

2. 6 最終スタンドの非干渉化制御

2. 6. 1 最終スタンドの課題と定式化

(1)最終スタンドの課題と従来の考え方

冷間タンデム圧延では、下工程での熱処理後のコイル巻取時に鋼板表面が焼き付くことを防ぐため、最終スタンドである第 n スタンドに表面の粗いダルロールを用い、粗度の高い鋼板表面に仕上げる圧延（ダルロール圧延）が行われることが多い。この場合は、最終スタンド（第 n スタンド）の圧延荷重を安定に保つことが重要となる。

また、板厚精度と並ぶ重要な品質指標である製品平坦度の観点からも、最終スタンド圧延荷重の安定が必要である。平坦度とは、鋼板が板幅方向に均一に圧延されていることを示す指標である。板中央部の伸び方が大きい「中のび」や、板端部の伸び方が大きい「端のび」など（図2.6.1参照）がなく、均一に圧延された鋼板ほど「平坦度がよい」という。平坦度は上下ロール間隔の板幅方向分布の影響を強く受けるため、ロールのたわみの変化をもたらす圧延荷重変動には敏感である。

以上のように、最終スタンドにおいては、板厚、張力に加えて、圧延荷重も制御量として考慮する必要がある。板厚、張力、圧延荷重という3つの制御量に対する非干渉化制御の実現が本節の目的である（図2.6.2）。

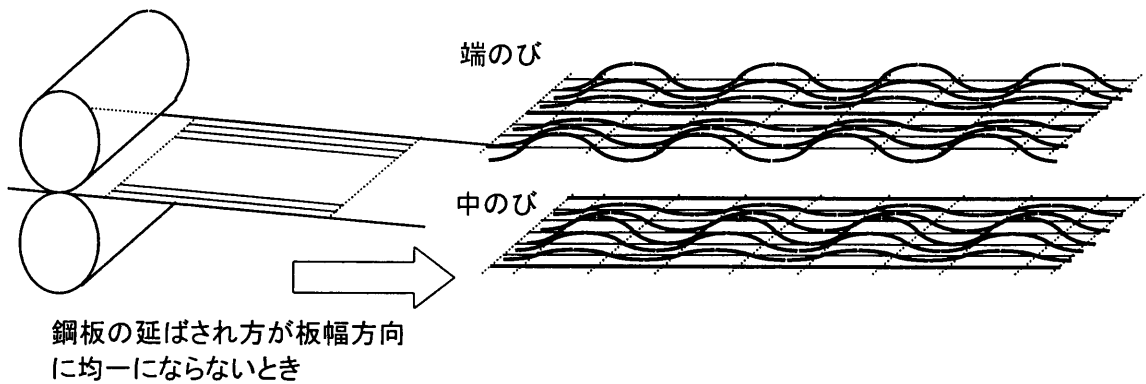


図2.6.1 板平坦度の概念

最終スタンド圧延荷重の安定化という課題に対しては、従来からいくつかの手法が検討されてきた。最終スタンド圧延荷重に対して最も大きく影響する操作量は最終スタンド压下位置であるため、板厚、張力など圧延荷重以外の制御量のために压下位置を操作することを回避する、というのが基本的な考え方である。

その内の一つは2. 3節の図2.3.1に示したような最終スタンドの張力AGC^{*2)}である。張力AGCはロール速度操作により張力を介して板厚を制御するもので、いわば張力を「板厚制御のための操作量」とみなすもので必然的に張力変動を伴う。図中にあるように、压下位置による張力上下限制御装置は備えられているが、最終スタンドの場合は圧延荷重変動を避けるために不感帯を大きくとり通常は動かさない。压下位置操作を避けるために張力制御性を犠牲にする考え方である。

また、図2.6.3のような、前段スタンドへフィードバックする形式のAGCも広く用いられてきた^{*23)}。張力安定性を重視し、最終スタンドロール速度は張力制御のための操作量として用いる。板厚については、最終前スタンド（第4スタンド）出側板厚を介して修正すべく、第3スタンドサクセシブ速度でフィードバックするもので、フィードバック制御ルー

プ中にスタンド間移送ムダ時間を含むため板厚制御性能は悪くなる。

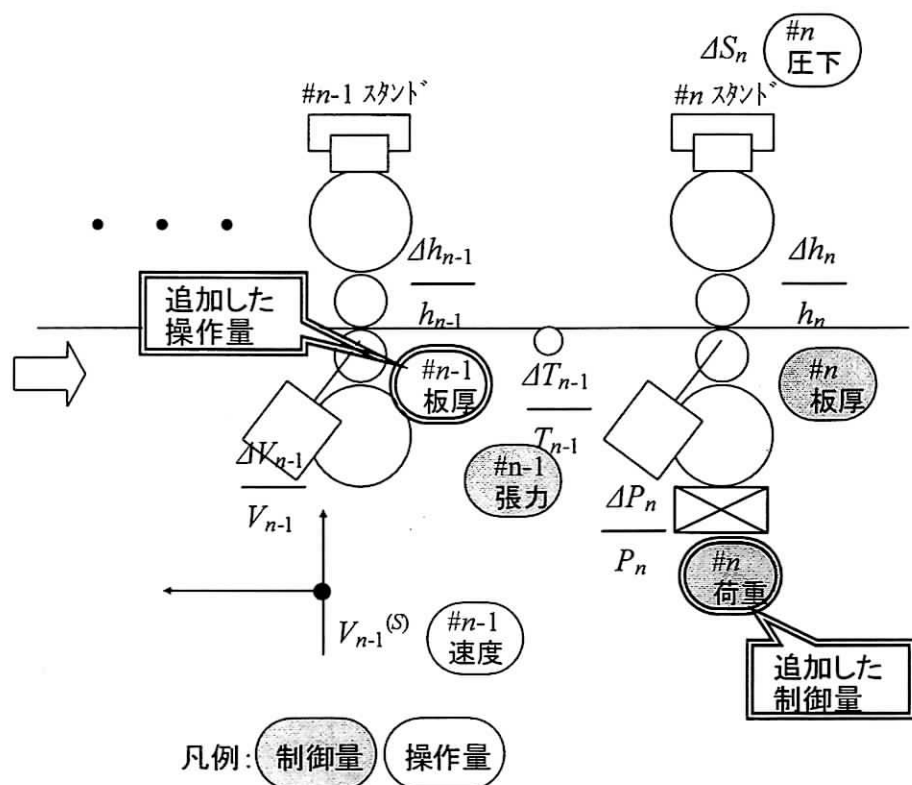


図.2.6.2 最終スタンド周辺の制御量と操作量

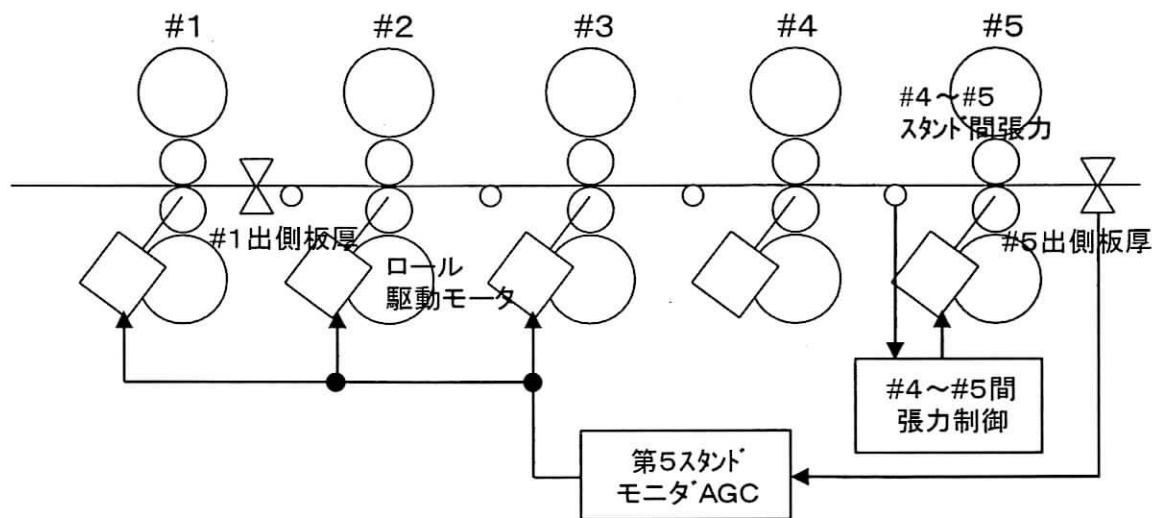


図.2.6.3 前段スタンドへのフィードバックAGC

いずれも、張力あるいは板厚いずれかの制御性を犠牲にしながら、圧延荷重への影響の大きい最終スタンド圧下位置を操作せずに済ませる方法を工夫した結果である。しかし、前提となる考え方が異なるため特徴に応じた制御方式の選択や切替えは容易ではない。本節では、この最終スタンドの課題を板厚、張力、荷重という3つの制御量への対応と位置づけてあらためて定式化することにより、制御則としての選択肢を明らかにした上で、従

来手法との関係や選択の考え方を整理する。

(2) 対象プロセスの拡張

最終スタンドの課題を踏まえ、これまで前提としてきた状態方程式(2.2.52)を見直す。まず、操作量 u の次元は $2n+2$ であるが、2.5.2 (1)でも述べたようにロール速度操作の独立性を考慮した実質的な次元は $2n+1$ であるので、これに応じたサクセシブ速度操作を前提とした操作量に変換する。

$$\hat{u} \equiv \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2^{(s)} \\ u_3 \end{bmatrix} : \text{操作量変数ベクトル} \quad [2n+1] \quad (2.6.1)$$

但し、

$$u_2 = T \cdot u_2^{(s)} \quad (2.5.31)$$

$$u_2^{(s)} \equiv [\Delta V_1^{(s)} \quad \dots \quad \Delta V_{n-1}^{(s)}] \quad (2.5.32)$$

制御量としては、第 n スタンドの圧延荷重を加える必要がある。

$$\tilde{y} \equiv \begin{bmatrix} y \\ \frac{\Delta P_n}{P_n} \end{bmatrix} : \text{制御量変数ベクトル} \quad [2n+2] \quad (2.6.2)$$

こうすると、 $(2n+1)$ 次の操作量ベクトル \hat{u} に対して制御量ベクトル \tilde{y} は $(2n+2)$ 次となるため、

そのままでは前節で導出した行列 M_M のような非干渉化前置補償を主体とした制御則の実現は難しい。このため、新たな操作量の導入を狙いとして次のような工夫を加える。プロセスの伝達関数モデル(2.4.2)では、外乱 w はシステム外からの外乱変数とした。しかし w の構成要素である各スタンド入側板厚は、移送ムダ時間を含むものの基本的には前段スタンドで操作可能である。このことを積極的に用いて、第 $n-1$ スタンド出側板厚目標値の修正量 $\Delta h_{n-1}^{ref}/h_{n-1}$ を介して操作できる第 n スタンド入側板厚 $\Delta H_n/H_n$ を、第 n スタンドの操作量の1つとして利用する。即ち、

$$\tilde{u} \equiv \begin{bmatrix} \hat{u} \\ \frac{\Delta H_n}{H_n} \end{bmatrix} : \text{操作量変数ベクトル} \quad [2n+2] \quad (2.6.3)$$

を新たな操作量ベクトルと定義する。このとき、(2.2.52)で $\Delta H_n/H_n$ 以外の外乱 w をすべて0とすると、状態方程式は次のように拡張して記述できる。

$$\frac{dx}{dt} = Ax + \tilde{B}\tilde{u} \quad (2.6.4a)$$

$$\tilde{y} = \tilde{C}x + \tilde{D}\tilde{u} \quad (2.6.4b)$$

ここで導入した新たな係数行列 $\tilde{B}, \tilde{C}, \tilde{D}$ の定義は次のとおりである。

$$\tilde{B} \equiv \left[\begin{array}{c|c|c|c} PB_r & 0_{((n+3) \times (n-1))} & 0_{((n+3) \times n)} & P(B_H + B_S \Gamma_S)v \\ \hline 0_{(n \times 2)} & U_V T & 0_{(n \times n)} & 0_{(n \times 1)} \\ \hline 0_{(n \times 2)} & 0_{(n \times (n-1))} & U_S & 0_{(n \times 1)} \end{array} \right] \quad \mathbf{[(3n+3) \times (2n+2)]} \quad (2.6.5)$$

$$v \equiv \left[\begin{array}{c} 0 \cdots 0 \\ \hline n-1 \end{array} \right]^T \quad \mathbf{[n]} : \text{外乱変数ベクトル } w_2 \text{ から最終スタンドのみを取出すベクトル} \quad (2.6.6)$$

$$\tilde{C} \equiv \left[\begin{array}{c|c|c} \Gamma_T Q & 0_{(n \times n)} & \Gamma_S \\ \hline Q & 0_{((n+1) \times n)} & 0_{((n+1) \times n)} \\ \hline 0 & \Pi_T & 0 \\ \hline & 0_{(1 \times n)} & \Pi_S \end{array} \right] \quad \mathbf{[(2n+2) \times (3n+3)]} \quad (2.6.7)$$

$$\Pi_T \equiv \left[\begin{array}{c} 0 \cdots 0 \\ \hline n-1 \end{array} \right] \begin{array}{cc} \gamma_{bn} \pi_{hn} & \gamma_{fn} \pi_{hn} \end{array} \quad \mathbf{[1 \times (n+1)]} \quad (2.6.8)$$

: 張力変化が最終スタンド圧延荷重に及ぼす影響係数行列

$$\Pi_S \equiv \left[\begin{array}{c} 0 \cdots 0 \\ \hline n-1 \end{array} \right] \gamma_{Sn} \pi_{Sn} \quad \mathbf{[1 \times n]} \quad (2.6.9)$$

: 圧下位置変化が最終スタンド圧延荷重に及ぼす影響係数行列

$$\tilde{D} \equiv \left[\begin{array}{c|c} 0_{(n \times (2n+1))} & \Gamma_H v \\ \hline 0_{((n+1) \times (2n+1))} & 0_{((n+1) \times 1)} \\ \hline 0_{(1 \times (2n+1))} & \Pi_H v \end{array} \right] \quad \mathbf{[(2n+2) \times (2n+2)]} \quad (2.6.10)$$

$$\Pi_H \equiv \left[\begin{array}{c} 0 \cdots 0 \\ \hline n-1 \end{array} \right] \gamma_{Hn} \pi_{hn} \quad \mathbf{[1 \times n]} \quad (2.6.11)$$

: 入側板厚変化が最終スタンド圧延荷重に及ぼす影響係数行列

また、拡張系(2.6.4)の伝達関数行列表現は次式のようになる。

$$\tilde{y} = \tilde{G}(s) \cdot \text{diag}[\hat{U}(s), 1] \tilde{u} \quad (2.6.12)$$

但し、

$$\tilde{G}(s) \equiv \left[\begin{array}{c} \frac{\Gamma_T}{I_{(n+1)}} \\ \hline \frac{\Pi_T}{I_{(n+1)}} \end{array} \right] Q(sI - PA_T)^{-1} P \left[\begin{array}{c|c|c|c} B_r & B_V T & B_S \Gamma_S & (B_H + B_S \Gamma_S)v \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c|c|c} 0_{((2n+2) \times (n+1))} & \frac{\Gamma_S}{I_{((n+1) \times n)}} & \frac{\Gamma_H v}{I_{((n+1) \times 1)}} \\ \hline & \frac{\Pi_S}{I_{(1 \times n)}} & \frac{\Pi_H v}{I_{(1 \times 1)}} \end{array} \right] \quad \mathbf{[(2n+2) \times (2n+2)]} \quad (2.6.13)$$

$$\hat{U}(s) \equiv \text{block diag} \left[I_{(2)}, (sI_{(n-1)} + \hat{U}_V)^{-1} \hat{U}_V, (sI_{(n)} + U_S)^{-1} U_S \right] \quad \mathbf{[(2n+1) \times (2n+1)]} \quad (2.6.14)$$

$$\hat{U}_V \equiv \text{diag}[q_V, \dots, q_V] \quad \mathbf{[(n-1) \times (n-1)]} \quad (2.6.15)$$

となる。

$\Delta H_n/H_n$ を操作量として導入することにより、第 $n-1$ スタンドの出側板厚 $\Delta h_{n-1}/h_{n-1}$ の制御

は、その目標値がこれまでのように0に固定されているのではなく変化することになるが、その目標値変化が緩やかなものである限りは、あえて目標値追従性を考慮したサーボ問題と位置づけ直す必要はない。第 $n-1$ スタンド出側板厚目標値の修正指令値 $\Delta h_{n-1}^{ref}/h_{n-1}$ から実際の出側板厚 $\Delta h_{n-1}/h_{n-1}$ への伝達動特性、即ち第 $n-1$ スタンドの板厚制御系のダイナミクスを $\zeta(s)$ とすると、実際に操作量として用いることができる $\Delta h_{n-1}^{ref}/h_{n-1}$ から第 n スタンド入側板厚 $\Delta H_n/H_n$ への伝達特性は次式で表現できる。

$$\frac{\Delta H_n}{H_n} = \zeta(s) \frac{\Delta h_{n-1}^{ref}}{h_{n-1}} \quad (2.6.16a)$$

$$\xi(s) \equiv \exp(-\chi_{n-1}s) \zeta(s) \quad (2.6.16b)$$

これを踏まえ、遅れを考慮した操作量ベクトル

$$\tilde{u}_0 \equiv \begin{bmatrix} \hat{u} \\ \frac{\Delta h_{n-1}^{ref}}{h_{n-1}} \end{bmatrix} \quad \mathbf{[2n+2]} \quad (2.6.17)$$

を定義すると、

$$\tilde{u} = \text{diag}[I_{(2n+1)}, \xi(s)] \tilde{u}_0 \quad (2.6.18)$$

であり、入出力関係は

$$\tilde{y} = \tilde{G}(s) \tilde{U}(s) \tilde{u}_0 \quad (2.6.19)$$

$$\tilde{U}(s) \equiv \text{block diag}[\hat{U}(s), \xi(s)] \quad \mathbf{[(2n+2) \times (2n+2)]} \quad (2.6.20)$$

と記述できる。

さて、2. 4 ではアクチュエータの応答が十分速いことを前提として

$$U(s) = I_{(2n+1)} \quad (2.4.1)$$

と仮定し議論を進めたが、材料移送のムダ時間やフィードバック制御系応答を含む $\xi(s)$ のダイナミクスは無視できないので、ここでは

$$\hat{U}(s) = I_{(2n+1)} \quad (2.6.21)$$

のみの仮定とする。このとき拡張系の入出力関係(2.6.12)あるいは(2.6.19)は

$$\tilde{y} = \tilde{G}(s) \tilde{u} \quad (2.6.22)$$

$$\tilde{y} = \tilde{G}(s) \cdot \text{diag}[I_{(2n+1)}, \xi(s)] \tilde{u}_0 \quad (2.6.23)$$

と表現できる。以上述べた最終スタンド拡張系の入出力関係を、図.2.6.4に図示する。

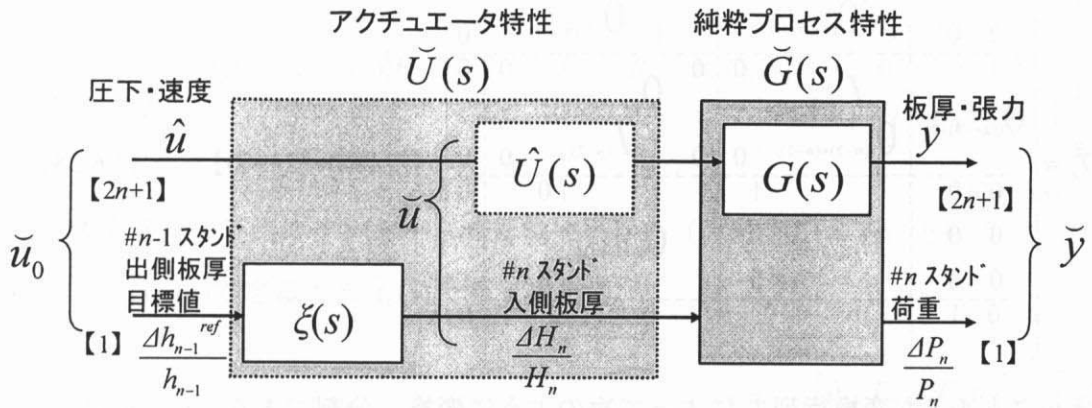


図.2.6.4 最終スタンドの課題を考慮した制御対象プロセスの拡張

(3) 最終スタンドプロセスの伝達関数表現

ミル内プロセスの1部である最終スタンドについて、(2.6.22)のように拡張された伝達表現から、最終スタンドの操作量、制御量に関わる部分を「最終スタンドプロセス」として抜き出す。2. 5. 2で論じたように、ミル内プロセスにおける第*i*スタンドの基本の操作

量、制御量が $[\Delta V_{i-1}^{(s)} \quad \Delta S_i]^T$ および $\left[\frac{\Delta h_i}{h_i} \quad \frac{\Delta T_{i-1}}{T_{i-1}} \right]^T$ であることを踏まえ、最終スタンドプロセスの操作量、制御量を

$$u_L \equiv \left[\Delta V_{n-1}^{(s)} \quad \Delta S_n \quad \frac{\Delta H_n}{H_n} \right]^T \quad [3] \quad (2.6.24)$$

$$y_L \equiv \left[\frac{\Delta h_n}{h_n} \quad \frac{\Delta T_{n-1}}{T_{n-1}} \quad \frac{\Delta P_n}{P_n} \right]^T \quad [3] \quad (2.6.25)$$

としてその伝達関数を求める。まず、プロセスの伝達関数

$$\tilde{y} = \tilde{G}(s) \tilde{u} \quad (2.6.22)$$

に対して、 u_L , y_L を取り出すための変数変換を施す。操作量ベクトル \tilde{u} は変換行列 \tilde{T}_u によって次のように変換、分割できる。 u_E , u_D は、(2.4.29)(2.4.31)で定義したとおりである。

$$\tilde{T}_u \tilde{u} = \begin{bmatrix} u_E \\ u_{M0} \\ u_L \\ u_D \end{bmatrix} \quad (2.6.26)$$

$$u_{M0} \equiv [\Delta V_1^{(s)} \quad \cdots \quad \Delta V_{n-2}^{(s)} \quad \Delta S_2 \quad \cdots \quad \Delta S_{n-1}]^T [2n-4] \quad (2.6.27)$$

$$\tilde{T}_u \equiv \left[\begin{array}{c|c|c|c|c} \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0_{(2 \times (n-1))} \\ 0_{((n-2) \times (n-2))} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} & \begin{matrix} 0_{(2 \times (n-1))} \\ 0_{((n-2) \times (n-2))} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} 0_{((2n-4) \times 2)} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} I_{(n-2)} \\ 0_{((n-2) \times (n-2))} \\ 0_{(3 \times (n-2))} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0_{((n-2) \times (n-2))} \\ I_{(n-2)} \\ 0_{(3 \times (n-1))} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} 0 & 1 \\ 0 & \dots & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} \xleftarrow{n-1} \end{matrix} & \begin{matrix} \xleftarrow{n} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \end{array} \right] \quad \mathbf{[(2n+2) \times (2n+2)]} \quad (2.6.28)$$

制御量ベクトル \tilde{y} も変換行列 \tilde{T}_y によって次のように変換、分割できる。 y_E , y_D は、(2.4.34)(2.4.36)で定義したとおりである。

$$\tilde{T}_y \tilde{y} = \begin{bmatrix} y_E \\ y_{M0} \\ y_L \\ y_D \end{bmatrix} \quad (2.6.29)$$

$$\tilde{y}_{M0} \equiv \left[\frac{\Delta h_2}{h_2} \quad \dots \quad \frac{\Delta h_{n-1}}{h_{n-1}} \quad \frac{\Delta T_1}{T_1} \quad \dots \quad \frac{\Delta T_{n-2}}{T_{n-2}} \right]^T \quad \mathbf{[2n-4]} \quad (2.6.30)$$

$$\tilde{T}_y \equiv \left[\begin{array}{c|c|c|c|c} \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 0_{(2 \times (n-1))} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} & \begin{matrix} 0_{(2 \times n)} \\ 0_{((n-2) \times (n-2))} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0_{((2n-4) \times 2)} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} I_{(n-2)} \\ 0_{((n-2) \times (n-2))} \\ 0_{(3 \times (n-1))} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0_{((n-2) \times (n-2))} \\ I_{(n-2)} \\ 0_{(3 \times (n-1))} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} 0 & \dots & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} \xleftarrow{n} \end{matrix} & \begin{matrix} \xleftarrow{n} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{matrix} \end{array} \right] \quad \mathbf{[(2n+2) \times (2n+2)]} \quad (2.6.31)$$

これらの変換 \tilde{T}_u , \tilde{T}_y を用いることにより、プロセス(2.6.22)は次式のように表現できる。

$$\begin{bmatrix} y_E \\ y_{M0} \\ y_L \\ y_D \end{bmatrix} = \tilde{T}_y \tilde{y} = \tilde{T}_y \tilde{G}(s) \tilde{T}_u^{-1} \tilde{T}_u \tilde{u} = \tilde{T}_y \tilde{G}(s) \tilde{T}_u^{-1} \begin{bmatrix} u_E \\ u_{M0} \\ u_L \\ u_D \end{bmatrix} \quad (2.6.32)$$

さらに $\tilde{G}(s)$ の定義(2.6.13)に動特性の構造化表現(2.4.16)を代入して次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} y_E \\ y_{M0} \\ y_L \\ y_D \end{bmatrix} = \tilde{T}_y \left\{ \begin{bmatrix} \Gamma_T \\ \frac{\Gamma}{I} \\ \Pi_T \end{bmatrix} (A_R(s) + I) A_S(s) [B_T \mid B_V T \mid B_S \Gamma_S \mid (B_H + B_S \Gamma_H) v] + \begin{bmatrix} 0 & \Gamma_S & \Gamma_H v \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Pi_S & \Pi_H v \end{bmatrix} \right\} \tilde{T}_u^{-1} \begin{bmatrix} u_E \\ u_{M0} \\ u_L \\ u_D \end{bmatrix} \quad (2.6.33)$$

ここで、張力変化の下流スタンドからの影響は小さい（付録.2C.1参照）ということを踏まえ、 $A_R(s)$ を(2C.11)で定義する $\tilde{A}_R(s)$ で置き換える。

$$\begin{bmatrix} y_E \\ y_{M0} \\ y_L \\ y_D \end{bmatrix} = \tilde{T}_y \left\{ \begin{bmatrix} \Gamma_T \\ \frac{\Gamma}{I} \\ \Pi_T \end{bmatrix} (\tilde{A}_R(s) + I) A_S(s) [B_T \mid B_V T \mid B_S \Gamma_S \mid (B_H + B_S \Gamma_H) v] + \begin{bmatrix} 0 & \Gamma_S & \Gamma_H v \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Pi_S & \Pi_H v \end{bmatrix} \right\} \tilde{T}_u^{-1} \begin{bmatrix} u_E \\ u_{M0} \\ u_L \\ u_D \end{bmatrix} \quad (2.6.34)$$

(2.6.34) を定義に従って展開し、操作量 u_L と制御量 y_L の間の伝達関数を求めることにより、次式が得られる。

$$y_L = \left\{ \begin{bmatrix} \gamma_{bn} & \gamma_{fn} \\ 1 & 0 \\ \gamma_{bn}\pi_{hn} & \gamma_{fn}\pi_{hn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1(s) \cdots b_{n-1}(s) & 1 & 0 \\ b_1(s) \cdots b_n(s) & b_n(s) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} sa_0(s) & 0 & 0 \\ 0 & a_{n-1}(s) & 0 \\ 0 & 0 & sa_n(s) \end{bmatrix} \right. \\ \left. \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & \gamma_{Sn}(1-\alpha_n) & -1-\beta_n+(1-\alpha_n)\gamma_{Hn} \\ 0 & \gamma_{Sn}\alpha_n & \beta_n+\alpha_n\gamma_{Hn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \gamma_{Sn} & \gamma_{Hn} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{Sn}\pi_{Sn} & \gamma_{Hn}\pi_{hn} \end{bmatrix} \right\} u_L \quad (2.6.35)$$

各影響係数の大きさについてプロセスの構造上の評価を踏まえ(2.6.35)を変形すると、最終スタンドプロセスの近似的な伝達関数が求められる（付録.2D.8参照）。

$$y_L = G_L(s) u_L \quad (2.6.36)$$

$$G_L(s) \equiv \begin{bmatrix} \frac{-\gamma_{bn}p_{n-1}}{s-p_{n-1}t_{n-1,n-1}} & \gamma_{Sn} \frac{s-p_{n-1}\hat{t}_{n-1,n-1}}{s-p_{n-1}t_{n-1,n-1}} & \frac{\gamma_{Hn}(s-p_{n-1}\hat{t}_{n-1,n-1})+(-1-\beta_n)\gamma_{bn}p_{n-1}}{s-p_{n-1}t_{n-1,n-1}} \\ \frac{-p_{n-1}}{s-p_{n-1}t_{n-1,n-1}} & \gamma_{Sn} \frac{(1-\alpha_n)p_{n-1}}{s-p_{n-1}t_{n-1,n-1}} & \frac{\{-1-\beta_n+(1-\alpha_n)\gamma_{Hn}\}p_{n-1}}{s-p_{n-1}t_{n-1,n-1}} \\ \pi_{hn} \frac{-\gamma_{bn}p_{n-1}}{s-p_{n-1}t_{n-1,n-1}} & \pi_{Sn}\gamma_{Sn} \frac{s-p_{n-1}\hat{t}_{n-1,n-1}}{s-p_{n-1}t_{n-1,n-1}} & \pi_{hn} \frac{\gamma_{Hn}(s-p_{n-1}\hat{t}_{n-1,n-1})+(-1-\beta_n)\gamma_{bn}p_{n-1}}{s-p_{n-1}t_{n-1,n-1}} \end{bmatrix} \quad \text{【3×3】} \quad (2.6.37)$$

尚、遅れを考慮した最終スタンドプロセスの操作量ベクトルとして

$$u_{L0} \equiv \left[\Delta V_{n-1}^{(s)} \quad \Delta S_n \quad \frac{\Delta h_{n-1}^{ref}}{h_{n-1}} \right]^T \quad (2.6.38)$$

を定義すると、

$$u_L = \text{diag}[1 \quad 1 \quad \xi(s)] u_{L0} \quad (2.6.39)$$

の関係にある。

図2.6.5の右半分には、(2.6.36)で表現される最終スタンドプロセスの操作量と制御量の関係 $G_L(s)$ を図示した。最終スタンドプロセスは、“圧延荷重も考慮した板厚・張力制御系”を実現するために構成した3入力3出力系であり、板厚、張力、圧延荷重という3つの制御量を、サクセシブ速度、压下位置、入側板厚という3つの操作量で制御する。しかし、3操作量の内、入側板厚は遅れ要素 $\xi(s)$ を介した操作となるため、制御則構築に際しては操作量の使い分け方に配慮が必要となる。

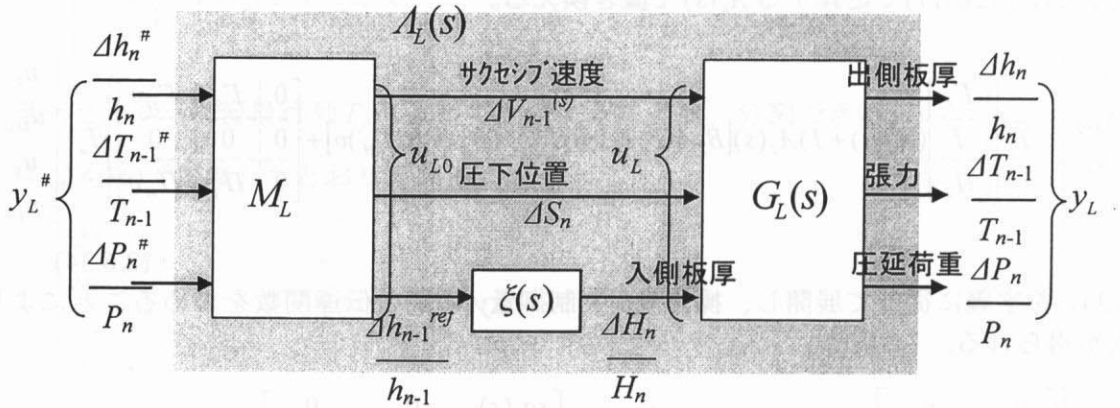


図2.6.5 最終スタンドプロセスと非干渉化前置補償

2. 6. 2 モード別の非干渉化制御則

(1) 制御モード分類の必要性

最終スタンドプロセスについても、ミル内プロセスにおける M_M と同様に前置補償による非干渉化を検討する。まず変換行列 \tilde{T}_y (2.6.31)を、 \tilde{y} と同様に

$$\tilde{y}^{\#} \equiv \begin{bmatrix} y^{\#} \\ \frac{\Delta P_n^{\#}}{P_n} \end{bmatrix} \quad (2.6.40)$$

に対して施した結果得られる操作量ベクトルで、 y_L に対応するものを $y_L^{\#}$ と定義する。

$$\tilde{T}_y \tilde{y}^{\#} = \begin{bmatrix} y_E^{\#} \\ y_{M0}^{\#} \\ y_L^{\#} \\ y_D^{\#} \end{bmatrix} \quad (2.6.41)$$

$$y_L^{\#} \equiv \begin{bmatrix} \frac{\Delta h_n^{\#}}{h_n} & \frac{\Delta T_{n-1}^{\#}}{T_{n-1}} & \frac{\Delta P_n^{\#}}{P_n} \end{bmatrix}^T \quad [3] \quad (2.6.42)$$

本項では、制御則

$$u_{L0} = M_L y_L^{\#} \quad (2.6.43)$$

あるいは

$$u_L = \text{diag}[1, 1, \xi(s)] M_L y_L^\# \quad (2.6.44)$$

による非干渉化について検討する。

図.2.6.5には、(2.6.43) (2.6.44)の最終スタンドプロセスの非干渉化補償の構成を示す。まず、前置補償 M_L を含む $y_L^\#$ から y_L へのトータルプロセス $A_L(s)$ は

$$y_L = A_L(s) y_L^\# \quad (2.6.45)$$

$$A_L(s) \equiv G_L(s) \text{diag}[1, 1, \xi(s)] M_L \quad (2.6.46)$$

と、遅れ要素 $\xi(s)$ を挟む形で表される。

もし、2.5節の中間スタンドプロセスと同様に、単純に定常状態の非干渉化を狙って、

$$M_L = G_L(0)^{-1} \quad (2.6.47)$$

を前置補償行列として用いたならば、 $A_L(s)$ の各要素に $\xi(s)$ が含まれることが容易に予想される。これは、板厚、張力、荷重のいずれの制御量についても遅れ要素 $\xi(s)$ を介した制御を行うことを意味しており、効果的な制御は期待できない。

この課題に対して次のような考え方をとる。まず、操作量として $\Delta h_{n-1}^{ref}/h_{n-1}$ を用いる限り、 3×3 行列 M_L の第3行の3つの要素 $[M_L]_{31}$ 、 $[M_L]_{32}$ 、 $[M_L]_{33}$ の内、少なくとも一つは非零でなければならないため、その非零要素に対応する $A_L(s)$ の列は、要素中に $\xi(s)$ を含むことになる。制御性能面からは遅れ要素 $\xi(s)$ を含む制御ループの数は最小限にするのが望ましいので、「 $A_L(s)$ の列を、 $\xi(s)$ を含まない2つの列と、 $\xi(s)$ を含む1つの列（制御量）に分ける」というのが考え方として妥当である。

仮に、 $A_L(s)$ の第3列に $\xi(s)$ を含ませることを狙う場合を考える。このときは、 $G_L(s)$ を

$$G_L^0(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & g_{12}(s) \downarrow_2 \\ \xrightarrow[2]{g_{21}(s)} & \xrightarrow[1]{g_{22}(s)} \downarrow_1 \end{bmatrix} \quad (2.6.48)$$

と分割表現し、分割した伝達関数要素にもとづいて補償行列 $M_L(s)$ を

$$M_L^0(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(0)^{-1} & -\frac{G_{11}(0)^{-1} g_{12}(0)}{g_{22}(0) - g_{21}(0) G_{11}(0)^{-1} g_{12}(0)} \xi(s) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.6.49)$$

とすればよい。実際にこのときのトータルプロセスの伝達関数 $A_L(s)$ を求めると、

$$\begin{aligned} A_L^0(s) &\equiv G_L^0(s) \text{diag}[1, 1, \xi(s)] M_L^0(s) \\ &= \begin{bmatrix} G_{11}(s) G_{11}(0)^{-1} & -\frac{(I - G_{11}(s) G_{11}(0)^{-1}) g_{12}(0)}{g_{22}(0) - g_{21}(0) G_{11}(0)^{-1} g_{12}(0)} \xi(s) \\ g_{21}(s) G_{11}(0)^{-1} & \frac{g_{22}(s) - g_{21}(s) G_{11}(0)^{-1} g_{12}(s)}{g_{22}(0) - g_{21}(0) G_{11}(0)^{-1} g_{12}(0)} \xi(s) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.6.50)$$

となり、狙い通り $\xi(s)$ の影響を第1列、第2列から排除し、第3列に限定できていることがわかる。また、 $A_L(s)$ の定常状態についても

$$A_L^0(0) = \left[\begin{array}{c|c} I_{(2)} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \\ \hline g_{21}(0)G_{11}(0)^{-1} & 1 \end{array} \right] \quad (2.6.51)$$

であることから、第 1、2 行目の制御量については非干渉化が実現できることがわかる。

$[M_L]_{31}$ 、 $[M_L]_{32}$ 、 $[M_L]_{33}$ のどれを非零とするかということは、板厚、張力、荷重の 3 つの制御量のうち、どの制御量を遅れ要素 $\xi(s)$ を介した制御とするか、即ち相対的重要度を下げるか、ということに対応する。上述の例に沿っていえば

- (a) 圧延荷重 $\Delta P_n/P_n$ の優先度を下げる $\rightarrow A_L(s)$ の第 3 列に $\xi(s)$ を含ませる
- (b) 入側張力 $\Delta T_{n-1}/T_{n-1}$ の優先度を下げる $\rightarrow A_L(s)$ の第 2 列に $\xi(s)$ を含ませる
- (c) 出側板厚 $\Delta h_n/h_n$ の優先度を下げる $\rightarrow A_L(s)$ の第 1 列に $\xi(s)$ を含ませる

の 3 種類の選択肢がある。この 3 種類の考え方（制御モード）は、それぞれ実操業上、何らかの得失をもっており、条件に応じて使い分けられるのが望ましい。

3 種類の選択肢に応じた補償行列 $M_L(s)$ の求め方を、一般的に表現すると以下ようになる。まず、3 種類の選択肢に対応して、 $k=1,2,3$ のいずれかを定める。次に、 $G_L(s)$ の第 k 列と第 3 列、第 k 行と第 3 行をそれぞれ入れ替えたものを (2.6.48)の $G_L^0(s)$ とする、即ち、

$$G_L^0(s) = T^{(k)}G_L(s)T^{(k)} \quad (2.6.52)$$

$$T^{(3)} \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6.53a),$$

$$T^{(2)} \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.6.53b),$$

$$T^{(1)} \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.6.53c)$$

とすればよい。このとき、補償行列 $M_L(s)$ は(2.6.49)の $M_L^0(s)$ に対して第 k 列と第 3 列、第 k 行と第 3 行をそれぞれ入れ替えた伝達関数行列、即ち

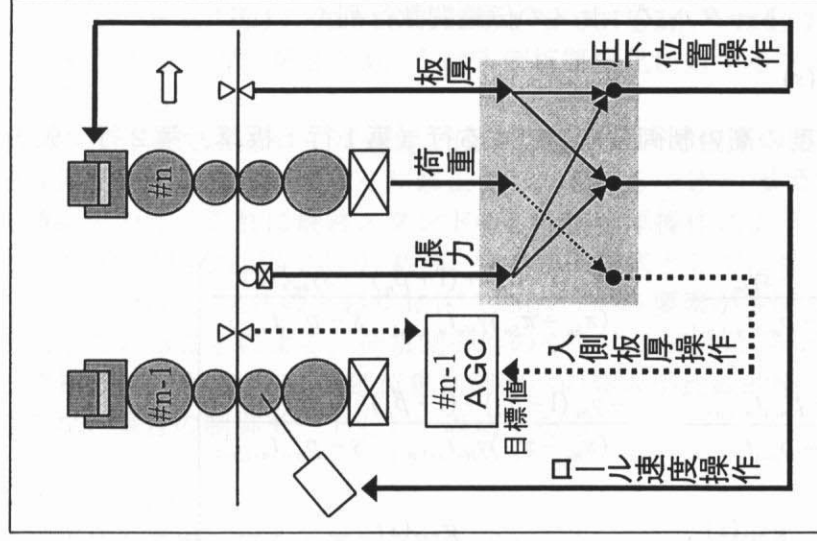
$$M_L(s) = T^{(k)}M_L^0(s)T^{(k)} \quad (2.6.54)$$

で得られる。実際、このときのトータルプロセスの伝達関数行列 $A_L(s)$ は、

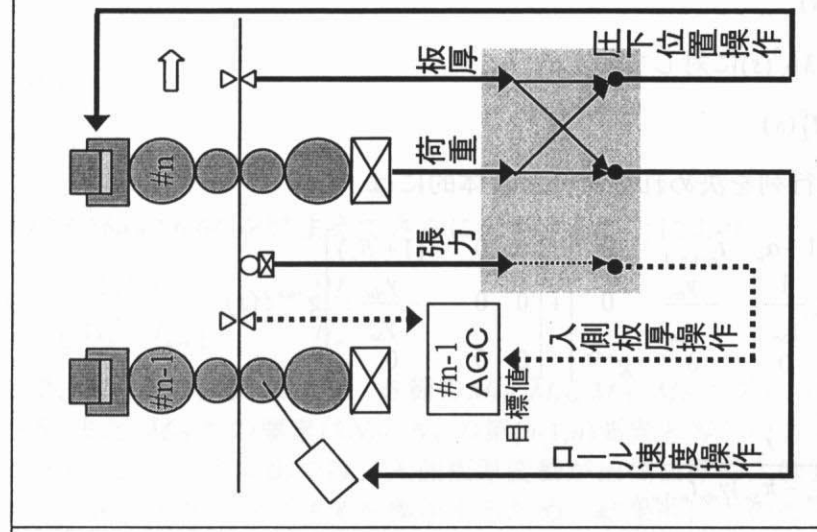
$$\begin{aligned} A_L(s) &= G_L(s) \cdot (T^{(k)} \text{diag}[1, 1, \xi(s)] T^{(k)}) \cdot M_L(s) \\ &= T^{(k)} G_L^0(s) T^{(k)} \cdot T^{(k)} \text{diag}[1, 1, \xi(s)] T^{(k)} \cdot T^{(k)} M_L^0(s) T^{(k)} \\ &= T^{(k)} \cdot G_L^0(s) \text{diag}[1, 1, \xi(s)] M_L^0(s) \cdot T^{(k)} \\ &= T^{(k)} A_L^0(s) T^{(k)} \end{aligned} \quad (2.6.55)$$

となり、 $\xi(s)$ を含む項は優先度を下げた第 k 列に絞込まれていることや、優先度の高い行の定常状態非干渉化が $A_L^0(s)$ と同様にできていることがわかる。

(a) 中間スタンドAGC拡張型



(b) 張力AGC拡張型



(c) 安定操業重視型

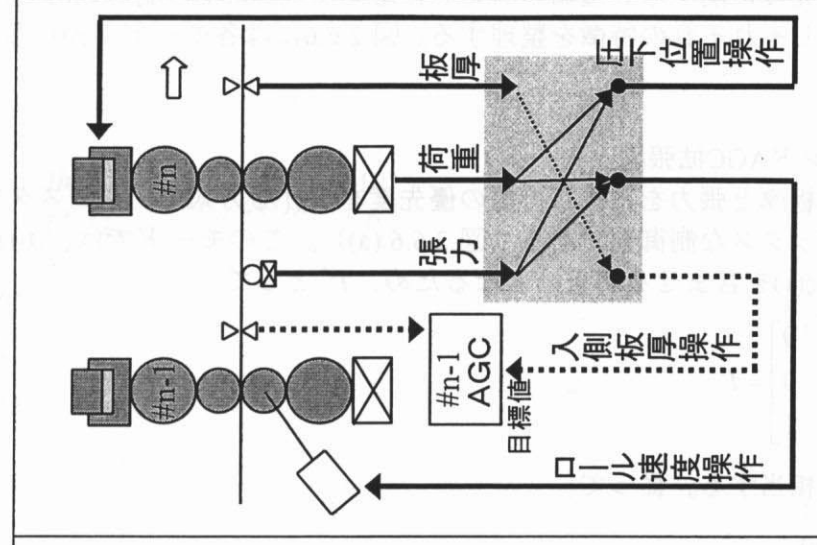


図2.6.6 最終スタンドAGCの種類(3モード)

(2) 最終スタンド制御モードの考え方

制御量の優先度に関する 3 種類の考え方に応じて、(2.6.54)の制御則 $M_L(s)$ が具体的にどうなるかを検討しそれぞれの特徴を整理する。図.2.6.6には各モードの操作量、制御量の対応関係を示す。

(a) 中間スタンドAGC拡張型（モード）

この方式は板厚と張力を重視し荷重の優先度を下げる方式で、中間スタンドAGCを拡張したオーソドックスな制御則である（図.2.6.6 (a)）。このモードでは、 $A_L(s)$ の $\Delta P_n^u/P_n$ の列（第 3 列）に $\xi(s)$ を含ませるが狙いとなるため、 $T^{(k)}$ として

$$T^{(3)} \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I \quad (2.6.53a)$$

を選ぶことに相当する。従って、

$$G_L^0(s) = G_L(s) \quad (2.6.56)$$

として求めた $M_L^0(s)$ に対して

$$M_L^{<a>}(s) = M_L^0(s) \quad (2.6.57)$$

によって補償行列を決めればよい。具体的には、

$$M_L^{<a>}(s) = \begin{bmatrix} 1 - \alpha_n & \hat{t}_{n-1, n-1} & 0 \\ \frac{1}{\gamma_{Sn}} & -\frac{\gamma_{bn}}{\gamma_{Sn}} & 0 \\ 0 & 0 & g^{<a>} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -(1 + \beta_n) \\ 0 & 0 & -\frac{\gamma_{Hn}}{\gamma_{Sn}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} g^{<a>} \xi(s) \quad (2.6.58)$$

$$g^{<a>} \equiv \frac{\hat{t}_{n-1, n-1}}{(\pi_{hm} - \pi_{Sn}) \gamma_{Hn} \hat{t}_{n-1, n-1}} \quad (2.6.59)$$

となる。また、トータルプロセスの伝達関数行列 $A_L^{<a>}(s)$ は、

$$A_L^{<a>}(s) = A_L^0(s) \quad (2.6.60)$$

となる。優先度の高い制御量に対応する行（第 1 行：板厚、第 2 行：張力）について、その要素を求めると

$$A_L^{<a>}(s) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{-s\gamma_{bn}}{s - p_{n-1}\hat{t}_{n-1, n-1}} & \frac{-\gamma_{Hn}(1 - \alpha_n) + (1 + \beta_n)}{(\pi_{hm} - \pi_{Sn})\gamma_{Hn}\hat{t}_{n-1, n-1}} \frac{s\gamma_{bn}\xi(s)}{s - p_{n-1}\hat{t}_{n-1, n-1}} \\ 0 & \frac{-p_{n-1}\hat{t}_{n-1, n-1}}{s - p_{n-1}\hat{t}_{n-1, n-1}} & \frac{-\gamma_{Hn}(1 - \alpha_n) + (1 + \beta_n)}{(\pi_{hm} - \pi_{Sn})\gamma_{Hn}\hat{t}_{n-1, n-1}} \frac{s\xi(s)}{s - p_{n-1}\hat{t}_{n-1, n-1}} \\ g_{P31}(s) & g_{P32}(s) & g_{P33}(s) \end{bmatrix} \quad (2.6.61)$$

($g_{P31}(s)$, $g_{P32}(s)$, $g_{P33}(s)$: 影響係数で表現される伝達関数)

となる。(1,1)要素、(2,2)要素からわかるように、主制御量である板厚については遅れなし、張力についても遮断周波数 ω_{cn-1} の1次遅れの特性であり、性能に問題はない。

今、 $M_L^{<a>}(s)$ を用いるときの u_{L0} と $y_L^\#$ の関係式

$$u_{L0} = M_L^{<a>}(s)y_L^\# \quad (2.6.62)$$

を分解すると

$$\begin{bmatrix} \Delta V_{n-1}^{(s)} \\ \Delta S_n \end{bmatrix} = M_{L1}^{<a>} \begin{bmatrix} \Delta h_n^\# / h_n \\ \Delta T_{n-1}^\# / T_{n-1} \end{bmatrix} + M_{L2}^{<a>} \zeta(s) g^{<a>} \frac{\Delta P_n^\#}{P_n} \quad (2.6.63)$$

$$\frac{\Delta h_{n-1}^{ref}}{h_{n-1}} = g^{<a>} \frac{\Delta P_n^\#}{P_n} \quad (2.6.64)$$

但し、係数行列は

$$M_{L1}^{<a>} \equiv \begin{bmatrix} 1 - \alpha_n & \hat{t}_{n-1,n-1} \\ \frac{1}{\gamma_{Sn}} & -\frac{\gamma_{bn}}{\gamma_{Sn}} \end{bmatrix} \quad (2.6.65a)$$

$$M_{L2}^{<a>} \equiv \begin{bmatrix} -(1 + \beta_n) \\ -\frac{\gamma_{Hn}}{\gamma_{Sn}} \end{bmatrix} \quad (2.6.65b)$$

となる。(2.6.63)を(2.6.16a)(2.6.64)を踏まえてさらに変形することにより、

$$\begin{bmatrix} \Delta V_{n-1}^{(s)} / V_{n-1} \\ \Delta S_n \end{bmatrix} = M_{L1}^{<a>} \begin{bmatrix} \Delta h_n^\# / h_n \\ \Delta T_{n-1}^\# / T_{n-1} \end{bmatrix} + M_{L2}^{<a>} \frac{\Delta H_n}{H_n} \quad (2.6.66)$$

が得られる。ここで、 $M_{L1}^{<a>}$ の要素は、2.5節の M_{hV} , M_{hS} , M_{TV} , M_{TS} 各ブロックの $(n-1, n-1)$ 要素と一致している。また、 $M_{L2}^{<a>}$ の要素は N_{HV} , N_{HS} の第 $(n-1, n)$ 要素と等しいことがわかる。入側板厚外乱フィードフォワード制御では、入側板厚変動が出側板厚や入側張力変動を起こさないように圧下位置とサクセシブ速度を操作するため、結果的にこのモードと同じ動作となることがその理由である。即ち、(2.6.66)右辺第1項である $M_{L1}^{<a>}$ は図2.6.6(a)に示した前置補償則として実現する一方、第2項 $M_{L2}^{<a>}$ は入側板厚変化に対するフィードフォワード制御則として実現できる。

この制御則では、主操作量であるロール速度と圧下位置を用いて板厚と張力を制御し、圧延荷重の変動分は入側板厚を介してゆっくり修正する。2.5で述べた「ミル内プロセス」の制御則を共通に用いて、これに最終スタンドのみ入側板厚操作による圧延荷重制御ループを付加した、という単純な拡張であり、板厚、張力制御方式としては最終スタンドを特別視しなくてもよい。これは、上述のとおり $M_{L1}^{<a>}$ 、 $M_{L2}^{<a>}$ の各要素が中間スタンドAGCのパラメータと一致していることによる。荷重制御性のやや劣る部分は、平坦度制御^{*24)}と組み合わせることで補うこともできる。圧延荷重制御性への要求が比較的厳しくない場合やダルロール圧延でない場合の制御モードとして適切である。

□

(b) 張力AGC拡張型 (モード)

この方式は板厚と荷重を重視し張力の優先度を下げる方式である (図2.6.6(b))。 $A_L(s)$ の $\Delta T_{n-1}^\# / T_{n-1}$ の列 (第2列) に $\zeta(s)$ を含ませることが狙いとなるため、 $T^{(k)}$ として、

$$T_L^{(2)} \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.6.53b)$$

を選ぶことに相当する。従って、

$$G_L^0(s) = T_L^{(2)} G_L(s) T_L^{(2)} \quad (2.6.66)$$

として求めた $M_L^0(s)$ に対して

$$M_L^{}(s) = T_L^{(2)} M_L^0(s) T_L^{(2)} \quad (2.6.67)$$

によって補償行列を決めればよい。具体的には、

$$M_L^{}(s) = \begin{bmatrix} \frac{\pi_{Sn}}{\pi_{Sn} - \pi_{hn}} \frac{t_{n-1,n-1}}{\gamma_{bn}} & 0 & -\frac{1}{\pi_{Sn} - \pi_{hn}} \frac{t_{n-1,n-1}}{\gamma_{bn}} \\ -\frac{\pi_{hn}}{\pi_{Sn} - \pi_{hn}} \frac{t_{n-1,n-1}}{\gamma_{Sn} \hat{t}_{n-1,n-1}} & 0 & \frac{1}{\pi_{Sn} - \pi_{hn}} \frac{t_{n-1,n-1}}{\gamma_{Sn} \hat{t}_{n-1,n-1}} \\ 0 & g^{} & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\hat{t}_{n-1,n-1} - \frac{1 + \beta_n}{\gamma_{Hn}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} g^{} \xi(s) \quad (2.6.69)$$

$$g^{} \equiv -\frac{\gamma_{Hn}}{\gamma_{bn}} \quad (2.6.70)$$

となる。また、トータルプロセスの伝達関数行列 $A_L^{}(s)$ は、

$$A_L^{}(s) = T_L^{} A_L^0(s) T_L^{} \quad (2.6.71)$$

となる。優先度の高い制御量に対応する行（第1行：板厚、第3行：荷重）についてその要素を求めると

$$A_L^{}(s) = \begin{bmatrix} \frac{\pi_{hn} t_{n-1,n-1}}{(\pi_{Sn} - \pi_{hn}) \hat{t}_{n-1,n-1}} s - p_{n-1} t_{n-1,n-1} & -\frac{\gamma_{Hn} \hat{t}_{n-1,n-1} + \gamma_{bn} (1 + \beta_n)}{t_{n-1,n-1}} s \xi(s) & -\frac{t_{n-1,n-1}}{(\pi_{Sn} - \pi_{hn}) \hat{t}_{n-1,n-1}} s \\ g_{p21}(s) & g_{p22}(s) & g_{p23}(s) \\ -\frac{\pi_{Sn} \pi_{hn} t_{n-1,n-1}}{(\pi_{Sn} - \pi_{hn}) \hat{t}_{n-1,n-1}} s & -\frac{\gamma_{Hn} \hat{t}_{n-1,n-1} + \gamma_{bn} (1 + \beta_n)}{t_{n-1,n-1}} s \xi(s) & \frac{\pi_{Sn} t_{n-1,n-1}}{(\pi_{Sn} - \pi_{hn}) \hat{t}_{n-1,n-1}} s - p_{n-1} t_{n-1,n-1} \end{bmatrix}$$

$$(g_{p21}(s), g_{p22}(s), g_{p23}(s) : \text{影響係数で表現される伝達関数}) \quad (2.6.72)$$

となる。(1,1)要素、(3,3)要素からわかるように、主制御量である板厚、荷重の応答については、遮断周波数 ω_{c-1} の1次遅れ×1次進みの特性であり、性能に問題はない。

ここで、 $M_L^{}(s)$ を用いるときの u_{L0} と $y_L^\#$ の関係式

$$u_{L0} = M_L^{}(s) y_L^\# \quad (2.6.73)$$

を(a)と同様に分解、変形すると、

$$\begin{bmatrix} \Delta V_{n-1}^{(S)} \\ \Delta S_n \end{bmatrix} = M_{L1}^{} \begin{bmatrix} \Delta h_n^{\#} / h_n \\ \Delta P_n^{\#} / P_n \end{bmatrix} + M_{L2}^{} \frac{\Delta H_n}{H_n} \quad (2.6.74)$$

但し、

$$M_{L1}^{} \equiv \begin{bmatrix} \frac{\pi_{Sn}}{\pi_{Sn} - \pi_{hm}} \frac{t_{n-1,n-1}}{\gamma_{bn}} & -\frac{1}{\pi_{Sn} - \pi_{hm}} \frac{t_{n-1,n-1}}{\gamma_{bn}} \\ \frac{\pi_{hm}}{\pi_{Sn} - \pi_{hm}} \frac{t_{n-1,n-1}}{\gamma_{Sn} \hat{t}_{n-1,n-1}} & \frac{1}{\pi_{Sn} - \pi_{hm}} \frac{t_{n-1,n-1}}{\gamma_{Sn} \hat{t}_{n-1,n-1}} \end{bmatrix} \quad (2.6.75a)$$

$$M_{L2}^{} \equiv \begin{bmatrix} -\hat{t}_{n-1,n-1} - \frac{1 + \beta_n}{\gamma_{Hn}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.6.75b)$$

が得られる。中間スタンドAGC拡張型と同様に、(2.6.74)右辺第1項である $M_{L1}^{}$ は図2.6.6(b)に示した前置補償則として実現し、第2項 $M_{L2}^{}$ は入側板厚変化に対するフィードフォワード制御則として実現できる。前置補償則、フィードフォワード制御則とも、中間スタンドAGCと比べ制御パラメータが異なるのは、考慮する対象制御量が中間スタンドと違って、板厚と荷重になるためである。

この制御則では、主操作量であるロール速度と圧下位置を用いて板厚と荷重を制御し、張力の変動分は入側板厚を介してゆっくり修正する。板厚、平坦度（平坦度は圧延荷重変動に敏感）といった製品品質を最重要視する方式であり、操業上、ある程度の張力変動が許容できる場合や平坦度要求の厳しい薄物材には適している。板厚制御のためのロール開度操作の動きは「中間スタンドAGC拡張型」に比べて非常に小さくなる（図2.7.7の数値例で後述）。この特徴から、従来型の最終スタンドAGCとして用いられる張力AGC^{*2)}は、ロール速度操作による（即ち圧下位置を動かさない）板厚制御であることを踏まえ、本方式を張力AGCの拡張型と位置づけている。フィードフォワード制御則でも、サクセシブ速度のみの操作で圧下位置は全く動かさないなど、圧延荷重を優先する特徴がよくあらわれている。

□

(c) 安定操業重視型（モード）

の方式は荷重と張力を重視し、板厚の優先度を下げる方式である（図2.6.6(c)）。 $A_L(s)$ の $\Delta h_n^{\#} / h_n$ の列（第1列）に $\xi(s)$ を含ませることが狙いとなるため、 $T^{(k)}$ として

$$T_L^{(1)} \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.6.53c)$$

を選ぶことに相当する。従って、

$$G_L^0(s) = T_L^{(1)} G_L(s) T_L^{(1)} \quad (2.6.76)$$

として求めた $M_L^0(s)$ に対して

$$M_L^{}(s) = T_L^{(1)} M_L^0(s) T_L^{(1)} \quad (2.6.77)$$

によって補償行列を決めればよい。具体的には、

$$M_L^{<c>}(s) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\pi_{Sn}\hat{t}_{n-1,n-1}t_{n-1,n-1}}{\pi_{hm}t_{n-1,n-1} + (\pi_{Sn} - \pi_{hm})\hat{t}_{n-1,n-1}} & \frac{(1-\alpha_n)t_{n-1,n-1}}{\pi_{hm}t_{n-1,n-1} + (\pi_{Sn} - \pi_{hm})\hat{t}_{n-1,n-1}} \\ 0 & \frac{-\pi_{hm}\gamma_{bn}t_{n-1,n-1}}{\gamma_{Sn}(\pi_{hm}t_{n-1,n-1} + (\pi_{Sn} - \pi_{hm})\hat{t}_{n-1,n-1})} & \frac{t_{n-1,n-1}}{\gamma_{Sn}(\pi_{hm}t_{n-1,n-1} + (\pi_{Sn} - \pi_{hm})\hat{t}_{n-1,n-1})} \\ g^{<c>} & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\gamma_{Hn}\hat{t}_{n-1,n-1} + \gamma_{bn}(1-\beta_n)}{\gamma_{bn}} + \frac{\pi_{Sn}\gamma_{Hn}\hat{t}_{n-1,n-1}t_{n-1,n-1}}{\gamma_{bn}(\pi_{hm}t_{n-1,n-1} + (\pi_{Sn} - \pi_{hm})\hat{t}_{n-1,n-1})} & 0 & 0 \\ \frac{\pi_{hm}\gamma_{Hn}t_{n-1,n-1}}{\gamma_{Sn}(\pi_{hm}t_{n-1,n-1} + (\pi_{Sn} - \pi_{hm})\hat{t}_{n-1,n-1})} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} g^{<c>}\xi(s) \quad (2.6.78)$$

$$g^{<c>} = \frac{1}{\gamma_{Hn}} \left(1 + \frac{\pi_{hm}t_{n-1,n-1}}{(\pi_{Sn} - \pi_{hm})\hat{t}_{n-1,n-1}} \right) \quad (2.6.79)$$

となる。またトータルプロセスの伝達関数行列 $A_L^{<c>}(s)$ は、

$$A_L^{<c>}(s) = T_L^{(1)} A_L^0(s) T_L^{(1)} \quad (2.6.80)$$

となる。優先度の高い制御量に対応する行（第2行：張力、第3行：荷重）についてその要素を求めると

$$A_L^{<c>}(s) =$$

$$\begin{bmatrix} g_{P11}(s) & g_{P12}(s) & g_{P13}(s) \\ 0 & \frac{-p_{n-1}t_{n-1,n-1}}{s - p_{n-1}t_{n-1,n-1}} & 0 \\ \left\{ \frac{\pi_{hm}(t_{n-1,n-1} - \hat{t}_{n-1,n-1})}{\hat{t}_{n-1,n-1}} \right\} s \xi(s) & \left\{ \frac{-\pi_{hm}\pi_{Sn}\gamma_{hm}t_{n-1,n-1}}{(\pi_{hm}t_{n-1,n-1} + (\pi_{Sn} - \pi_{hm})\hat{t}_{n-1,n-1})} s \right\} & \left\{ \frac{-t_{n-1,n-1}\pi_{Sn}}{\gamma_{Sn}(\pi_{hm}t_{n-1,n-1} + (\pi_{Sn} - \pi_{hm})\hat{t}_{n-1,n-1})} s - p_{n-1}t_{n-1,n-1} \right\} \end{bmatrix}$$

$$(g_{P11}(s), g_{P12}(s), g_{P13}(s) : \text{影響係数で表現される伝達関数}) \quad (2.6.81)$$

となる。(2,2)要素、(3,3)要素からわかるように、主制御量である張力については、遮断周波数 $\omega_{c_{n-1}}$ の1次遅れ、荷重についても遮断周波数 $\omega_{c_{n-1}}$ の1次遅れ×1次進みの特性であり、性能に問題はない。

ここで、 $M_L^{<c>}(s)$ を用いるときの u_{L0} と $y_L^\#$ の関係式

$$u_{L0} = M_L^{<c>}(s)y_L^\# \quad (2.6.82)$$

を(a)と同様に分解、変形すると、

$$\begin{bmatrix} \Delta V_{n-1}^{(S)} \\ \Delta S_n \end{bmatrix} = M_{L1}^{<c>} \begin{bmatrix} \Delta T_{n-1}^\# / T_{n-1} \\ \Delta P_n^\# / P_n \end{bmatrix} + M_{L2}^{<c>} \frac{\Delta H_n}{H_n} \quad (2.6.83)$$

但し、

$$M_{L1}^{<c>} \equiv \begin{bmatrix} \frac{\pi_{Sn} \hat{t}_{n-1,n-1} t_{n-1,n-1}}{\pi_{hm} t_{n-1,n-1} + (\pi_{Sn} - \pi_{hm}) \hat{t}_{n-1,n-1}} & \frac{(1 - \alpha_n) t_{n-1,n-1}}{\pi_{hm} t_{n-1,n-1} + (\pi_{Sn} - \pi_{hm}) \hat{t}_{n-1,n-1}} \\ \frac{-\pi_{hm} \gamma_{bn} t_{n-1,n-1}}{\gamma_{Sn} (\pi_{hm} t_{n-1,n-1} + (\pi_{Sn} - \pi_{hm}) \hat{t}_{n-1,n-1})} & \frac{t_{n-1,n-1}}{\gamma_{Sn} (\pi_{hm} t_{n-1,n-1} + (\pi_{Sn} - \pi_{hm}) \hat{t}_{n-1,n-1})} \end{bmatrix} \quad (2.6.84a)$$

$$M_{L2}^{<c>} \equiv \begin{bmatrix} \frac{\gamma_{Hn} \hat{t}_{n-1,n-1} + \gamma_{bn} (1 - \beta_n)}{\gamma_{bn}} + \frac{\pi_{Sn} \gamma_{Hn} \hat{t}_{n-1,n-1} t_{n-1,n-1}}{\gamma_{bn} (\pi_{hm} t_{n-1,n-1} + (\pi_{Sn} - \pi_{hm}) \hat{t}_{n-1,n-1})} \\ \frac{\pi_{hm} \gamma_{Hn} t_{n-1,n-1}}{\gamma_{Sn} (\pi_{hm} t_{n-1,n-1} + (\pi_{Sn} - \pi_{hm}) \hat{t}_{n-1,n-1})} \end{bmatrix} \quad (2.6.84b)$$

が得られる。中間スタンドAGC拡張型と同様に、(2.6.83)右辺第1項である $M_{L1}^{<c>}$ は図2.6.6(c)に示した前置補償則として実現し、第2項 $M_{L2}^{<c>}$ は入側板厚変化に対するフィードフォワード制御則として実現できる。前置補償則、フィードフォワード制御則とも、中間スタンドAGCと比べ制御パラメータが異なるのは、考慮する対象制御量が中間スタンドと違って張力と荷重になるためである。

この制御則では、主操作量であるロール速度と圧下位置を用いて張力と荷重を制御し、板厚の変動分は入側板厚を介してゆっくり修正するもので、製品板厚が最優先ではないという意味では特殊なAGCである。従来型AGCで張力変動の観点から張力AGCを用いることが難しい場合に、図2.6.3のように最終前スタンド出側板厚を修正する手法も用いられてきた^{*23)}。その拡張が本方式「安定操業重視型」との位置づけになる。フィードフォワード制御則でも、入側板厚の+偏差に対して圧下位置を開方向に動かすなど、圧延荷重を優先する特徴がよくあらわれている。平坦度制御性に対する要求が厳しく、スタンド間張力の安定性にも課題のある難圧延材などに限定して用いるのが望ましい。

□

(3) 制御モードの選択基準

(1) で最終スタンドプロセスの制御方式は3つの制御モードのいずれかに帰着することを示し、(2) で各モードそれぞれの特徴を明らかにしてそれぞれに得失があることを述べた。実用面からは、具体的にどのような基準でモード選択すべきかを示しておく必要がある。各モードで優先度を下げた制御量にどの程度の影響がでるかがモード選択の目安となると考えられるので、以下ではこれをパラメトリックな影響係数を用いて求める。

まず、最終スタンドプロセス $G_L(s)$ の定常特性行列

$$G_L(0) \equiv \begin{bmatrix} \frac{\gamma_{bn}}{t_{n-1,n-1}} & \frac{\gamma_{Sn}\hat{t}_{n-1,n-1}}{t_{n-1,n-1}} & \frac{\gamma_{Hn}\hat{t}_{n-1,n-1} + (1+\beta_n)\gamma_{bn}}{t_{n-1,n-1}} \\ 1 & -\gamma_{Sn}(1-\alpha_n) & 1+\beta_n-(1-\alpha_n)\gamma_{Hn} \\ \pi_{hm}\frac{\gamma_{bn}}{t_{n-1,n-1}} & \pi_{Sn}\frac{\gamma_{Sn}\hat{t}_{n-1,n-1}}{t_{n-1,n-1}} & \pi_{hm}\frac{\gamma_{Hn}(\hat{t}_{n-1,n-1}) + (1+\beta_n)\gamma_{bn}}{t_{n-1,n-1}} \end{bmatrix} \quad (2.6.85)$$

の各列を

$$\lambda_V \equiv \begin{bmatrix} \frac{\gamma_{bn}}{t_{n-1,n-1}} & 1 & \pi_{hm}\frac{\gamma_{bn}}{t_{n-1,n-1}} \end{bmatrix}^T \quad (2.6.86)$$

$$\lambda_S \equiv \begin{bmatrix} \frac{\gamma_{Sn}\hat{t}_{n-1,n-1}}{t_{n-1,n-1}} & -\gamma_{Sn}(1-\alpha_n) & \pi_{Sn}\frac{\gamma_{Sn}\hat{t}_{n-1,n-1}}{t_{n-1,n-1}} \end{bmatrix}^T \quad (2.6.87)$$

$$\lambda_H \equiv \begin{bmatrix} \frac{\gamma_{Hn}\hat{t}_{n-1,n-1} + (1+\beta_n)\gamma_{bn}}{t_{n-1,n-1}} & 1+\beta_n-(1-\alpha_n)\gamma_{Hn} & \pi_{hm}\frac{\gamma_{Hn}(\hat{t}_{n-1,n-1}) + (1+\beta_n)\gamma_{bn}}{t_{n-1,n-1}} \end{bmatrix}^T \quad (2.6.88)$$

と定義する。 λ_V 、 λ_S 、 λ_H は、それぞれサクセシブ速度 $\Delta V_{n-1}^{(s)}$ 、圧下位置 ΔS_n 、入側板厚 $\Delta H_n/H_n$ の各操作量の動きを、 $(\Delta P_n/P_n, \Delta T_{n-1}/T_{n-1}, \Delta h_n/h_n)$ の3次元制御量空間上のベクトルであらわしたものである。これを用いて、最終スタンド3モード制御による板厚、張力、荷重の動きを記述すると、以下ようになる（図2.6.7）。

<第1段階 初期状態>

3次元制御量空間 $(\Delta P_n/P_n, \Delta T_{n-1}/T_{n-1}, \Delta h_n/h_n)$ 上で、制御前の初期状態をベクトル λ_0 と表現する。また、操作量ベクトル λ_V 、 λ_S を含む主操作量平面を Ω_0 とすると、初期状態ではこの平面はベクトル λ_0 を通る位置にある。

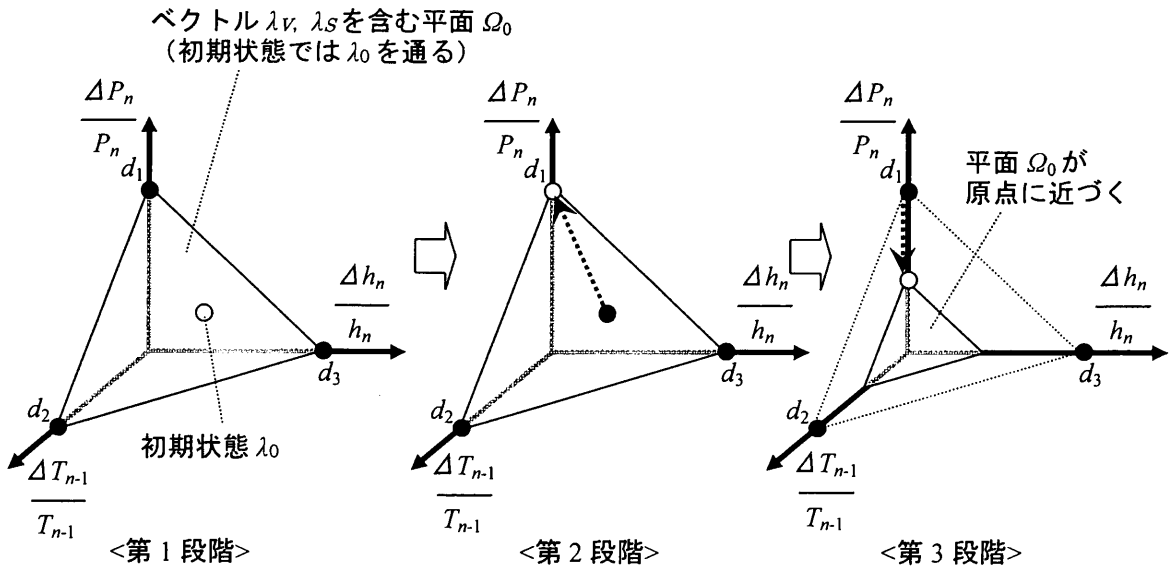


図2.6.7 制御量空間上の3モード制御の動き

<第2段階 圧下位置とロール速度操作の段階>

初期状態ベクトル λ_0 に対して、2つの操作量ベクトル λ_v （操作量 $\Delta V_{n-1}^{(s)}$ に対応）と λ_s （操作量 ΔS_n に対応）を用いて、迅速にモードに応じた次善の状態にする。

「モードに応じた次善の状態」とは、例えば中間スタンドAGC拡張モードの場合ならば、状態をこの λ_0 からまず $\Delta P_n/P_n$ 軸上の点、即ち

$$\lambda_1 \equiv [0 \quad 0 \quad 1]^T \quad (2.6.89a)$$

としたときの $d_1\lambda_1$ に移すことである。同じく他の2モードの場合も、 $d_2\lambda_2$ 、 $d_3\lambda_3$ が望ましい状態である。但し、

$$\lambda_2 \equiv [0 \quad 1 \quad 0]^T \quad (2.6.89b)$$

$$\lambda_3 \equiv [1 \quad 0 \quad 0]^T \quad (2.6.89c)$$

具体的な移動先の制御量空間上での座標は、モードNo. k に応じて、

$$\lambda_0 + d_{vk}\lambda_v + d_{sk}\lambda_s = d_k\lambda_k \quad (2.6.90)$$

を満たす(d_{sk}, d_{vk}, d_k)を求めることによりわかる。尚、モードNo. $k=1,2,3$ はそれぞれ、中間スタンドAGC拡張モード、張力AGC拡張モード、安定操業重視モードに対応する。

<第3段階 入側板厚操作の段階>

操作量 $\Delta H_n/H_n$ を用いて、この $d_k\lambda_k$ を最終的な目標状態である制御量空間の原点（すべての制御量偏差が0）にもってくる。即ち、平面 Ω_0 自体がベクトル λ_H の方向に沿って原点に近づくように動かされる。状態点はその間も常に λ_k 軸上にあるように、操作量 $\Delta V_{n-1}^{(s)}$ と操作量 ΔS_n で制御されており、軸上を原点に向かってゆっくり動く。

□

ここで d_k は、優先度を下げた制御量に<第2段階>で残る偏差（影響度）に相当する。即ち、それぞれのモードを選択したときの“犠牲の大きさ”ということができる。各モードにおける d_k の比率は次式のように初期状態 λ_0 に依存せずに決まる。

$$d_1 : d_2 : d_3 = 1 : \frac{\hat{t}_{n-1,n-1}}{(\pi_{hm} - \pi_{sn})\gamma_{bn}\hat{t}_{n-1,n-1}} : \frac{\hat{t}_{n-1,n-1}}{\pi_{sn}\hat{t}_{n-1,n-1} + \pi_{hm}(\hat{t}_{n-1,n-1} - \hat{t}_{n-1,n-1})} \quad (2.6.91)$$

この比率は外乱の状態とは無関係な圧延条件から求められるため、事前のモード選定の基準として利用することができる。即ち、どのモードを選ぶのが、品質や操業安定性を含め総合的に見て最も犠牲が少ないか、という判断指標である。

標準条件での数値計算例を表.2.6.1に示す。この例は、ある初期状態で、中間スタンドAGC拡張モードを適用したときには# n スタンド圧延荷重に1%の変動、張力AGC拡張モードを適用したときには# $n-1 \sim n$ スタンド間張力に10%の変動、安定操業重視モードを適用したときには仕上板厚に6.5%の変動が、それぞれの初期段階では発生するということを意味している。このケースであれば荷重制御の優先度を下げた d_1 即ち中間スタンドAGC拡張モードの選択が奨められる。

表.2.6.1 $d_1: d_2: d_3$ の標準条件での計算例

	d_1	d_2	d_3
意味	中間スタンドAGC 拡張モード適用時 の荷重変動	張力AGC拡張モー ド適用時の張力変動	安定操業重視モード 適用時の板厚変動
計算例	1.00	10.82	0.65

最終スタンドプロセスの制御は、従来方式が圧延機毎に固定的であったのに対して、本節で提案した3モードを適切に使い分けることによって高い制御効果が期待できる。特に、製造範囲の広い圧延機の場合は3モードを適切に使い分けることが必要であるが、(2.6.91)がその判定指標として有効である。コイル毎のセットアップ計算時に最適モードの判定を行ってもよいし、事前のシミュレーション計算にもとづいてある程度のカテゴリー毎にモード区分を決めておくこともできる。

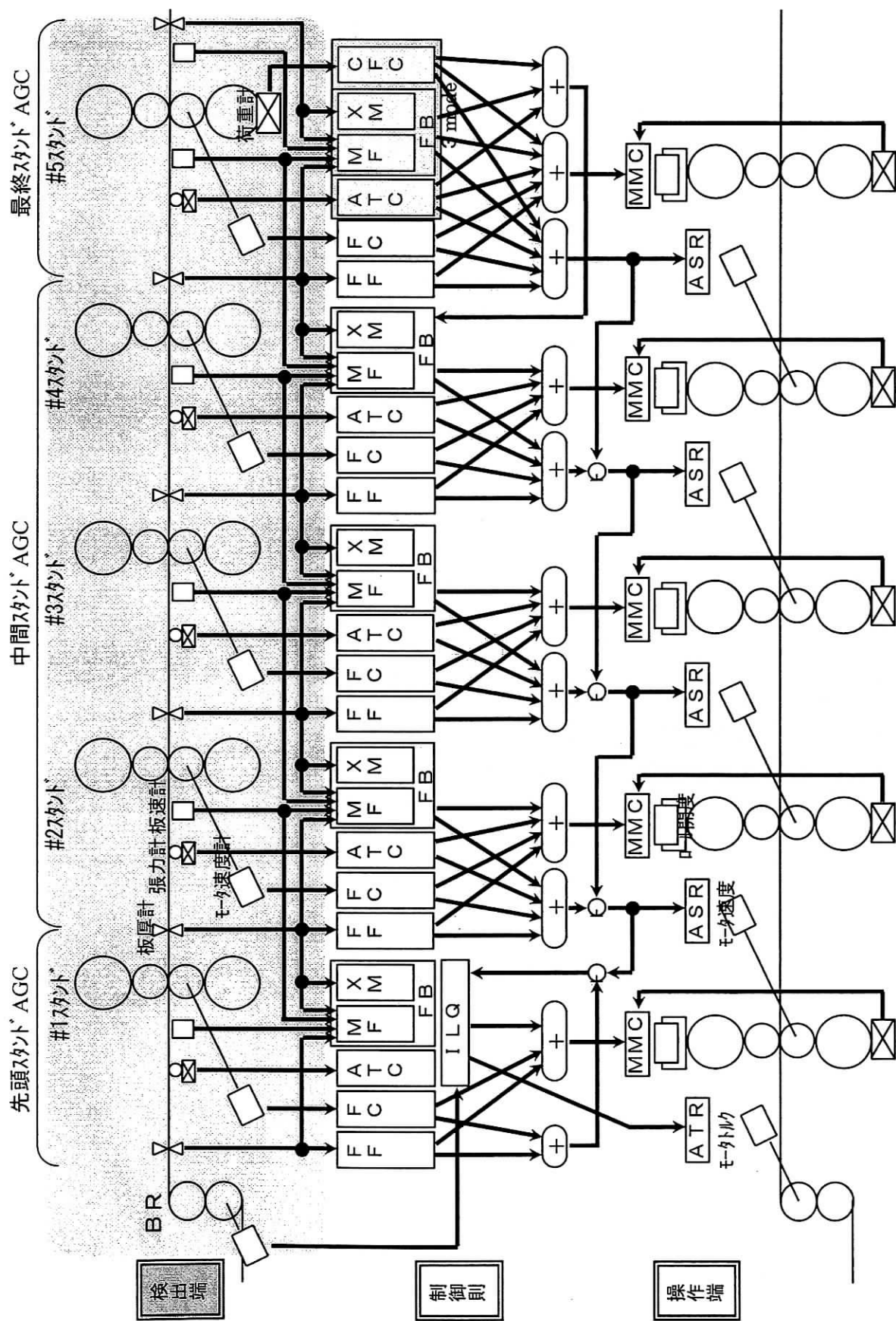


図2.7.1 鹿島第2冷延タンデムミルAGCシステム構成の概要

2. 7 ミル内プロセス制御則の実機タンデムミルへの適用例

図.2.7.1は、1993年に住友金属工業（株）鹿島製鉄所に新設された5スタンドのコールドタンデムミル（鹿島第2冷延。略称2KCM）の板厚・張力制御（AGC）システム構成の概要である^{*16)}。このミルは高板厚精度、高圧下率、広製造範囲といった、冷延鋼板の需要家ニーズに応える量産ミルとして建設された。このAGCシステムの効果によりこのミルは、0.5mm厚で±0.4%というトップクラスの板厚精度を誇っており（図.2.7.2）、国内のタンデムミルの中でも1，2を争う実力を発揮している（図.2.7.3の白矢印）。

鹿島第2冷延のAGCシステムは、本論文で述べた考え方に沿って設計された。即ち、中間スタンド（第2～第4スタンド）には2. 5の設計思想、最終スタンド（第5スタンド）には2. 6の考え方が適用されている。先頭スタンド（第1スタンド）の特性は2. 4で述べたように「ミル入側プロセス」と位置づけられ、本章で論じた「ミル内プロセス」とは異なるが、そこで用いられている制御系の考え方については第3章で説明する。以下本節では、板厚・張力制御システムの機能面の概要を紹介する。

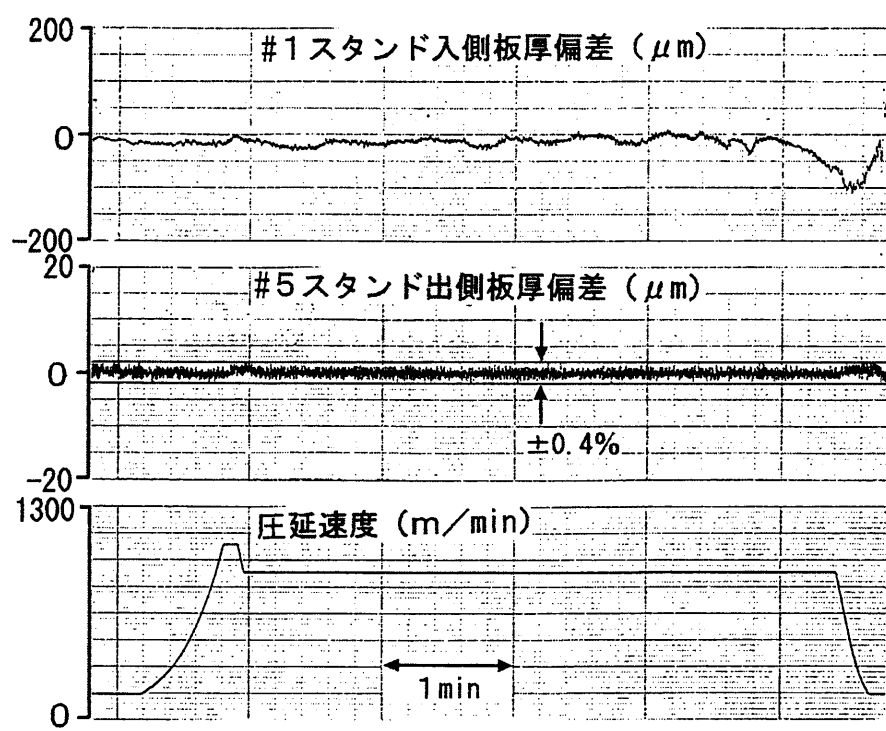
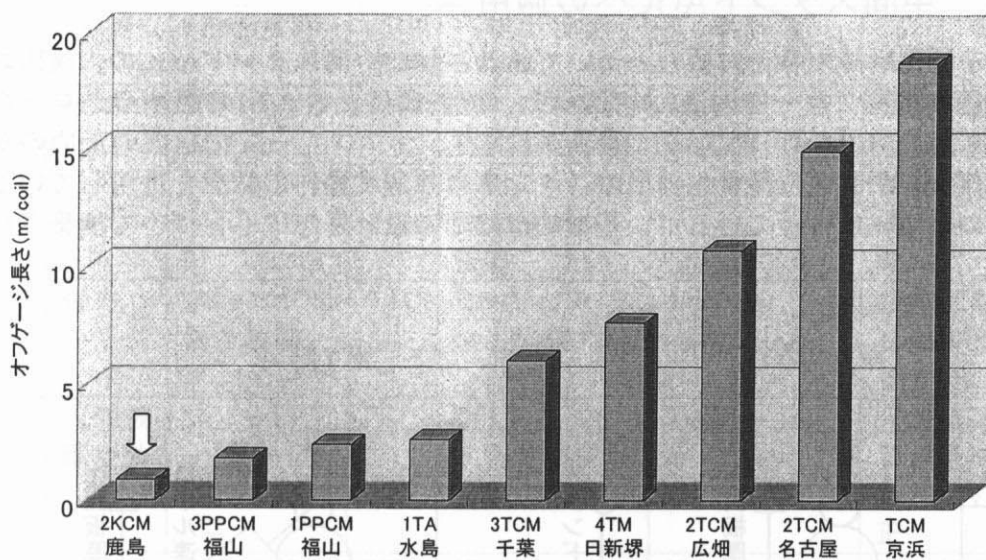
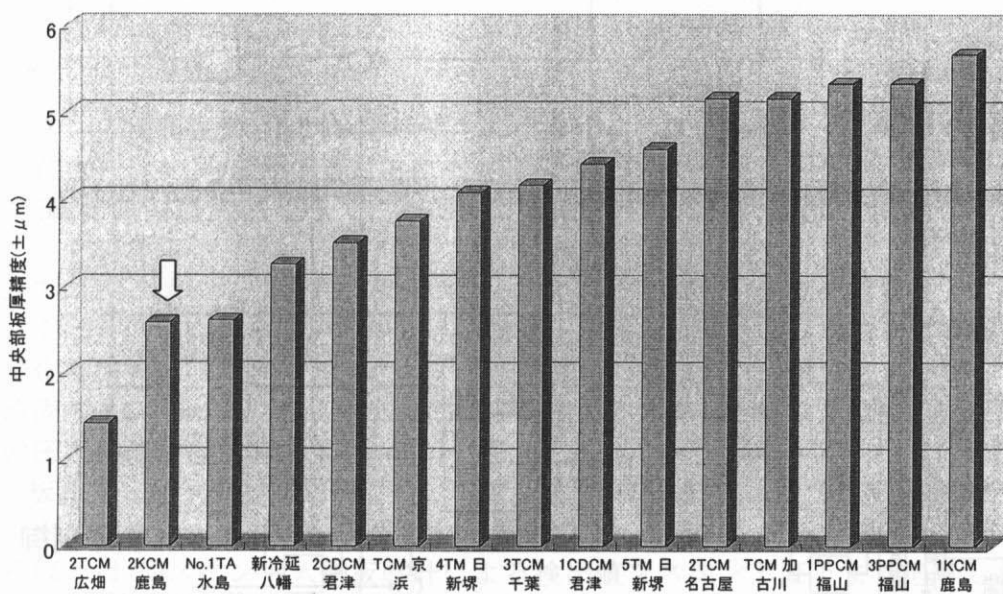


図.2.7.2 鹿島第2冷延の板厚チャート例
(0.498mm×1064mm /低炭材)



(a) 1コイル当り平均オフゲージ長*の比較 (板厚公差厳格材対象)
 <*オフゲージ長: 板厚公差をはずれた板長さ>



(b) 中央部板厚精度の比較 (板厚0.8mm 一般材対象)

図.2.7.3 各社タンデムミル板厚精度の比較
 (出典: 日本鉄鋼協会 第65回冷延部会資料(1997))

2. 7. 1 中間スタンドAGCへの適用

2. 5の非干渉化制御の考え方にもとづいて設計された中間スタンドAGCの、検出端から操作端への基本制御フローを図.2.7.4に図示し、機能概要を表.2.7.1に纏める。ロール速度操作については、表.2.5.4、表.2.5.9に整理のとおり、マスフロー変化補償のためのサクセシブ速度操作と、中立点位置変化補償のスタンド単独速度操作の概念を併用している。一部、実装上の簡単化は行っているが、基本的にはこの設計思想にもとづいて構築されている。

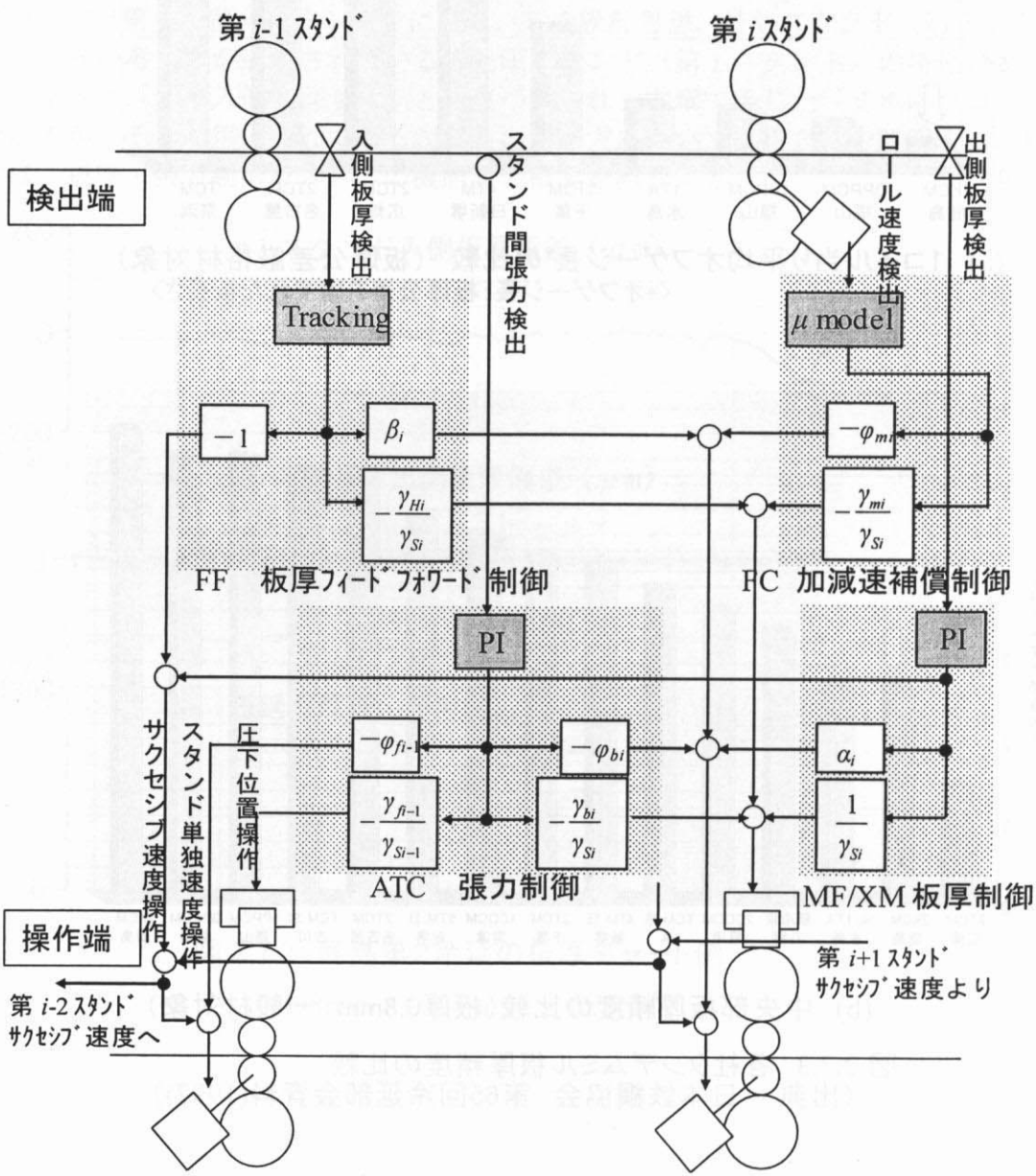


図.2.7.4 中間スタンド AGC の制御則フロー図(第*i*スタンド)

表.2.7.1 鹿島第2冷延中間スタンドAGCの機能構成

区分	対象	機能名称	図中 記号	検出装置	制御則	概要
フィード バック 系	板厚	X線モニタ AGC	XM	# <i>i</i> スタンド出 側X線板厚計	M_{HV}, M_{HS} 図.2.5.3(b)	張力に影響が及ば ないように板厚偏 差を修正。X線板 厚とマスフロー板 厚は択一。
		マスフロー AGC	MF	# <i>i</i> スタンド出 側マスフロー 板厚		
	張力	スタンド間 張力制御	ATC	# <i>i</i> ~ # <i>i+1</i> スタ ンド間張力計	M_{TV}, M_{TS} 図.2.5.3(a)	板厚に影響が及ば ないように張力偏 差を修正。
フィード フォワード 系	入側板 厚変動	フィードフ ォワード AGC	FF	第 <i>i</i> スタンド 入側X線板厚 計	N_{HV}, N_{HS} 図.2.5.8(c)	入側板厚変動の影 響が板厚、張力に 及ばないように修 正
	摩擦係 数変動	加減速補償	FC	第 <i>i</i> スタンド ロール周速	N_{mv}, N_{mS} 図.2.5.8(a) + 摩擦係数 速度モデル	摩擦係数変動の影 響が板厚、張力に 及ばないように修 正

(1)フィードバック系AGC

各スタンド出側板厚、スタンド間張力の主操作量のフィードバック制御で、図.2.5.3の非干渉化前置補償 M_M を適用することにより、図.2.5.5のようなシングルループコントローラとして設計されている。従って、制御則は単純なPIコントローラで十分な性能が発揮できる。

図.2.7.4からもわかるように、板厚フィードバック制御は、圧延荷重変化分に対応する自スタンド圧下位置操作のほか、中立点位置変化補償の自スタンド単独速度操作と、マスフロー変化補償の上流スタンドサクセシブ速度補償で構成する。張力フィードバック制御は上下流両スタンドについて、中立点位置変化補償のスタンド単独速度操作と圧延荷重変化補償の圧下位置操作で構成する。

尚、板厚フィードバック制御については、板厚検出方法によって、X線板厚計を用いるX線モニタAGCと、マスフロー板厚を用いるマスフローAGCを択一で切替えて使う。マスフロー板厚とは第*i*スタンド入側板厚計による検出値をスタンド直下まで追跡した入側板厚実績値 $H_i^{(A)}$ と入側、出側の板速度検出値 $v_{i-1}^{(A)}$ 、 $v_i^{(A)}$ に基づき、(2.2.3)のマスフロー一定の関係式から出側板厚の実績推定値 h_{Mi} を求めるものである^{*25)}。

$$h_{Mi} = H_i^{(A)} \frac{v_{i-1}^{(A)}}{v_i^{(A)}} \quad (2.7.1)$$

板速度検出可能なことが条件ではあるが、スタンド直下の出側板厚がムダ時間なく検出できるため、フィードバック制御系の応答もあげることができる大きな利点がある。

(2)フィードフォワード系AGC

検出あるいは推定できる外乱の、板厚あるいは張力への影響を回避するのが目的で、

図.2.5.8のフィードフォワード制御則 N_M を適用している。対象外乱は、直接検出可能な外乱である各スタンド入側板厚変動と、加減速時の変動が大きいため推定モデルを介した制御でも十分効果の見込める摩擦係数変動の2つである。

摩擦係数推定モデルの基本的な考え方は以下のとおりである。圧延ロールと圧延される鋼板との間の摩擦係数は潤滑状態で決まるが、圧延速度が変化すると圧延潤滑油のロール－鋼板への引込量が変わるため、摩擦係数値も速度には大きく依存する。これがコイル中で最も大きな板厚外乱となることもしばしばある。摩擦係数の速度依存特性には再現性があり、例えば

$$\mu_i(V_i) = \begin{cases} c_{0,i} + c_{1,i}(V_{0,i} - V_i)^d & (V_i \leq V_{0,i}) \\ c_{0,i} & (V_i > V_{0,i}) \end{cases} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.7.2)$$

という関数形の摩擦係数速度モデルが適用できる。フィードフォワード制御で用いるためには、摩擦係数モデルの精度維持が最重要課題であり、そのための関数学習機能も備えている。これについては、第4章の4.3にて説明する。

図.2.7.4からもわかるように加減速補償については、中立点位置変化補償の自スタンド単独速度操作と圧延荷重変化補償の自スタンド圧下位置操作で構成する。板厚フィードフォワード制御は、圧延荷重変化補償の自スタンド圧下位置操作のほか、中立点位置変化補償の自スタンド単独速度操作と、マスフロー変化補償の上流スタンドサクセシブ速度補償で構成する。

(3) AGC操作量のベクトル表現

図.2.3.1のような従来型AGCでの操業に慣れてきた圧延オペレータにとっては、「一つの制御機能に対して複数のアクチュエータが同時に動く」という新しいAGCは、どういう動き方をするかわからないという不安感も含めた抵抗感があった。圧延オペレータの感覚的な理解を求めるため、主たる操作量である ΔS_i 、 $\Delta V_{i-1}^{(S)}$ の2つの操作量が板厚、張力のフィードバック制御でどのように動くか、この操作量の大きさを $(\Delta S_i, \Delta V_{i-1}^{(S)})$ 平面上のベクトル量として、リアルタイム表示することを可能にしている。また、これは技術者にとっても圧延条件毎の制御則の特徴が把握できる意味を持つ。

標準条件を基準にしたいくつかの数値例でのこの操作量ベクトル表示の計算結果を、図.2.7.5に示す。板厚制御ベクトル、張力制御ベクトルは同一象限ではなく、隣接する象限に属しており、非干渉化補償としてうまく機能することが期待できる。一方、板幅、板厚が大きくなるにつれ、特に、 ΔS 操作の成分が大きくなる傾向が読み取れる。また、板幅、板厚のほか、変形抵抗、摩擦係数、圧下率など圧延条件のいろいろな要因によって最適なベクトルが変化する。従って、セットアップモデルに基づいて圧延条件毎の適切な影響係数値を制御パラメータとして求めておくことが必要となる。

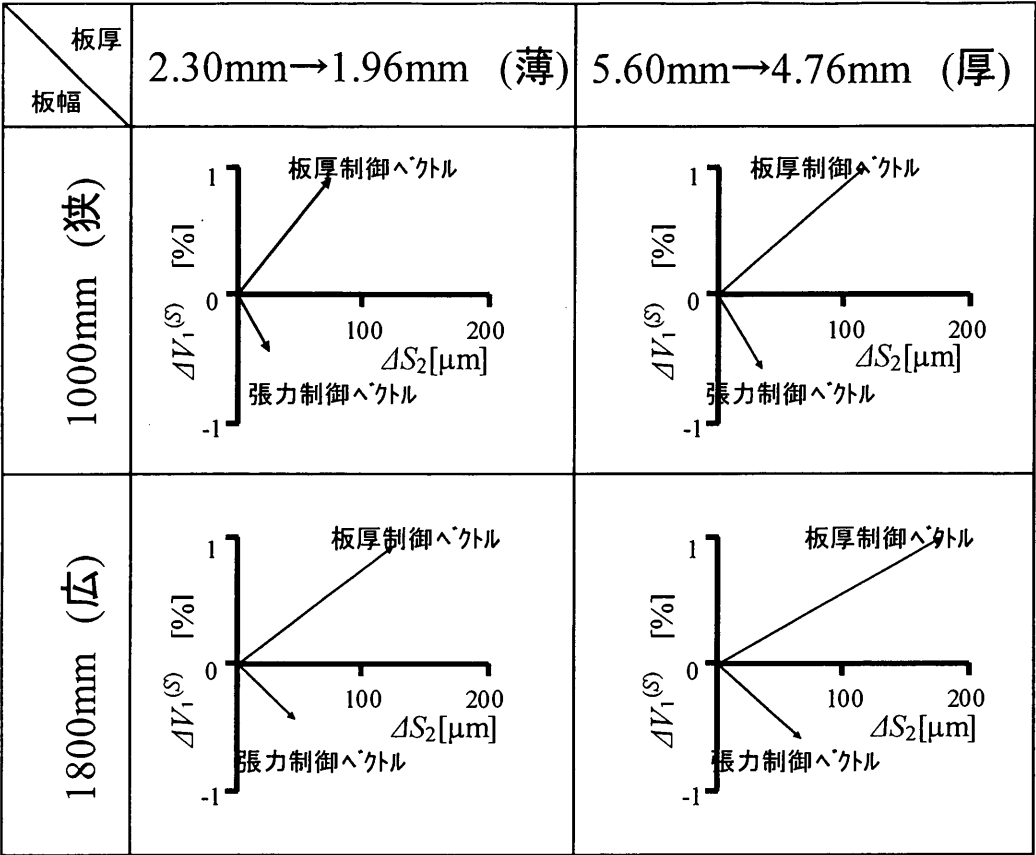


図.2.7.5 板厚・張力制御則のベクトル表現例

2. 7. 2 最終スタンドAGCへの適用

最終スタンドAGCも機能面では、表.2.7.1の中間スタンドと同じである。次ページ以降の図.2.7.6(a)~(c)には各モードの制御フローを示すが、制御パラメータがモードによって変化する点と、第4スタンド板厚目標修正指令を出力する点が、中間スタンドAGCと異なるだけである。また、最終スタンドAGCにおける主操作量の制御則ベクトル表現は、3つの制御モードに対応して3種類得られることになる。これを図.2.7.7に示す。

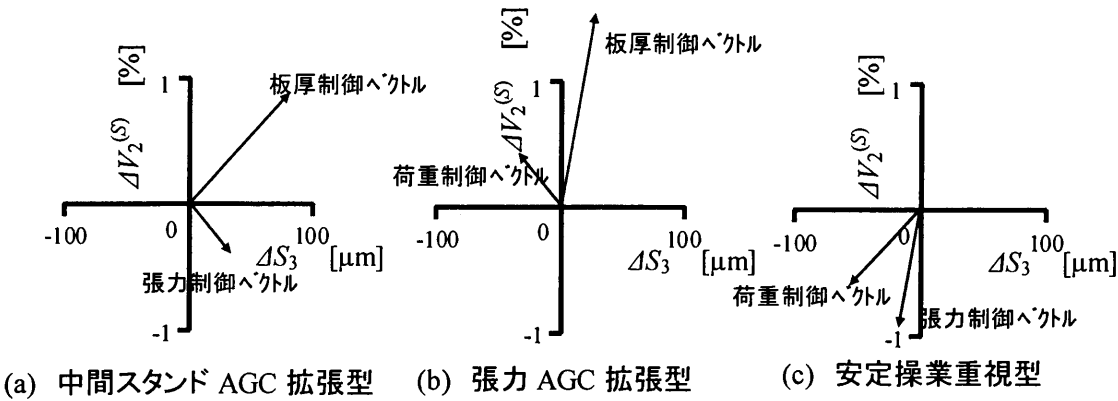


図.2.7.7 最終スタンド制御則のベクトル表現例

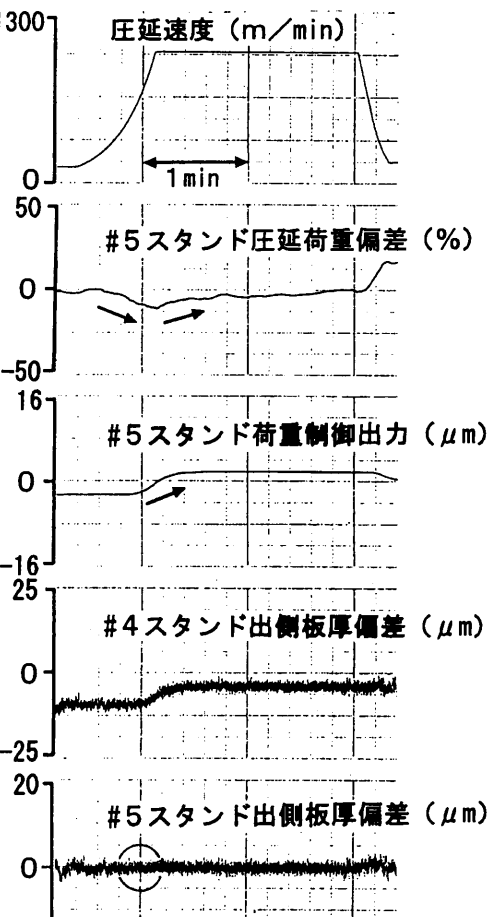


図.2.7.8 最終スタンドAGC
中間スタンドAGC拡張型の適用例

代表的なモードである、中間スタンドAGC拡張型の実機適用例（鹿島第2冷延）を図.2.7.8に示す。加速時に変動発生の見せた最終（第5）スタンド圧延荷重が、最終前（第4）スタンドの板厚目標値操作により、緩やかながらも一定に保たれていることがわかる。

(a) 中間スタンドAGC拡張型

板厚制御、張力制御、フィードフォワード制御のいずれも図.2.7.4の中間スタンドAGCとは、制御パラメータも含めて同じ構成である。図.2.7.6(a)はこれに荷重制御ループが付け加わった形となっている。

図.2.7.7の主操作量ベクトル表示でも図.2.7.5の中間スタンドAGCと同じ形である。板厚操作、張力操作ベクトルが隣接象限に配置されるため、非干渉化がうまく機能することが期待できる。

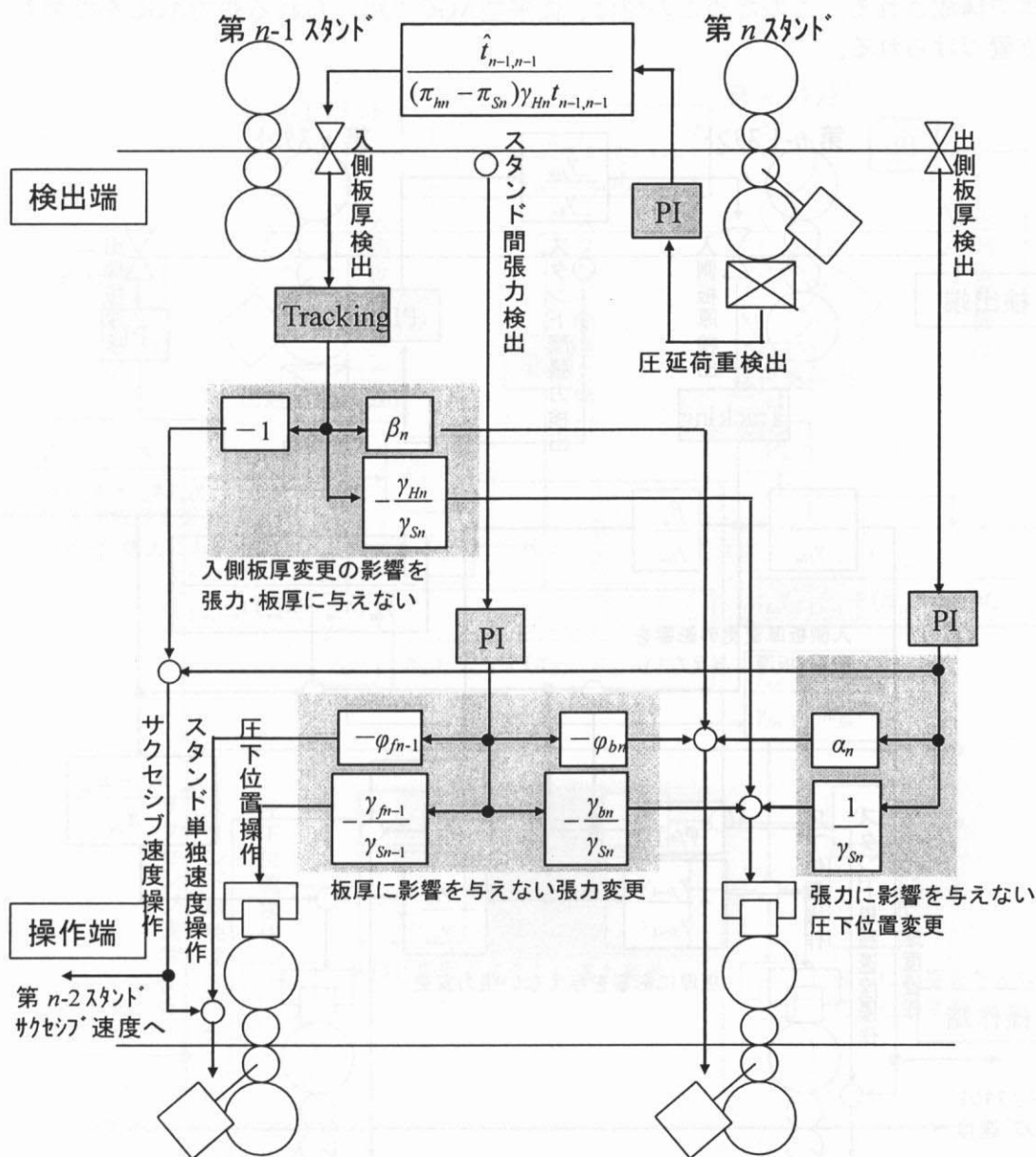


図.2.7.6 最終スタンド AGC の制御則フロー図

(a) 中間スタンド AGC 拡張モード

(b) 張力AGC拡張型

中間スタンドAGC拡張型とは制御パラメータを含め構成が異なるが、基本要素に共通部分は多い。板厚非干渉を前提とした荷重制御は、実質的には張力を操作量として用いるため、“板厚に影響を与えない張力変更”が主体となる。荷重非干渉を前提とした板厚制御も、“板厚に影響を与えない張力変更”と圧下位置操作の適切な配分により実現される。

図2.7.7の主操作量ベクトル表示でも、中間スタンドAGC拡張型と同じく、板厚操作、荷重操作ベクトルが隣接象限に配置される。特に板厚操作ベクトルは ΔS 成分が殆どなく ΔV 成分主体で構成される。このためこの型は、従来型AGCで用いられる張力AGCを拡張したものと位置づけられる。

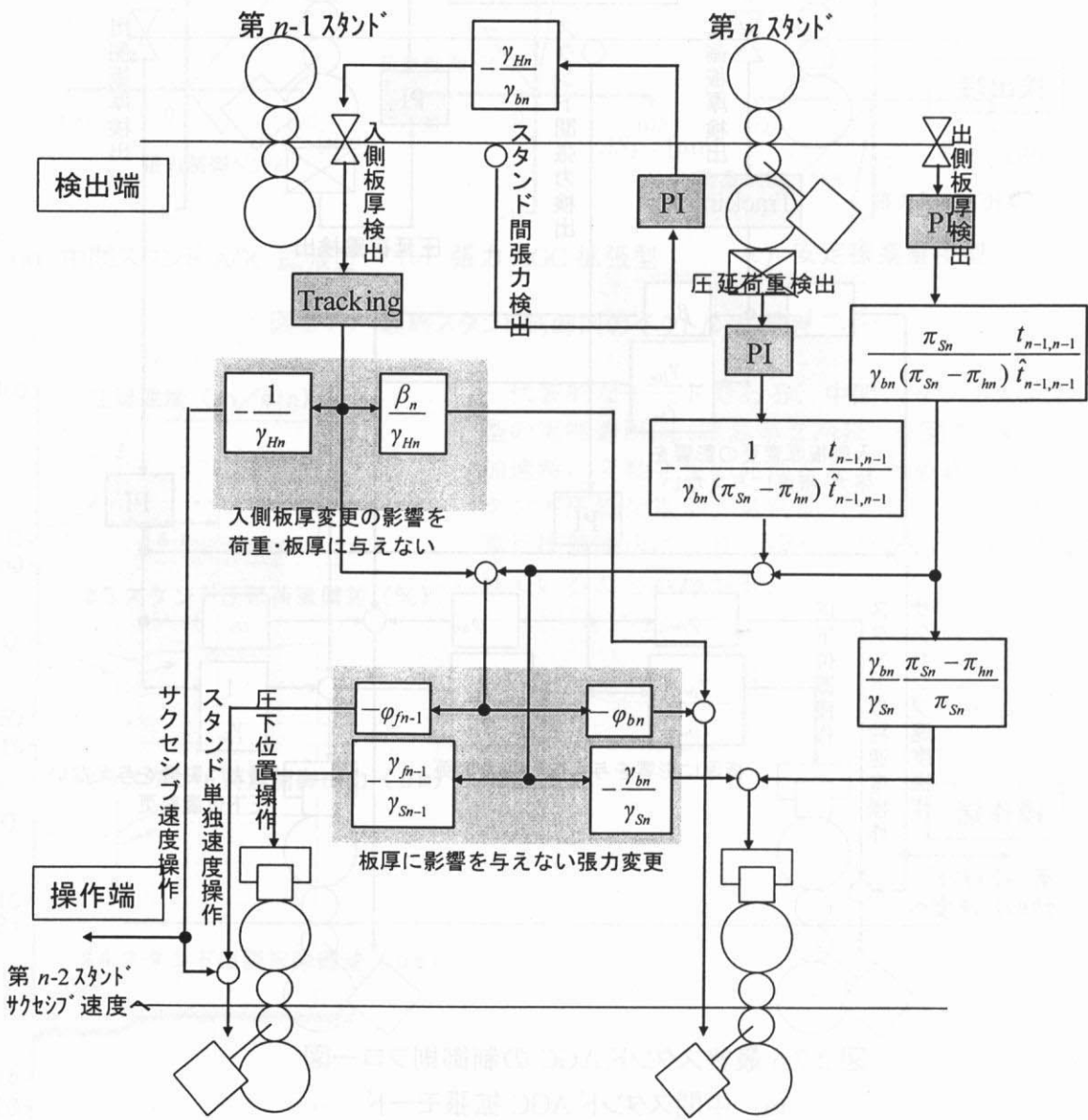


図2.7.6 最終スタンド AGC の制御則フロー図

(b) 張力 AGC 拡張モード

(c) 安定操業重視型

先の2モードとは基本要素に共通部分を持つ。荷重非干渉を前提とした張力制御は、“板厚に影響を与えない張力変更”と压下位置操作の適切な配分により実現される。張力非干渉を前提とした荷重制御は、やはり中間スタンドAGC拡張型で用いる“張力に影響を与えない压下位置変更”を用いる。

図.2.7.7の主操作量ベクトル表示では、張力操作、荷重操作ベクトルが同一象限に配置されることが特徴。このため、非干渉化に関してはパラメータ感度が高く実装に際して注意が必要である。

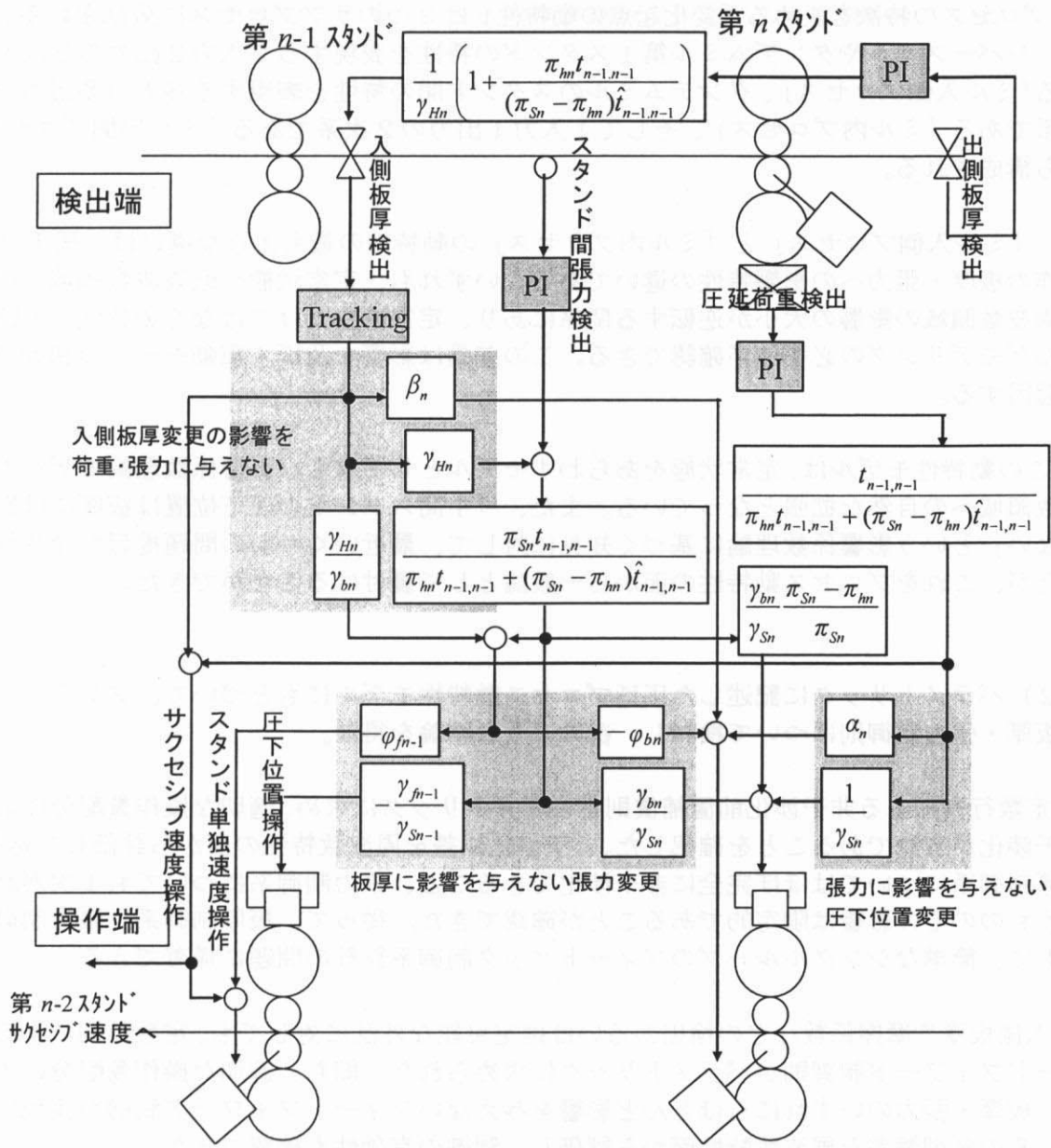


図.2.7.6 最終スタンド AGC の制御則フロー図

(c) 安定操業優先拡張モード

2. 8 結言

(1) タンデムミルおよびレバースミルを含む冷間圧延プロセスの板厚・張力制御系動特性を、個別の数値条件に依存しない形でパラメトリックに表現した。これにもとづいて、冷間圧延プロセスの構造的な特徴を明らかにした。

1) 冷間圧延プロセスの動特性は、「変化起点の動特性」×「変化伝播の動特性」という積の形で表現できる。

2) プロセスの特徴を決める「変化起点の動特性」は3つのサブプロセスに分割される。即ち、レバースミルやタンデムミル第1スタンドの特性を表現する2入力2出力の2次系である「ミル入側プロセス」、タンデムミルのスタンド間の特性を表現する多入力多出力の1次系である「ミル内プロセス」、そして1入力1出力の2次系である「ミル出側プロセス」から構成される。

3) 「ミル入側プロセス」と「ミル内プロセス」の動特性の最も大きな違いは、圧下位置操作の板厚・張力への影響特性の違いである。いずれも、定常状態～低周波数領域と中～高周波数領域の影響の大小が逆転する関係にあり、定常特性だけではなく動特性にも踏み込んだモデリングの必要性が確認できる。この差異は影響を及ぼす駆動モータの制御方式に起因する。

4) この動特性モデルは、定常状態をあらわすモデルとして有名な影響係数理論モデルの周波数領域への自然な拡張となっている。また、「中間スタンドの圧下位置は板厚には影響しない」という影響係数理論に基づく知見に対して、最近いくつかの問題提起がなされていたが、これをプロセス動特性の面から一般論として裏付けることができた。

(2) パラメトリックに記述した圧延プロセス動特性モデルにもとづいて、タンデムミルの板厚・張力制御系について検討し、次のような結論を得た。

1) 定数行列による非干渉化前置補償則をパラメトリックに求め、適切な操作量配分による非干渉化が有効であることを確認した。非干渉化誤差を周波数特性の面から評価した結果、板厚制御系についてはほぼ完全に非干渉化できること、張力制御系についても1次遅れは伴うもののその影響は限定的であることが確認できた。従って、板厚制御系、張力制御系ともに、簡単なシングルループのフィードバック制御系設計の問題に帰着できる。

2) 入側板厚や摩擦係数などの検出あるいは推定可能な外乱に対しても、定数行列によるフィードフォワード制御則がパラメトリックに求められた。即ち、適切な操作量配分によって、板厚・張力のいずれにもほとんど影響を与えないフィードフォワード制御が実現できる。その制御誤差を周波数特性面から評価し、制御の有効性も確認できた。

3) ミル入側プロセスにはサクセシブ速度操作の概念がないため、ミル内プロセスのサクセシブ速度操作がミル入側プロセスに悪影響を及ぼす可能性があることが、定数行列による補償則の課題として明確になった。プロセスの数値条件によっては、このことがミル入側

プロセスの制御則の課題となるため、第3章の主題として議論する。

4) 板厚、張力以外に圧延荷重も制御量とする必要のある最終スタンドについて、従来の手法も含めて統一的に整理し、3つの制御量の優先度に応じた3モード択一の制御系としてまとめた。また、操業条件に応じたモード選択の基準をパラメトリックな判定式として提示した。これにより、常に最適な優先度の制御則を適用することを可能となり、多品種生産への寄与も期待できる。

この考え方にもとづくタンデムミルAGCシステムは、住友金属工業（株）鹿島製鉄所第2冷間圧延機に適用され能力を発揮し、高板厚精度鋼板の製造に大きく貢献している。

【付録.2A 数値例の前提条件】

本文中では主要パラメータの数値計算例を適宜示しているが、その前提条件を示す。 $n=3$ 、即ち3スタンドの仮想ミルを想定し、実際の操業で典型的と思われる数値を標準条件として用いた。本文中、特に前提条件に記載がないもの、あるいは「標準条件」と記載したものは、表.2A.1の前提条件を用いている。尚、本文中で「低速条件」と記載したものは、表.2A.1で速度 V_i を標準条件の1/6として、他の条件は標準条件と同じ値で計算したものである。

表.2A.1 前提条件（標準条件）

i	(単位)	0	1	2	3	4
h_i	mm	2.3	1.96	1.66	1.41	
V_i	m/s	6.1	7.2	8.5	10.0	
σ_i	MPa	114	135	152	150	
k_{mi}	MPa		760	900	1012	
μ_i	-		0.05	0.04	0.05	
τ_i	kNm	173				212
L_i	m	30	5	5	5	
M_i	kN/mm		5000	5000	5000	
R_i	m	0.66				1.00
J_i	kg・m ²	20000				10000
b	mm	1000				
T_i	kN	262	264	252	212	
P_i	kN		5636	7161	9249	
f_i	-		0.024	0.021	0.025	

また、代表的な影響係数について、標準条件時の計算例を表.2A.2に示す。

表.2A.2 影響係数の計算例（標準条件）

i	(単位)	0	1	2	3	4
δ_i	1/s	0.931				2.119
p_i	1/s	369	2256	2352	2811	
γ_{Si}	1/mm		0.129	0.133	0.124	
γ_{fi}	-		-0.018	-0.020	-0.023	
γ_{bi}	-		-0.026	-0.034	-0.040	
γ_{Hi}	-		0.442	0.525	0.604	
γ_{mi}	-		0.485	0.798	1.236	
γ_{ki}	-		0.215	0.293	0.378	
φ_{fi}	-		0.023	0.023	0.014	
φ_{bi}	-		-0.020	-0.020	-0.017	
φ_{mi}	-		0.294	0.412	0.293	
φ_{ki}	-		-0.001	0.002	0.006	
α_i	-		0.094	0.080	0.116	
β_i	-		-0.083	-0.066	-0.103	
π_{Si}	-		-5.165	-4.078	-3.603	
π_{hi}	-		1.734	1.160	0.764	
t_{ii}	-	-0.043	-0.077	-0.075	-0.017	
$t_{i-1,i}$	-		0.007	0.004	-0.007	
$t_{i,i-1}$	-		0.017	0.018	0.011	
ω_i	1/s	18.5			77.2	
ω_{ci}	1/s		173	176		

【付録. 2B 圧延理論式 ——圧延トルク、圧延荷重、先進率の関数表現】

圧延荷重 $P(H, h, \sigma_b, \sigma_f, k_m, \mu, b, R)$ 、先進率 $f(H, h, \sigma_b, \sigma_f, k_m, \mu, R)$ などは、Karmanの基礎方程式に基づく塑性加工理論(2次元圧延理論)により定式化されている。冷間圧延の場合は摩擦係数が小さく滑り摩擦状態となるため、次のようなBland & Ford の式が用いられることが多い²⁶⁾。

$$P = k_m b l_d Q_P \quad (2B.1)$$

$$f = \varphi_n^2 \frac{R'}{h} \quad (2B.2)$$

記号定義は本文と同じであるが、 Q_P は圧下力関数、 l_d は接触弧長、 φ_n は中立角と呼ばれるパラメータであり、それぞれ次式で定義される。

$$l_d \equiv \sqrt{R'(H - h)} \quad (2B.3)$$

$$Q_P \equiv \left(1 - \frac{\sigma_f}{k_m}\right) \frac{1}{\xi_0} \int_0^{\xi_n} (1 + \xi^2) \exp\left(2\mu \sqrt{\frac{R'}{h}} \tan^{-1} \xi\right) d\xi \\ + \left(1 - \frac{\sigma_b}{k_m}\right) \frac{h}{H \xi_0} \int_{\xi_n}^{\xi_0} (1 + \xi^2) \exp\left(2\mu \sqrt{\frac{R'}{h}} (\tan^{-1} \xi_0 - \tan^{-1} \xi)\right) d\xi \quad (2B.4)$$

$$\varphi_n \equiv \xi_n \sqrt{\frac{h}{R'}} \quad (2B.5)$$

$$\xi_0 \equiv \sqrt{\frac{H - h}{h}} \quad (2B.6)$$

$$\xi_n \equiv \tan \left\{ \frac{1}{2} \tan^{-1} \xi_0 + \frac{1}{4\mu} \sqrt{\frac{h}{R'}} \ln \left(\frac{H}{h} \frac{1 - \frac{\sigma_f}{k_m}}{1 - \frac{\sigma_b}{k_m}} \right) \right\} \quad (2B.7)$$

各式中に表れる扁平後ロール半径 R' は、圧延荷重によるロール扁平のためロールの曲率半径がロール径 R より大きくなることを示しており、次のようなHitchcockの式¹³⁾が用いられる。

$$R' = R \left(1 + c \frac{P}{b(H - h)}\right) \quad c: \text{Hitchcockの定数} \quad (2B.8)$$

R' は P の関数であり陽の関数表現はできないため、数値的には(2B.1)と(2B.8)の収束計算によって解を求める。

尚、圧延荷重、先進率と共に重要な圧延パラメータである、圧延トルク $\tau(H, h, \sigma_b, \sigma_f, k_m, \mu, b, R)$ も同じくBland & Ford の式によって求められる。

$$\text{圧延トルク} \quad \tau = k_m b R Q_T \quad (2B.9)$$

このトルク関数 Q_T (Bland & Ford)は次式で表される。

$$Q_T = \left(1 - \frac{\sigma_f}{k_m}\right) h \int_0^{\xi_0} (1 + \xi^2) \exp\left(2\mu \sqrt{\frac{R'}{h}} \tan^{-1} \xi\right) d\xi$$

$$+ \left(1 - \frac{\sigma_b}{k_m}\right) \frac{h^2}{H} \int_{\xi_0}^{\xi_*} (1 + \xi^2) \exp\left(2\mu \sqrt{\frac{R'}{h}} (\tan^{-1} \xi_0 - \tan^{-1} \xi)\right) d\xi \quad (2B.10)$$

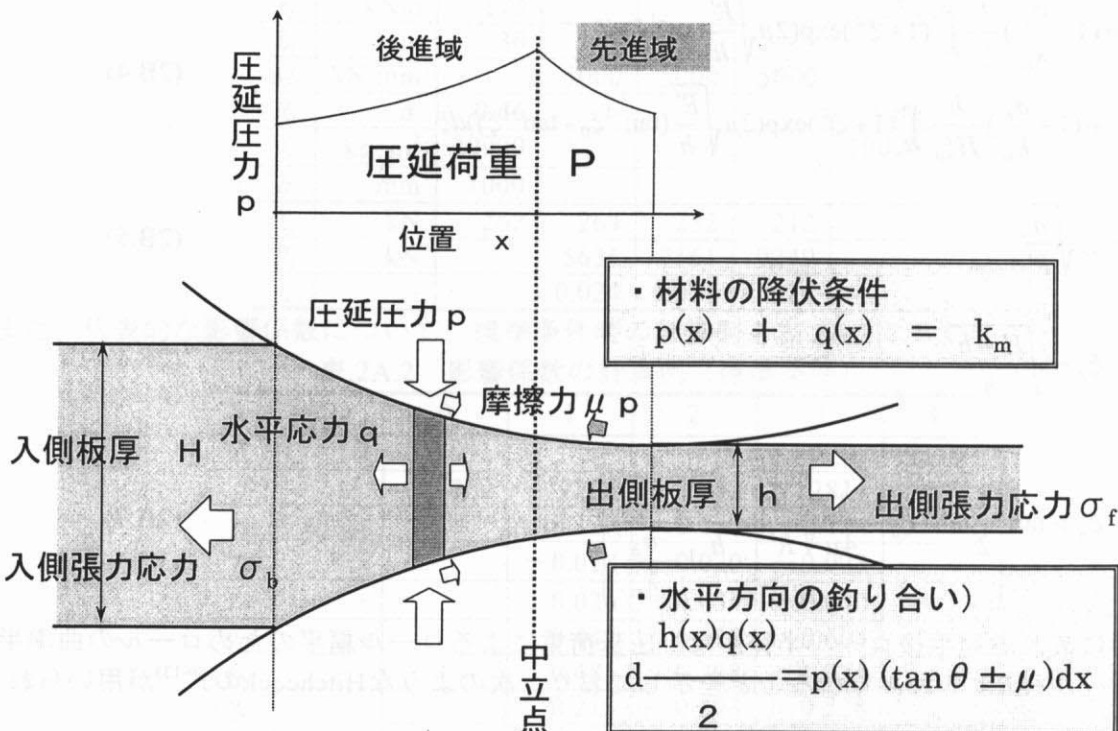


図.2B.1 圧延理論式 補足図

【付録.2C 冷間圧延プロセスの数値的特徴】

本研究では基本的には特定の数値条件を前提とせず、冷間圧延プロセスの構造的特徴を中心とした一般論として議論を展開している。しかし、プロセスの数値的な特徴の中にも、特定条件ではなく冷間圧延プロセス一般に通用する、構造的特徴に近いものもある。本文中で制御系評価などに際して用いた、冷間圧延プロセスの数値的特徴について述べる。

<付録.2C.1 張力変化の隣接スタンドへの影響について>

ここでは、(2.4.8)で定義した、あるスタンド間張力が発生した時の隣接スタンドへの影響動特性を表す行列 $A_p(s)$ に関して、その特徴について述べる。

$$A_p(s) = \begin{bmatrix} 0 & c_1(s) & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ b_1(s) & 0 & c_2(s) & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & b_2(s) & 0 & c_3(s) & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & b_3(s) & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & c_{n-1}(s) & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & b_{n-1}(s) & 0 & c_n(s) \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & b_n(s) & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \frac{sp_0t_{01}}{s^2 - sp_0t_{00} + p_0t_{v0}} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \frac{-p_1t_{10}}{s - p_1t_{11}} & 0 & \frac{-p_1t_{12}}{s - p_1t_{11}} & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \frac{-p_2t_{21}}{s - p_2t_{22}} & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \frac{-p_{n-2}t_{n-2,n-1}}{s - p_{n-2}t_{n-2,n-2}} & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \frac{-p_{n-1}t_{n-1,n-2}}{s - p_{n-1}t_{n-1,n-1}} & 0 & \frac{-p_{n-1}t_{n-1,n}}{s - p_{n-1}t_{n-1,n-1}} \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \frac{-sp_nt_{n,n-1}}{s^2 - sp_nt_{nn} + p_nt_{vn}} & 0 \end{bmatrix}$$

【(n+1)×(n+1)】 (2C.1)

$A_p(j\omega)$ の各要素の大きさ（絶対値）が最大となるのは、 $|b_i(j\omega)|$ ($1 \leq i \leq n-1$)、 $|c_i(j\omega)|$ ($2 \leq i \leq n$)については $\omega=0$ のとき、 $|c_1(j\omega)|$ については $\omega=(p_0\delta_0)^{1/2}$ のとき、 $|b_n(j\omega)|$ については $\omega=(p_n\delta_n)^{1/2}$ のときである。それぞれの最大値を要素とする行列を A_{pmax} と定義する。

$$A_{pmax} = \begin{bmatrix} 0 & \left| \frac{t_{01}}{t_{00}} \right| & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \left| \frac{t_{10}}{t_{11}} \right| & 0 & \left| \frac{t_{12}}{t_{11}} \right| & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \left| \frac{t_{21}}{t_{22}} \right| & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \left| \frac{t_{n-2,n-1}}{t_{n-2,n-2}} \right| & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \left| \frac{t_{n-1,n-2}}{t_{n-1,n-1}} \right| & 0 & \left| \frac{t_{n-1,n}}{t_{n-1,n-1}} \right| \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \left| \frac{t_{n,n-1}}{t_{nn}} \right| & 0 \end{bmatrix} \quad [(n+1) \times (n+1)] \quad (2C.2)$$

この行列の各要素を構成する t_{ij} の持つ物理的意味を冷間圧延のメカニズム面の特徴として説明した上で、数値例で確認する。各 t_{ij} は本文中に定義したように

$$t_{i,i-1} \equiv -\varphi_{bi} + \gamma_{bi} \alpha_i \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.2.79)$$

$$t_{ii} \equiv \varphi_{bi+1} - \varphi_{fi} + \gamma_{fi} \alpha_i + \gamma_{bi+1} (1 - \alpha_{i+1}) \quad (1 \leq i \leq n-1) \quad (2.2.80)$$

$$t_{00} \equiv \varphi_{b1} + \gamma_{b1} (1 - \alpha_1) \quad (2.2.81)$$

$$t_{nn} \equiv -\varphi_{fn} + \gamma_{fn} \alpha_n \quad (2.2.82)$$

$$t_{i,i+1} \equiv \varphi_{fi+1} + \gamma_{fi+1} (1 - \alpha_{i+1}) \quad (0 \leq i \leq n-1) \quad (2.2.83)$$

であり、第 $j \sim j+1$ スタンド間張力が第 $i \sim i+1$ スタンド張力間板両端速度差に及ぼす影響の大きさを示している。即ち、あるスタンドの張力 T_i の増減が自スタンドも含むその前後のスタンドの張力 (T_{i-1}, T_i, T_{i+1}) の増減からどの程度影響を受けるかを表している。

表.2A.2の数値例も踏まえ、 t_{ij} を構成する各影響係数の特徴を表.2C.1にまとめる。符号、大きさについては前提条件により若干の差異はあるものの、数値オーダーとしては基本的に表中記載のとおりである。例えば、 $\gamma_{bi} \alpha_i$ のようにこれらのパラメータの積であらわされるものは、オーダーが1桁下がるため無視することができる。

表.2C.1 主な影響係数の符号と大きさについて

影響係数	意味	符号	大きさ
α_i	出側板厚変化によるマスバランス変化の入側／出側速度変化吸収比 [-] (定義は(2.2.39))	+	10%程度
γ_{bi}	入側張力変化が出側板厚に及ぼす影響係数 [-] (定義は(2.2.28))	-	数%程度
γ_{fi}	出側張力変化が出側板厚に及ぼす影響係数 [-] (定義は(2.2.29))	-	数%程度
φ_{bi}	入側張力変化が出側板速度に及ぼす影響係数 [-] (定義は(2.2.33))	-	数%程度
φ_{fi}	出側張力変化が出側板速度に及ぼす影響係数 [-] (定義は(2.2.34))	+	数%程度

[I] $t_{i,i-1} (\equiv -\varphi_{bi} + \gamma_{bi}\alpha_i)$

「上流スタンド(#i-1~#i)張力変化→自スタンド(#i~#i+1)板両端速度差(張力変化率)」の影響をあらわす。

$\gamma_{bi}\alpha_i \doteq 0$ と見なせるので、

$$t_{i,i-1} \cong -\varphi_{bi} \quad (2C.3)$$

即ち、 $t_{i,i-1}$ は $-\varphi_{bi}$ の効果により数%程度の正の効果をもつ。

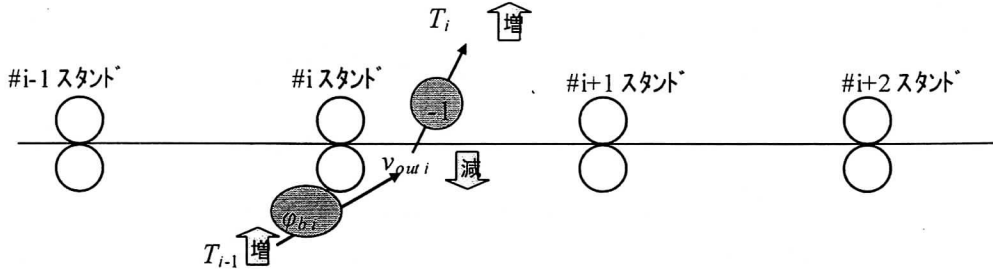


図.2C.1 上流スタンド張力からの影響 $t_{i,i-1}$

[II] $t_{ii} (\equiv \varphi_{bi+1} - \varphi_{fi} + \gamma_{fi}\alpha_i + \gamma_{bi+1}(1 - \alpha_{i+1}))$

「自スタンド(#i~#i+1)の張力変化→自スタンド(#i~#i+1) 板両端速度差(張力変化率)」の影響をあらわす。

$\gamma_{fi}\alpha_i \doteq 0$ 、 $\gamma_{bi+1}(1 - \alpha_{i+1}) \doteq \gamma_{bi+1}$ と見なせるので、

$$t_{ii} \cong \varphi_{bi+1} - \varphi_{fi} + \gamma_{bi+1} \quad (2C.4)$$

φ_{bi+1} 、 $-\varphi_{fi}$ 、 γ_{bi+1} はすべて同符号であるのでこれらの効果が重畳することになり、 t_{ii} は $t_{i,i-1}$ などに比べて大きな負の効果(即ち自己平衡作用)をもつ。

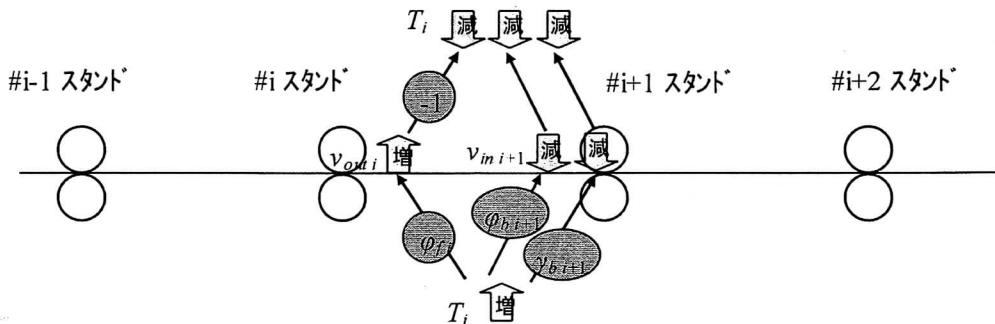


図.2C.2 自スタンド張力の影響 t_{ii}

[III] $t_{i,i+1} (\equiv \varphi_{fi+1} + \gamma_{fi+1}(1 - \alpha_{i+1}))$

「下流スタンド(#i+1~#i+2)の張力変化→自スタンド(#i~#i+1) 板両端速度差(張力変化率)」の影響をあらわす。

$\gamma_{fi+1}(1-\alpha_{i+1}) \cong \gamma_{fi+1}$ と見なせるので、

$$t_{i,i+1} \cong \varphi_{fi+1} + \gamma_{fi+1} \quad (2C.5)$$

φ_{fi+1} の効果と γ_{fi+1} の効果は逆符号で絶対値も同オーダーのため相殺する。

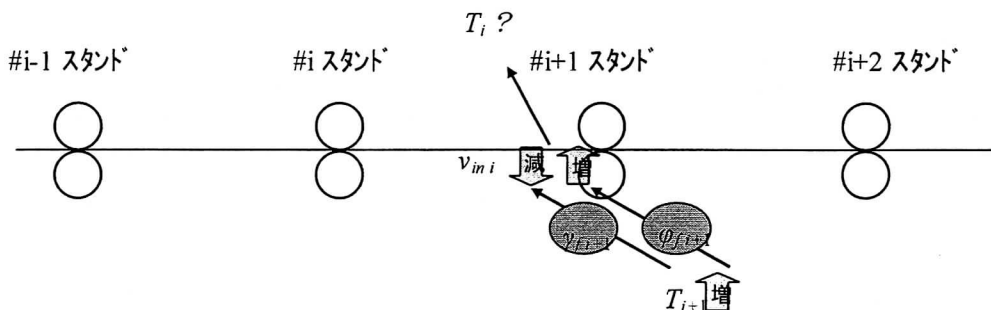


図.2C.3 下流スタンド張力からの影響 $t_{i,i+1}$

表.2C.2には、付録.2Aの標準条件での A_{Pmax} の計算例を示す。

表.2C.2 行列 A_{Pmax} の標準条件での計算例

	1	2	3	4
1	0.000	0.157	0.000	0.000
2	0.225	0.000	0.050	0.000
3	0.000	0.236	0.000	0.087
4	0.000	0.000	0.626	0.000

以上の結果、数値的なオーダーとしては、 $1 \leq i \leq n-1$ については、 $|t_{i,i-1}/t_{ii}|$ は20~30%程度、 $|t_{i,i+1}/t_{ii}|$ は10%以下と見なせる。ミル入出側にかかわるところでは値が少し大きくなるが、 $|t_{01}/t_{00}|$ で20%以下、最も大きくなる $|t_{n,n+1}/t_{nn}|$ でも50~60%程度である。また、 $|t_{i,i+1}/t_{ii}|$ のオーダーからわかるように、冷間圧延プロセスでは、構造的に下流スタンドからの影響は非常に小さい、ということができる。即ち、伝達関数 $c_i(s)$ に関して

$$|c_i(j\omega)| \leq \left| \frac{t_{i,i+1}}{t_{ii}} \right| \cong 0 \quad (\text{for } \forall \omega > 0) \quad (2C.6)$$

となる。

もし仮に(2C.6)を前提とするならば、(2.4.8)(2.4.17)の $A_P(s)$ 、 $A_R(s)$ は以下の $\tilde{A}_P(s)$ 、 $\tilde{A}_R(s)$ で置き換えることができる。

$$\tilde{A}_P(s) \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ b_1(s) & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & b_2(s) & 0 & 0 & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & b_3(s) & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & b_{n-1}(s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & b_n(s) & 0 \end{bmatrix} \quad [(n+1) \times (n+1)] \quad (2C.7)$$

今、

$$\sum_{k=0}^n \tilde{A}_p(s)^k = X \quad (2C.8)$$

とおくと

$$\tilde{A}_p(s)X = \sum_{k=1}^{n+1} \tilde{A}_p(s)^k = \sum_{k=1}^n \tilde{A}_p(s)^k = X - I \quad (2C.9)$$

$$\therefore X = (I - \tilde{A}_p(s))^{-1} \quad (2C.10)$$

$$\begin{aligned} \tilde{A}_R(s) &\equiv (I - \tilde{A}_p(s))^{-1} - I = \sum_{k=0}^{\infty} \tilde{A}_p(s)^k - I = \sum_{k=1}^{\infty} \tilde{A}_p(s)^k \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ b_1(s) & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ b_1(s)b_2(s) & b_2(s) & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ b_1(s)\cdots b_3(s) & b_2(s)b_3(s) & b_3(s) & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ b_1(s)\cdots b_{n-1}(s) & b_2(s)\cdots b_{n-1}(s) & \cdots & \cdots & b_{n-1}(s) & 0 & 0 \\ b_1(s)\cdots b_n(s) & b_2(s)\cdots b_n(s) & \cdots & \cdots & b_{n-1}(s)b_n(s) & b_n(s) & 0 \end{bmatrix} \\ &\quad \text{[(n+1) \times (n+1)]} \end{aligned} \quad (2C.11)$$

<付録.2C.2 主なダイナミクスについて>

図2.2.5からもあきらかなように、冷間圧延プロセスのダイナミクスは、

- | | | |
|-------------------------|------------------------------------|-----------------------------|
| ① 純粹プロセスのダイナミクス | | |
| ①-1 スタンド間の材料移送遅れ | $Z(s)$ | (むだ時間 χ_i) |
| ①-2 張力挙動のダイナミクス | $(sI - PA_T)^{-1}$ | (時定数 $1/\omega_{ci}$) |
| ② アクチュエータ(圧下位置、ロール周速)応答 | $(sI - U_V)^{-1}, (sI - U_S)^{-1}$ | (時定数 $1/q_{Si}, 1/q_{Vi}$) |

に大別できる。以下、それぞれのダイナミクスのオーダーを数値的に比較する。

①-1 スタンド間の材料移送遅れ

タンデム圧延機におけるスタンド間距離 L_i は、4~5mが一般的である。但し、ミル入側については設備配置により20mを超えるものもある。一方、定常圧延時の最終スタンドの材料速度 v_n は20~30m/s(=1200~1800mpm)レベルである。前段スタンドの速度は圧下率の関係から最終スタンドの1/3~1/4程度になるので、材料速度範囲は、5~30m/s程度となる。従って、スタンド間材料移送によるムダ時間 $\chi_i(=L_i/v_i)$ は、定常圧延状態では、150ms~1s程度とみてよい。

①-2 張力挙動のダイナミクス

張力挙動の時定数は、(2.4.66)の ω_{ci} の逆数、即ち

$$\frac{1}{\omega_{ci}} = -\frac{1}{p_i t_{ii}} = -\frac{\sigma_i}{E(-t_{ii})} \chi_i \quad (2C.12)$$

と見なせる。ここで、(2C.12)の右辺の各構成要素を数値的に評価すると、

- ・ 鋼板のヤング率 : $E=205,800 \text{ MPa}$
- ・ 鋼板にかかる張力応力 : $\sigma_i=100\sim200\text{MPa}$ 程度。材料条件によってさらに大きいこともある。
- ・ $(-t_{ii})$ のオーダーは0.1程度 (表.2A.2)

となる。これらを踏まえると、張力確立の時定数は、スタンド間材料移送によるムダ時間 χ_i より2桁程度小さいと考えてよく、定常状態では1msのオーダーで大きくても100ms程度と見なすことができる。尚、圧延機入出側の張力については少し条件が異なるが、これについては第3章で詳述する。

② アクチュエータ (圧下位置、ロール周速) 応答

圧下位置制御系、ロール速度制御系のいずれも、a) 従来型の旧設備と b) 新設備では次のように大きく異なる。

- ・ 圧下位置制御系
 - a) 旧設備：圧下スクリュウ方式(モータ駆動)で時定数 $1/q_{si}$ は数秒~数十秒のオーダー。
 - b) 新設備：圧下方式(高応答型のもの)で時定数 $1/q_{si}$ は10数msレベル。
- ・ ロール速度制御系
 - a) 旧設備：慣性の大きいMGセットで時定数 $1/q_{vi}$ は秒のオーダー。
 - b) 新設備：交流モータ(低慣性、高応答型)で時定数 $1/q_{vi}$ は10ms程度。

以上を纏めると、図.2C.4のようになる。アクチュエータの動特性は、旧設備ではプロセス全体の応答性の制約する要因となっているが、新設備では純粹プロセス動特性と同等かそれ以下のオーダーとなっていることがわかる。

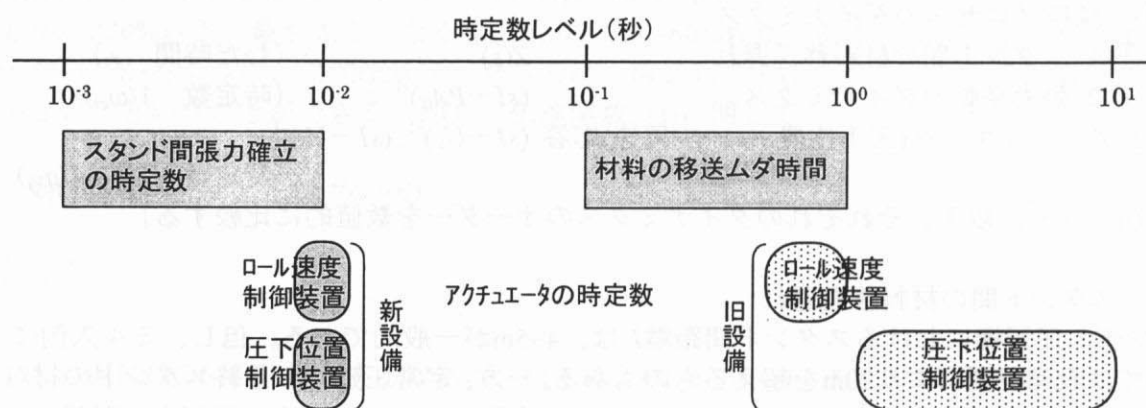


図.2C.4 プロセス動特性のオーダー比較

【付録.2D 式変形の証明】

<付録.2D.1 プロセス伝達関数 $Q(sI - PA_T)^{-1}P$ の構造化 ((2.4.16)の証明) >

まず、定義に沿って行列を具体的に表現する。

P の定義(2.2.62)、 A_T の表現 (2.2.78)より、

$$sI - PA_T = \begin{bmatrix} s & -\delta_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ p_0 & s - p_0 t_{00} & -p_0 t_{01} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p_1 t_{10} & s - p_1 t_{11} & -p_1 t_{12} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p_2 t_{21} & s - p_2 t_{22} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -p_{n-1} t_{n-1, n-2} & s - p_{n-1} t_{n-1, n-1} & -p_{n-1} t_{n-1, n} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -p_n t_{n, n-1} & s - p_n t_{nn} & -p_n \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \delta_n & s \end{bmatrix} \quad (2D.1.1)$$

$A_S(s)$ の定義(2.4.4)~(2.4.7) (2.4.9)~(2.4.11)、 P の定義(2.2.62)より、

$$A_S(s)P^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{p_0}{s^2 - p_0 t_{00} + p_0 \delta_0} & \frac{s}{s^2 - p_0 t_{00} + p_0 \delta_0} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{s - p_1 t_{11}} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{s - p_{n-1} t_{n-1, n-1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{s}{s^2 - p_n t_{nn} + p_n \delta_n} & \frac{p_n}{s^2 - p_n t_{nn} + p_n \delta_n} \end{bmatrix} \quad (2D.1.2)$$

(2D.1.2)の右から(2D.1.1)を乗じ、 $A_P(s)$ の定義(2.4.8)、 Q の定義(2.2.69)を踏まえると、

$A_S(s)P^{-1}(sI - PA_T)$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & \frac{-sp_0 t_{01}}{s^2 - sp_0 t_{00} + p_0 \delta_0} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-p_1 t_{10}}{s - p_1 t_{11}} & 1 & \frac{-p_1 t_{12}}{s - p_1 t_{11}} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-p_2 t_{21}}{s - p_2 t_{22}} & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \frac{-p_{n-1} t_{n-1, n-2}}{s - p_{n-1} t_{n-1, n-1}} & 1 & \frac{-p_{n-1} t_{n-1, n}}{s - p_{n-1} t_{n-1, n-1}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{-sp_n t_{n, n-1}}{s^2 - sp_n t_{nn} + p_n \delta_n} & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ = (I - A_P(s))Q \quad (2D.1.3)$$

$$\therefore Q(sI - PA_T)^{-1}P = (I - A_p(s))^{-1}A_s(s) = (A_R(s) + I)A_s(s) \quad (2D.1.4)$$

□

<付録.2D.2 変化起点動特性の近似的サブプロセス分割 ((2.4.57)~(2.4.62)の導出)>
まず、変化起点の伝達関数表現

$$\begin{bmatrix} y_E \\ y_M \\ y_D \end{bmatrix} = (C_X A_S(s) B_X + D_X) \begin{bmatrix} u_E \\ u_M \\ u_D \end{bmatrix} \quad (2.4.39)$$

を構成する各行列は、それぞれの定義より以下のとおりである。

$$A_S(s) \equiv \begin{bmatrix} A_E(s) & 0 & 0 \\ 0 & A_M(s) & 0 \\ 0 & 0 & A_D(s) \end{bmatrix} \quad (2.4.4)$$

$$B_X \equiv \begin{bmatrix} B_E & B_{ME} & 0 & 0 \\ B_{EM} & B_{M1} & B_{M2} & 0 \\ 0 & B_{MD1} & B_{MD2} & B_D \end{bmatrix} \quad (2.4.40)$$

$$C_X \equiv \begin{bmatrix} C_E & C_{ME} & 0 \\ 0 & C_M & C_{DM} \\ 0 & I_{(n-1)} & 0 \\ 0 & 0 & C_D \end{bmatrix} \quad (2.4.49)$$

$$D_X \equiv \begin{bmatrix} D_E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D_M \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.4.54)$$

これより、制御量 y_E, y_M, y_D はそれぞれ次のように表せる。

$$\begin{aligned} y_E &= \left\{ [C_E \mid C_{ME}] \begin{bmatrix} A_E(s) & 0 \\ 0 & A_M(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_E & B_{ME} \\ B_{EM} & B_{M1} \ B_{M2} \end{bmatrix} + [D_E \mid 0] \right\} \begin{bmatrix} u_E \\ u_M \end{bmatrix} \\ &= (C_E A_E(s) B_E + D_E + C_{ME} A_M(s) B_{EM}) u_E \\ &\quad + (C_E A_E(s) B_{ME} + C_{ME} A_M(s) [B_{M1} \ B_{M2}]) u_M \end{aligned} \quad (2D.2.1)$$

$$y_M = \left\{ \begin{bmatrix} C_M & C_{DM} \\ I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_M(s) & 0 \\ 0 & A_D(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{EM} & B_{M1} & B_{M2} & 0 \\ 0 & B_{MD1} & B_{MD2} & B_D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & D_M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} u_E \\ u_M \\ u_D \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\begin{bmatrix} C_M \\ I \end{bmatrix} A_M(s) \begin{bmatrix} B_{M1} & B_{M2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & D_M \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{DM} \\ 0 \end{bmatrix} A_M(s) \begin{bmatrix} B_{MD1} & B_{MD2} \end{bmatrix} \right) u_M \\
&\quad + \begin{bmatrix} C_M \\ I \end{bmatrix} A_M(s) B_{EM} u_E + \begin{bmatrix} C_{DM} \\ 0 \end{bmatrix} A_D(s) B_D u_D
\end{aligned} \tag{2D.2.2}$$

$$\begin{aligned}
y_D &= A_D(s) \begin{bmatrix} B_{MD1} & \vdots & B_{MD2} & \vdots & B_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_M \\ u_D \end{bmatrix} \\
&= A_D(s) B_D u_D + A_D(s) \begin{bmatrix} B_{MD1} & B_{MD2} \end{bmatrix} u_M
\end{aligned} \tag{2D.2.3}$$

(2D.2.1)~(2D.2.3)は、 $\gamma_{S1}\alpha_1$, $\gamma_{Sn}\alpha_n$, γ_Π , γ_{fn} および B_{ME} , B_{MD1} の ± 1 の項がクロスパスとしてサブプロセス間での影響を表していることを踏まえた上で、それぞれ次のように表現できる。基本的にクロスパスの影響は大きくないが、その影響の評価については、各制御則の導出時に議論する。

$$y_E = (C_E A_E(s) B_E + D_E) u_E \tag{2D.2.4}$$

$$y_M = \left(\begin{bmatrix} C_M \\ I \end{bmatrix} A_M(s) \begin{bmatrix} B_{M1} & B_{M2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & D_M \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) u_M \tag{2D.2.5}$$

$$y_D = A_D(s) B_D u_D \tag{2D.2.6}$$

□

<付録.2D.3 非干渉補償行列 M の導出（(2.5.6)の証明）>
まず、

$$B_T \equiv \begin{bmatrix} B_r & \vdots & B_v \end{bmatrix} \tag{2D.3.1}$$

と定義すると、(2.2.86)より、

$$\begin{aligned}
G(s) &= \left[\frac{\Gamma_T}{I_{(n+1)}} \right] Q(sI - PA_T)^{-1} P \begin{bmatrix} B_r & \vdots & B_s \Gamma_s \end{bmatrix} + \left[\frac{0_{(n \times (n+1))}}{0_{((n+1) \times (n+1))}} \mid \frac{\Gamma_s}{0_{((n+1) \times n)}} \right] \\
&= \left[\frac{\Gamma_T Q(sI - PA_T)^{-1} P B_r \mid (I + \Gamma_T Q(sI - PA_T)^{-1} P B_s) \Gamma_s}{Q(sI - PA_T)^{-1} P B_r \mid Q(sI - PA_T)^{-1} P B_s \Gamma_s} \right]
\end{aligned} \tag{2D.3.2}$$

$$\therefore G(0) = \left[\frac{-\Gamma_T Q A_T^{-1} B_r \mid (I - \Gamma_T Q A_T^{-1} B_s) \Gamma_s}{-Q A_T^{-1} B_r \mid -Q A_T^{-1} B_s \Gamma_s} \right] \tag{2D.3.3}$$

次に、行列 A_T, R_m, Q などに関するいくつかの恒等式を予め証明しておく。尚、本文中、(2.5.7)の M は、 R_m については $m=n$ として用いているが、ここでは m については限定せず、 $1 \leq m \leq n$ の値として一般的に証明する。

[I] 定義より

$$A_T = (B_S \Gamma_T + B_V \Phi_T) Q + A_r \quad (2.2.63)$$

この右から Q^T を乗じ、 Q の定義(2.2.69)より $QQ^T = I$ であることを用いると、

$$A_T Q^T = (B_S \Gamma_T + B_V \Phi_T) Q Q^T + A_r Q^T = B_S \Gamma_T + B_V \Phi_T + A_r Q^T \quad (2D.3.4)$$

[II] (2.2.78)より、

$$A_T = \begin{bmatrix} 0 & \delta_0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & t_{00} & t_{01} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & t_{10} & t_{11} & t_{12} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & t_{21} & t_{22} & t_{23} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & t_{n-1,n-2} & t_{n-1,n-1} & t_{n-1,n} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & t_{n,n-1} & t_{nn} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & -\delta_n & 0 \end{bmatrix} \quad (2.2.78)$$

であるので、 A_T の第1列の非零要素は第2行目のみであることがわかる。一方、 R_m の定義(2.5.8)より R_m の第2列はすべて零要素であるので、

$$[R_m A_T]_{i1} = \sum_{k=1}^{n+3} [R_m]_{ik} [A_T]_{k1} = 0 \quad (1 \leq i \leq n+1) \quad (2D.3.5)$$

また、(2.2.78)より A_T の第 $n+3$ 列の非零要素は第 $n+2$ 行目のみであるが、 R_m の第 $n+2$ 列はすべて零要素であるので

$$[R_m A_T]_{i,n+3} = \sum_{k=1}^{n+3} [R_m]_{ik} [A_T]_{k,n+3} = 0 \quad (1 \leq i \leq n+1) \quad (2D.3.6)$$

(2D.3.5), (2D.3.6)より、 $R_m A_T$ の第1列および第 $n+3$ 列の要素はすべて零。 Q の定義(2.2.69)より、

$$Q^T Q = \text{diag} \left[0, \underbrace{1, \cdots, 1}_{n+1}, 0 \right] \quad (2D.3.7)$$

であるので、

$$R_m A_T Q^T Q = R_m A_T \quad (2D.3.8)$$

[III] (2.2.78)より A_T の余因子 $[\tilde{A}_T]_{ij}$ について次式が成り立つ。

$$[\tilde{A}_T]_{2i} = 0 \quad (2 \leq i \leq n+2) \quad (2D.3.9)$$

$$[\tilde{A}_T]_{n+2,i} = 0 \quad (2 \leq i \leq n+2) \quad (2D.3.10)$$

従って、 A_T の逆行列 A_T^{-1} について次式が成り立つ。

$$[A_T^{-1}]_{i2} = 0, \quad [A_T^{-1}]_{i,n+2} = 0 \quad (2 \leq i \leq n+2) \quad (2D.3.11)$$

一方、

$$J \equiv I - B_T R_m \quad [(n+3) \times (n+3)] \quad (2D.3.12)$$

と定義すると、

$$J = \left[\begin{array}{c|ccc|c} 0 & & \cdots & & 0 \\ \vdots & \xrightarrow{m} & & 0_{((n+1) \times (n+1-m))} & \vdots \\ & 0_{((n+1) \times m)} & & \xrightarrow{n+1-m} & \\ 0 & & \cdots & & 0 \end{array} \right] \quad (1 \leq m \leq n) \quad (2D.3.13)$$

(2D.3.11), (2D.3.13)より、 $A_T^{-1}J$ の $(n+3)$ 個の行の内、第1行および第 $n+3$ 行を除く $(n+1)$ 個の行は簡単に求められ、

$$[A_T^{-1}J]_{ij} = \sum_{k=1}^{n+3} [A_T^{-1}]_{ik} [J]_{kj} = 0 \quad (2 \leq i \leq n+2, 1 \leq j \leq n+3) \quad (2D.3.14)$$

となる。即ち、 $A_T^{-1}J$ の要素は第1行および第 $n+3$ 行を除いてすべて零であることがわかる。定義(2.2.69)より Q を左から乗ずることは、第1行および第 $n+3$ 行を除いて第2行～第 $n+2$ 行だけを取り出すことに相当するので、

$$QA_T^{-1}J = 0_{((n+1) \times (n+3))} \quad (2D.3.15)$$

(2D.3.3), (2D.3.4), (2D.3.8), (2D.3.12), (2D.3.15)を用いることにより、 $G(0)M$ は次式のように変形できる。

$$\begin{aligned} G(0)M &= G(0) \left[\begin{array}{c|c} -R_m & 0_{((n+1) \times n)} \\ \hline 0_{(n \times (n+3))} & \Gamma_S^{-1} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} B_S & B_V \Phi_T + A_T Q^T \\ \hline I_{(n)} & -\Gamma_T \end{array} \right] \\ &= \left[\begin{array}{c|c} -\Gamma_T Q A_T^{-1} B_T & (I - \Gamma_T Q A_T^{-1} B_S) \Gamma_S \\ \hline -Q A_T^{-1} B_T & -Q A_T^{-1} B_S \Gamma_S \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} -R_m & 0_{((n+1) \times n)} \\ \hline 0_{(n \times (n+3))} & \Gamma_S^{-1} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} B_S & A_T Q^T - B_S \Gamma_T \\ \hline I_{(n)} & -\Gamma_T \end{array} \right] \\ &= \left[\begin{array}{c|c} \Gamma_T Q A_T^{-1} B_T R_m B_S + I - \Gamma_T Q A_T^{-1} B_S & \Gamma_T Q A_T^{-1} B_T R_m (A_T Q^T - B_S \Gamma_T) - (I - \Gamma_T Q A_T^{-1} B_S) \Gamma_T \\ \hline Q A_T^{-1} B_T R_m B_S - Q A_T^{-1} B_S & Q A_T^{-1} B_T R_m (A_T Q^T - B_S \Gamma_T) + Q A_T^{-1} B_S \Gamma_T \end{array} \right] \\ &= \left[\begin{array}{c|c} I + \Gamma_T Q A_T^{-1} (B_T R_m - I) B_S & \Gamma_T (Q A_T^{-1} B_T R_m A_T Q^T - I) - \Gamma_T Q A_T^{-1} (B_T R_m - I) B_S \Gamma_T \\ \hline Q A_T^{-1} (B_T R_m - I) B_S & Q A_T^{-1} B_T R_m A_T Q^T - Q A_T^{-1} (B_T R_m - I) B_S \Gamma_T \end{array} \right] \\ &= \left[\begin{array}{c|c} I - \Gamma_T Q A_T^{-1} J B_S & \Gamma_T (Q A_T^{-1} (I - J) A_T Q^T - I) + \Gamma_T Q A_T^{-1} J B_S \Gamma_T \\ \hline -Q A_T^{-1} J B_S & Q A_T^{-1} (I - J) A_T Q^T + Q A_T^{-1} J B_S \Gamma_T \end{array} \right] \\ &= \left[\begin{array}{c|c} I - \Gamma_T Q A_T^{-1} J B_S & \Gamma_T Q A_T^{-1} J (-A_T Q^T + B_S \Gamma_T) \\ \hline -Q A_T^{-1} J B_S & I + Q A_T^{-1} J (-A_T Q^T + B_S \Gamma_T) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline 0 & I \end{array} \right] \quad (2D.3.16) \end{aligned}$$

□

<付録.2D.4 非干渉化誤差行列 $L(s)$ の等価変形 ((2.5.11)の導出) >

まず、各行列の定義、(2.4.4)の $A_S(s)$, (2.5.12)の $A_G(s)$, (2.5.13)の $A_F(s)$, (2.5.14)の $A_Q(s)$, (2D.3.13)の J , (2.2.65)の B_S , (2.2.67)の B_V , (2.2.62)の P , (2.2.69)の Q , (2.2.68)の Φ_T より、

$$A_S(s)JB_S = A_G(s) \quad (2D.4.1)$$

$$A_S(s)JB_V\Phi_T = A_F(s) \quad (2D.4.2)$$

$$s A_S(s)P^{-1}Q^T = A_Q(s) \quad (2D.4.3)$$

が確かめられる。

また、 J 、 A_T の定義(2D.3.13)(2.2.64)より、

$$[J]_{i1} = 0, [J]_{i,n+3} = 0 \quad \text{for } 1 \leq \forall i \leq n+3 \quad (2D.4.4)$$

$$[A_T]_{kj} = 0 \quad \text{for } 2 \leq k \leq n+2, 2 \leq j \leq n+2 \quad (2D.4.5)$$

$$\therefore [JA_T]_{ij} = \sum_{k=1}^{n+3} [J]_{ik} [A_T]_{kj} = 0 \quad (1 \leq i \leq n+3, 2 \leq j \leq n+2) \quad (2D.4.6)$$

即ち、 JA_T の要素は第1列および第 $n+3$ 列を除いてすべて零。定義(2.2.43)より Q^T を右から乗ずることは、第1列および第 $n+3$ 列を除いて第2列～第 $n+2$ 行だけを取り出すことに相当するので、

$$JA_T Q^T = 0 \quad (2D.4.7)$$

(2.5.9)に (2.4.17)(2D.3.4) (2D.3.8) (2D.3.12) (2D.4.7)などを用いた変形を施し、(2D.4.1)～(2D.4.3)を踏まえると、
 $L(s) \equiv G(s)M - I$

$$\begin{aligned} &= \left[\begin{array}{c|c} \Gamma_T & \\ \hline -\Gamma_T & I \end{array} \right] (A_R(s) + I) A_S(s) \left[\begin{array}{c|c} B_T & B_S \Gamma_S \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c|c} 0 & \Gamma_S \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} -R_m & 0 \\ \hline 0 & \Gamma_S^{-1} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} B_S & B_V \Phi_T + A_T Q^T \\ \hline I & -\Gamma_T \end{array} \right] - I \\ &= \left[\begin{array}{c|c} \Gamma_T & \\ \hline -\Gamma_T & I \end{array} \right] (A_R(s) + I) A_S(s) \left[\begin{array}{c|c} (I - B_T R_m) B_S & -B_T R_m (B_V \Phi_T + A_T Q^T) - B_S \Gamma_T \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c|c} I & -\Gamma_T \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] - I \\ &= \left[\begin{array}{c|c} \Gamma_T & \\ \hline -\Gamma_T & I \end{array} \right] (A_R(s) + I) A_S(s) \left[\begin{array}{c|c} JB_S & (J - I)(B_V \Phi_T + A_T Q^T) - B_S \Gamma_T \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c|c} 0 & -\Gamma_T \\ \hline 0 & -I \end{array} \right] \\ &= \left[\begin{array}{c|c} \Gamma_T & \\ \hline -\Gamma_T & I \end{array} \right] (A_R(s) + I) A_S(s) \left[\begin{array}{c|c} JB_S & J(B_V \Phi_T + A_T Q^T) - (B_V \Phi_T + A_T Q^T + B_S \Gamma_T) \end{array} \right] \\ &\quad - \left[\begin{array}{c|c} \Gamma_T & \\ \hline -\Gamma_T & I \end{array} \right] (A_R(s) + I) A_S(s) \left[\begin{array}{c|c} 0 & P^{-1}(sI - PA_T)Q^T \end{array} \right] \\ &= \left[\begin{array}{c|c} \Gamma_T & \\ \hline -\Gamma_T & I \end{array} \right] (A_R(s) + I) A_S(s) \left[\begin{array}{c|c} JB_S & JB_V \Phi_T - A_T Q^T - P^{-1}(sI - PA_T)Q^T \end{array} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} \Gamma_T \\ -\frac{\Gamma_T}{I} \\ I \end{bmatrix} (A_R(s) + I) A_S(s) \begin{bmatrix} JB_S \mid JB_V \Phi_T - sP^{-1}Q^T \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \Gamma_T \\ -\frac{\Gamma_T}{I} \\ I \end{bmatrix} (A_R(s) + I) \begin{bmatrix} A_G(s) \mid A_F(s) - A_Q(s) \end{bmatrix} \quad (2D.4.8)
\end{aligned}$$

□

<付録.2D.5 ミル内プロセスの非干渉化誤差行列 $L_M(s)$ の等価変形 (2.5.40)>
 $L(s)$ の定義

$$L(s) \equiv G(s)M - I_{(2n+1)} \quad (2.5.9)$$

に、左から T_{yM} 、右から T_{yM}^T を乗ずることにより

$$\begin{aligned}
T_{yM} L(s) T_{yM}^T &= T_{yM} G_u(s) M T_{yM}^T - T_{yM} T_{yM}^T = T_{yM} G_u(s) T_u^T T_u M T_{yM}^T - T_{yM} T_{yM}^T \\
&= T_{yM} G_u(s) T_u^T \overline{M}_M - I_{(2n-2)} = L_M(s) \quad (2D.5.1)
\end{aligned}$$

(2.5.11)を踏まえると、

$$\begin{aligned}
L_M(s) &= T_{yM} L(s) T_{yM}^T \\
&= T_{yM} \begin{bmatrix} \Gamma_T \\ -\frac{\Gamma_T}{I} \\ I \end{bmatrix} (A_R(s) + I) \begin{bmatrix} A_G(s) \mid A_F(s) - A_Q(s) \end{bmatrix} T_{yM}^T \\
&= T_{yM} \begin{bmatrix} \Gamma_T \\ -\frac{\Gamma_T}{I} \\ I \end{bmatrix} (A_R(s) + I) \begin{bmatrix} A_{GM}(s) \mid A_{FM}(s) - A_{QM}(s) \end{bmatrix} \quad (2D.5.2)
\end{aligned}$$

□

<付録.2D.6 フィードフォワード制御則 N の導出 ((2.5.61)の証明)>
 M の定義(2.5.7)、 $G_w(s)$ の定義(2.2.87)に、(2.2.63)、(2D.3.8)などを用いた変形を施す。

$$N = -MG_w(0)$$

$$\begin{aligned}
&= - \left[\begin{array}{c|c} -R_m & 0 \\ \hline 0 & \Gamma_s^{-1} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} B_s & B_V \Phi_T + A_T Q^T \\ \hline I & -\Gamma_T \end{array} \right] \left\{ - \left[\begin{array}{c} \Gamma_T \\ \hline I \end{array} \right] Q A_T^{-1} [B_V \Phi_d + B_S \Gamma_d \mid B_H + B_S \Gamma_H] + \left[\begin{array}{c|c} \Gamma_d & \Gamma_H \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] \right\} \\
&= - \left[\begin{array}{c|c} -R_m & 0 \\ \hline 0 & \Gamma_s^{-1} \end{array} \right] \left\{ - \left[\begin{array}{c|c} B_s \Gamma_T + B_V \Phi_T + A_T Q^T & \\ \hline 0 & \end{array} \right] Q A_T^{-1} [B_V \Phi_d + B_S \Gamma_d \mid B_H + B_S \Gamma_H] + \left[\begin{array}{c|c} B_s \Gamma_d & B_s \Gamma_H \\ \hline \Gamma_d & \Gamma_H \end{array} \right] \right\} \\
&= - \left[\begin{array}{c|c} -R_m & 0 \\ \hline 0 & \Gamma_s^{-1} \end{array} \right] \left\{ - \left[\begin{array}{c} A_T Q^T Q A_T^{-1} \\ \hline 0 \end{array} \right] [B_V \Phi_d + B_S \Gamma_d \mid B_H + B_S \Gamma_H] + \left[\begin{array}{c|c} B_s \Gamma_d & B_s \Gamma_H \\ \hline \Gamma_d & \Gamma_H \end{array} \right] \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left[\begin{array}{c|c} -R_m A_r Q^T Q A_r^{-1} & \\ \hline 0 & \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} B_v \Phi_d + B_s \Gamma_d & B_H + B_s \Gamma_H \\ \hline \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c|c} -R_m & 0 \\ \hline 0 & \Gamma_s^{-1} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} B_s \Gamma_d & B_s \Gamma_H \\ \hline \Gamma_d & \Gamma_H \end{array} \right] \\
&= \left[\begin{array}{c|c} -R_m A_r A_r^{-1} & \\ \hline 0 & \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} B_v \Phi_d + B_s \Gamma_d & B_H + B_s \Gamma_H \\ \hline \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c|c} -R_m & 0 \\ \hline 0 & \Gamma_s^{-1} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} B_s \Gamma_d & B_s \Gamma_H \\ \hline \Gamma_d & \Gamma_H \end{array} \right] \\
&= \left[\begin{array}{c|c} -R_m & 0 \\ \hline 0 & \Gamma_s^{-1} \end{array} \right] \left\{ \left[\begin{array}{c|c} B_v \Phi_d + B_s \Gamma_d & B_H + B_s \Gamma_H \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c|c} B_s \Gamma_d & B_s \Gamma_H \\ \hline \Gamma_d & \Gamma_H \end{array} \right] \right\} \\
&= \left[\begin{array}{c|c} -R_m & 0 \\ \hline 0 & \Gamma_s^{-1} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} B_v \Phi_d & B_H \\ \hline -\Gamma_d & -\Gamma_H \end{array} \right] \tag{2D.6.1}
\end{aligned}$$

□

<付録.2D.7 フィードフォワード制御誤差行列 $S(s)$ の等価変形 ((2.5.64)の証明) >

まず、各行列の定義、(2.4.4)の $A_s(s)$ 、(2.5.65)の $A_d(s)$ 、(2.5.66)の $A_H(s)$ 、(2D.3.13)の J 、(2.2.67)の B_v 、(2.2.69)の Q 、(2.2.74)の Φ_d より、

$$A_d(s) = A_s(s) J B_v \Phi_d \tag{2D.7.1}$$

$$A_H(s) = A_s(s) J B_H \tag{2D.7.2}$$

が確かめられる。

また、 $S(s)$ の定義(2.5.63)に (2D.3.12) (2D.6.1)などを用いた変形を施し、(2D.7.1)(2D.7.2)を踏まえると、

$$S(s) \equiv G(s)N + G_w(s)$$

$$\begin{aligned}
&= \left\{ \left[\begin{array}{c} \Gamma_T \\ \hline I \end{array} \right] (A_r(s) + I) A_s(s) \left[\begin{array}{c|c} B_r & B_s \Gamma_s \\ \hline \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c|c} 0 & \Gamma_s \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} -R_m & 0 \\ \hline 0 & \Gamma_s^{-1} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} B_v \Phi_d & B_H \\ \hline -\Gamma_d & -\Gamma_H \end{array} \right] \right. \\
&\quad \left. + \left\{ \left[\begin{array}{c} \Gamma_T \\ \hline I \end{array} \right] (A_r(s) + I) A_s(s) \left[\begin{array}{c|c} B_v \Phi_d + B_s \Gamma_d & B_H + B_s \Gamma_H \\ \hline \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c|c} \Gamma_d & \Gamma_H \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] \right\} \right\} \\
&= \left\{ \left[\begin{array}{c} \Gamma_T \\ \hline I \end{array} \right] (A_r(s) + I) A_s(s) \left[\begin{array}{c|c} -B_r R_m & B_s \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c|c} 0 & I \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} B_v \Phi_d & B_H \\ \hline -\Gamma_d & -\Gamma_H \end{array} \right] \right. \\
&\quad \left. + \left\{ \left[\begin{array}{c} \Gamma_T \\ \hline I \end{array} \right] (A_r(s) + I) A_s(s) \left[\begin{array}{c|c} B_v \Phi_d + B_s \Gamma_d & B_H + B_s \Gamma_H \\ \hline \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c|c} \Gamma_d & \Gamma_H \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] \right\} \right\} \\
&= \left[\begin{array}{c} \Gamma_T \\ \hline I \end{array} \right] (A_r(s) + I) A_s(s) \left[\begin{array}{c|c} -B_r R_m B_v \Phi_d - B_s \Gamma_d & -B_r R_m B_H - B_s \Gamma_H \\ \hline \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c|c} -\Gamma_d & -\Gamma_H \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] \\
&\quad + \left\{ \left[\begin{array}{c} \Gamma_T \\ \hline I \end{array} \right] (A_r(s) + I) A_s(s) \left[\begin{array}{c|c} B_v \Phi_d + B_s \Gamma_d & B_H + B_s \Gamma_H \\ \hline \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c|c} \Gamma_d & \Gamma_H \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} \Gamma_T \\ -\Gamma \\ I \end{bmatrix} (A_R(s) + I) A_S(s) [(I - B_T R_m) B_V \Phi_d \mid (I - B_T R_m) B_H] \\
&= \begin{bmatrix} \Gamma_T \\ -\Gamma \\ I \end{bmatrix} (A_R(s) + I) A_S(s) [J B_V \Phi_d \mid J B_H] \\
&= \begin{bmatrix} \Gamma_T \\ -\Gamma \\ I \end{bmatrix} (A_R(s) + I) [A_d(s) \mid A_H(s)] \tag{2D.7.3}
\end{aligned}$$

□

<付録.2D.8 最終スタンドプロセス伝達関数の近似表現 (2.6.37)>

(2.6.35)の最終スタンドプロセスの入出力関係を変形する。

$$\begin{aligned}
G_L(s) &= \begin{bmatrix} \gamma_{bn} & \gamma_{fn} \\ 1 & 0 \\ \gamma_{bn}\pi_{hn} & \gamma_{fn}\pi_{hn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1(s) \cdots b_{n-1}(s) & 1 & 0 \\ b_1(s) \cdots b_n(s) & b_n(s) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} sa_0(s) & 0 & 0 \\ 0 & a_{n-1}(s) & 0 \\ 0 & 0 & sa_n(s) \end{bmatrix} \\
&\quad \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & \gamma_{Sn}(1 - \alpha_n) & -1 - \beta_n + (1 - \alpha_n)\gamma_{Hn} \\ 0 & \gamma_{Sn}\alpha_n & \beta_n + \alpha_n\gamma_{Hn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \gamma_{Sn} & \gamma_{Hn} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{Sn}\pi_{Sn} & \gamma_{Hn}\pi_{hn} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \pi_{hn} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{bn} + \gamma_{fn}b_n(s) & \gamma_{bn} + \gamma_{fn}b_n(s) & \gamma_{fn} \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} sa_0(s)b_1(s) \cdots b_{n-1}(s) & 0 & 0 \\ 0 & a_{n-1}(s) & 0 \\ 0 & 0 & sa_n(s) \end{bmatrix} \\
&\quad \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 - \alpha_n & -1 - \beta_n \\ 0 & \alpha_n & \beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{Sn} & \gamma_{Hn} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \gamma_{Sn} & \gamma_{Hn} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{Sn}\pi_{Sn} & \gamma_{Hn}\pi_{hn} \end{bmatrix} \tag{2D.8.1}
\end{aligned}$$

ここで、付録.2C.1などから各影響係数の大きさを踏まえると次式が成り立つ。

$$|\gamma_{fn}b(j\omega)| \ll |\gamma_{bn}| \quad \text{for } \forall \omega \ll (p_n\delta_n)^{1/2} \tag{2D.8.2}$$

$$|j\omega a_0(j\omega)b_1(j\omega) \cdots b_{n-1}(j\omega)| \ll |a_{n-1}(j\omega)| \quad \text{for } \forall \omega > 0 \tag{2D.8.3}$$

従って、(2D.8.1)は次のように近似的に変形できる。

$$\begin{aligned}
G_L(s) &\cong \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \pi_{hn} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{bn} & \gamma_{bn} & \gamma_{fn} \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a_{n-1}(s) & 0 \\ 0 & sa_n(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 - \alpha_n & -1 - \beta_n \\ 0 & \alpha_n & \beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{Sn} & \gamma_{Hn} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
&\quad + \begin{bmatrix} 0 & \gamma_{Sn} & \gamma_{Hn} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{Sn}\pi_{Sn} & \gamma_{Hn}\pi_{hn} \end{bmatrix} \tag{2D.8.4}
\end{aligned}$$

さらに、

$$|\gamma_{bn}a_{n-1}(j\omega)(1-\alpha_n)| \gg |\gamma_{fn}j\omega a_n(j\omega)\alpha_n| \quad \text{for } \forall \omega \ll (p_n\delta_n)^{1/2} \quad (2D.8.5)$$

$$|\gamma_{bn}a_{n-1}(j\omega)(-1-\beta_n)| \gg |\gamma_{fn}j\omega a_n(j\omega)\beta_n| \quad \text{for } \forall \omega \ll (p_n\delta_n)^{1/2} \quad (2D.8.6)$$

であることを用いると、(2D.8.4)は次式のように変形できる。

$$G_L(s) \equiv \begin{bmatrix} \gamma_{bn} \\ 1 \\ \gamma_{bn}\pi_{hn} \end{bmatrix} a_{n-1}(s) \begin{bmatrix} -1 & 1-\alpha_n & -1-\beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{Sn} & \gamma_{Hn} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \gamma_{Sn} & \gamma_{Hn} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{Sn}\pi_{Sn} & \gamma_{Hn}\pi_{hn} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{-\gamma_{bn}P_{n-1}}{s-p_{n-1}t_{n-1,n-1}} & \gamma_{Sn} \frac{s-p_{n-1}\hat{t}_{n-1,n-1}}{s-p_{n-1}t_{n-1,n-1}} & \frac{\gamma_{Hn}(s-p_{n-1}\hat{t}_{n-1,n-1})+(-1-\beta_n)\gamma_{bn}P_{n-1}}{s-p_{n-1}t_{n-1,n-1}} \\ \frac{-P_{n-1}}{s-p_{n-1}t_{n-1,n-1}} & \gamma_{Sn} \frac{(1-\alpha_n)P_{n-1}}{s-p_{n-1}t_{n-1,n-1}} & \frac{\{-1-\beta_n+(1-\alpha_n)\gamma_{Hn}\}P_{n-1}}{s-p_{n-1}t_{n-1,n-1}} \\ \pi_{hn} \frac{-\gamma_{bn}P_{n-1}}{s-p_{n-1}t_{n-1,n-1}} & \pi_{Sn}\gamma_{Sn} \frac{s-p_{n-1}\hat{t}_{n-1,n-1}}{s-p_{n-1}t_{n-1,n-1}} & \pi_{hn} \frac{\gamma_{Hn}(s-p_{n-1}\hat{t}_{n-1,n-1})+(-1-\beta_n)\gamma_{bn}P_{n-1}}{s-p_{n-1}t_{n-1,n-1}} \end{bmatrix} \quad (2D.8.7)$$

□

参考文献

- *1 美坂佳助：コールドタンデムミルの影響係数，塑性と加工，8(1967)，75，p.143/155
- *2 S.Tajima, K.Kondou, K.Yoshida, K.Morita: Development of a New Type AGC System for a Tandem Cold Mill, Iron and Steel Engineer, 6(1981)，p43/48
- *3 川上了也，美坂佳助，川上義弘，近藤勝也：張力・板厚制御ーコールドタンデムミルの建設Ⅱ，14-155(1973)，p976/987
- *4 鎌田正誠：コールドタンデムミル圧延の総合特性の解析，鉄と鋼，67-15(1981)，p71/80
- *5 谷清博，鈴木栄一，菊池弘介，鷲田武宣，岡下博，北村章：冷延タンデムミルにおける板厚制御システム，R&D神戸製鋼技法，38-3(1988)，p70/74
- *6 W.J.Edwards: Design of Entry Strip Thickness Controls for Tandem Cold Mills, Automatica, 14(1978)，p429/441
- *7 山田武，木村英紀：冷間圧延機の変数制御，計測自動制御学会論文集，15-6(1979)，p647/653
- *8 M.Humpich, J.P.Marmorat : Multivariable Optimal Control in Cold Rolling the State Space Approach, Proceedings of the 4th International Rolling Conference, 1987, pE27.1/9
- *9 P.Masson : A New Approach to the Behaviour of a Cold Rolling Tandem Mill: Study and Simulation of a Multivariable Control, Le Revue de Metallurgie, 1991, p861/867
- *10 星野郁弥，木村英紀：オブザーバを用いたアルミニウム圧延機の板厚制御，計測と制御，27-4(1988)，p325/332
- *11 北村章，小西正躬，内藤雪夫：冷延タンデム圧延機の分散型変数板厚制御，システム制御情報学会論文誌，4-4(1991)，p140/154
- *12 服部正志，谷口政隆，小野寺有司，植山高次，吉野英樹，蔵田喜輝，大西忠治，寺崎忠男：冷間圧延機の最新圧延制御システム，製鉄研究，339(1990)，p46/p55
- *13 大井俊哉，西村文生，吉岡大祐，柳多徹郎，江藤学，伴誠一：鹿島第2冷延板厚制御技術の概要，材料とプロセス，7(1994)，p1444
- *14 山下道雄，磯辺邦夫，鎌田征雄，斉藤輝弘，山田恭裕：動的影響係数モデルによる冷間タンデムミルの板厚変動解析，平成6年度塑性加工春季講演会予稿集，1994,p21/24
- *15 谷口弘志，川崎順一，大西忠治，寺崎忠男，平山眞一，井ノ口齊亮，谷口政隆，服部正志：最新冷間圧延機における板厚制御システム，鉄と鋼，79(1993)，p29/p32
- *16 重松健二郎，富沢淳，金子亨，松重武彦，西村文生，江藤学，大井俊哉，鷲北芳郎：高精度・高性能冷延鋼板圧延技術の開発，鉄と鋼，83-1(1997)，p54/59
- *17 鞍掛浩，土田尚史，水島成人，上村敦朗，赤木功：冷延タンデムミルにおける板厚・張力非干渉制御システムの開発，材料とプロセス，11(1998)，p262
- *18 川口忠雄，片山健史，柏葉勝彦：冷間圧延機の最適制御，計測自動制御学会論文集，17-2(1981)，p22/29
- *19 森田徹，小西正躬，北村章：変数制御をもちいた板厚制御の非干渉化，R&D神戸製鋼技法，33-2(1983)，p51/55
- *20 鷲北芳郎，大井俊哉，鎌田俊二：冷延タンデムミルの板厚制御特性とAGC設計，材料とプロセス，12-5(1999)，p988/991
- *21 T.Ooi, Y.Washikita: Analysis of Gage Control Process for Cold Rolling Mill, Trans. of SICE, 39-8(2003)，p777/785

- *22 H.Kuhn, P.Michels, K.Nortersheuser, M.Warnecke: Modernization of the 6-stand tandem cold rolling mill at Rasselstein Hoesch GmbH, Stahl und Eisen, 121(2001), p33/39
- *23 村地俊彦, 清家孝哉: 連続冷間圧延機における板厚制御の進歩, 材料とプロセス, 12-5(1999), p984/987
- *24 近藤勝也, 大井俊哉, 小峰一晃, 竹本裕, 伊山彰一: 冷間圧延機の自動形状システムの開発, 塑性と加工, 33-374(1992), p241/246
- *25 D.W.Dendle: A Review of Automatic Control Systems for Cold Tandem Mills, Steel Times International, 3(1979), p78/85
- *26 日本鉄鋼協会圧延理論部会: 板圧延の理論と実際, 日本鉄鋼協会, 1984, p33/42