからの張力伝達特性} \quad (2.4.12)$$

$$b_n(s) \equiv \frac{sp_n t_{n,n-1}}{s^2 - sp_n t_{nn} + p_n \delta_n} \quad : \text{上流スタンドからの張力伝達特性} \quad (2.4.13)$$

$$c_0(s) \equiv \frac{sp_0 t_{01}}{s^2 - sp_0 t_{00} + p_0 \delta_0} \quad : \text{下流スタンドからの張力伝達特性} \quad (2.4.14)$$

$$c_i(s) \equiv \frac{p_{i-1} t_{i-1,i}}{s - p_{i-1} t_{i-1,i-1}} \quad (2 \leq i \leq n) \quad : \text{下流スタンドからの張力伝達特性} \quad (2.4.15)$$

このとき、プロセス動特性 $Q(sI - PA_T)^{-1}P$ は

$$Q(sI - PA_T)^{-1}P = (A_R(s) + I_{(n+1)})A_S(s) \quad (2.4.16)$$

$$A_R(s) \equiv (I_{(n+1)} - A_p(s))^{-1} - I_{(n+1)} \quad \mathbf{[(n+1) \times (n+1)]} \quad (2.4.17)$$

と等価変形できる（付録.2D.1参照）。従って、(2.2.86)に定義したプロセスの伝達関数 $G(s)$ は次式のように表現できる。

$$G(s) = \begin{bmatrix} \Gamma_T \\ I_{(n+1)} \end{bmatrix} (A_R(s) + I) A_S(s) \begin{bmatrix} B_r & B_f & B_s \Gamma_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{(n \times (n+2))} & \Gamma_s \\ 0_{((n+1) \times (n+2))} & 0_{((n+1) \times n)} \end{bmatrix} \quad (2.4.18)$$

表2.4.1には (2.4.9)~(2.4.15)に示した $A_S(s)$, $A_R(s)$ の構成要素の標準条件（付録.2A参照）での数値例を示す。

表.2.4.1 冷間圧延プロセス動特性の構成要素の数値例

$a_0(s)$	$a_1(s)$	$a_2(s)$	$a_3(s)$
$\frac{369}{s^2 + 16s + 344}$	$\frac{2256}{s + 173}$	$\frac{2352}{s + 177}$	$\frac{1406}{s^2 + 24s + 649}$
	$b_1(s)$	$b_2(s)$	$b_3(s)$
	$\frac{39}{s + 173}$	$\frac{42}{s + 177}$	$\frac{15s}{s^2 + 24s + 649}$
	$c_1(s)$	$c_2(s)$	$c_3(s)$
	$\frac{2s}{s^2 + 16s + 344}$	$\frac{7}{s + 173}$	$\frac{-15}{s + 177}$

以下では、展開表現したプロセスの動特性(2.4.16)にもとづいて $G(s)$ の特徴について考察する。

2. 4. 2 プロセスの分割とその特徴

(2.4.16)で表されるプロセス動特性 $Q(sI - PA_T)^{-1}P$ の構造については以下のような大まかな解釈ができる。

まず、 $A_R(s)$ はその定義より、任意の正の整数 N に対して、

$$A_R(s) = \sum_{k=0}^{N-1} A_P(s)^k (I - A_P(s)^N)^{-1} - I \quad (2.4.19)$$

と表現できる。 $A_P(s)$ は定義(2.4.8)から明らかなように

$$A_P(s) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ b_1(s) & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & b_2(s) & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & b_n(s) & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & c_1(s) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & c_2(s) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & c_n(s) \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.4.20)$$

で表現される隣接スタンドの影響をあらわす伝達関数行列である。

これより、 $A_P(j\omega)^N$ ($\forall \omega > 0$) の要素の絶対値の最大値 $a_{P\max}^{(N)}$ は

$$0 \leq a_{P\max}^{(N)} < (b_{\max} + c_{\max})^N \quad (2.4.21)$$

$$\text{但し、} b_{\max} \equiv \max_{\substack{1 \leq i \leq n \\ \omega > 0}} |b_i(j\omega)|, \quad c_{\max} \equiv \max_{\substack{1 \leq i \leq n \\ \omega > 0}} |c_i(j\omega)|$$

であることがわかる。実際の操業条件では、 b_{\max} で高々0.6、 c_{\max} は高々0.2程度であるので（表.2.4.1、付録.2C.1参照）、

$$\lim_{N \rightarrow \infty} a_{P\max}^{(N)} < \lim_{N \rightarrow \infty} (b_{\max} + c_{\max})^N = 0 \quad (2.4.22)$$

$$\therefore \lim_{N \rightarrow \infty} a_{p_{\max}}^{(N)} = 0 \quad (2.4.23)$$

従って、(2.4.19)で N を十分大きくとれば、 $s=j\omega$ ($\forall \omega > 0$) に対して、

$$A_R(s) = \sum_{k=0}^{N-1} A_p(s)^k (I - A_p(s)^N)^{-1} - I \cong \sum_{k=0}^{N-1} A_p(s)^k - I = \sum_{k=1}^{N-1} A_p(s)^k \quad (2.4.24)$$

と表現できる。即ち、 $A_R(s)$ は張力変化が隣接スタンドへ順次伝搬していく影響動特性の累積をあらわしている。

一方、 $A_S(s)$ を構成する各ブロック $A_E(s)$ 、 $A_M(s)$ 、 $A_D(s)$ の構成要素伝達関数は次のように特徴づけることができる。まず、 $A_E(s)$ は「ミル入側リール慣性系＋ミル入側の板弾性系」を表す2次系 $a_0(s)$ から構成される。 $A_M(s)$ は「スタンド間の板弾性系」を表す1次系 $a_i(s)$ ($1 \leq i \leq n-1$)から構成され、 $A_D(s)$ は「ミル出側リール慣性系＋ミル出側の板弾性系」を表す2次系 $a_n(s)$ から構成される。即ち、 $A_S(s)$ は自スタンドで張力変化が発生したときの動特性をあらわしている。

本論文では、 $A_S(s)$ を「変化の起点」、 $A_R(s)$ を「変化の伝搬」と称し、(2.4.18)のプロセス伝達関数 $G(s)$ を「変化の起点」に支配される部分 $G_S(s)$ と「変化の伝搬」に支配される部分 $G_R(s)$ に分割して次のように表現する。

$$G(s) = G_S(s) + G_R(s) \quad (2.4.25)$$

$$G_S(s) \equiv \left[\frac{\Gamma_T}{I_{(n+1)}} \right] A_S(s) [B_r \mid B_l \mid B_S \Gamma_S] + \left[\frac{0_{(n \times (n+2))}}{0_{((n+1) \times (n+2))}} \mid \frac{\Gamma_S}{0_{((n+1) \times n)}} \right] \mathbf{[(2n+1) \times (2n+2)]} \quad (2.4.26)$$

$$G_R(s) \equiv \left[\frac{\Gamma_T}{I_{(n+1)}} \right] A_R(s) A_S(s) [B_r \mid B_l \mid B_S \Gamma_S] \mathbf{[(2n+1) \times (2n+2)]} \quad (2.4.27)$$

対象プロセスの特徴はまず「変化の起点」 $G_S(s)$ に表れており、これが隣接スタンドに順次伝搬した結果が「変化の伝搬」 $G_R(s)$ である。 $G_R(s)$ で表現される他スタンドへの影響は、上述のように隣接スタンドに伝わる度に急速に薄れていくことを踏まえ、本節では以下、 $G_S(s)$ を主体にプロセスの特徴を検討する。

さて、 $A_S(s)$ のブロック構造を踏まえて、操作量ベクトル u や制御量ベクトル y を対応する3つの部分に分割する。まず、操作量ベクトルは、変換行列 T_u によって次のように変換、分割できる。

$$T_u u = \begin{bmatrix} u_E \\ u_M \\ u_D \end{bmatrix} \quad (2.4.28)$$

$$u_E \equiv \left[\frac{\Delta \tau_0}{\tau_0} \quad \Delta S_1 \right]^T \quad \mathbf{[2]} \quad (2.4.29)$$

$$u_M \equiv \begin{bmatrix} u_{M1} \\ u_{M2} \end{bmatrix} \quad \mathbf{[2n-1]} \quad (2.4.30)$$

$$u_{M1} \equiv \begin{bmatrix} \frac{\Delta V_1}{V_1} & \cdots & \frac{\Delta V_n}{V_n} \end{bmatrix}^T \quad \mathbf{[n]} \quad (2.4.30a)$$

$$u_{M2} \equiv [\Delta S_2 \quad \cdots \quad \Delta S_n]^T \quad \mathbf{[n-1]} \quad (2.4.30b)$$

$$u_D \equiv \frac{\Delta \tau_{n+1}}{\tau_{n+1}} \quad \mathbf{[1]} \quad (2.4.31)$$

$$T_u \equiv \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0_{(2 \times n)} & 1 \\ \hline 0_{(n \times 2)} & I_{(n)} & 0_{(n \times n)} & \\ \hline 0_{((n-1) \times 2)} & 0_{((n-1) \times n)} & 0_{((n-1) \times 1)} & I_{(n-1)} \\ \hline 0 & 1 & 0_{(1 \times n)} & 0_{(1 \times n)} \end{array} \right] \quad \mathbf{[(2n+2) \times (2n+2)]} \quad (2.4.32)$$

また、制御量ベクトル y も、変換行列 T_y によって次のように変換、分割できる。

$$T_y y = \begin{bmatrix} y_E \\ y_M \\ y_D \end{bmatrix} \quad (2.4.33)$$

$$y_E \equiv \begin{bmatrix} \frac{\Delta h_1}{h_1} & \frac{\Delta T_0}{T_0} \end{bmatrix}^T \quad \mathbf{[2]} \quad (2.4.34)$$

$$y_M \equiv \begin{bmatrix} y_{M1} \\ y_{M2} \end{bmatrix} \quad \mathbf{[2n-2]} \quad (2.4.35)$$

$$y_{M1} \equiv \begin{bmatrix} \frac{\Delta h_2}{h_2} & \cdots & \frac{\Delta h_n}{h_n} \end{bmatrix}^T \quad \mathbf{[n-1]} \quad (2.4.35a)$$

$$y_{M2} \equiv \begin{bmatrix} \frac{\Delta T_1}{T_1} & \cdots & \frac{\Delta T_{n-1}}{T_{n-1}} \end{bmatrix}^T \quad \mathbf{[n-1]} \quad (2.4.35b)$$

$$y_D \equiv \frac{\Delta T_n}{T_n} \quad \mathbf{[1]} \quad (2.4.36)$$

$$T_y \equiv \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0_{(2 \times (n-1))} & 1 & 0_{(2 \times n)} \\ \hline 0_{((n-1) \times 1)} & I_{(n-1)} & 0_{((n-1) \times (n+1))} & \\ \hline 0_{((n-1) \times n)} & 0_{((n-1) \times 1)} & I_{(n-1)} & 0_{((n-1) \times 1)} \\ \hline 0 & \cdots & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \right] \quad \mathbf{[(2n+1) \times (2n+1)]} \quad (2.4.37)$$

従って、変化起点の伝達関数 $G_S(s)$ による入出力関係は、操作量、制御量ベクトルの変換行列 T_u, T_y を用いて、次のように変形できることがわかる。

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} y_E \\ y_M \\ y_D \end{bmatrix} &= T_y G_s(s) T_u^{-1} \begin{bmatrix} u_E \\ u_M \\ u_D \end{bmatrix} \\
&= \left\{ T_y \left[\begin{array}{c} \Gamma_T \\ I_{(n+1)} \end{array} \right] A_s(s) [B_\tau \mid B_\nu \mid B_s \Gamma_s] T_u^{-1} + T_y \left[\begin{array}{c|c} 0_{(n \times (n+2))} & \Gamma_s \\ \hline 0_{((n+1) \times (n+2))} & 0_{((n+1) \times n)} \end{array} \right] T_u^{-1} \right\} \begin{bmatrix} u_E \\ u_M \\ u_D \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.4.38}$$

$$\therefore \begin{bmatrix} y_E \\ y_M \\ y_D \end{bmatrix} = (C_X A_s(s) B_X + D_X) \begin{bmatrix} u_E \\ u_M \\ u_D \end{bmatrix} \tag{2.4.39}$$

但し、

$$B_X \equiv [B_\tau \mid B_\nu \mid B_s \Gamma_s] T_u^{-1} = \left[\begin{array}{c|c|c|c} B_E & B_{ME} & 0_{(2 \times (n-1))} & 0_{(2 \times 1)} \\ \hline B_{EM} & B_{M1} & B_{M2} & 0_{((n-1) \times 1)} \\ \hline 0_{(2 \times 2)} & B_{MD1} & B_{MD2} & B_D \end{array} \right] \quad \mathbf{[(n+3) \times (2n+2)]} \tag{2.4.40}$$

$$B_E \equiv \begin{bmatrix} -\delta_0 & 0 \\ 0 & \gamma_{S1}(1-\alpha_1) \end{bmatrix} \quad \mathbf{[2 \times 2]} \tag{2.4.41}$$

$$B_{M1} \equiv \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{[(n-1) \times n]} \tag{2.4.42}$$

$$B_{M2} \equiv \begin{bmatrix} \gamma_{S2}(1-\alpha_2) & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \gamma_{S2}\alpha_2 & \gamma_{S3}(1-\alpha_3) & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{S3}\alpha_3 & \gamma_{S4}(1-\alpha_4) & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \gamma_{S(n-2)}\alpha_{n-2} & \gamma_{S(n-1)}(1-\alpha_{n-1}) & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \gamma_{S(n-1)}\alpha_{n-1} & \gamma_{Sn}(1-\alpha_n) \end{bmatrix} \quad \mathbf{[(n-1) \times (n-1)]} \tag{2.4.43}$$

$$B_D \equiv [0 \quad \delta_n]^\top \quad \mathbf{[2 \times 1]} \tag{2.4.44}$$

$$B_{EM} \equiv \left[\begin{array}{c} 0 \\ \hline 0_{((n-2) \times 2)} \end{array} \right] \quad \mathbf{[(n-1) \times 2]} \tag{2.4.45}$$

$$B_{ME} \equiv \left[\begin{array}{c|c} 0 & 0_{(2 \times (n-1))} \\ \hline 1 & \end{array} \right] \quad \mathbf{[2 \times n]} \tag{2.4.46}$$

$$B_{MD1} \equiv \left[\begin{array}{c|c} 0_{(2 \times (n-1))} & -1 \\ \hline & 0 \end{array} \right] \quad \mathbf{[2 \times n]} \tag{2.4.47}$$

$$B_{MD2} \equiv \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{0}_{(2 \times (n-2))} & \begin{matrix} \gamma_{sn} \alpha_n \\ 0 \end{matrix} \end{array} \right] \quad \mathbf{[2 \times (n-1)]} \quad (2.4.48)$$

$$C_X \equiv T_y \begin{bmatrix} \Gamma_T \\ I_{(n+1)} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c|c} C_E & C_{ME} & \mathbf{0}_{(2 \times 1)} \\ \hline \mathbf{0}_{((2n-1) \times 2)} & C_M & C_{DM} \\ \hline \mathbf{0}_{(1 \times 2)} & I_{(n-1)} & \mathbf{0}_{((n-1) \times 1)} \\ \hline & & 1 \end{array} \right] \quad \mathbf{[(2n+1) \times (n+1)]} \quad (2.4.49)$$

$$C_E \equiv [\gamma_{b1} \quad 1]^T \quad \mathbf{[2 \times 1]} \quad (2.4.50)$$

$$C_M \equiv \begin{bmatrix} \gamma_{b2} & \gamma_{f2} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{b3} & \gamma_{f3} & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_{f4} & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & \gamma_{bn-1} & \gamma_{fn-1} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \gamma_{bn} \end{bmatrix} \quad \mathbf{[(n-1) \times (n-1)]} \quad (2.4.51)$$

$$C_{ME} \equiv \left[\begin{array}{c|c} \begin{matrix} \gamma_{f1} \\ 0 \end{matrix} & \mathbf{0}_{(2 \times (n-2))} \end{array} \right] \quad \mathbf{[2 \times (n-1)]} \quad (2.4.52)$$

$$C_{DM} \equiv \left[\begin{array}{c|c} \underbrace{0 \cdots 0}_{n-2} & \gamma_{fn} \end{array} \right]^T \quad \mathbf{[(n-1) \times 1]} \quad (2.4.53)$$

$$D_X \equiv T_y \begin{bmatrix} 0 & \Gamma_S \\ 0 & 0 \end{bmatrix} T_u^{-1} = \left[\begin{array}{c|c|c} D_E & \mathbf{0}_{(2 \times (2n-1))} & \mathbf{0}_{(2 \times 1)} \\ \hline \mathbf{0}_{((2n-2) \times 2)} & \begin{matrix} \mathbf{0}_{((n-1) \times n)} & D_M \\ \mathbf{0}_{((n-1) \times n)} & \mathbf{0}_{((n-1) \times (n-1))} \end{matrix} & \mathbf{0}_{((2n-2) \times 1)} \\ \hline \mathbf{0}_{(1 \times 2)} & \mathbf{0}_{(1 \times (2n-1))} & \mathbf{0} \end{array} \right] \quad \mathbf{[(2n+1) \times (2n+1)]} \quad (2.4.54)$$

$$D_E \equiv \begin{bmatrix} 0 & \gamma_{s1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{[2 \times 2]} \quad (2.4.55)$$

$$D_M \equiv \text{diag}[\gamma_{s2}, \gamma_{s3}, \cdots, \gamma_{sn}] \quad \mathbf{[(n-1) \times (n-1)]} \quad (2.4.56)$$

(2.4.39)で表される変化起点の伝達関数 $C_X A_S(s) B_X + D_X$ は、近似的にブロック対角化できるので(付録. 2D.2参照)、以下のように伝達関数 $G_{SE}(s)$, $G_{SM}(s)$, $G_{SD}(s)$ で表される3つの近似サブプロセスに分割できる。これらの3つのサブプロセスを、本論文ではそれぞれ「ミル入側プロセス」「ミル内プロセス」「ミル出側プロセス」と称する。

① ミル入側プロセス

$$y_E = G_{SE}(s) u_E \quad (2.4.57)$$

$$G_{SE}(s) \equiv C_E A_E(s) B_E + D_E \quad \mathbf{[2 \times 2]} \quad (2.4.58)$$

② ミル内プロセス

$$y_M = G_{SM}(s)u_M \quad (2.4.59)$$

$$G_{SM}(s) \equiv \left[\begin{array}{c|c} C_M A_M(s) B_{M1} & C_M A_M(s) B_{M2} + D_M \\ \hline A_M(s) B_{M1} & A_M(s) B_{M2} \end{array} \right] \quad [(2n-1) \times (2n-2)] \quad (2.4.60)$$

③ ミル出側プロセス

$$y_D = G_{SD}(s)u_D \quad (2.4.61)$$

$$G_{SD}(s) \equiv A_D(s)B_D \quad [1 \times 1] \quad (2.4.62)$$

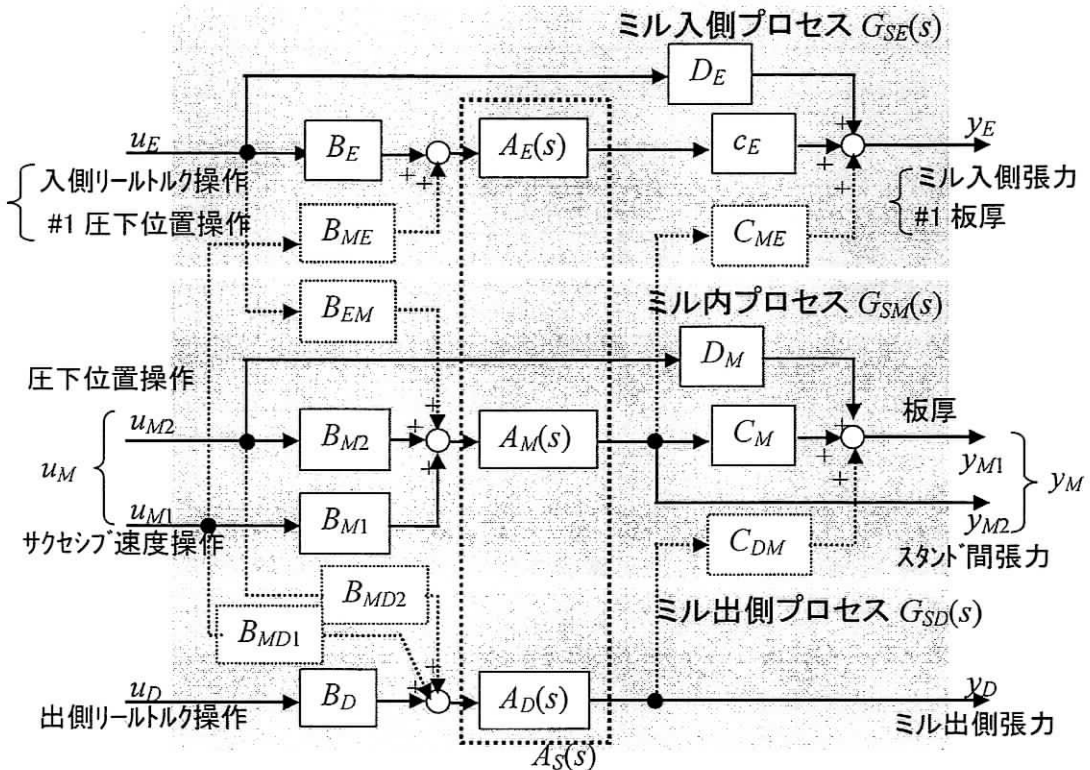


図.2.4.2 変化起点の動特性 $G_S(s)$ のサブプロセス分割

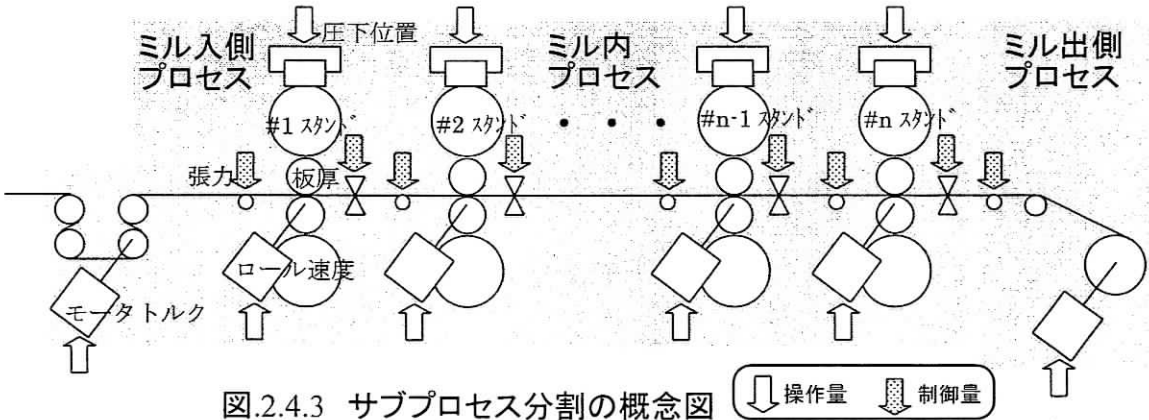


図.2.4.3 サブプロセス分割の概念図

図.2.4.2には変化起点動特性 $G_S(s)$ のサブプロセス分割のブロック図を示す。また、図.2.4.3にはタンデムミル概観図上での各サブプロセス範囲のイメージを示す。

こうして得られたサブプロセスの伝達関数 $G_{SE}(s)$ 、 $G_{SM}(s)$ にもとづいて、「ミル入側プロセス」と「ミル内プロセス」の動特性の主要項を比較したものを、表.2.4.2に示す。ここで“主要項”と表現したのは、変化起点の動特性 $G_S(s)$ はプロセス動特性 $G(s)$ そのものではないながら、 $G(s)$ の特徴を決定付ける伝達関数である、という理由による。

表.2.4.2 「ミル入側プロセス」と「ミル内プロセス」の動特性主要項の比較

操作量 制御量	ミル入側プロセス $G_{SE}(s)$		ミル内プロセス $G_{SM}(s)$ ($2 \leq i \leq n$)	
	$\Delta\tau_0/\tau_0$	ΔS_1	$\Delta V_{i-1}/V_{i-1}$	ΔS_i
$\frac{\Delta h_i}{h_i}$	$\frac{p_0\delta_0\gamma_{bi}}{s^2 - sp_0t_{00} + p_0\delta_0}$	$\gamma_{s1} \frac{s^2 - sp_0\hat{t}_{00} + p_0\delta_0}{s^2 - sp_0t_{00} + p_0\delta_0}$	$\frac{-p_{i-1}\gamma_{bi}}{s - p_{i-1}t_{i-1,i-1}}$	$\gamma_{si} \frac{s - p_{i-1}\hat{t}_{i-1,i-1}}{s - p_{i-1}t_{i-1,i-1}}$
$\frac{\Delta T_{i-1}}{T_{i-1}}$	$\frac{p_0\delta_0}{s^2 - sp_0t_{00} + p_0\delta_0}$	$\gamma_{s1} \frac{sp_0(1-\alpha_1)}{s^2 - sp_0t_{00} + p_0\delta_0}$	$\frac{-p_{i-1}}{s - p_{i-1}t_{i-1,i-1}}$	$\gamma_{si} \frac{p_{i-1}(1-\alpha_i)}{s - p_{i-1}t_{i-1,i-1}}$
	固有周波数 $\omega_0 = \sqrt{p_0\delta_0}$		遮断周波数 $\omega_{ci-1} = -p_{i-1}t_{i-1,i-1}$	

ここで、既に(2.2.80)で定義した「張力変化が板両端速度差に及ぼす影響係数」 t_{ii} を踏まえ新たに定義した \hat{t}_{ii} を用いている。

$$\hat{t}_{ii} \equiv t_{ii} - \gamma_{bi}(1 - \alpha_{i+1}) \quad (0 \leq i \leq n-1) \quad (2.4.63)$$

即ち、 \hat{t}_{ii} は t_{ii} から出側板厚変化を介した影響分を除いた影響係数である。また、ミル入側プロセスの固有周波数 ω_0 、減衰係数 ζ_0 、ミル内プロセスの遮断周波数（時定数の逆数） ω_{ci} を、以下のように定義し、表記する。

$$\omega_0 \equiv \sqrt{p_0\delta_0} = R_0 \sqrt{\frac{h_0 b E}{J_0 L_0}} \quad (2.4.64)$$

$$\zeta_0 \equiv -\frac{t_{00}}{2} \sqrt{\frac{p_0}{\delta_0}} = -\frac{V_0(\gamma_{b1}(1-\alpha_1) + \varphi_{b1})}{2R_0\sigma_0 \sqrt{\frac{h_0 b L_0}{J_0 E}}} \quad (2.4.65)$$

$$\omega_{ci} \equiv -p_i t_{ii} = -\frac{v_i E \{\varphi_{bi+1} - \varphi_{fi} + \gamma_{fi}\alpha_i + \gamma_{bi+1}(1-\alpha_{i+1})\}}{L_i \sigma_i} \quad (1 \leq i \leq n-1) \quad (2.4.66)$$

パラメトリックに表現した動特性主要項（表.2.4.2）即ち変化起点の動特性について、標準条件（付録.2A参照）で数値を求めた例を、表.2.4.3、表.2.4.4に示す。また、図.2.4.4、図.2.4.5には、それぞれのボード線図（ゲイン線図）を示す。

表.2.4.3 ミル入側プロセスの変化起点動特性 $G_{SE}(s)$ の標準条件数値例

操作量 制御量	$\frac{\Delta\tau_0}{\tau_0}$	ΔS_1
$\frac{\Delta h_1}{h_1}$	$\frac{-9}{s^2+16s+344}$	$0.129\frac{s^2+7s+344}{s^2+16s+344}$
$\frac{\Delta T_0}{T_0}$	$\frac{344}{s^2+16s+344}$	$0.129\frac{344s}{s^2+16s+344}$
固有周波数 $\omega_0 \equiv (p_0\delta_0)^{1/2} = 18 \text{ rad/s}$		

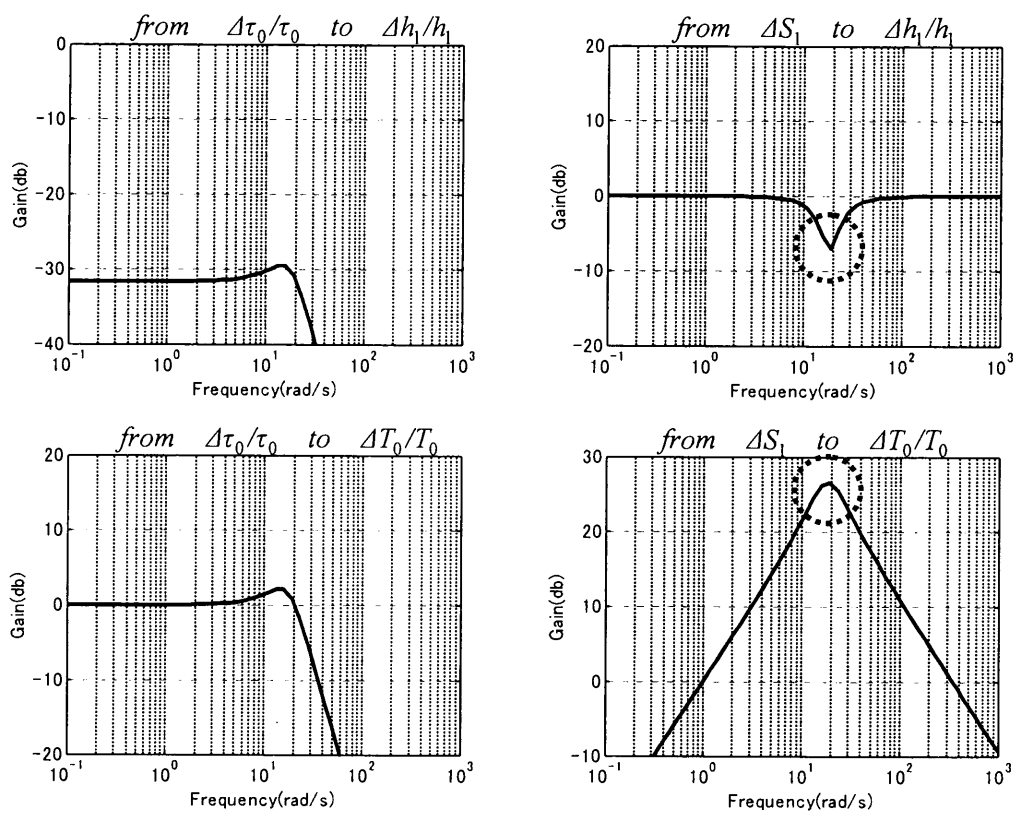


図.2.4.4 ミル入側プロセスの変化起点動特性 $G_{SE}(s)$ のボード線図（標準条件）

表.2.4.4 ミル内プロセスの変化起点動特性 $G_{SM}(s)$ の標準条件数値例

操作量 制御量	$\frac{\Delta V_1}{V_1}$	ΔS_2
$\frac{\Delta h_2}{h_2}$	$\frac{76}{s+173}$	$0.133 \frac{s+103}{s+173}$
$\frac{\Delta T_1}{T_1}$	$\frac{-2256}{s+173}$	$0.133 \frac{2075}{s+173}$
遮断周波数 $\omega_{c1} \equiv -p_1 t_{11} = 173 \text{ rad/s}$		

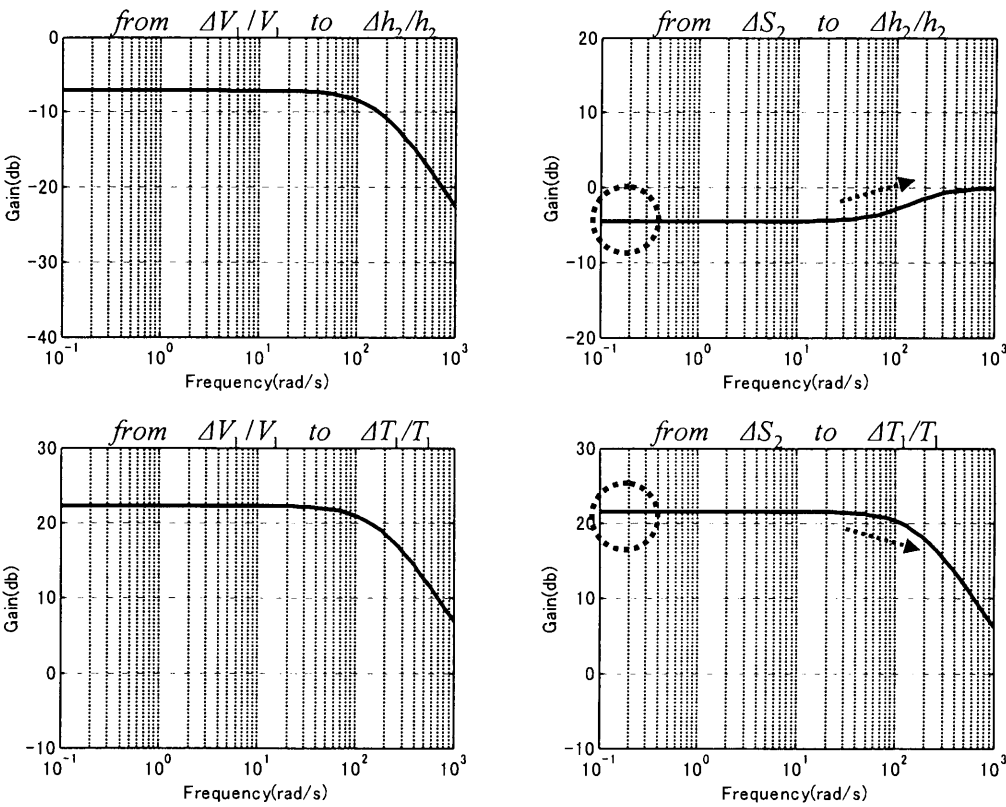


図.2.4.5 ミル内プロセスの変化起点動特性 $G_{SM}(s)$ のボード線図（標準条件）

表.2.4.5には、表.2.4.2からわかる冷間圧延プロセスの主な特徴を、上述の数値計算例も参考にしながらまとめる。

表.2.4.5 ミル入側およびミル内プロセスの動特性の特徴

項目	特徴
ΔS_i から $\Delta h_i/h_i$ への影響特性	<p>○「ミル入側プロセス」は固有振動数$\omega_0=(p_0\delta_0)^{1/2}$を共有する「2次遅れ×2次進み」特性を示すため、定常領域に比べて周波数ω_0でのゲインは著しい落ち込みを示す。数値条件によっては、この周波数ω_0が制御系のカバーすべき周波数領域に含まれることもあるため、その影響は無視できない。</p> <p>○「ミル内プロセス」は「1次遅れ×1次進み」の位相進み特性であるため、低周波数領域でゲインが低く、高周波数領域でゲインは高くなる。</p>
ΔS_i から $\Delta T_{i-1}/T_{i-1}$ への影響特性	<p>○「ミル入側プロセス」は「2次遅れ×微分」特性であるため定常影響項（直流項）をもたない。しかし、周波数ω_0付近では影響が大きくなり無視できない。</p> <p>○「ミル内プロセス」は「1次遅れ」特性を示すため定常影響項がある。</p>
「ミル入側プロセス」における $\Delta \tau_0/\tau_0$ の影響特性	<p>○「2次遅れ」特性のため定常影響項をもつ。さらに数値的な条件によっては、振動的な特性を示す可能性がある。（$\Delta h_i/h_i$への影響、$\Delta T_{i-1}/T_{i-1}$への影響共）</p>
「ミル内プロセス」における $\Delta V_{i-1}/V_{i-1}$ の影響特性	<p>○「1次遅れ」特性のため定常影響項をもつ。（$\Delta h_i/h_i$への影響、$\Delta T_{i-1}/T_{i-1}$への影響共）</p>

2. 2. 1でも述べたように、「ミル内プロセス」の駆動モータはASR (Automatic Speed Regulator：速度制御)機能を備えており、モータ速度は負荷変動にかかわらず指令通りに動く。一方、「ミル入側プロセス」では駆動モータ制御方式は、ATR (Automatic Torque Regulator：トルク制御) あるいは ACR (Automatic Current Regulator：電流制御)であるため、モータ速度は負荷によって変動する。このモータ制御方式の違いが、「ミル入側プロセス」におけるモータトルク（ $\Delta \tau_0/\tau_0$ ）の影響特性と「ミル内プロセス」におけるロール速度（ $\Delta V_{i-1}/V_{i-1}$ ）の影響特性の理由である。しかし、このモータ制御方式の違いが、「ミル入側プロセス」と「ミル内プロセス」における、圧下位置（ ΔS_i ）の影響特性の差異を生じている点は興味深い。

ミル内プロセスにおいて定常特性と中～高周波数領域の特性が異なることは、数値的には過去のいくつかの研究でも指摘されている。服部ら^{*12)}は4スタンドタンデムミルの第2スタンド圧下位置操作による板厚への影響動特性を求め、2～4 Hz付近にピークを持つことを指摘している。大井ら^{*13)}は、5スタンドタンデムミルのダイナミックシミュレーションモデルを用いて、図.2.4.4、図.2.4.5に相当するタンデムミルの板厚・張力制御の周波数特性を求め、その検討結果にもとづいて実機AGCシステムを構築した。山下ら^{*14)}は、6スタンドタンデムミルのダイナミックシミュレーションモデルを用いて導出した“動的影響係数”にもとづいて、タンデムミル動特性の同様の特徴について言及している。本論文では、タンデムミル動特性を表.2.4.2のようにパラメトリック表現することによって、冷間圧延プ

プロセスの構造的な特性を、実験結果あるいはシミュレーション結果を数値的に示すにとどまらず、一般論として明らかにすることに成功した。

本章の2.5以降では、本節で求めた冷間圧延プロセス動特性の解析結果にもとづいて、主として「ミル内プロセス」の制御について述べ、「ミル入側プロセス」の制御については、第3章の主題として論じる。なお、「ミル出側プロセス」は単純な1入力1出力系であり、板厚やミル内張力への影響も小さいため、特にとりあげない。

2. 5 板厚・張力の非干渉化制御

2. 5. 1 前置補償装置による非干渉化

本節では冷間圧延プロセスの伝達関数表現

$$y = G(s)u \quad (2.4.3)$$

にもとづいて、板厚、張力の制御則について検討する。タンデムミルの板厚、張力制御プロセスが相互干渉を伴う多変数制御系であることは、その特徴の一つである。もし、非干渉化が実現できれば、対象プロセスを1入力1出力系の集合と見なすことができ、制御系も簡単に構築できる。非干渉化制御は一般的には、新たな操作量 $y^\#$ と状態変数 x の線形結合で表される操作量 u 、即ち

$$u = My^\# + Kx_1 \quad (2.5.1)$$

M : $(2n+2) \times (2n+1)$ 行列

K : $(2n+2) \times (n+3)$ 行列

によって、操作量 $y^\#$ と制御量 y の要素を1対1に対応させる。ここでは、対象プロセス $G(s)$ がブロック対角行列に近いことを踏まえ、また簡単な制御系とすることも狙って、状態フィードバックのない $K=0$ の条件での非干渉化の可能性を検討し、十分な効果が得られることを示す。

ここでの狙いは、新たに定義する操作量 $y^\#$ と非干渉化前置補償行列 M の積で表される操作量 u 、即ち

$$u = My^\# \quad (2.5.2)$$

によって、操作量 $y^\#$ の各要素を制御量 y の各要素に1対1に対応させることである。プロセスの入出力関係(2.4.3)と補償則(2.5.2)より

$$y = G(s)My^\# \quad (2.5.3)$$

であるので、

$$G(s)M = I_{(2n+1)} \quad (2.5.4)$$

が前置補償則 M の満たすべき理想的な条件となる。ここで、新たな操作量ベクトル $y^\#$ を

$$y^\# \equiv \begin{bmatrix} y_1^\# \\ y_2^\# \end{bmatrix} \quad [2n+1] \quad (2.5.5)$$

$$y_1^\# \equiv \begin{bmatrix} \frac{\Delta h_1^\#}{h_1} & \dots & \frac{\Delta h_n^\#}{h_n} \end{bmatrix}^T [n] \quad (2.5.5a)$$

$$y_2^\# \equiv \begin{bmatrix} \frac{\Delta T_0^\#}{T_0} & \dots & \frac{\Delta T_n^\#}{T_n} \end{bmatrix}^T [n+1] \quad (2.5.5b)$$

と定義する。まず、定常状態に対する非干渉化補償則を求める。即ち(2.5.4)で $s=0$ とした

$$G(0)M = I_{(2n+1)} \quad (2.5.6)$$

$$A_G(s) \equiv \begin{bmatrix} sa_0(s) & \cdots & sa_0(s) & s(1-\alpha_n)a_0(s) \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & s\alpha_n a_n(s) \end{bmatrix} \quad [(n+1) \times n] \quad (2.5.12)$$

$$A_F(s) \equiv \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & s\varphi_{b_n}a_0(s) & s\varphi_{f_n}a_0(s) \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & -s\varphi_{b_n}a_n(s) & -s\varphi_{f_n}a_n(s) \end{bmatrix} \quad [(n+1) \times (n+1)] \quad (2.5.13)$$

$$A_Q(s) \equiv \text{diag} \left[\frac{s^2}{s^2 - sp_0 t_{00} + p_0 \delta_0}, \frac{s}{s - p_1 t_{11}}, \cdots, \frac{s}{s - p_{n-1} t_{n-1, n-1}}, \frac{s^2}{s^2 - sp_n t_{nm} + p_n \delta_n} \right] \quad [(n+1) \times (n+1)] \quad (2.5.14)$$

(2.5.11)を用いると、非干渉化補償則 M を含むトータルプロセスは図2.5.1のように等価変形できる。表2.5.1～表2.5.3には $A_G(s), A_F(s), A_Q(s)$ それぞれの標準条件での数値例を示す。

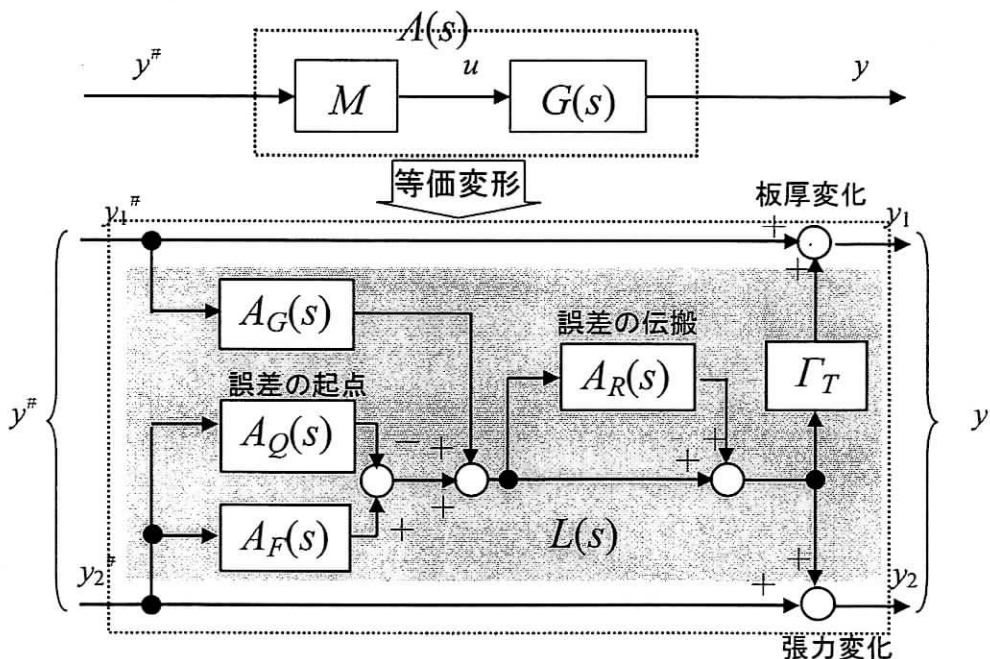


図2.5.1 非干渉化補償を含むトータルプロセスと等価変形

表2.5.1 $A_G(s)$ の標準条件数値例

	$\Delta h_1^\# / h_1$	$\Delta h_2^\# / h_2$	$\Delta h_3^\# / h_3$
$\Delta T_0 / T_0$	$\frac{369s}{s^2 + 16s + 344}$	$\frac{369s}{s^2 + 16s + 344}$	$\frac{327s}{s^2 + 16s + 344}$
$\Delta T_1 / T_1$	0.000	0.000	0.000
$\Delta T_2 / T_2$	0.000	0.000	0.000
$\Delta T_3 / T_3$	0.000	0.000	$\frac{163s}{s^2 + 24s + 649}$

表.2.5.2 $A_F(s)$ の標準条件数値例

	$\Delta T_0^\# / T_0$	$\Delta T_1^\# / T_1$	$\Delta T_2^\# / T_2$	$\Delta T_3^\# / T_3$
$\Delta T_0 / T_0$	0.000	0.000	$\frac{-6s}{s^2 + 16s + 344}$	$\frac{5s}{s^2 + 16s + 344}$
$\Delta T_1 / T_1$	0.000	0.000	0.000	0.000
$\Delta T_2 / T_2$	0.000	0.000	0.000	0.000
$\Delta T_3 / T_3$	0.000	0.000	$\frac{21s}{s^2 + 24s + 649}$	$\frac{-20s}{s^2 + 24s + 649}$

表.2.5.3 $A_Q(s)$ の標準条件数値例

	$\Delta T_0^\# / T_0$	$\Delta T_1^\# / T_1$	$\Delta T_2^\# / T_2$	$\Delta T_3^\# / T_3$
$\Delta T_0 / T_0$	$\frac{s^2}{s^2 + 16s + 344}$	0.000	0.000	0.000
$\Delta T_1 / T_1$	0.000	$\frac{s}{s + 173}$	0.000	0.000
$\Delta T_2 / T_2$	0.000	0.000	$\frac{s}{s + 177}$	0.000
$\Delta T_3 / T_3$	0.000	0.000	0.000	$\frac{s^2}{s^2 + 24s + 649}$

以下では、表.2.4.1および表.2.5.1～表.2.5.3の数値例も参照しながら、(2.5.9)の非干渉化誤差 $L(s)$ の大きさについて考察する。まず、 $A_G(0)=0$ 、 $A_F(0)=0$ 、 $A_Q(0)=0$ であるので $L(0)=0$ 。即ち、定常状態については、 $G(s)$ は M によってうまく非干渉化されていることがここからも確認できる。

さて、 $A_R(s)$ は2. 4. 2で論じたように、スタンド間張力変化（この場合は張力の非干渉化誤差）が隣接スタンドへ順次伝搬していく影響の蓄積を表しており、その影響は隣接スタンドに伝播するたびに急速に薄れていく。以下では、非干渉化誤差 $L(s)$ の大きさ評価のため、誤差起点の特性を表す $A_G(s)$ 、 $A_F(s)$ 、 $A_Q(s)$ について調べる。

張力制御時の誤差起点を表す $A_Q(s)$ の各要素は、各スタンド間で誤差が発生した時の自然な挙動を表している。 $s^2/(s^2 - sp_0t_{00} + p_0\delta_0)$ や $s^2/(s^2 - sp_nt_{nn} + p_n\delta_n)$ は「リール慣性系＋板弾性系」を表現する2次のハイパスフィルタであり、 $s/(s - p_it_{ii})$ ($1 \leq i \leq n-1$)は「スタンド間の板弾性系」を表現する1次のハイパスフィルタである。 $\omega_0 = (p_0\delta_0)^{1/2}$ や $\omega_{ci} = -p_it_{ii}$ の値が、前置補償 M によってそれぞれどこまで非干渉化できているかの上限周波数に相当する。 ω_0 や ω_{ci} が特に小さく非干渉化周波数範囲が狭かったり、 ζ_0 が小さく $s^2 - sp_0t_{00} + p_0\delta_0$ が振動的であったりしない限り、 $A_Q(s)$ の影響は大きくはない。特に、ミル内プロセスの ω_{ci} ($1 \leq i \leq n-1$)は、通常の操業条件のもとではアクチュエータの動特性を凌駕しており考慮の必要はない（付録.2C.2参照）。

張力制御時のもう一つの誤差起点を表す $A_F(s)$ と板厚制御時の誤差起点を表す $A_G(s)$ は、 $sa_0(s) = sp_0/(s^2 - sp_0t_{00} + p_0\delta_0)$ と $sa_n(s) = sp_n/(s^2 - sp_nt_{nn} + p_n\delta_n)$ で構成されている。それぞれの第1行はいずれも $sa_0(s)$ を含むが、これは板厚、張力制御のためのサクセシブ速度操作がミル入側張力に及ぼす過渡的な影響を表している。2. 4で述べたように駆動モータの制御方式がミル入側プロセスとミル内プロセスで異なるため、ミル入側プロセスには通常はサクセシブ速度操作の概念がないことが背景となっており、ミル内プロセスからミル入側プロセスに

過渡的ながら影響が及んでいる。 $sa_0(s)$ は定常状態のゲインが0であり低周波数領域のゲインも小さいが、周波数 $s=j\omega_0$ で影響は最大値 $1/t_{00}$ となるため、その影響については注意が必要である。また、 $A_G(s)$ の第(1,1)要素に $sa_0(s)$ が残るということは、(2.5.2)の非干渉化補償は「ミル入側プロセス」には適していない、ということを意味している。この課題も含め、「ミル入側プロセス」の制御は第3章の主題として議論する。

一方、 $A_G(s)$ 、 $A_F(s)$ の第 $n+1$ 行にあらわれる $sa_n(s)$ を含む項はミル出側張力への過渡的な影響を示している。これは、(2.5.7)の M は第 n スタンドの速度を操作量としない解であるためであるが、 m をどのように設定しても同様の項は表れる。寧ろ、後述するように単独スタンド速度操作の概念を併用することにより解消される。たとえこのままであっても、いずれも α_n 、 φ_{fn} など小さな値が係数としてかかっているため、実際の影響という意味では無視できる。

以上を纏めると、

- ① ミル内プロセスについては、ミル入側プロセスが一定の条件 (ω_0 、 ω_{ci} 、 ζ_0 がある程度以上の大きさであること) を満たす限り、 M による非干渉化は効果的である
- ② ω_0 が板厚制御系で応答すべき対象周波数領域に含まれるくらい小さい場合や ζ_0 が小さく $a_0(s)$ が振動的な場合は、サクセシブ速度操作に対する影響特性を「ミル入側プロセス」の制御で改善することが必須となる。

ということがいえる。

2. 5. 2 ミル内プロセスの非干渉補償とフィードバック制御

(1)ミル内プロセスの板厚・張力非干渉化補償と非干渉化誤差

前項で非干渉化補償が効果的であると確認した、「ミル内プロセス」に対象を限定して、具体的な制御則を求める。(2.4.37)で定義されたサブプロセス区分のための変換 T_y を、 $y^\#$ に対して施した結果得られる操作量ベクトルで、 y_E 、 y_M 、 y_D に対応するものを、それぞれ $y_E^\#$ 、 $y_M^\#$ 、 $y_D^\#$ と定義する。即ち、

$$T_y y^\# = \begin{bmatrix} y_E^\# \\ y_M^\# \\ y_D^\# \end{bmatrix} \quad (2.5.15)$$

$$y_E^\# \equiv \begin{bmatrix} \frac{\Delta h_1^\#}{h_1} & \frac{\Delta T_0^\#}{T_0} \end{bmatrix}^T \quad \text{【2】} \quad (2.5.16)$$

$$y_M^\# \equiv \begin{bmatrix} y_{M1}^\# \\ y_{M2}^\# \end{bmatrix} \quad \text{【2n-2】} \quad (2.5.17)$$

$$y_{M1}^\# \equiv \begin{bmatrix} \frac{\Delta h_2^\#}{h_2} & \dots & \frac{\Delta h_n^\#}{h_n} \end{bmatrix}^T \quad \text{【n-1】} \quad (2.5.17a)$$

$$y_{M2}^\# \equiv \begin{bmatrix} \frac{\Delta T_1^\#}{T_1} & \dots & \frac{\Delta T_{n-1}^\#}{T_{n-1}} \end{bmatrix}^T \quad \text{【n-1】} \quad (2.5.17b)$$

$$y_D^\# \equiv \frac{\Delta T_n^\#}{T_n} \quad \text{【1】} \quad (2.5.18)$$

まず、前項で論じた前置補償則

$$u = My^\# \quad (2.5.2)$$

の左から(2.4.32)で定義された変換行列 T_u を乗じ、また(2.4.37)の変換行列 T_y も用いて右边を変形する。

$$\begin{bmatrix} u_E \\ u_M \\ u_D \end{bmatrix} = T_u My^\# = T_u MT_y^{-1} \begin{bmatrix} y_E^\# \\ y_M^\# \\ y_D^\# \end{bmatrix} \quad (2.5.19)$$

ここで、対象とする制御量をミル内プロセスの制御量 y_M に限定して考えるならば、対応する操作量も $y_M^\#$ のみに着目すればよいので、(2.5.19)の右边から $y_M^\#$ の項のみ取り出す。

$$\begin{bmatrix} u_E \\ u_M \\ u_D \end{bmatrix} = \overline{M}_M y_M^\# \quad (2.5.20)$$

$$\overline{M}_M \equiv T_u M T_{yM}^T \quad (2.5.21)$$

但し、 T_{yM} は T_y の $(2n+1)$ 個の行からミル内プロセスに対応する $(2n-2)$ 行を取り出したものである。

$$T_{yM} \equiv \left[\begin{array}{c|c|c} 0_{((n-1) \times 1)} & I_{(n-1)} & 0_{((n-1) \times (n+1))} \\ \hline 0_{((n-1) \times n)} & 0_{((n-1) \times 1)} & I_{(n-1)} \\ \hline & & 0_{((n-1) \times 1)} \end{array} \right] \quad \mathbf{[(2n-2) \times (2n+1)]} \quad (2.5.22)$$

(2.5.21)の \overline{M}_M がミル内プロセスの非干渉化前置補償行列である。行列 \overline{M}_M を分割された操作量 u_E, u_{M1}, u_{M2}, u_D と $y_{M1}^\#, y_{M2}^\#$ に対応するように分割して定義し、(2.4.32)の T_u 、(2.5.22)の T_{yM} 、(2.5.7)の M の各行列の定義に沿って展開することにより、具体的な非干渉化補償則が得られる。

$$\overline{M}_M = \left[\begin{array}{c} M_{ME} \\ \hline M_M \\ \hline 0_{(1 \times (2n-2))} \end{array} \right] \quad \mathbf{[(2n+2) \times (2n-2)]} \quad (2.5.23)$$

$$M_{ME} \equiv \left[\begin{array}{c|c|c} 0 \cdots 0 & & \\ \hline & -\frac{\gamma_{f1}}{\gamma_{s1}} & \\ \hline 0 \cdots 0 & & 0 \cdots 0 \\ \hline & \frac{\gamma_{f1}}{\gamma_{s1}} & \end{array} \right] \quad \mathbf{[2 \times (2n-2)]} \quad (2.5.24)$$

$$M_M \equiv \left[\begin{array}{c|c} M_{hV} & M_{TV} \\ \hline M_{hS} & M_{TS} \end{array} \right] \quad \mathbf{[(2n-1) \times (2n-2)]} \quad (2.5.25)$$

$$M_{hV} \equiv T + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -\alpha_n \\ \alpha_2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -\alpha_n \\ 0 & \alpha_3 & 0 & \cdots & 0 & -\alpha_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \alpha_{n-2} & 0 & -\alpha_n \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \alpha_{n-1} & -\alpha_n \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{[n \times (n-1)]} \quad (2.5.26)$$

$$T \equiv \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{[n \times (n-1)]} \quad (2.5.27)$$

$$M_{hS} \equiv \text{diag} \left[\frac{1}{\gamma_{s2}}, \quad \cdots, \quad \frac{1}{\gamma_{sn}} \right] \quad \mathbf{[(n-1) \times (n-1)]} \quad (2.5.28)$$

$$M_{TV} \equiv \begin{bmatrix} -\varphi_{f1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & \varphi_{bn} \\ -\varphi_{b2} & -\varphi_{f2} & 0 & \cdots & 0 & \varphi_{bn} \\ 0 & -\varphi_{b3} & -\varphi_{f3} & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \varphi_{bn} \\ 0 & 0 & \cdots & -\varphi_{bn-2} & -\varphi_{fn-2} & \varphi_{bn} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -\varphi_{bn-1} & \varphi_{bn} - \varphi_{fn-1} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [n \times (n-1)] \quad (2.5.29)$$

$$M_{TS} \equiv \begin{bmatrix} -\frac{\gamma_{b2}}{\gamma_{s2}} & -\frac{\gamma_{f2}}{\gamma_{s2}} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\gamma_{b3}}{\gamma_{s3}} & -\frac{\gamma_{f3}}{\gamma_{s3}} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & -\frac{\gamma_{b4}}{\gamma_{s4}} & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & -\frac{\gamma_{fn-2}}{\gamma_{sn-2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -\frac{\gamma_{bn-1}}{\gamma_{sn-1}} & -\frac{\gamma_{fn-1}}{\gamma_{sn-1}} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -\frac{\gamma_{bn}}{\gamma_{sn}} \end{bmatrix} \quad [(n-1) \times (n-1)] \quad (2.5.30)$$

ここで(2.5.27)の行列 T は、(2.5.7)の R_n から出てくる行列で、あるスタンドの速度を操作する際、その上流側にあるすべてのスタンドのロール速度を同じ比率だけ操作することを意味している。これは、“

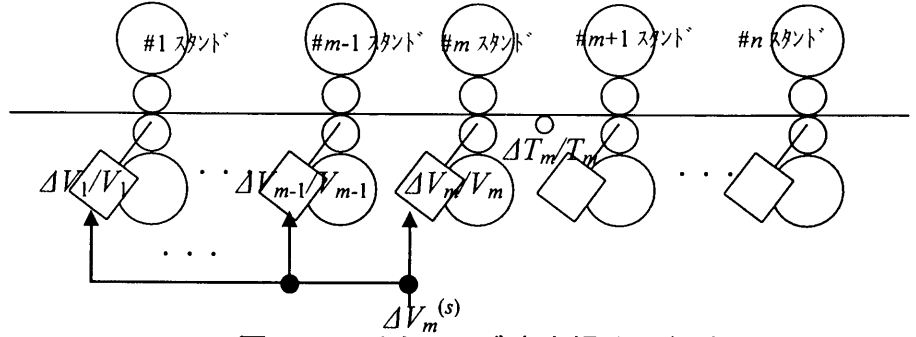


図2.5.2 サクセシブ速度操作の概念

サクセシブ速度” という操作概念であり、タンデムミル一般の運転操作や自動制御の基本操作方法として、従来から用いられているものである。(2.2.67)に示す B_v の構造からもわかるように、あるスタンドのロール速度を単独で操作すると、その入側および出側張力の両方に大きな影響が出るが、サクセシブ速度操作を用いるとその影響を出側張力だけに限定することができる。ここでは図2.5.2のように、第1スタンドから第 $m-1$ スタンドのロール速度を同じ比率だけ操作するサクセシブ速度操作を $\Delta V_m^{(s)}$ と表記する。このとき、最下流である第 n スタンドは操作量として用いない基準スタンドとなり、これをピボット（軸）スタンドと称する。操作量ベクトルとしての表記上は次式の $u_2^{(s)}$ を用いる。

$$u_2 = T \cdot u_2^{(s)} \quad (2.5.31)$$

$$u_2^{(s)} \equiv [\Delta V_1^{(s)} \quad \cdots \quad \Delta V_{n-1}^{(s)}] \quad [n-1] \quad (2.5.32)$$

ロール速度操作の実質的な意味は、隣接スタンド間の速度比率の操作であることから、その独立な操作量数は $n-1$ と見てよい。即ち、行列 T はスタンド数に対応するみかけの操作量

の次数 n を、実質の操作量の次数 $n-1$ に変換する働きをしている。

ミル内プロセスの非干渉化補償則は、(2.5.20)と係数行列 \overline{M}_M の構造(2.5.23)からわかるように、ミル内プロセスの制御則

$$u_M = M_M y_M^{\#} \quad (2.5.33)$$

を主体にして、ミル入側プロセスの第1スタンド圧下位置操作で

$$\Delta S_1 = -\frac{\gamma_{f1}}{\gamma_{s1}} \frac{\Delta T_1^{\#}}{T_1} \quad (2.5.34)$$

を補って実現される。

図.2.5.3には(2.5.33)のミル内プロセス制御則 M_M のブロック図を示す。

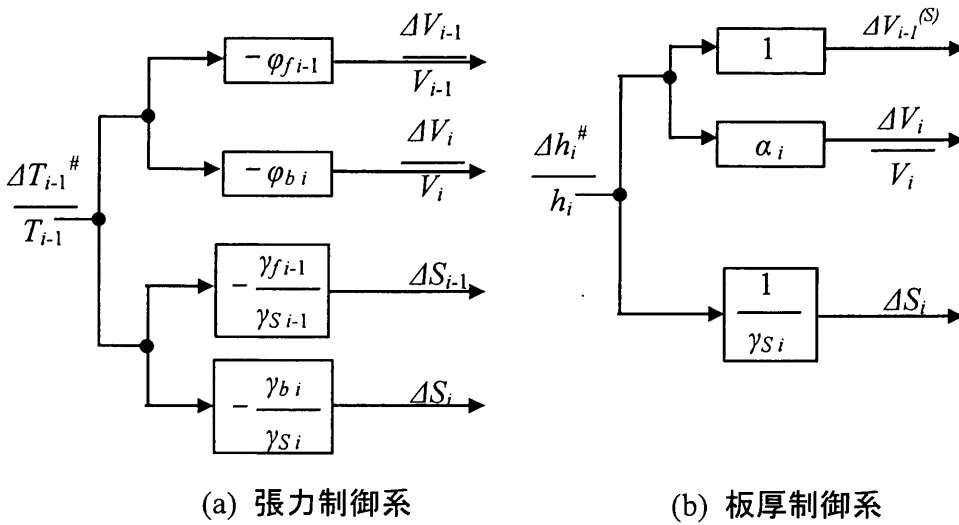


図.2.5.3 ミル内プロセス非干渉化前置補償 M_M のブロック図

星野ら^{*10)}は、2スタンドのアルミニウム冷間圧延機でオブザーバを導入、実用化したが、これはタンデムミルの板厚制御則をパラメトリックに表現した数少ない例でもある。星野らの制御則は2スタンド限定ではあるが、その複数アクチュエータの併用の考え方は、上述の M_M と等しい。即ち、その結果は(2.5.25)の M_M で $n=2$ とした

$$M_M = \begin{bmatrix} 1 - \alpha_2 & \varphi_{b2} - \varphi_{f1} \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{\gamma_{s2}} & -\frac{\gamma_{b2}}{\gamma_{s2}} \end{bmatrix} \quad (2.5.35)$$

に一致することが簡単に確かめられる。

M_M の定義(2.5.25)あるいは図.2.5.3から、非干渉化補償則の各パスのもつ機能は、表.2.5.4のように3つに分類できることがわかる。特に、ロール速度操作の機能に、マスフロー変化分の補償と中立点位置変化分の補償の2つの機能があることは重要である。実装の際には、マスフロー変化補償のためのサクセシブ速度操作と中立点位置変化補償のためのスタンド速度単独操作に分離する、などの配慮をすることが制御系の構成をわかりやすくする観点から望ましい。

表.2.5.4 非干渉化前置補償の機能

操作量	操作目的	板厚制御	張力制御
圧下位置操作	圧延荷重変化分の補償	$\frac{1}{\gamma_{si}}$	$\frac{\gamma_{fi-1}}{\gamma_{si-1}}, \frac{\gamma_{bi}}{\gamma_{si}}$
ロール速度操作	マスフロー変化分の補償	1	なし
	中立点位置変化分の補償	α_i	$\varphi_{fi-1}, \varphi_{bi}$

表.2.5.5,表.2.5.6には、(2.5.24)(2.5.25)の M_{ME} 、 M_M の標準条件での数値例を示す。 M_{hV} と M_{hS} 、 M_{TV} と M_{TS} それぞれの大きさのバランスを見ると、圧下位置操作1.0に対してロール速度操作が0.1程度の関係にあることがわかる。これは、非干渉化補償では板厚制御、張力制御いずれについても、圧下位置操作主体あるいはロール速度操作主体という偏った操作を求めていることを意味している。

表.2.5.5 非干渉化前置補償行列 M_M の標準条件数値例

	$\Delta h_2^{\#}/h_2$	$\Delta h_3^{\#}/h_3$	$\Delta T_1^{\#}/T_1$	$\Delta T_2^{\#}/T_2$	
$\Delta V_1/V_1$	1.000	-0.116	-0.023	-0.015	M_{hV} M_{TV}
$\Delta V_2/V_2$	0.080	0.884	0.020	-0.038	
$\Delta V_3/V_3$	0.000	0.000	0.000	0.000	M_{hS} M_{TS}
ΔS_2	7.502	0.000	0.254	-0.154	
ΔS_3	0.000	8.078	0.000	0.325	

表.2.5.6 非干渉化前置補償行列 M_{ME} の標準条件数値例

	$\Delta h_2^{\#}/h_2$	$\Delta h_3^{\#}/h_3$	$\Delta T_1^{\#}/T_1$	$\Delta T_2^{\#}/T_2$
$\Delta \tau_0/\tau_0$	0.000	0.000	0.000	0.000
ΔS_1	0.000	0.000	-0.143	0.000

ミル内プロセスの非干渉化誤差行列も、 $L(s)$ と同様に定義することができる。即ち、

$$y = G(s)u \quad (2.4.3)$$

の左から、サブプロセス区分のための変数変換 T_{yM} を乗じた対象プロセス

$$y_M = G_M(s) \begin{bmatrix} u_E \\ u_M \\ u_D \end{bmatrix} \quad (2.5.36)$$

$$G_M(s) \equiv T_{yM} G(s) T_u^{-1} \quad [(2n-2) \times (2n+1)] \quad (2.5.37)$$

に対して、前置補償

$$\overline{M}_M = \begin{bmatrix} \overline{M}_{ME} \\ \overline{M}_M \\ 0 \end{bmatrix} \quad [(2n+1) \times (2n-2)] \quad (2.5.23)$$

を施したトータルプロセス $A_M(s)$ が、ミル内プロセスの完全非干渉化状態とどの程度乖離しているかを表す伝達関数行列を、次式のように定義する。

$$L_M(s) \equiv A_M(s) - I_{(2n-2)} \quad [(2n-2) \times (2n-2)] \quad (2.5.38)$$

$$A_M(s) \equiv G_M(s) \overline{M}_M \quad [(2n-2) \times (2n-2)] \quad (2.5.39)$$

これは(2.5.11)を踏まえると、次式のように等価変形できることがわかる(付録2D.5参照)。

$$L_M(s) = T_{yM} \begin{bmatrix} \frac{F_T}{I} \\ I \end{bmatrix} (A_R(s) + I) [A_{GM}(s) \mid A_{FM}(s) - A_{QM}(s)] \quad (2.5.40)$$

但し、

$$A_{GM}(s) \equiv \begin{bmatrix} sa_0(s) & \cdots & sa_0(s) & s(1-\alpha_n)a_0(s) \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & s\alpha_n a_n(s) \end{bmatrix} \quad [(n+1) \times (n-1)] \quad (2.5.41)$$

$$A_{FM}(s) \equiv \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & s\phi_{bn}a_0(s) \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & -s\phi_{bn}a_n(s) \end{bmatrix} \quad [(n+1) \times (n-1)] \quad (2.5.42)$$

$$A_{QM}(s) \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{s}{s-p_1t_{11}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{s}{s-p_2t_{22}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{s}{s-p_{n-1}t_{n-1,n-1}} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad [(n+1) \times (n-1)] \quad (2.5.43)$$

図2.5.4はミル内プロセスの非干渉化誤差関数 $L_M(s)$ を要素のレベルで展開したものである。図中で誤差伝播の動特性 $A_R(s)$ については、下流スタンド張力変化の影響は小さいという特徴を踏まえ(付録2C.1参照)、(2C.11)に定義された $\tilde{A}_R(s)$ に置き換えている。板厚操作 $\Delta h_i^*/h_i$ の影響はすべて $sa_0(s)=sp_0/(s^2-sp_0t_{00}+p_0\delta_0)$ を介したものであるもので、 $a_0(s)$ の特性が「ミル入側プロセス」の制御で改善され影響が抑制されるならば、非干渉化誤差としての影響は殆どない。一方、張力操作 $\Delta T_i^*/T_i$ に対しては、逆方向に作用する $s/(s-p_{ii}t_{ii})$ の項があるため、結果的に

$$1 - \frac{s}{s-p_{ii}t_{ii}} = \frac{\omega_{ci}}{s+\omega_{ci}} \quad (2.5.44)$$

$$\omega_{ci} \equiv -p_{ii}t_{ii} = -\frac{V_i E(1+f_i)t_{ii}}{L_i \sigma_i} \quad (2 \leq i \leq n) \quad (2.4.66)$$

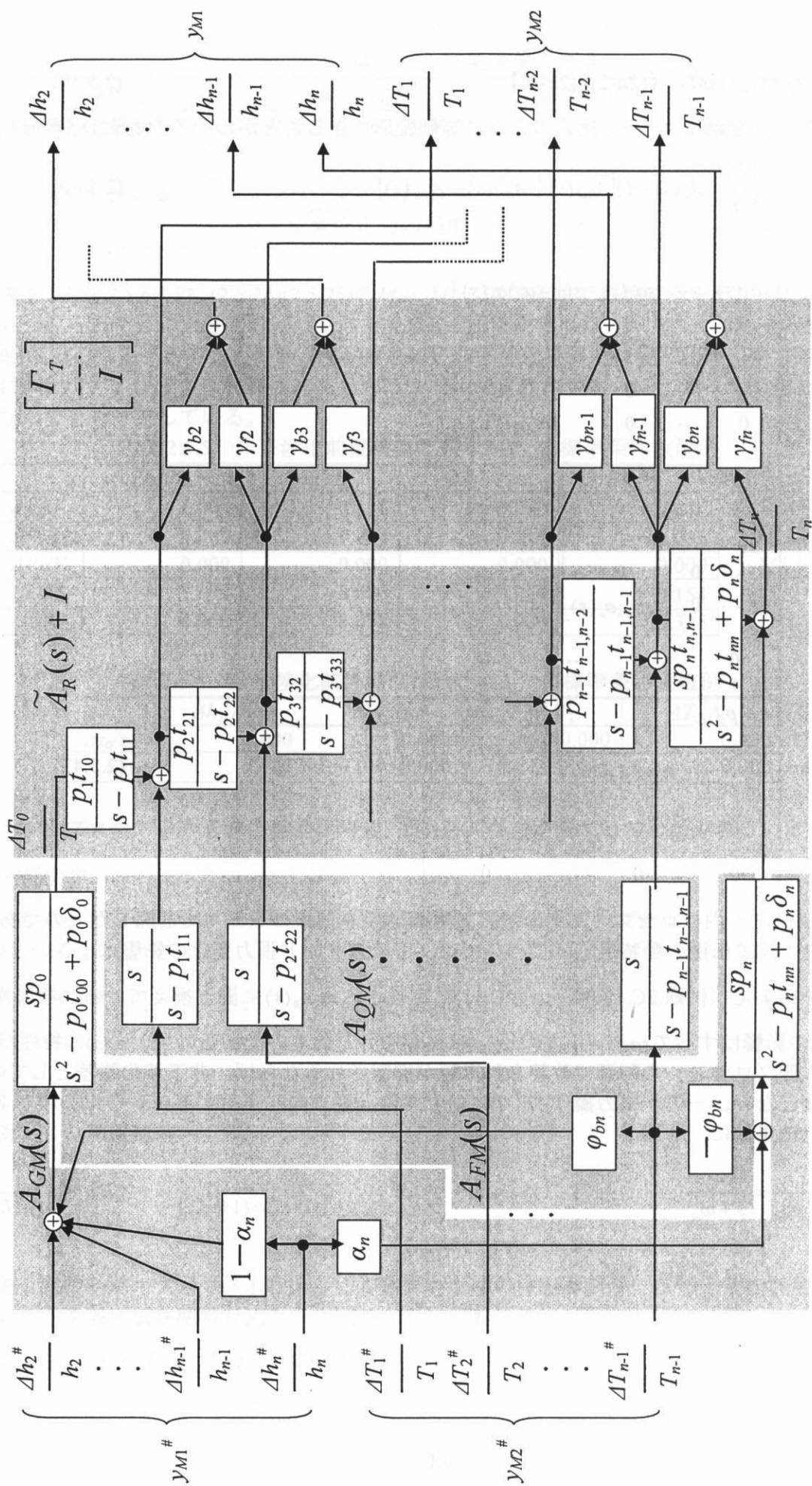


図2.5.4 ミル内トータルプロセスの非干渉化誤差行列 $L_M(s)$

の1次遅れ特性となる点は考慮が必要である。特に V_i が小さくなる低速時には、その影響は無視できないため、注意が必要である。

(2) フィードバック制御系について

上述のように、前置補償 \overline{M}_M を含めたトータルの「ミル内プロセス」 $A_M(s)$ は

$$A_M(s) = G_M(s) \overline{M}_M \cong \text{diag} \left[\exp(-\chi_{x2}s), \dots, \exp(-\chi_{xn}s), \frac{\omega_{c1}}{s + \omega_{c1}}, \dots, \frac{\omega_{cn-1}}{s + \omega_{cn-1}} \right] \quad \text{【}(2n-2) \times (2n-2)\text{】} \quad (2.5.45)$$

と近似的に対角化されたと見なせる。ここで、板厚制御についてはプロセス動特性の遅れは発生しないが、各スタンド出側のX線板厚計を用いる場合にフィードバックループに含まれる、板厚計までの移送ムダ時間

$$\exp(-\chi_{xi}s) = \exp\left(-\frac{L_{xi}}{V_i}s\right) \quad (2.5.46)$$

を考慮している。張力制御は、(2.5.44)の $\omega_{ci}/(s + \omega_{ci})$ が制御対象プロセスの動特性となる。

制御対象プロセスはこのように、 $n-1$ 個の板厚制御ループと $n-1$ 個の張力制御ループに等価的に分割されるため、制御系はそれぞれの1次遅れ要素あるいはムダ時間要素だけを考慮して個別に設計すればよい。即ち、コントローラは

$$G_c(s) = \text{diag} \left[g_c^{(h2)}(s), \dots, g_c^{(hm)}(s), g_c^{(T1)}(s), \dots, g_c^{(Tn-1)}(s) \right] \quad (2.5.47)$$

と、PIコントローラなどを構成要素とする対角行列として、対角行列となる開ループ伝達関数 $A_M(s)G_c(s)$ に対して設計することになる。図2.5.5にこの関係を図示する。

さて、制御対象のパラメータが大きく変動する可能性がある場合は、ロバスト性を考慮した制御系設計を行うことが一般的には必要となる。この点についてここでは、制御対象プロセスの特徴を踏まえ次のような考え方をとる。

まず、制御対象 $G_M(s)$ に含まれるパラメータは、

- A) 1 コイルの圧延中にその値が大きく変化するもの → 圧延速度 V_i
 - B) 1 コイル圧延中の変化は通常大きくないが、圧延条件毎に値が変化するもの
→ $\gamma_{Si}, \gamma_{bi}, \gamma_{fi}, \varphi_{bi}, \varphi_{fi}, \alpha_i$ などの影響係数や h_i, σ_i などの設定条件
 - C) 機械定数など基本的に変化しないもの → 距離 L_i , ヤング率 E
- の3種類に大別される。

B)のカテゴリーのパラメータは、圧延条件が異なれば即ち圧延するコイルが異なれば大きく変化するが、同じ圧延条件の場合その再現性は高くコイル内の変動も大きくない。従って、プロセスモデルにもとづいてある程度正確なパラメータ値を1コイル毎に設定することが可能である。プロセスモデルの精度はモデル学習技術によって維持する、という考え方をとる。これについては第4章で述べる。制御系設計に際しては、閉ループ系の感度

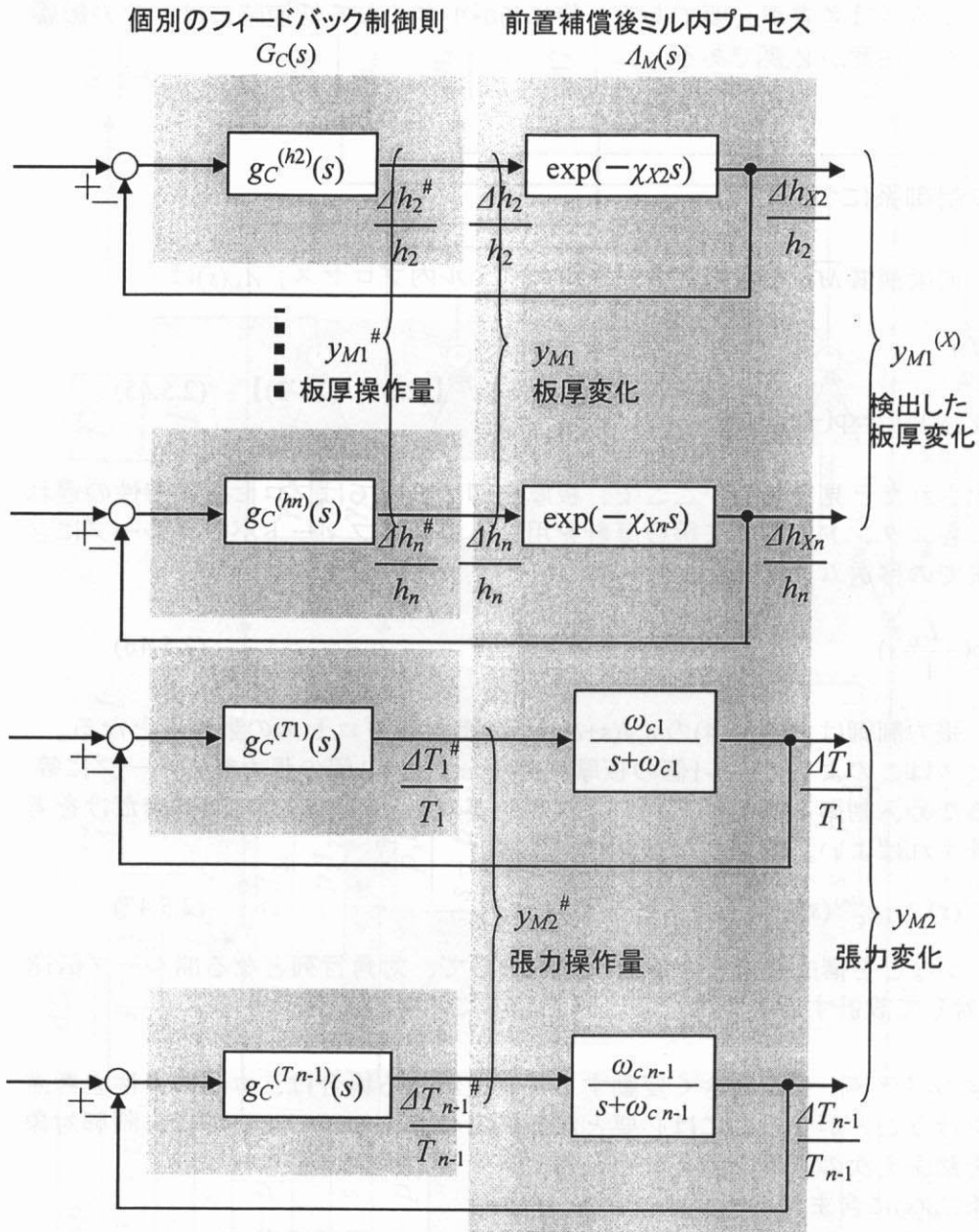


図.2.5.5 ミル内プロセス非干渉補償後のフィードバック制御系

$$(I + A_M(s)G_C(s))^{-1}$$

$$\cong \text{diag} \left[\frac{1}{1 + \exp(-\chi_{x2}s)g_C^{(h2)}(s)}, \dots, \frac{1}{1 + \exp(-\chi_{xn}s)g_C^{(hn)}(s)}, \frac{1}{1 + \frac{\omega_{c1}}{s + \omega_{c1}}g_C^{(T1)}(s)}, \dots, \frac{1}{1 + \frac{\omega_{cn-1}}{s + \omega_{cn-1}}g_C^{(Tn-1)}(s)} \right] \quad (2.5.48)$$

に注意して、各シングルループ制御系を設計することとする。

一方、1 コイル圧延中に大きな変化が発生するA)のカテゴリーのパラメータは圧延速度 V_i のみであるが、 V_i はその変化がリアルタイムに正確に把握できるという特徴がある。そこで $G_C(s)$ は、常に V_i の値に応じた最適な制御系となるように、 V_i の関数として設計すればよい。

板厚制御則の場合、即ち開ループ伝達関数 $\exp(-\chi_{xi} s)g_C^{(hi)}(s)$ に対してコントローラ $g_C^{(hi)}(s)$ をPIコントローラとして設計する問題については、Pゲイン、Iゲインをそれぞれ

$$K_p^{(hi)} = K_{p0}^{(hi)} \quad (V_i \text{ に対しては const.}) \quad (2.5.49)$$

$$K_i^{(hi)} = K_{i0}^{(hi)} V_i \quad (2.5.50)$$

とする。実際、速度が V_i のときの#iスタンド板厚制御系開ループ伝達関数を、 $G_O^{(hi)}(V_i:s)$ と表現すると、

$$G_O^{(hi)}(V_i:s) = \exp\left(-\frac{L_{xi}}{V_i} s\right) \left(\frac{K_i^{(hi)}}{s} + K_p^{(hi)}\right) = \exp\left(-L_{xi} \frac{s}{V_i}\right) \left(\frac{K_{i0}^{(hi)}}{\frac{s}{V_i}} + K_{p0}^{(hi)}\right) \quad (2.5.51)$$

となるので、

$$G_O^{(hi)}(V:j\omega) = G_O^{(hi)}(\varepsilon V:j\varepsilon\omega) \quad \text{for } \forall \varepsilon > 0 \quad (2.5.52)$$

が成り立つ。即ち、開ループ伝達関数のボード線図は圧延速度の変化に応じてそのままの形を維持しながら周波数軸を左右に平行移動するだけであるので、位相余裕、ゲイン余裕は一定に保たれる。

張力制御則の場合は、開ループ伝達関数 $\omega_{ci}/(s+\omega_{ci})g_C^{(Ti)}(s)$ に対して、コントローラ $g_C^{(Ti)}(s)$ をPIコントローラとして設計する問題となるが、同様にPゲイン、Iゲインをそれぞれ

$$K_p^{(Ti)} = K_{p0}^{(Ti)} \quad (V_i \text{ に対しては const.}) \quad (2.5.53)$$

$$K_i^{(Ti)} = K_{i0}^{(Ti)} V_i \quad (2.5.54)$$

とする。実際、速度が V_i のときの#iスタンド張力制御系開ループ伝達関数を、 $G_O^{(Ti)}(V_i:s)$ と表現すると、

$$G_O^{(Ti)}(V_i:s) = \frac{1}{\frac{L_i \sigma_i}{V_i E(1+f_i)(-t_{ii})} s + 1} \left(\frac{K_i^{(Ti)}}{s} + K_p^{(Ti)}\right) = \frac{1}{\frac{L_i \sigma_i}{E(1+f_i)(-t_{ii})} \frac{s}{V_i} + 1} \left(\frac{K_{i0}^{(Ti)}}{\frac{s}{V_i}} + K_{p0}^{(Ti)}\right) \quad (2.5.55)$$

となるので、

$$G_O^{(Ti)}(V:j\omega) = G_O^{(Ti)}(\varepsilon V:j\varepsilon\omega) \quad \text{for } \forall \varepsilon > 0 \quad (2.5.56)$$

が成り立つ。板厚制御則と同じく、位相余裕、ゲイン余裕を一定に保つことができる。

尚、この考え方に沿うと圧延速度が低くなるとコントローラの動きもそれに応じて遅くなるが、材料の動きや圧延現象変化そのものも速度 V_i に比例して緩やかになるため、コントローラの動きが遅くなっても実際の製品品質や操業安定性に影響は及ばない。

2. 5. 3 外乱に対するフィードフォワード制御

冷間圧延プロセス

$$y = G(s)u + G_w(s)w \quad (2.4.2)$$

で外乱変数としてモデル化している w には、入側板厚変動や摩擦係数変動など、何らかの形で検出あるいは推定可能なものが含まれる。板厚、張力制御は2. 5. 2のようなフィードバック制御を主体に組み立てられるが、これを補うために外乱フィードフォワード制御の併用が考えられる。従来型制御でも図2.5.6のようにフィードフォワード板厚制御が用いられている^{*)}。この例では、検出した第1スタンド出側板厚変動を第2スタンド到達まで追跡し、タイミングをあわせて第1スタンドロール速度を操作して第1～2スタンド間張力を修正することにより、第2スタンド出側に板厚変動が残らないようにするものである。当然のことながら張力変動を伴うため、適用にあたっては実作業上の制約もあり、十分な効果が発揮できないことがある。

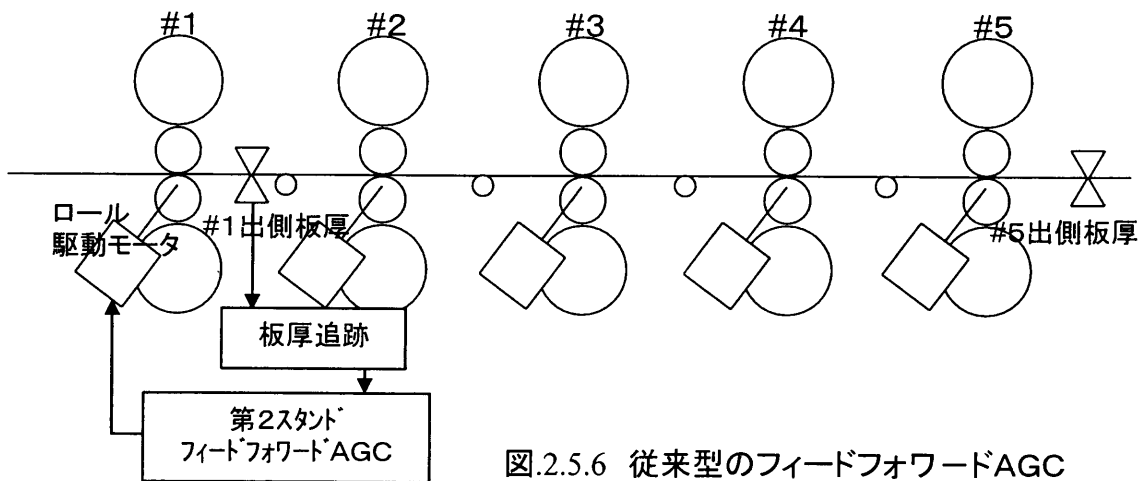


図2.5.6 従来型のフィードフォワードAGC

本項ではこれを踏まえ、アクチュエータの応答が十分速いという前提のもとに、検出もしくは推定された外乱が、どの制御量（張力および板厚）にも影響を残さないような操作量を決めるフィードフォワード制御則を求める。前項の非干渉化補償と同様、定数行列による補償で十分効果的であることを示す。

まず、フィードフォワード制御則 N を

$$u = Nw \quad (2.5.57)$$

とおく。理想的なフィードフォワード制御の条件は、外乱 w に関わらず制御量 y を0とすることである。(2.4.2)でいえば

$$0 = G(s)u + G_w(s)w \quad \text{for } \forall w \quad (2.5.58)$$

を満たす操作量 u を求めることである。これに(2.5.57)を代入することにより、

$$(G(s)N + G_w(s))w = 0 \quad \text{for } \forall w \quad (2.5.59)$$

$$\therefore G(s)N + G_w(s) = 0 \quad (2.5.60)$$

が得られるが、これが理想的なフィードフォワード制御則 N の満たすべき条件である。定常状態における(2.5.60)の解は、(2.5.7)を用いて次式のようにパラメトリックに求められる

(付録.2D.6参照)。

$$N = -MG_w(0) = \begin{bmatrix} -R_n & 0_{((n+2) \times n)} \\ 0_{(n \times (n+3))} & \Gamma_S^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_V \Phi_d & B_H \\ -\Gamma_d & -\Gamma_H \end{bmatrix} \quad \mathbf{[(2n+2) \times 3n]} \quad (2.5.61)$$

(2.5.61)の制御則による外乱フィードフォワード制御が、定常状態に関してうまく機能することは次式でも確認できる。

$$y = G(0)u + G_w(0)w = (G(0)N + G_w(0))w = (-G(0)M + I)G_w(0)w = 0 \quad (2.5.62)$$

さて、(2.5.57)のフィードフォワード制御則を用いたときの制御結果について、理想状態からの乖離を周波数領域で評価するため、非干渉化補償則の誤差 $L(s)$ と同様に、フィードフォワード制御誤差行列 $S(s)$ を導入する。

$$S(s) \equiv G(s)N + G_w(s) \quad (2.5.63)$$

$G(s)$ の構造化表現(2.4.16)を用いると $S(s)$ は次のように等価変形できる (付録.2D.7参照)。

$$S(s) = \begin{bmatrix} \Gamma_T \\ -\Gamma \\ I \end{bmatrix} (A_R(s) + I) \begin{bmatrix} A_d(s) & A_H(s) \end{bmatrix} \quad \mathbf{[(2n+1) \times 3n]} \quad (2.5.64)$$

但し

$$A_d(s) \equiv \begin{bmatrix} 0_{((n+1) \times ((n-1)))} & \begin{bmatrix} s \cdot \varphi_{mn} a_0(s) \\ 0_{((n-1) \times 1)} \\ -s \cdot \varphi_{mn} a_n(s) \end{bmatrix} & 0_{((n+1) \times ((n-1)))} & \begin{bmatrix} s \cdot \varphi_{kn} a_0(s) \\ 0_{((n-1) \times 1)} \\ -s \cdot \varphi_{kn} a_n(s) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad \mathbf{[(n+1) \times 2n]} \quad (2.5.65)$$

$$A_H(s) \equiv \begin{bmatrix} -sa_0(s) & \cdots & -sa_0(s) & -s(1 + \beta_n)a_0(s) \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & s\beta_n a_n(s) \end{bmatrix} \quad \mathbf{[(n+1) \times n]} \quad (2.5.66)$$

フィードフォワード制御とその等価変形のブロック図を図.2.5.7に示す。また、表.2.5.7、表.2.5.8には、 $A_d(s), A_H(s)$ の標準条件での数値例を示す。 $A_R(s)$ が誤差の伝播を表すことは非干渉化前置補償と同じであるので、フィードフォワード制御誤差 $S(s)$ の大きさを評価するため、外乱フィードフォワード制御による誤差起点を表す $A_H(s), A_d(s)$ について調べる。

入側板厚外乱によるフィードフォワード制御誤差起点 $A_H(s)$ 、摩擦係数、変形抵抗外乱によるフィードフォワード制御誤差起点 $A_d(s)$ とも第1行はどの要素も $sa_0(s)$ を含むが、これらは非干渉化前置補償における $A_G(s)$ などと同じく、フィードフォワード制御のためのサクセシブ速度操作がミル入側張力に及ぼす過渡的な影響を表している。 $sa_0(s)$ は定常状態～低周波数領域の影響は小さいものの、周波数 $\omega_0 = (p_0 \delta_0)^{1/2}$ では影響が最大値 $1/t_{00}$ となるため、注意が必要な点も同じである。

以上を纏めると次のようになる。

- ① 補償則 N によって、板厚、張力のいずれにも殆ど影響を及ぼさないフィードフォワード制御が実現できる。
- ② フィードフォワード制御の場合は応答すべき対象周波数領域が比較的高いため、 ω_0 がこの領域に含まれる可能性がある。その場合は「ミル入側プロセス」の制御での特性改善など対応が必要となる。

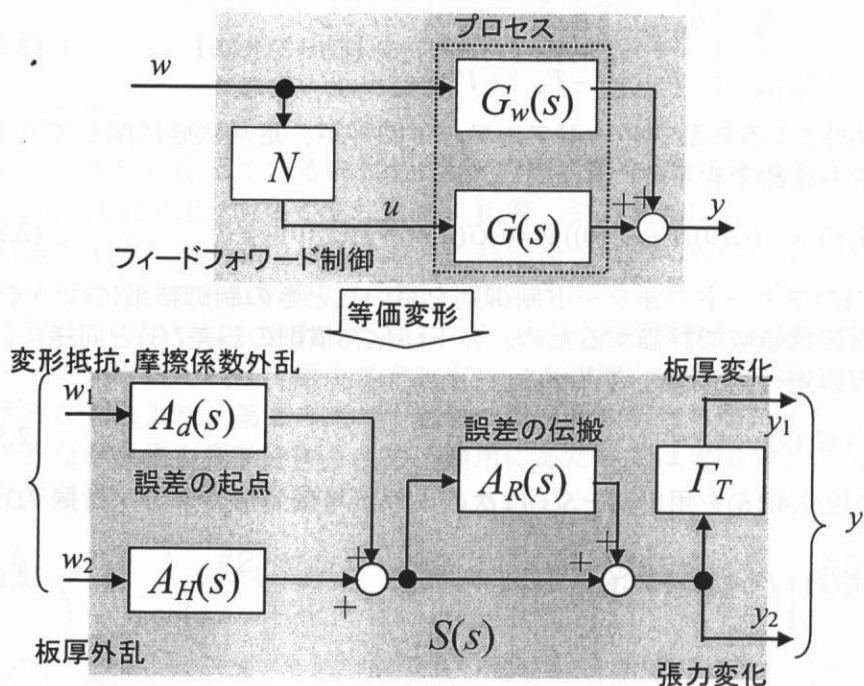


図.2.5.7 フィードフォワード制御誤差行列と等価変形

表.2.5.7 $A_d(s)$ の標準条件数値例

	$\Delta\mu_1$	$\Delta\mu_2$	$\Delta\mu_3$	$\Delta k_{m1}/k_{m1}$	$\Delta k_{m2}/k_{m2}$	$\Delta k_{m3}/k_{m3}$
$\Delta T_0/T_0$	0.000	0.000	$\frac{108s}{s^2 + 16s + 344}$	0.000	0.000	$\frac{2s}{s^2 + 16s + 344}$
$\Delta T_1/T_1$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
$\Delta T_2/T_2$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
$\Delta T_3/T_3$	0.000	0.000	$-\frac{412s}{s^2 + 24s + 649}$	0.000	0.000	$-\frac{8s}{s^2 + 24s + 649}$

表.2.5.8 $A_H(s)$ の標準条件数値例

	$\Delta H_1/H_1$	$\Delta H_2/H_2$	$\Delta H_3/H_3$
$\Delta T_0/T_0$	$-\frac{369s}{s^2 + 16s + 344}$	$-\frac{369s}{s^2 + 16s + 344}$	$-\frac{331s}{s^2 + 16s + 344}$
$\Delta T_1/T_1$	0.000	0.000	0.000
$\Delta T_2/T_2$	0.000	0.000	0.000
$\Delta T_3/T_3$	0.000	0.000	$-\frac{145s}{s^2 + 24s + 649}$

次に、フィードフォワード制御則を具体的に求める。

$$u = Nw \quad (2.5.67)$$

に対して、(2.4.32)で定義された変換行列 T_u を左から乗ずることにより、

$$\begin{bmatrix} u_E \\ u_M \\ u_D \end{bmatrix} = \bar{N}w \quad (2.5.68)$$

但し、

$$\bar{N} \equiv T_u N \quad (2.5.69)$$

が得られる。このフィードフォワード制御則 \bar{N} を、分割された操作量 u_E, u_{M1}, u_{M2}, u_D と外乱種別に対応するように分割して定義し、(2.4.32)の T_u 、(2.5.61)の N の各行列の定義に沿って展開することにより、具体的なフィードフォワード制御則が次のように得られる。

$$\bar{N} = \begin{bmatrix} N_E \\ N_M \\ 0_{(1 \times 3n)} \end{bmatrix} \quad (2.5.70)$$

$$N_E \equiv \left[\begin{array}{c|c|c|c|c|c} \overbrace{0 \dots 0}^{3n} & & & & & \\ \hline -\frac{\gamma_{m1}}{\gamma_{s1}} & \overbrace{0 \dots 0}^{n-1} & -\frac{\gamma_{k1}}{\gamma_{s1}} & \overbrace{0 \dots 0}^{n-1} & -\frac{\gamma_{H1}}{\gamma_{s1}} & \overbrace{0 \dots 0}^{n-1} \\ \hline \end{array} \right] \quad [2 \times 3n] \quad (2.5.71)$$

$$N_M \equiv \left[\begin{array}{c|c|c} N_{mV} & N_{kV} & N_{HV} \\ \hline N_{mS} & N_{mS} & N_{HS} \end{array} \right] \quad [(2n-1) \times 3n] \quad (2.5.72)$$

$$N_{mV} \equiv \begin{bmatrix} -\varphi_{m1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \varphi_{mn} \\ 0 & -\varphi_{m2} & 0 & \dots & 0 & 0 & \varphi_{mn} \\ 0 & 0 & -\varphi_{m3} & \dots & 0 & 0 & \varphi_{mn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\varphi_{mn-2} & 0 & \varphi_{mn} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\varphi_{mn-1} & \varphi_{mn} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [n \times n] \quad (2.5.73)$$

$$N_{mS} \equiv \left[0_{((n-1) \times 1)} \mid \text{diag} \left[-\frac{\gamma_{m2}}{\gamma_{s2}}, \dots, -\frac{\gamma_{mn}}{\gamma_{sn}} \right] \right] \quad [(n-1) \times n] \quad (2.5.74)$$

$$N_{kV} \equiv \begin{bmatrix} -\varphi_{k1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \varphi_{kn} \\ 0 & -\varphi_{k2} & 0 & \dots & 0 & 0 & \varphi_{kn} \\ 0 & 0 & -\varphi_{k3} & \dots & 0 & 0 & \varphi_{kn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\varphi_{kn-2} & 0 & \varphi_{kn} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\varphi_{kn-1} & \varphi_{kn} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [n \times n] \quad (2.5.75)$$

$$N_{kS} \equiv \left[0_{((n-1) \times 1)} \mid \text{diag} \left[-\frac{\gamma_{k2}}{\gamma_{s2}}, \dots, -\frac{\gamma_{kn}}{\gamma_{sn}} \right] \right] \quad [(n-1) \times n] \quad (2.5.76)$$

$$N_{HV} \equiv - \left[\begin{array}{c|c} 0_{(n \times 1)} & T \end{array} \right] + \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & -\beta_n \\ 0 & \beta_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & -\beta_n \\ 0 & 0 & \beta_3 & \cdots & 0 & 0 & -\beta_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \beta_{n-2} & 0 & -\beta_n \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \beta_{n-1} & -\beta_n \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [n \times n] \quad (2.5.77)$$

$$N_{HS} \equiv \left[\begin{array}{c|c} 0_{((n-1) \times 1)} & \text{diag} \left[-\frac{\gamma_{H2}}{\gamma_{S2}}, \dots, -\frac{\gamma_{Hn}}{\gamma_{Sn}} \right] \end{array} \right] \quad [(n-1) \times n] \quad (2.5.78)$$

ここで、 N_{mV}, N_{mS} は摩擦係数外乱のフィードフォワード制御則、 N_{kV}, N_{kS} は変形抵抗外乱のフィードフォワード制御則、 N_{HV}, N_{HS} は入側板厚外乱のフィードフォワード制御則となる。

(2.5.68)と係数行列 \bar{N} の構造(2.5.70)から得られる、ミル内プロセスのフィードフォワード制御則

$$u_M = N_M w \quad (2.5.79)$$

をブロック図で表したものが図2.5.8である。

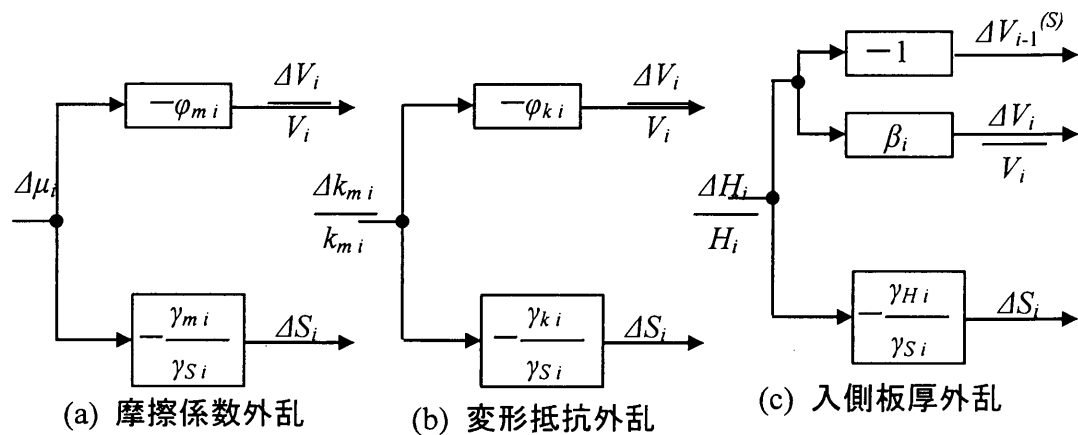


図.2.5.8 フィードフォワード制御則 N_M のブロック図

表.2.5.4に示した非干渉化補償と同様に、外乱フィードフォワード制御各パスのもつ機能も、3つに分類できる。これを表.2.5.9に示す。

表.2.5.9 外乱フィードフォワード制御の機能

操作量	操作の目的	摩擦係数	変形抵抗	入側板厚
圧下位置操作	圧延荷重変化分の補償	$\frac{\gamma_{mi}}{\gamma_{Si}}$	$\frac{\gamma_{ki}}{\gamma_{Si}}$	$\frac{\gamma_{Hi}}{\gamma_{Si}}$
		なし	なし	-1
ロール速度操作	マスフロー変化分の補償	なし	なし	-1
	中立点位置変化分の補償	ϕ_{mi}	ϕ_{ki}	β_i

表.2.5.10～表.2.5.13には標準条件での \bar{N} の数値例を示す。摩擦係数外乱に比べ変形抵抗外乱では、中立点位置変化補償のためのロール速度操作が小さく、殆ど必要ないのが特徴で

ある。入側板厚外乱に対しては、マスフロー変化補償が必要なため、大きなサクセシブ速度操作が必要となる。

表.2.5.10 摩擦係数外乱フィードフォワード制御行列 N_{mV} 、 N_{mS} の標準条件数値例

	$\Delta\mu_1$	$\Delta\mu_2$	$\Delta\mu_3$
$\Delta V_1/ V_1$	-0.294	0.000	0.293
$\Delta V_2/ V_2$	0.000	-0.412	0.293
$\Delta V_3/ V_3$	0.000	0.000	0.000
ΔS_2	0.000	-5.987	0.000
ΔS_3	0.000	0.000	-9.987

表.2.5.11 変形抵抗外乱フィードフォワード制御行列 N_{kV} 、 N_{kS} の標準条件数値例

	$\Delta k_{m1}/k_{m1}$	$\Delta k_{m2}/k_{m2}$	$\Delta k_{m3}/k_{m3}$
$\Delta V_1/ V_1$	0.001	0.000	0.006
$\Delta V_2/ V_2$	0.000	-0.002	0.006
$\Delta V_3/ V_3$	0.000	0.000	0.000
ΔS_2	0.000	-2.200	0.000
ΔS_3	0.000	0.000	-3.055

表.2.5.12 入側板厚外乱フィードフォワード制御行列 N_{HV} 、 N_{HV} の標準条件数値例

	$\Delta H_1/H_1$	$\Delta H_2/H_2$	$\Delta H_3/H_3$
$\Delta V_1/ V_1$	0.083	-1.000	0.103
$\Delta V_2/ V_2$	0.000	0.066	-0.897
$\Delta V_3/ V_3$	0.000	0.000	0.000
ΔS_2	0.000	-3.935	0.000
ΔS_3	0.000	0.000	-4.878

表.2.5.13 外乱フィードフォワード制御行列 N_E の標準条件数値例

	$\Delta\mu_1$	$\Delta\mu_2$	$\Delta\mu_3$	$\Delta k_{m1}/ k_{m1}$	$\Delta k_{m2}/ k_{m2}$	$\Delta k_{m3}/ k_{m3}$	$\Delta H_1/ H_1$	$\Delta H_2/ H_2$	$\Delta H_3/ H_3$
$\Delta\tau_0/\tau_0$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
ΔS_1	-3.773	0.000	0.000	-1.675	0.000	0.000	-3.438	0.000	0.000