退官記念講演

UDC 539.3(042)

材料力学の大きな体系における小さな仕事

Some Small Works in the Large Field of Applied Mechanics

大　井　光四郎*

Koshiro OI

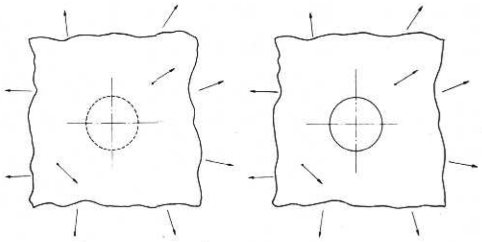
1. はじめに

材料力学というものは，非常に大きいものでございます．例えば機械学会だけをとりましても，春秋の大会にそれぞれ400編くらいの論文が発表されておりますが，材料力学と名乗るものが四割くらいあります．材料力学以外のものは大体機械プロパーなものと考えられます．材料力学に関係する論文は機械学会のほかに土木学会，建築学会，材料学会，それからそこにおられる鈴木先生が面倒を見ておられる塑性加工学会とか，ほかに多数の学協会においても発表されております．我々の研究所においても材料力学に関係しておられる先生は10人以上あると思いますが，それでも材料力学の全分野はカバーしきれていないように思います．材料力学の分野というのはまことに大きいものでございますが，私はその隅の方でちょこちょこと仕事をしてまいりました．定年退官に際して何か話をせよとのご命令を頂きましたので，挫折成功を含めて私の研究歴の正直な報告をいたしたいと思います。

さて，物事という言葉がございます。こういう「物事とは何ぞや」というような哲学的問題は和尚様として高い位を持っておられる武藤所長にうかがうべき事柄かと存じます．しかし所長先生はご多忙なので私は辞書を引きました．新村先生の広辞苑では一行ですんでいるのです．「ものとことと，一さいの事物」，これだけです．事物というのは物事の漢字の順序を逆にしただけです．物事などというのは古めかしい言葉でございますが，これをハードウェア，ソフトウェアといえばモダンな表現になります．研究面から申しますと，ハードウェアは実験，ソフトウェアは理論ということになるかと思います．そこにおられる山口先生違いますでしょうか．そこでまずソフトの面からお話申し上げることにいたします．

2. ソフトウェア・その1

図1は円孔を持つ平板です．左の図は孔を明ける前，右の図は孔を明けた後の図です．スチールの板とお考え



孔のないときに $\begin{cases}\sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \tau_{r\theta}\end{cases}$　円孔の周辺で $\begin{cases}\sigma'_r = 0 \\ \sigma'_\theta = 2(\sigma_\theta - \sigma_r) + (\sigma_x + \sigma_y)_0 \\ \tau'_{r\theta} = 0\end{cases}$

図1　円孔のある無限平板

下さい．この板の面内にいろいろな外力が作用していて，いわゆる平面応力の状態になっています．このときの応力分布を求めるのが問題です．円孔の中心に原点をとり極座標で応力を表わします．同一の外力の分布で，孔のない平板の応力分布は良く知られていました．これをσ_r，σ_θ，$\tau_{r\theta}$とします．ここで円孔があると応力分布が変ります．どう変るかが問題点です．これは元の応力分布の応力関数から，微分と反転によって導かれることを見つけました．むかし千葉の第二工学部時代東京に住んでいる人のために宿舎に泊ることができる制度がありました．いまの問題は宿舎のふとんの上で一晩で仕上げました．この調子で行くと1年に300編余りの論文ができ上がるわけでございますが，薄才のためそうはまいりませんでした．主な結論を申し上げますと，われわれがもっとも関心のある孔の周辺の応力σ'_r，σ'_θ，$\tau'_{r\theta}$は孔のない同じ点の応力から次の式によって得られます．

$$\sigma'_r = 0$$
$$\sigma'_\theta = 2(\sigma_\theta - \sigma_r) + (\sigma_x + \sigma_y)_0$$
$$\tau'_{r\theta} = 0$$

ここで$(\sigma_x + \sigma_y)_0$というのは孔のないときの原点における主応力和を意味します．

3. ソフトウェア・その2

次に取り組んだのは円環殻の問題でございます．図2のような薄肉のドーナツ状のシェルの力学的挙動の解析で，当時難問とされていました．当時は電子計算機もなく，もっぱら式による計算と手廻し計算機でした．

問題自身はなんでもないのです．複素係数を含む2階

*東京大学生産技術研究所　第1部

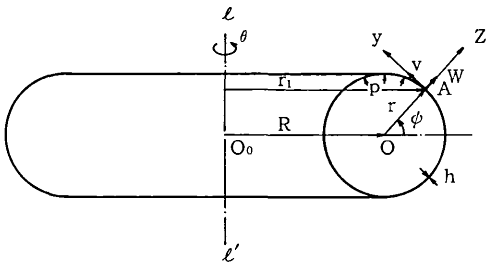


図2　円　環　殻

の常微分方程式を解くことだけなのですけれども $\lambda=r/R$ が1に近くなったり，t/r が小さくなると級数の収束が悪くなって計算が困難になります．そのころすでにルンゲ・クッタ法のような微分方程式の数値積分法がありましたが，悪い条件の微分方程式に適用すると誤差も大きくなります．そこを

$$\frac{\pi^2}{6}=\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\cdots\cdots+\frac{1}{n^2}+$$

で代表されるような微妙な数学の式を用い，手廻し計算機を多数並列に運転して，何とか解法を提案し，鵜戸口先生のお世話で学位を頂きました．しかしその後電子計算機が出現し，この種の解法の工学的な意義は薄くなりました．しかし有限要素法もその能力に関し反省期にはいったので，このような計算法も息を吹き返すかも知れないと思います．

4.　ハードウェア・その1

今度はハードウェアのお話に移ります．図3はワイヤ・ストレインゲージです．この四角いのは薄い合成樹脂の

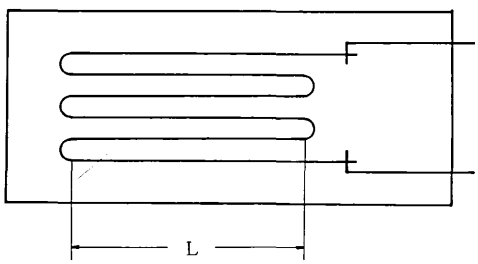


図3　ワイヤ・ゲージ

膜みたいなものです．この上に細い抵抗線がうねうねと接着されておりまして，それにゲージリードが半田付けされています．細いというのは直径が25 μまたはその半分くらいのものとお考え下さい．これをひずみを受ける物体の表面に接着しておきます．物体が外力を受けて変形しますと，物体の表面が少しではありますが，のびちぢみします．それが接着してある抵抗線に伝わって，線の電気抵抗が変化します．この抵抗変化を測定すると，逆に物体ののびちぢみが判り，これに物体の弾性率を用いて計算しますと，物体のなかに生じている応力が判ることになります．これはアメリカにおいて発明されたもので，戦時中，日本が打ち落したアメリカの飛行機にこのような得体の知れないものが貼ってあったというようなことがありました．ある時沢井教授が私にこんなものがあるよと話をされました．私もこれは面白いなと思いこれに取りついたわけでした．

戦後ストレインゲージに関しましては，船舶関係のグループ，これは吉識先生を中心にして，小林韓治さんや生研の安藤先生も加わっておられたように思いますが，船屋さん方，鉄道技術研究所のグループ，これには多田美朝さん，中村和雄さんなどがメンバーだったと思います．それにもう一つ我が生産技術研究所では池田健先生が高木昇先生の協力をえて，いち早く業績をあげられました．当時高木先生の所に非常に有能な助手がおられました．それは今の尾上教授です．実際は池田・高木の両教授は指示されただけで，具体的には尾上先生が万事をやられたのではないかと想像しております．ほかにもいくつかの研究グループがありました．私はそのなかでいつも後手にまわってばかりいました．もっとも先発の三グループもあまり威張れたものではなく，アメリカの後手ではなかったかと思います．やっと先手が取れたのは次に申し上げます摩擦型ひずみゲージであります．

生研の良い点であると思いますが，何か問題がありますと，先生方が協同してその解決に当るという慣例があります．鈴木先生・亘理先生・石原先生・安藤先生・千々岩先生などのグループに私も加えていただきまして，トラブルのある現場を見に行きました．振動している回転機について先方のエンジニアが質問すると，振動の専門家である亘理先生は，用意しておられたポータブルの振動計を軸受けあたりにちよいと乗せて，何ミクロン振動しているなどその場で云われるのです．すると先方の人は私の方を向いてこれでこわれるかと質問されるのです．私は表向きは材料強度を専門にしていることになっていますから立派な答をしたいのですが，何ミクロンの振幅だけでは何も答えられません．たいそう口惜しいことでございました．そこでひずみ振幅をその場で測定できる装置を作ろうと思いました．その結果は図4のようなものでございます．図の一番上にあるのはポリエステル・ベースのストレイン・ゲージです．これには摩擦力を増すためにエメリーの粉をぬってあります．その次の

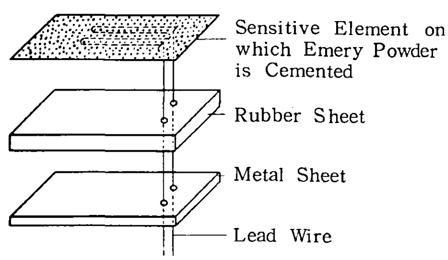


図4　摩擦型ゲージの構成

ものはゴムの板です．一番下のものは金属の板です．この三者を一体に接着して，振動している物体に押しつけると物体の振動ひずみはかなり正確にゲージの抵抗線に伝達されます．このゲージを適当な計器に接続すると，ひずみ振幅がメータで直読できることになります．このゲージは静的測定にも適用できます．図5はこのゲージの静的な検定の結果の例でございます．図の横軸は与え

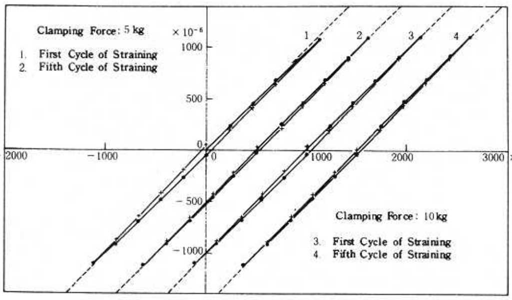


図5　摩擦型ゲージの静的特性

たひずみ，縦軸はゲージの出力の読みで，両者の関係が45°になると，ゲージは正確にひずみに追随していることになります．ゲージを押しつける力を一定に保ち，ひずみを繰返して与えますと，第1回目は多少すべりますが，2回目，3回目と段々すべり方が少なくなります．

このゲージと組んで振動ひずみを直読するために，当時としては新しかったトランジスタを使ったポータブルな計器を作りました．これに関しては安達先生にたいそうお世話になりました．図6はその計器の周波数特性で高周波の方はわざと特性を落してあります．図7は200 Hzの音叉に適用した場合の出力波形で，正常にたたいた場合には正弦波が観察されますが，いじわるくたたきま

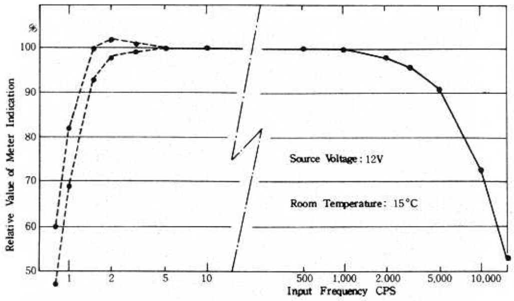
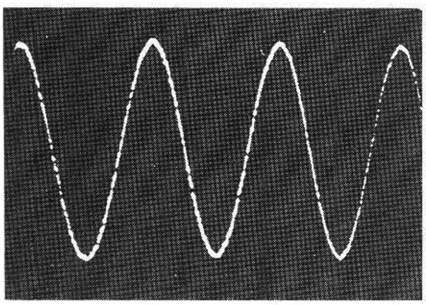


図6　メータ指示の周波数特性



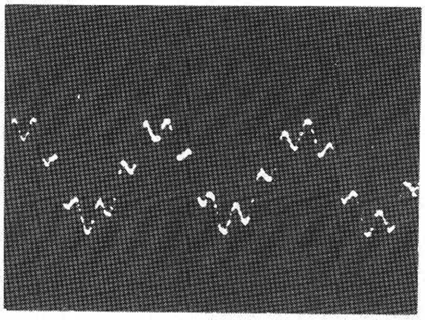


図7　音叉に適用した場合

すと高周波成分が出ます．この種の摩擦型ゲージについては，また後ほど触れます．

5.　ハードウェア・その2

ストレイン・ゲージはその構造から，速い現象にもよく追随するものと想像されます．しかし実際にどこまで追随できるかは実験的に確めておかなければなりません．

そのためにまず棒の縦衝撃のことを簡単に申し上げます．相等しい2本の鋼の棒が左右からそれぞれvの速さで近付いてきて衝突したとします．図8のAは近付いて

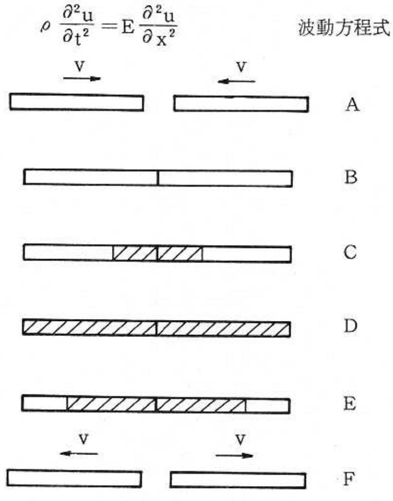


図8　相等しい棒の弾性衝突

いる所，Bは衝突した瞬間，Cはその後少し経過したときの状態で，ハッチした部分は完全に静止している部分で，白い部分は棒の先端で悲劇が発生したことをまだご存じなく，依然としてvの速さで走っている部分でございます．ハッチした部分の波頭は音速$c=\sqrt{E/\rho}$の速さで伝わります．白い部分は波頭に直面したときにがくぜんとして止ります．以後Dのように一旦全部が静止して次の瞬間から逆に走り出しまして，結局棒は再びvの速さで分かれていきます．これは棒の振動方程式

$$\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=E\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{1}$$

から導かれる結果でございます．このときにハッチした部分の圧縮応力は

$$\sigma=\frac{v}{c}E$$

となります．音速 c は鋼の場合約5100 m/sec であります．

ドイツのFinkという先生が上のことを利用してゲージの追随性に関する実験をされました．２本の棒を同時に走らせるのは面倒ですから，１本は１ｍくらいの長さの棒とし，これを垂直に立てておき，他の１本は20㎝くらいの棒で，これを上から落下させて衝撃を発生させます．理想的に行けば長い棒のなかを短い棒の長さの２倍の長さの長方形状の波が走ることになります．これをゲージによって測定して，ゲージの追随性をしらべようとするわけでございます．図９（ａ）は棒のなかに発生する理想的な立ち上がりを持つひずみの波とします．これをゲージ長 L のゲージで測定しますと，ゲージが完全に動作するとしても波頭がゲージの長さ L を通過するのに L/c の時間がかかりますから，同図（ｂ）のような結果を得ることになります．実際にはいろいろな事情から波形はさらになまって図（ｃ）のようになります．この

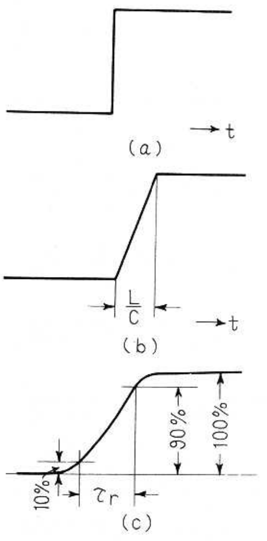


図９　ステップ入力に対する応答

ような立ち上がりの鋭さを表わすのに，波の全体の高さの10％から90％までの時間を立ち上がり時間 τ_r といってこれを比較のために用いるのが通例であります．図（ｂ）のような場合は $\tau_r=0.8\ L/c$ となります．これはゲージ長が０でない限り止むを得ない数字であります．Finkの場合は $L=20$ ㎜でしたから，$\tau_r=3.2\ \mu s$ はかかることになります．実験の結果は τ_r は17 μs 程度になっています．先程いろいろな事情で波形がなまると申しましたが，第１には波動方程式(1)は波長が棒の太さと同程度になりますと厳密には成り立たなくなること，および実験の便宜上落下する棒の端面を少し丸めてあることが立ち上がり時間を長くしている原因であると思います．

アメリカのCunnighamとGoldsmithという先生方は同じく静止している棒に鋼球を衝突させて，立ち上がり時間を７ μs まで短縮しました．同じくアメリカのNisbetという先生は，多分音響関係の方だと思いますが，短い棒を電磁的に駆動して，静的なゲージ率は５％以内の精度で23 KHzまでは適用できると報告されています．

鋼のぜい性破壊は非常に短時間に行われます．クラックの伝ぱ速度は音速の数分の一とされています．これを利用してゲージの立ち上がりをしらべてみました．図10は直径５㎜のピアノ線です．これに谷径約2.5㎜のノッチ

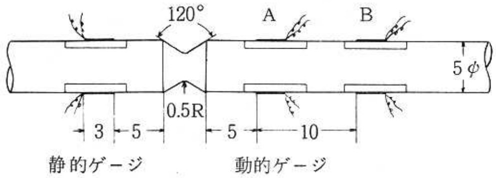


図10　ノッチつき試験片

を付けまして，その付近を高周波焼入れをしてもろくしておきます．これにゲージを接着しまして，材料試験機に掛けて静かに引張ります．荷重がある大きさになりますと棒はノッチ部で突然破断します．この場合Finkの実験とは反対に，引張りを受けている棒の応力が突然開放されて応力０の波が棒の中を走ります．これによりゲージの立ち上がりを調べるわけです．その結果３㎜のゲージを用いて立ち上がり時間が1.6 μs（図11），つまり

$$\tau_r=0.8\ L/c+1.1\ \mu s$$

となりました．さらに条件を変えて実験し，またこのよ

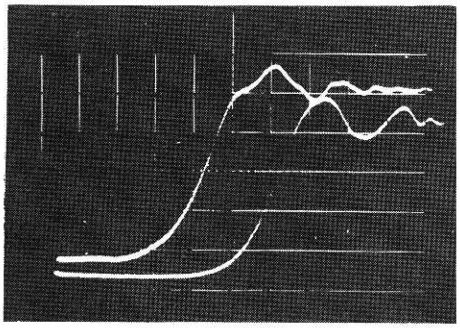


図11　追随性の実験

うにして得られる波も，クラックがノッチの所を横断するのにも時間がかかることを考慮に入れて，ゲージ自体の立ち上がり時間として

$$\tau_r<0.8\ L/c+0.5\ \mu s$$

という結論を提案しました．

その後この報告をアメリカのBickleという人が検討して，大井は安全率を大きく取り過ぎている．

$$\tau_r<0.8\ L/c+0.1\ \mu s$$

として差支えないと言い出しました．実は私の論文を英語で発表したときに，0.5 μs は大き過ぎるかなと内心思っていたのですが，英語で討論するのが自信がないので少し安全側の数字を出して置いたのです．だらしのないことだったと悔んでおります．しかしBickleの推論も十分に説得的ではなく，現在までのデータでは0.1 μs というのは大胆過ぎるような気も致します．0.2 μs くらいが良い所かと思います．

6. ハードウェア・その3

糸川先生がロケットをやっておられました．初期にはいろいろお手伝をさせて頂きました．たとえば地上燃焼試験のときの推力計です．容量は50 t で試作品の精度が思わしくないから検討するようにとの事でした．推力計は簡単なものですけれども，両端面の影響が意外に大きく，そのために計測用の円筒の長さを十分に取らなければなりません．ロケットの作業は分業で，日程がきびしく定められています．そこで大急ぎで設計を改めて間に合わせたことがありました．背たけの低い荷重計は一般に精度良く作るのが困難でありますが，その頃ある会社からプレスの圧下力の測定を依頼されました．それはフェライト・コアを作るプレスで製品を均一にするために，圧下力を管理したいということでした．既設のプレスに使用するので容量は10 t，厚さは20㎜以内というほかにいくつかの条件が付いていました．そこで図12のような荷重計を作りました．これは鋼製の円輪で，その一つの

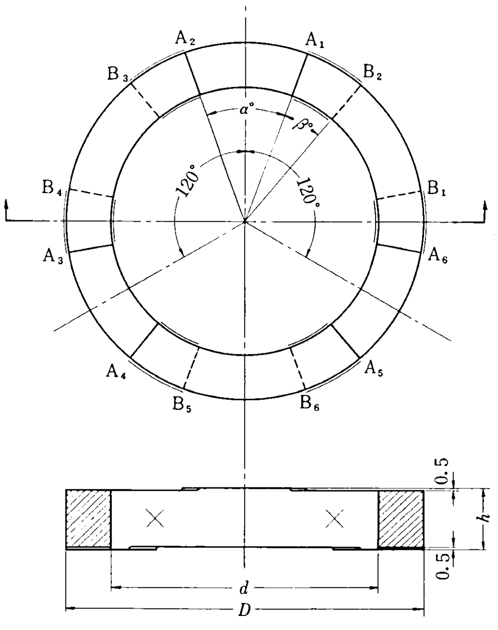


図12　リング型荷重計

面には 120° の角度をなして3個の島状の突起があり，その裏の面には表の島の中間の位置に同様な突起がついています．島と島との間の円輪の側面の部分には，せん断力を測定できるようにゲージを接着します．普通の着想では曲げを測定するのですが，それでは精度が悪くて使いものになりません．これで1％以内の誤差で測定できることになりました．

図13は同じく背たけの低い大容量の荷重計をねらった測定素子で，前者より精度はずっと良くなります．

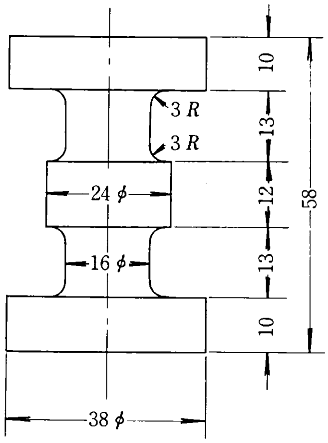


図13　大容量荷重計素子

ロケットに関しましては，積載計器の衝撃試験とか，ロックーン用風船の強度とか，ほかにもいろいろお手伝しましたが，省略させて頂きます．ただ風船の強度に関しては，岡本智さんがその後長く研究を続けられ学位を取られたのは結構なことでした．

7. ハードウェア・その4

また話を摩擦型ゲージにもどします．先程お話ししましたのはポリエステル・ベースのワイヤ・ゲージについてでした．年が経過するとともにはくゲージが市場に出てきました．私はかねがね摩擦型ゲージに対しては，ワイヤ・ゲージよりもはくゲージの方が向いていると感じておりましたので，メーカーにはくゲージで試作してみるように依頼しました．メーカーというものは気が早いもので，試作したゲージとともにカタログまで作って持って来ました．ところで試作品を試験してみるとたしかに以前より良くなってはいるのですが，新しいカタログに記載されている程の性能が出ません．はくはずい分薄く6 μ くらいの厚さですが，ヤング率が高いので，剛性が高く，小さな摩擦力では引張り切れず，特性が十分でありません．そこで図14のようにはくのフィラメントの端にループ状の力学的助走区間をつけてみました．助走区

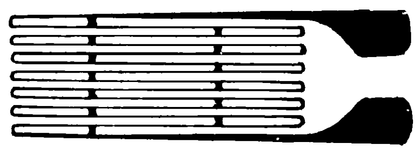


図14　ループつきゲージ

間をつけることは原板のパタンを起こすだけで，製作工程が増すことはありません．そのようにした結果特性はカタログ以内に収まりました．

はくゲージにループを設けることは電気的には問題がなく，力学的には特性が改善されます．はくゲージの構造は厚さ40μくらいの合成樹脂の膜の上にヤング率が数十倍も大きい抵抗はくが接着されております．はくの厚さはベースのそれの1/6くらいですが，両者の剛性の差のためにいろいろな力学的問題が発生します．ゲージは力学的問題の解決に広く役立ってきましたが，「こうやのしらばかま」と申しますか，ゲージ自身のなかに発生している力学的トラブルのことを心配してくれた人はありませんでした．幸いに最近有限要素法という有力な武器が使われてきました．そこでゲージの内部の問題にこれを適用してみることにしました．

図15は計算のためのゲージの簡単な二次元モデルです．ゲージの下面に一定のひずみε_0を与えます．図16はそのひずみがどの程度正確に抵抗はくに伝達されるかを示します．また図17にそのときベース中に生じているせん断ひずみの大きさを示します．有限要素法の常として，はくの端部のように力学的に不連続性がある点の付近に生ずるひずみの計算値は要素分割のメッシュの細かさに関係しますから，値そのものはあまり意味がありません．

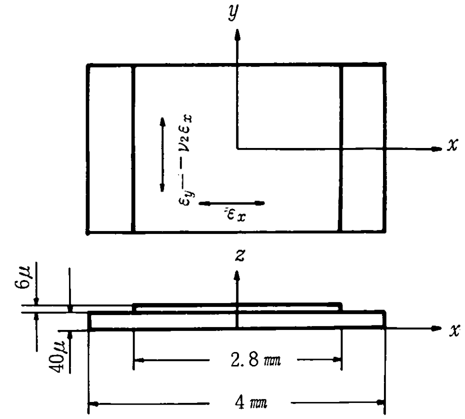


図15　簡単な二次元モデル

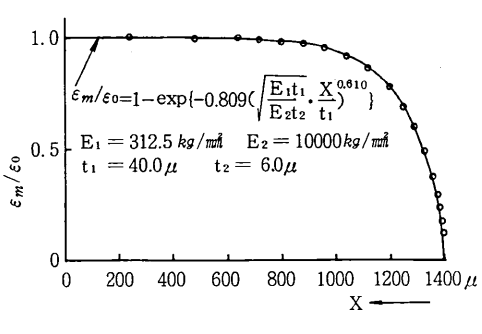


図16　抵抗はく中に生ずるひずみ

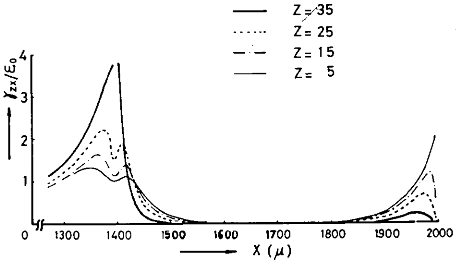


図17　ベース中に生じているせん断ひずみ

ただし比較のためには役に立ちます．図16はゲージ率のばらつきに，図17はゲージの指示値のクリープに関係します．ループの存在は前者に対しては特性の良い所だけをひずみの測定に参与させることになり，後者に対してベース中の応力的にトラブルの多い部分を避けて測定に用いることになります．一般にゲージ長が短いものほどゲージの特性が悪くなるとされています．ループはこれをかなり改善することになります．

次に三次元解析をも行いました．この解析の目的は主として次の2点にあります．

(1)　はくの存在がベースに生ずるひずみに及ぼす影響の範囲，これははくの寸法に対し合理的なベースの寸法に関する知見を与えます．

(2)　ループなしのゲージの折返しタブの合理的な形状の決定および，それとループつきの場合との比較．これに関して図18のまんなかのものが推賞されることになりました．

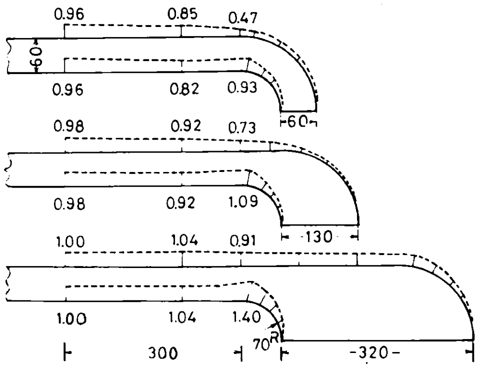


図18　折り返しタブの形状

この問題に関しては市販のゲージには設計上の方針がぜんぜん無いように見受けられます．ループつきの場合はこの種の問題に関しては気を使う必要はあまりありません．

ゲージ率のばらつきに関しては数字が並ぶだけであまり面白くありませんから，ここではクリープの実験結果についてだけ申し上げます．図19は200℃，ひずみレベル1200×10^{-6}の結果で，L－1はループつき1㎜，ポリイミド・ベースの結果，A－1は同一の手法により作ら

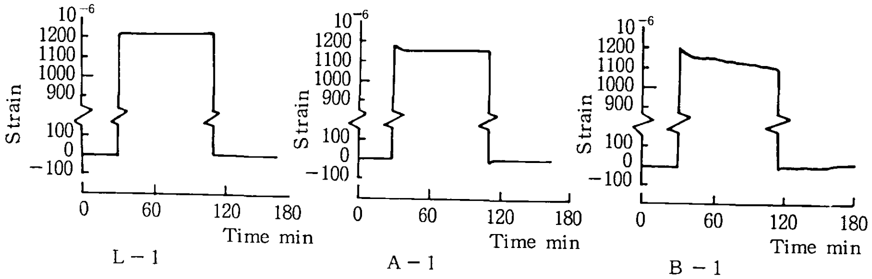


図19　200℃のときのクリープ試験結果

れたループなしのゲージ，Ｂ－１は別のメーカーのループなしのゲージの結果で，ループの効果は歴然としています．

終りに疲労試験の結果の例について申し上げます．使用した試験機は研究室で設計，生研の試作工場で製作したもので，とくにひずみ板には６ Aℓ 4V の強力チタン合金を使用しています．この合金は機械加工が困難とされていますが同工場の菊地氏が苦心して立派に加工されました．ゲージには$\pm 1500\times 10^{-6}$の繰返しひずみを与え一系列の試験は300万回で打切っています．

疲労試験の結果についてはあまり細目にわたりますし，時間も来ましたので１例をお目に掛けるだけで他は省略させて頂きます．図20はループの有無とゲージの上にフイルム・カバーの有無の疲労特性に及ぼす影響をしらべたもので，ループつき，カバーつきが良いという結論を与えています．

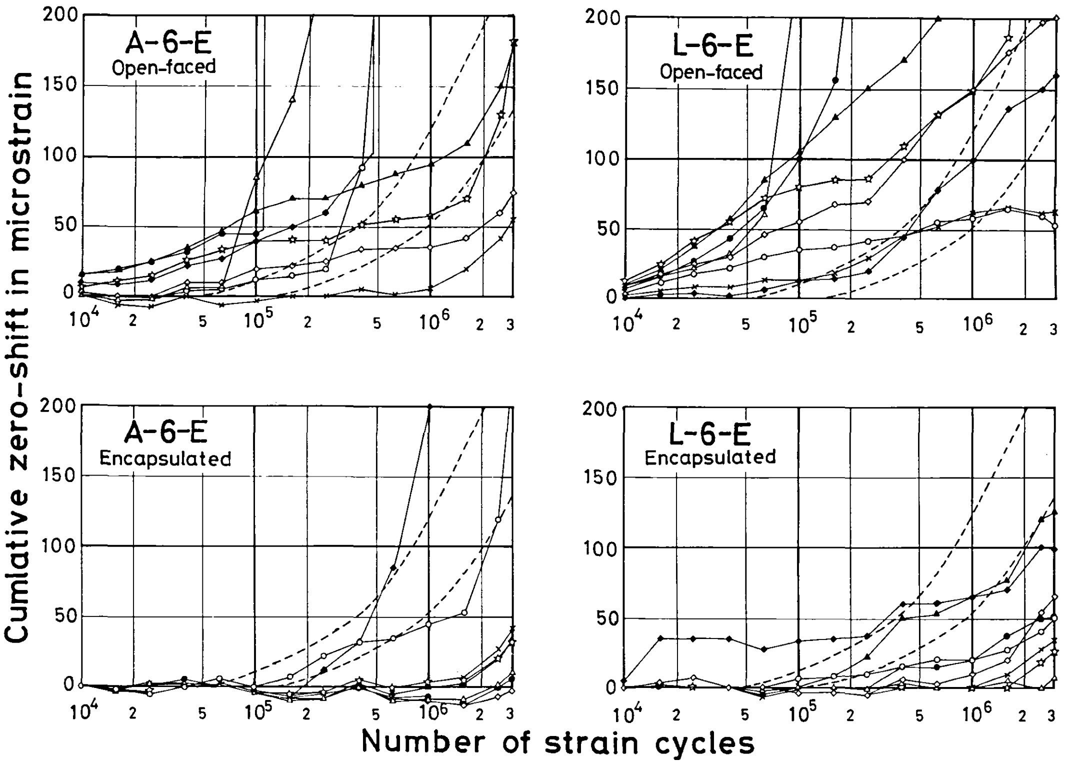


図20　疲労試験結果の例

おわりに

私はあまり能力がなくて，非常に立派な研究環境に置かれながら，およそ今日申し上げた程度のことしかできませんでした．しかし今日も申し上げた通り良い先輩，同僚がおられていろいろ助けて下さいましたので多少の仕事は出来ました．また小倉・平野・鈴木という良い助手や出来の良い学生にも恵まれましたことを感謝しております．

ご静聴有難うございました．

（1976年６月７日受理）