

ガラスの圧痕の有限要素法解析¹⁻²⁾

Finite Element Analysis of Indentation of Glass.

安井 至*・今岡 稔*

Itaru YASUI and Minoru IMAOKA

ガラスの硬度測定の際生成する圧痕については、塑性変形にもとづくものと考えられているが、その際densificationも起り、その生成過程、ガラスの物性と硬度との関係など、まだ多くの問題が残されている。そこで有限要素法を使って、圧痕生成過程の解析を行い、ガラスの圧痕の諸問題について新しい角度からの検討を試みた。

1. ま え が き

既報「ガラスの強度」(生産研究 21 55(1969))の中にも述べられているように、本来十分大きな強度をもっているガラスが、実際にはむしろ「われやすいガラス」として受け取られているのは、ガラスが塑性変形を起し難いため、外から受けた衝撃によりクラックが生じやすく、それに応力集中が加わって破壊に至るという、ガラスのいわゆる脆性にその主たる原因がある。ところがこのようなガラスの硬さの測定にも、金属など一般の弾塑性体と同じマイクロビッカース硬度計が使われており、ガラスの表面には圧子による圧痕が形成される。この圧痕の形成について、ガラスにも脆性破壊の起り難い条件では塑性変形を起す、という見方に根強い反対もあったが、走査電子顕微鏡などにより、圧痕周辺に塑性流動にもとづくもり上りが確認されるに至って、¹⁾ ようやくこの問題に決着がついた。しかしガラスに大きな圧縮力を加えた場合、シリカガラスなどでは塑性流動がほとんど見られず、代って密度増加densificationが起ることも知られている²⁾。また、ガラスにビッカースによるピラミッド型の圧痕をつけた際、その4隅や圧痕の底の部分その他にしばしばクラックが発生する。こうしたクラックの中には、圧子を押し込む過程ではなく、取除いた後圧痕周辺に残っている歪によって出来るものも多い³⁾。しかし圧痕内部に潜在的にあると推定されるクラックは、圧痕の形成過程の中で、一つの段階としてクラック発生を伴っている可能性もある。ガラスの圧痕(硬度の値)が雰囲気の影響を受けるという事実は⁴⁾、上記の過程を想定すると説明しやすい。

以上のようにガラスの圧痕形成には色々な要素が入り組んでいて、まだよく解らない部分もあり、測定された硬度の物理的意味についても、必ずしも明確ではない。こうした中でMarsh⁵⁾は、1964年ガラスの硬度と降伏応力との関係を導き出し、一般的方法では測定出来ないガラスの降伏応力の値を推定し、ガラスの究

極的引張り強度もそれに等しいとの立場から、後者について論じた。ガラスの究極的引張り強度は、測定上の困難さもあり、学問的にも実用面からも関心をもたれているが、上述のように測定が容易である、硬度の値から推定出来れば非常に面白い。Marshは圧痕を中心にして生ずる塑性変形領域を球対称と仮定し、弾塑性体に対するHillの球殻理論⁶⁾を使って、硬度Pとヤング率Eおよび降伏応力Yとの間の関係式を導き出し、それに合せて上記各物性値の解っている金属、その他各種材料のデータを使い、実験式を作った。したがってこのMarshの式の理論的背景には、曖昧さや問題点も残っているが、なおかつこれが注目される所以は、この結果として求められた降伏応力値と、空气中・常温での引張り強度としては、一応究極値と推定される、Thomas¹⁰⁾によって求められた強度値とが、きわめてよく一致する点にある。

上述のようにガラスの圧痕については、その形成過程や塑性変形量、歪の分布など解っていない問題も多々あり、また降伏応力値を推定することも、十分検討に値する興味あるテーマである。そこでこの圧痕の形成過程を有限要素法を使って解析してみることにした。有限要素法については周知の通り、構造材料その他の分野で広く活用され、その有効性は十分実証済みであるが、それをガラスの、しかもかなりミクロな現象に適用して、十分適確な情報が得られるかどうかは、もちろん吟味する必要がある。ガラスの場合前述のように、単純な弾塑性体とみなすだけでは不十分で、densificationやcrack発生についても考慮される必要がある。しかし有限要素法の計算の中に、それらをどこまで適確に反映出来るかが問題であり、またこの場合、元来近似計算である有限要素法において、それから生ずる誤差をどの程度と考えてよいか断定しがたい。したがってこの計算と併行して、実際のガラスの圧痕を観察し、計算の基礎条件の有効性について絶えず検討してゆく必要がある。ただ現在のところ、有限要素法による計算の方が先行しており、実験による検討資料の集収を急いでいる段階であるが、計算によって得

*東京大学生産技術研究所 第4部

られた結果についても、定性的意味において面白い結果や、明らかになった事柄がいくつかある。それらについて紹介し、若干の説明を加えることとしたい。

2. 有限要素法による計算

有限要素法による計算方法については、当研究所の山田教授らによってすでに十分紹介されており、説明を省略する。実際ここでの計算も上記山田¹³⁾によって展開された計算方法を使用し、横内¹²⁾によって作られた2次元の平面問題用のプログラムを基礎に、圧痕の解析に適するように改良を加えたものである。具体的には降伏条件、応力-ひずみマトリックスの書換え、拘束条件の可変性のほか、除荷の過程の簡素化などである。なお計算は東京大学大型計算機センターのHIT AC8,700/8,800で行った。

計算の際の要素分割は図1に示したように、圧子の当る部分を細かくし、離れるに従って粗くした。これは286要素から成るが、この分割様式の採用に当っては、分割様式を変えたものについても計算し、計算値に有意差のないことを確認してある。また上述のように計算を簡単にするため、2次元の平面問題として取り扱っているため、圧子も紙面に垂直方向には無限の拡がりをもつ楔型になっており、実際に使用されているビッカースやヌープとは異なっている。

計算は2種の材料について行った。ただしいつれの場合も crack の発生はないものとし、また圧子とガラスとの間の摩擦係数は0とした。第一の場合は、ガ

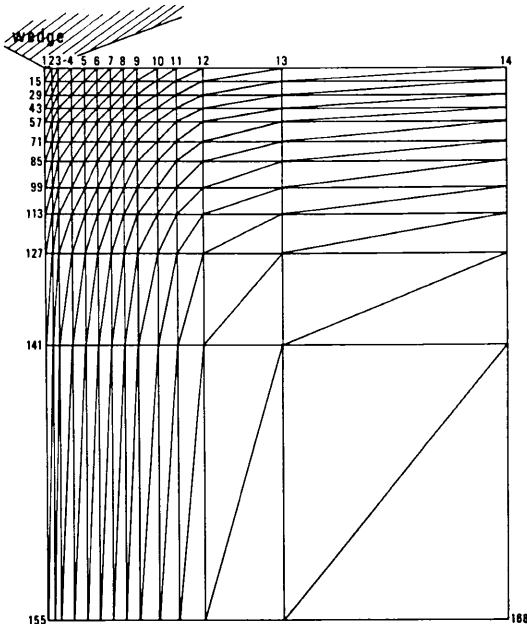


図1 有限要素分割

注 * 硬度の計算はビッカースなどの場合と同じであるが、圧子の形状が異なるので硬度の値は多少異なる。(3.1参照)

ラスに対する第1近似として、普通の弾塑性材料と同じ取り扱いで計算した。これはMarshがHillの球殻理論を使って計算したのと、基本的に同じ立場である。この計算に必要なパラメーターとして、ヤング率E、ポアソン比 ν 、降伏応力値Yおよび加工硬化特性H'があり、前の2つはガラスについて測定可能であるが、後の2つは不可知な量である。しかしごく直感的判断で、 $H'=0$ とおき、また降伏応力値Yについては、この計算によって求められる硬度P*が、ガラスの一般的範囲に入る程度にYの範囲を定めた。なお楔型圧子の頂角は、ビッカースに準じて 136° とした。

第二の材料は、実際のガラスにより近いものとするため、densificationを含む弾塑性材料とした。この場合にはさらに圧縮性のパラメーター α が加わり、また $H' \neq 0$ となるため、事実上2つの未知のパラメーターが追加されたことになる。

2-1) 降伏条件

この計算を進めるに当って、まず降伏条件を決める必要がある。弾塑性材料の降伏条件としては、周知の如くMisesの条件が普通使われている。すなわち平面ひずみ場では応力 $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy})$ に対して、

$$f = \sqrt{1/2} \left\{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6\tau_{xy}^2 \right\}^{1/2}$$

で計算されるfの値が、降伏応力値Yに達したときに降伏が始まり、塑性変形が起る。第一の材料についてはこの降伏条件を使用した。

さて、この条件に静水圧の場合の応力 $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z$ および $\tau_{xy} = 0$ を入れてみると、 $f=0$ となり、Misesの条件を満足する材料(それをMisesの材料と呼ぶことにする)は、静水圧下では降伏しないことになる。さらにMisesの材料では、塑性ひずみの和 $\epsilon_x^p + \epsilon_y^p + \epsilon_z^p = 0$ が導かれる。したがってこの材料では、体積変化(あるいは密度変化)は起らない。

2-2) densification

前述のように、実際のガラスではdensificationが観察され、ガラスの圧痕の生成は塑性流動ではなく、densificationによるものだと言主張する人々もいる。しかし実際には両方が存在し、ただガラスの組成により両者の現われ方に差がある、とみるのが妥当である。このdensificationは、純粋な静水圧下でも起るとされているが^{13, 14)} densificationの量は加えた圧力のみならず、剪断応力の量によって変化することも観測されている¹⁵⁻¹⁷⁾ またシリカガラスや珪酸アルカリ塩系ガラスでは、ある圧力(20~100K atom)以下ではdensificationを起さない。すなわちdensificationに関して降伏応力に相当する閾値が存在する。しかし珪酸ガラスでは、そうした閾値がみられないとの報告もある¹⁸⁻¹⁹⁾ このようにガラスにおけるdensificationの実体については、十分解明されて

いない部分もあるが、上述のような圧縮変形を含む材料については、Misesの条件では不十分で、むしろMohr-Coulombの条件を使うのがよいと考えられる。それは次式で与えられる。

$$f = 3/2\alpha(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) + (1 + 3/2\alpha)f_0 \quad (2)$$

f_0 はMisesの条件、 α は絶対値が2/3以下の負の定数で、圧縮率は近似的に α の函数とみなせる。それ故ここでは α をdensification factorと呼ぶ。なお係数3/2は計算の便宜上のものである。

3. 結果とそれについての検討

3-1) 硬度と降伏応力、ヤング率その他との関係

3-1-1) densificationのない場合 (Misesの材料)

前述の第一の材料についての計算結果として、図2にヤング率を5~9,000kg/mm²の範囲で変えた場合の、硬度と降伏応力との関係を示した。この結果を考える場合、同じ立場から出発し、実測データを使って導き出した、前述のMarshの関係式と比較することは、興味深い事柄である。

金属などのように、硬度Pや降伏応力Yにくらべて、ヤング率が十分大きい材料については、

$$P/Y = Const. \quad (3)$$

の関係で整理出来ることが知られる¹⁹⁾しかしガラスのように、前者にくらべてヤング率が相対的に小さい

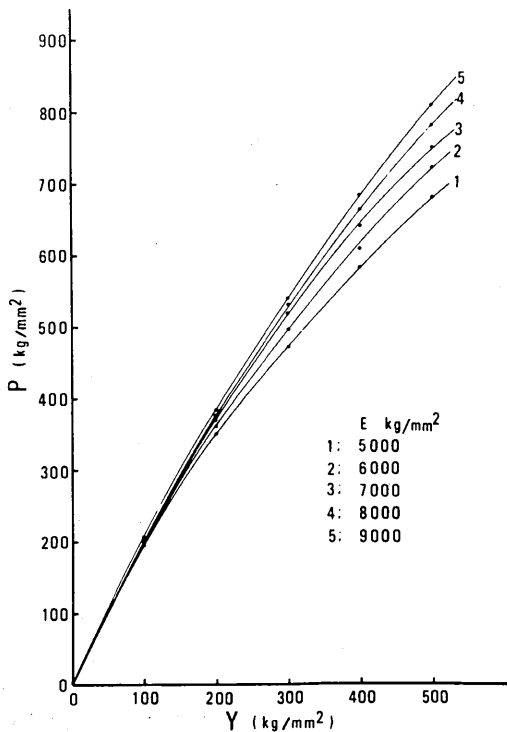


図2 第一の材料 (Misesの材料) についての結果

* $\alpha = 0$ ならばMisesの条件と一致する

材料については、(3)式が成立しない。この領域の材料に対してMarshが導き出した、前述のHillの球殻理論を使った関係式は、次に示すものである。

$$P/Y = C + KBl n Z \quad (4)$$

ここでCとKとは定数であり、BとZとはY/Eの函数である。Marshは金属、合成樹脂など実測データから定数値を求めるとともに、Bl n Zの値が4以下のときは(4)式、4以上では(3)式の関係が成立つことを明らかにした。

Johnson²⁰⁾はHillの理論を用いて、幾何的形狀の異なる圧子により測定された硬度が、

$$E/Y \tan \beta \quad (\beta = \text{試料と圧子表面のなす角})$$

をパラメーターとして、互に関係づけられることを示した。そこでこのJohnsonの関係を使って、今回の楔形圧子の計算結果を、ピッカース型の圧子に換算し、Marshのデータと対比させはのが図3である。なお図中(3)式にもとづく直線が、Marsh(実線)とHill(破線)の2本引かれているが、前者は従来から知られている $P/Y \approx 3$ の関係式で(Marshはそれを引用している)、後者はHill⁹⁾が剛塑性体材料に対して予測した関係、 $P/Y = 2.38(136^\circ \text{楔})$ を示している。今回の計算結果を結ぶと図中の曲線になり、Marshの関係式とはほぼ一致するとともに、Hillの直線に漸近する傾向をみせている。

この他HirstとHowse²¹⁾が、種々の材料について楔型圧子を使って硬度を測定し、かつHillの円筒の押拡げの理論から、次の(5)式を導き出し、楔の頂角を60°、90°、120°、150°、170°と変えた場合について、定数A、Bの値を出している。

$$P/Y = A + B \ln (E/Y) \quad (5)$$

本研究での計算結果と、Hirst-Howseの関係式との

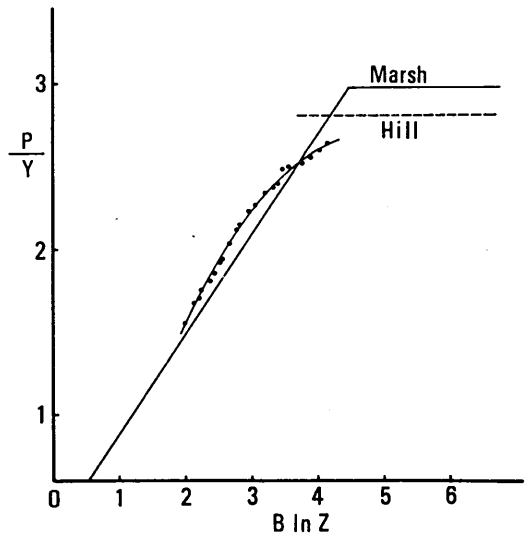


図3 第一の材料 (Misesの材料) についての結果をMarshの方式でプロットしたもの(直線はMarshのデータ)

対比も試みたが、Marsh の場合とよく似た対応を示す。

以上のように、densification を考慮に入れない、Misesの材料についての有限要素法による計算結果は、同じ材料について、Hill の理論をもとに導き出した Marsh らの結果と、かなりよい一致を示す。したがって Mises の材料の範囲では、Marsh らの近似式も十分有効であることが解った。しかし後述のように、計算された圧痕の形状と実測結果との間には食い違いもあり、実際のガラスについても、なお有効であるかは検討を要するところである。

3-1-2) densification を含む場合 (Mohr-Coulomb の材料)

この場合は前述のように、新たに α および H' の 2 つのパラメーターが加わるほか、(2)式の f に対する限界応力値を、Mises の条件における降伏応力値 Y と区別するため、 Y' とする。なお第 2 の材料についての計算では、対応する実験にヌーブ圧子を使うことを予測し、楔型圧子の頂角を 130° とした。

まず α および H' が、ガラスの硬度 P にどのような影響を与えるかを調べる目的で、図 4 に P/E と α との関係を示した。 α は負の値をとり、その絶対値が大きくなると圧痕周辺に凹みを生じ (図 10 参照)、実際の形状といちじるしく異なって来るため、 α の値は 0 から -0.33 までとした。またここでは H' は固定されているが、簡単に正の定数とし、整理をしやすくするため H'/E を使うことにした。図 4 からみる限り、 α が硬度値へ与える影響は存外に小さい。次に図 5 は α を固定し、 P/E と H'/E の関係を示したものである。図から明らかかなように、硬度に対する効果は α より大きく、 H' の増加とともに硬度の値は大きくなる。しかし α と H' とは互に影響があり、この両図だけでは全体の傾向を把握しにくいので、図 2 に対応する P/E と Y/E の関係に直して、 α および H'/E の影響を図 6 に示した。すなわ

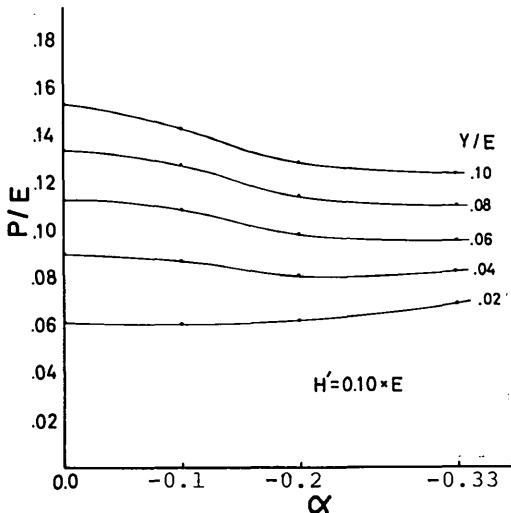


図 4 α が P/E におよぼす効果

ち H'/E の効果は α の値によってかなり異なり、 $|\alpha|$ が大きくなる程、 H'/E による P/E の増加傾向は押えられる。これを硬度の値から降伏応力値を求める観点からみると、 H'/E が 0 に近く、また $|\alpha|$ の値が比較的大きいときは、densification を考慮しなかった時にくらべ、同じ P/E に対応する Y'/E は大きな値になる。ただ $Y' = Y$ ではないので*、上記 P/E と Y'/E の関係から、直ちに硬度と従来の降伏応力値 (引張り応力の際の) との関係に読み換えて、議論することは出来ない。

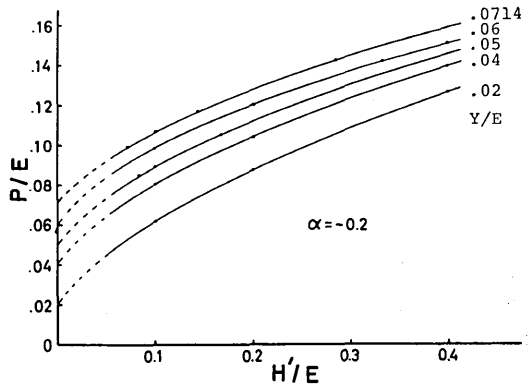


図 5 Y/E をパラメーターとした P/E と H'/E との関係

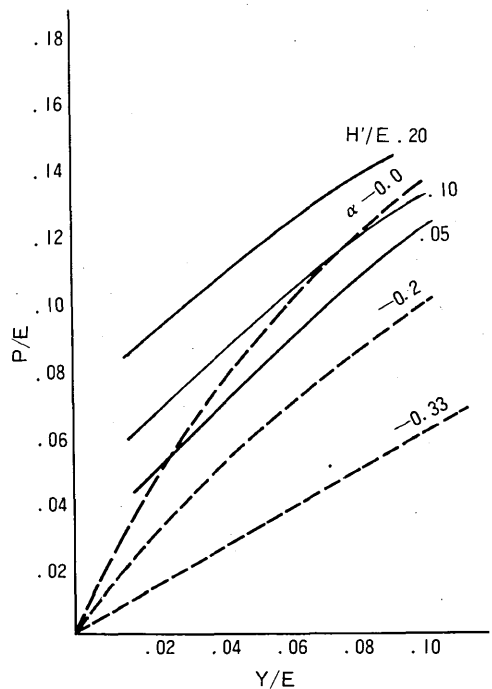


図 6 図 5 の結果を P/E 対 Y/E にプロットしなおしたものの。図中の実線は $\alpha = -0.2$ 、破線は $H' = 0$ (なお $\alpha = 0.0$ は図 2 の結果、 $\alpha = -0.2$ 、 -0.33 は外挿による推定値)

*例えば、 x 方向の単軸応力 ($\sigma_x = \sigma_x, \sigma_y = \sigma_y = 0, \tau_{xy} = 0$) を Mises と Mohr-Coulomb の式に入れ、 Y と Y' を比較すれば明かである。

3-2) 圧痕の形状(1)

3-2-1) densificationのない場合

3-1-1)の計算において、その際生成する圧痕の形状を求めた結果が図7である(図は右半分だけを示し、かつ変化を強調するため縦軸を10倍に拡大した)。形状はE/Yの値によって変化するが、圧子を押し付けた状態では表面はやや凹み、とくにE/Yが小さい時いちじるしい。圧子を取除くと試料表面はもとの水平に戻る。これもE/Yの値によって変化するが、その値が大きい程いちじるしい。なおこの計算では、もり上り率(図11のh/d)は15~22%と算出されるが、実際に観測されたもり上り率は、比較的もり上りの大きい光学ガラスの場合でも、せいぜい10%止りで、計算値とは明かに食違っている。この事実はdensificationを考慮しない近似では、実際のガラスの圧痕の生成を記述するのに、まだ十分でないことを示している。

3-2-2) 圧子の頂角を90°にした場合

前述のように圧痕生成の際、塑性流動が起りうることを明確にしたのは、走査電子顕微鏡写真である。それについてDick³⁾は、ガラス表面と圧子表面との間の角が、一定値以上になると塑性流動が起ることを、実験的に見出した。したがってガラスの組成にも左右されるが、136°の頂角をもつピッカース圧子よりも、90°の頂角の圧子の方が塑性流動を起しやすい。そこでこの計算においても、楔型圧子の頂角を136°から90°に変えて行ってみた。その結果は図8に示した通りで明かに対応する塑性流動が起りうることを示して

いる。なお図9は同様な現象を写したPeterの電子顕微鏡写真であるが、Rosette structureと呼ばれる特長ある構造については、計算結果は何も説明していない。しかし第1次の近似計算において、上述の対応がみられたことは注目に値する。

3-3) 圧痕の形状(2)

3-3-1) densificationを含む場合

前述のように、Mohr-Coulombの材料の計算には5つのパラメーターが必要であるが、ヤング率Eとポ

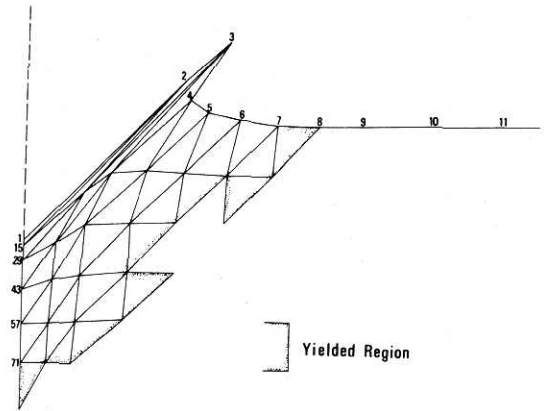


図8 頂角90°の楔について計算された圧痕の形状(右側半分を图示する)

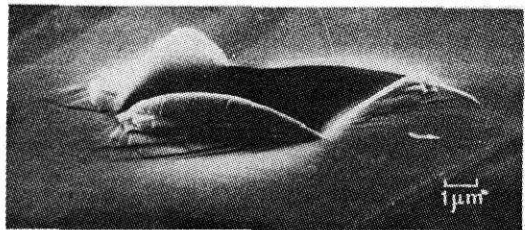


図9 Peterによって報告された70°ピッカースによる圧痕の走査電子顕微鏡写真Rosette構造がみられる。

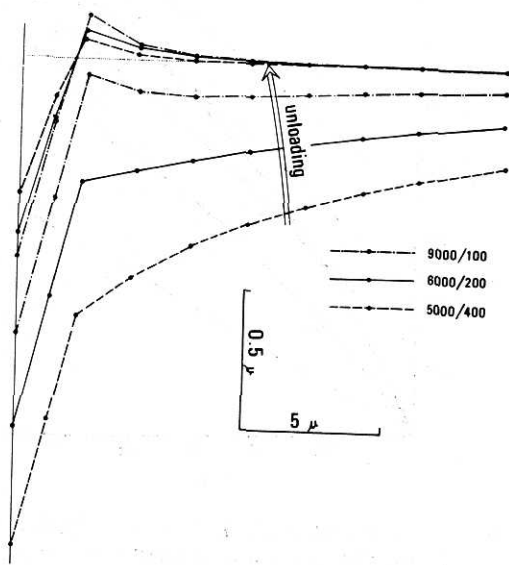


図7 圧痕の生成過程
圧子が接触している時と、圧子を取り除いた時の試料表面の形状の変化。(図中の数字はE/Y)

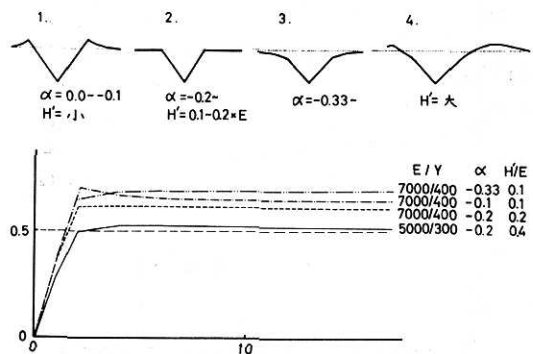


図10 αとH'を変化させた時の圧痕の形状変化

アソン比 ν を除いた加工硬化率 H' 、densification factor α および降伏応力値 Y' の3つは、ガラスについて直接測定出来ない量である。しかしこれらのパラメーターのうち、とくに α や H' を変化させると、図10に示すように圧痕の形状は明瞭に変化する。そこでガラスの圧痕の形状について、図11に示すようなもり上りの高さ h 、圧痕の深さ d 、その勾配 θ に着目し、 α と H' との関係について調べてみることにした。

3-3-2) 圧痕の平均勾配 θ

この第2の材料の計算では、圧子の頂角を 130° に固定して行なったので、生成した圧痕の勾配が圧子の勾配に等しい場合は、圧痕の平均勾配は 25° になるはずである、計算結果は図12に示した通り、主として P/E の値の増加とともにほぼ直線的に減少し、 α や H' などの他のパラメーターの影響は、むしろ測定誤差程度にすぎない。したがって θ と α または H' との相関々係を求めることは、事実上無意味と考えられる。

上記 θ と P/E の関係については、図7からもその必

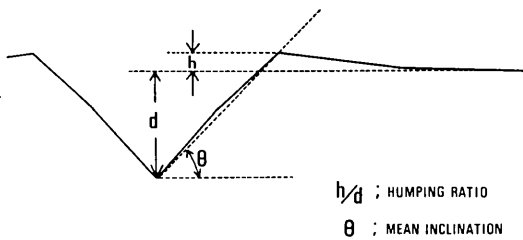


図11 圧痕形状を表わすパラメーター

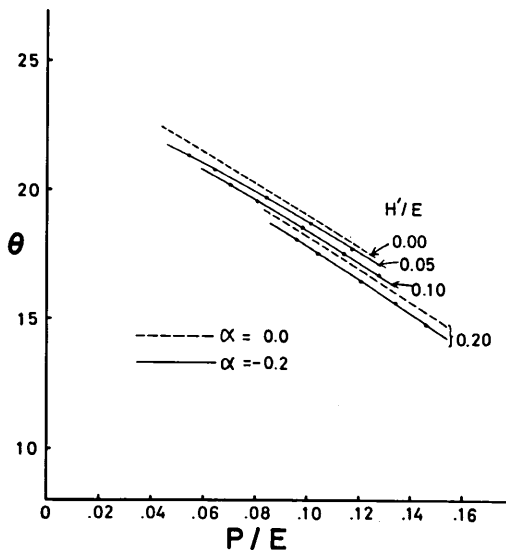


図12 圧痕の勾配 θ と P/E との関係

然性がうかがえる。 P/E が小さい、すなわち硬度に対してヤング率が相対的に大きい場合は、圧痕生成に伴う塑性変形量にくらべ、その周辺に蓄積される弾性歪量は小さく、 P/E が大きくなるに従い、前者に対して後者の比重が増大する。その結果図7にみられるように、 P/E が大きくなるに従い、圧子を押し付けた時のガラス表面の変形は増大する。しかし圧子を取除いたときは、当然蓄積された弾性歪の大部分は解消し、弾性による変形は復帰する。したがって弾性復帰のいちじるしいもの程、深さ方向での減少が目立ち、 θ の値の減少となって現われる。

3-3-3) もり上り率 h/d

次にもり上り率 h/d (図11参照) に対する他のパラメーターの影響を調べてみた。図13は α と h/d との関係、図14は H'/E と h/d の関係を示す。もり上り率 h/d

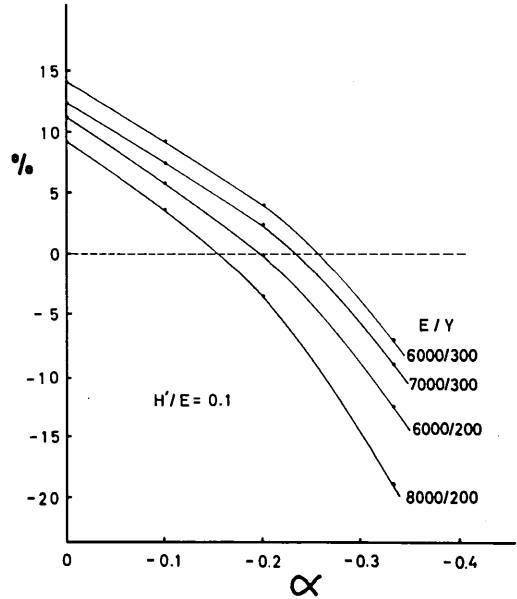


図13 圧痕の“もり上り率” h/d (%) と α との関係

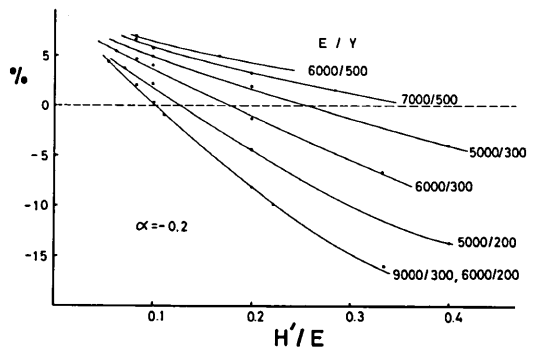


図14 圧痕の“もり上り率” h/d (%) と H'/E との関係

dは $|\alpha|$ の増加とともに急速に減少し、 H'/E との関係においても、 H'/E の増加とともに同様な傾向を示す。またその際 E/Y' の影響も加わり、 E/Y' の値の増大とともに上記の傾向に拍車かけられる。ただこの場合、 α 、 H'/E 、 Y'/E などのパラメーターの影響が互に関連しているため、個々のファクターの効果を十分読取ることが困難である。そこで図15に、各パラメーターの関係が一目で解るよう、測定可能な P/E とより上り率 h/d を座標軸にとり、 α 、 H'/E および Y'/E による変化を総合的に示した。例えば P/E が小さくなれば、前述のように圧痕生成の際、弾性変形量に対する塑性変形量の比重が大きくなり、より上り率は当然増加するはずである。事実 $\alpha = 0$ 、 $H' = 0$ においてはその通りであるが、それ以外の場合には上の傾向は逆転して、 P/E が小さくなる程より上り率は減少する。すなわち α と H' の効果は、densificationを考慮しない場合にくらべ、塑性変形に大きなブレーキをかける働きをもっている。

3-3-4) α 、 H' および Y' の値の推定

今シリカガラスを例にとって考えてみよう。SiO₂のヤング率は7,300kg/mm²、硬度は590kg/mm²、 $P/E \approx 0.08$ 。またSiO₂ガラスの圧痕において、より上り率を零と仮定すると、図15からシリカガラスの α と H' は次のようになる。 $\alpha = 0.0$ 、 $H' = 0.19$ ； $\alpha = -0.1$ 、 $H' = 0.17$ ； $\alpha = -0.2$ 、 $H' = 0.11$ ； $\alpha = -0.3$ 、 $H' = 0$ 、

すなわち $\alpha = 0 \sim -0.3$ の値をとり、 $|\alpha|$ の増加とともに H' は0.19から0.0へ変化する。シリカ以外のガラスでも P/E の値は0.07~8のものが多い。しかしより上り率が10%程度みられることも多く、その場合は $|\alpha|$ 、 H' とも小さくなる。

ここで α はdensification factorとして、Mohr-coulombの条件中、Misesの条件と σ の1次の項との割合を決めるものであるが、その物理的意味は必ずしも明かではない。SiO₂ガラスの場合、塑性流動は全くみられず、圧痕の生成はdensificationによって起るとみられているが、 α は-0.3程度で、 σ の1次の項の割合は45%にすぎない。もっともシリカガラスの圧痕周辺で、より上り率が零であるとするのは、それ程確かなものではない。例えば図16aにみるように、圧痕の周辺で凹み、 h/d は負である可能性も

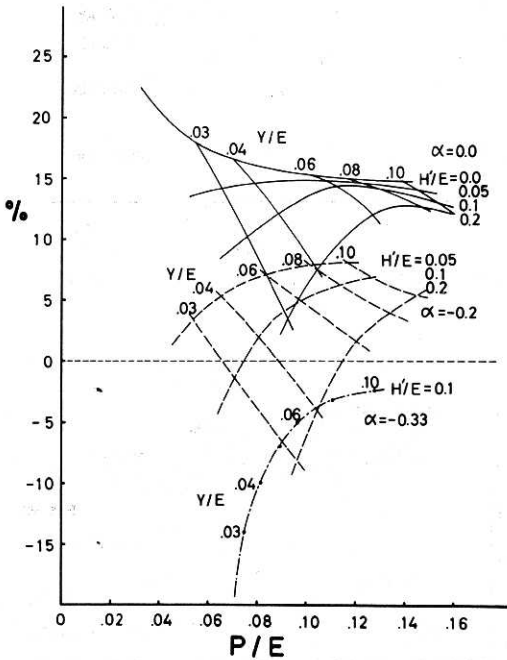
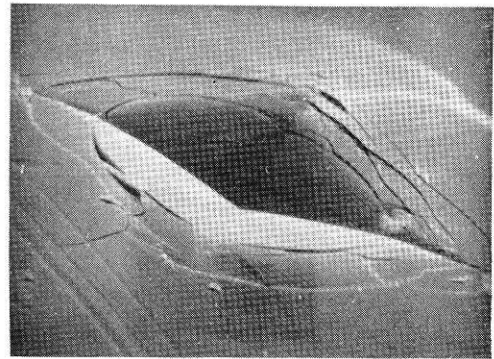
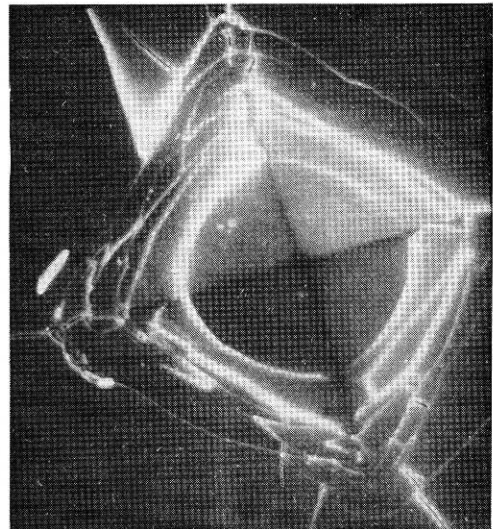


図15 圧痕の“より上り率” h/d (%)と P/E の関係パラメーター Y' 、 H' 、 α の総合効果を示す。

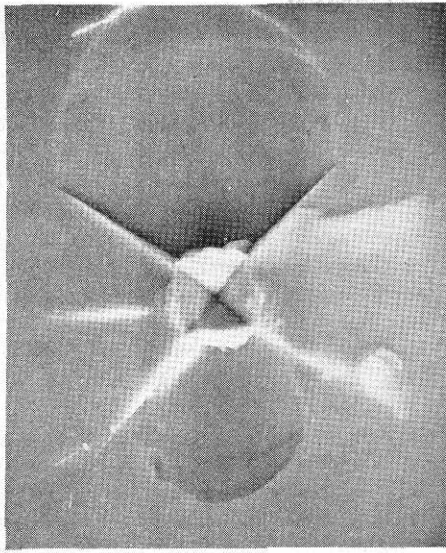


(a)斜上からみたシリカガラスの圧痕

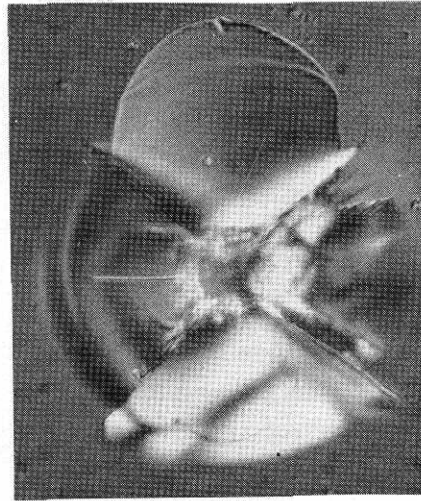


(b)真上からみた圧痕周辺のcrack

図16 走査電子顕微鏡でみたシリカガラスの圧痕



(a)走査電子顕微鏡写真



(b)光学顕微鏡写真(偏光)

図17 光学ガラスの圧痕(90°ピッカースによる)

あるが、それにしても $|\alpha|$ の増加は知れている。

一方加工硬化率 H' は、塑性領域でのヤング率に相当するもので、一般に理解されている量である。しかしガラスの場合、引張り強度試験において塑性変形が観測されたことはなく、加工硬化はないと考えられていた。しかしdensificationを考えた場合、 H' を零とすることは出来ない。したがってガラスなどの場合、引張りと圧縮を一緒にして取り扱えるか、疑問である。前述のようにそのことは降伏応力 Y についてもいえる。Mohr-coulombの条件の降伏値 Y' は、 Y と区別されねばならないが、上記のように α や H' の値により大きく左右される。Misesの材料では Y/P はせいぜい0.5位であったが、図6からもうかがえるように、 $|\alpha|$ 大きく、したがって H' が小さい場合、 Y' は最も大きくなり、例えばシリカガラスで $H' \approx 0$ 、 $\alpha = -0.3$ であれば、 Y' は硬度 P よりも大きな値をとりうる。

4. ま と め

以上の結果について、全体を振返って問題を整理してみると次のようなことになる。

(i) Marshその他の、Hillの理論を基礎に導き出された降伏応力を含む関係式は、densificationが無視出来る材料については有効であるが、densificationを含む場合には問題があり、その結果は単なる参考データとみなすべきである。

(ii) Mohr-Coulombの条件における降伏値 Y' と、Misesの条件の降伏値 Y とは内容が異なり、ガラスの硬度測定の結果から推定される降伏値は、ガラスの

引張り強度測定において、理想的に実験されれば現われるであろう降伏値と、同じものではない。したがってガラスの硬度からガラスの究極強度を推定することは、現段階では不確定な誤差を含むことになる。

(iii) ここでの計算結果は、実際の圧痕の形状との比較によりチェックされる必要があり、また未知の α や H' が求められねばならない。しかし圧痕周辺でのもり上り率の値だけでは、未知のパラメーターのそれぞれの値を決めることは出来ない。したがって他の実験データ、例えばUhlmann¹⁷⁾の行なっている、高压によるガラスのdensificationのデータを利用し、 α/H' の値を求めることなどを考えている。

(iv) この計算結果の定量的議論については、まだ検討すべき問題を残しているが、定性的には色々新しい情報が提供された。既述のように頂角90°の圧子では、塑性流動が起る可能性を示したことの他、圧痕周辺のガラス内部での塑性変形領域(図8参照)や、弾性歪の分布なども当然計算から求められる。その結果はMarshが仮定したように、圧子がガラス表面に当たった点を中心に、同一半径で分布するのではなく、分布の中心は圧痕の真下方向の垂直線上にあって、 Y/E が大きくなる程下方に移動するように見える。ここでも計算が先行して実験的検討が後れているが、それは今後に残された課題である。

この他この計算によって、圧痕生成過程やそれに伴う降伏領域の進行、応力分布の変化など、従来全く想像でしかいえなかったことが、きわめて明確かつ具体的に示される。例えばシリカガラスのように、 Y/E

が大きく、かつ α の大きいと推定されるガラスは、図7からも想像されるように、圧子の押込み過程でガラスの表面に広範囲にわたって大きな張力が働く。この事実を知れば、図16に示した石英ガラスの圧痕で、他には見られない円形のクラックが圧痕を囲んでいることも理解出来る。(同b)。また逆にY/Eの小さいガラスでは、図7からもうかがえるように、塑性変形のために圧痕周辺のガラスの表面に、遠方方向にむけて圧縮力が働いている。図17にみられる圧痕周辺の花びら模様は、こうした応力によりガラス表面に平行してクラックが入って出来たもので、一部はガラスを欠損している。この現象はもり上がりの大きい、90°(頂角)ピッカースの圧痕にしばしばみることが出来る。

なお有限要素法による計算を進めるに当っては、当研究所の山田教授、横内講師に種々ご進言をいただいたことを附記し、感謝の意を表する。

(1975年10月24日 受理)

参 考 文 献

1) I. Yasui and M. Imaoka, 10 th Intern. Congr. on Glass 11-53 (1974)
 2) M. Imaoka and I. Yasui, J. Non-Cry. Solids (投稿中)
 3) V. E. Dick, Glastch. Ber., 43, 16 (1970)
 4) K. W. Peter, J. Non-cry. Solids, 5, 103 (1970)

5) P. W. Bridgman and I. Simon, J. Appl. phys., 24, 405 (1953)
 6) 今岡稔,山崎敏子,第10回ガラス部会討論会要旨集64頁(1971)
 7) S. P. Gunasekera and D. G. Holloway, Phys. Chem. Glasses, 14 45 (1973)
 8) D. M. Marsh, Proc. Roy. Soc. A. 279, 420 (1964)
 9) R. Hill, The mathematical theory of plasticity:Clarendon press (1950)
 10) W. F. Thomas, Phys. chem. Glasses, 1, 4 (1960)
 11) Y. Yamada, Advances in Computational Methods of structural Mechanics and design, PP 325: Univ. of Alabama press (1972)
 12) Y. Yamada, Sosei. Nendansei, PP 173: Baifukan press (1972)
 13) O. L. Anderson, J. Appl. phys., 27, 943 (1956)
 14) C. Weir, S. Spinner, J. Malitson and W. Rodney, J. Res. Nat. Bur. Stand., 58, 189 (1957)
 15) J. D. Mackenzie, J. Am. Ceram. Soc., 46, 461 (1963)
 16) W. poch, phys. Chem Glasses, 8, 129 (1967)
 17) D. R. Uhlmann, J. Non-Cry. Solids, 13, 89 (1973/1974)
 18) H. M. Cohen and R. Roy, J. Am. ceram. Soc., 44, 523 (1961)
 19) D. Tabor, Proc. Roy. Soc. A. 192, 247 (1948)
 20) K. L. Johnson, J. Mech. phys. Solids, 18, 115 (1970)
 21) W. Hirst and M. G. J. W. Howse, proc. Roy. Soc. A. 311 429 (1969)
 22) D. R. Uhlmann, J. Non-cry. Solids, 3 127 (1970)

正 誤 表 (12月号)

頁	段	行	種 別	正	誤
518	左	↓ 6	式(9・a)	$v \approx a \cdot \frac{L}{b} \cdot \frac{b}{w} v_b \dots$	$v \approx a \cdot \frac{L}{b} \cdot \frac{b}{w} v_b \dots$
"	"	↓ 8	式(9・b)	$v \approx a \frac{L}{w} v_b$	$v \approx a \frac{L}{w} v_b$
502	左	3	本 文	デ <u>イ</u> ジタル	デ <u>イ</u> ジタル
"	右	28~29	"	選択は <u>次</u> のごとく	選択は <u>次</u> のごとく
509	—	—	図 6	き裂長さ $2 \underline{a}$, mm	き裂長さ $2 \underline{a}$, mm
"	左	24	本 文	急速な <u>低</u> 下の	急速な <u>低</u> 下の
510	"	1	"	($\pi \underline{a}/w$)	($\pi \underline{a}/w$)