

# 構造物非線形振動解析のための 小型電算機—試験機オンラインシステム

A Computer-Actuator On-line System for  
Non-linear Earthquake Response Analysis of Structures.

田中 尚\*

Hisashi TANAKA

構造物が地震動によって崩壊する過程を明らかにするため、電算機と動的破壊試験装置をオンラインで結合したシステムを開発した。ここでは、システムの概略を説明し、実際にこのシステムを用いて解析を行う場合に生ずる技術的な問題点とその解決法ならびに、対象とする構造物に適した解析方法等について解説する。

## 1. 序

本システムの詳細ならびに使用例については、すでに本誌ほかに発表してあるので(文献1, 2)ここでは、ごくその概略だけを説明するとともに、このシステムに用いた振動解析法について述べたい。

構造物の地震動による弾塑性応答を調べるには、通常、構造物の保持している復元力特性を数式でモデル化したのち、数値解析を行っている。そこでの難しさは、複雑な復元力特性をいかにして簡単な数式モデルに置換えるかであるが、応答によって構造物の一部が破損したり、不安定現象が生じて復元力特性が、なお一層複雑になった後までも忠実にモデルに置換えることには困難が多い。一方、地震動による構造物の崩壊を追跡するには、どうしても破損したり不安定になった状態における解析が不可欠で、何らかの工夫が必要である。

本システムは、そのような要求に答えるための一つの試みである。それは、小型電算機(アナログデジタル変換機を含む)動的破壊試験機、記録装置の3つよりなるが、特徴は、単に小型電算機によって試験装置を制御するだけでなく、振動解析を行う一つの閉じたループの中に、これら3つの装置を取り込んでいること、したがって、電算機の中で振動計算を行うと同時に、電算機によって制御された動的破壊実験が進行し、そこで得られた新たな情報が直ちに振動計算にfeedbackされることである。

## 2. システムの概要

システムで使用した機器の仕様は下記の通りである。

### 1) Digital 計算機 (HITAC 10 II)

使用言語はアセンブラ語、12kWの記憶装置。

### 2) 磁気ドラム

### 64kWの記憶装置

### 3) D/A変換機

チャンネル数4, 最少 Sample Time 1 ms, Sample Size は任意,  $\pm 2.5$  V 出力。

### 4) A/D変換機

チャンネル数16, 最少 Sample Time 1 ms, Sample Size は任意,  $\pm 10.0$  V 入力。

### 5) Actuator および制御機

最大容量変位 $\pm 150$  mm, 荷重 $\pm 30$  t, 制御量, 関数発生器又は外部入力による変位又は荷重。

### 6) 荷重検出機

Load Cell, Load Amp.

### 7) 変位検出機

差動変圧機, 変位計 $\pm 25$  mm,  $\pm 10$  mm,  $\pm 1.0$  V 出力。

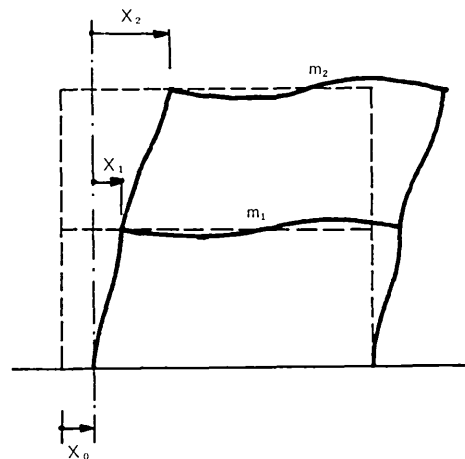


図1 対象骨組

\*東京大学生産技術研究所 第5部

8) 記録計

X-Yレコーダー、ビシグラフおよびデータレコーダー

3. 振動方程式の数値解法

図1に示した様な構造物が地動( $\ddot{x}_0$ )をうけた時の支配方程式は通常次式で表わされる.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + F = -me^T \ddot{x}_0 \quad (1)$$

ここに、 $m$  : 質量マトリクス

$c$  : 減衰マトリクス

$x$  : 応答加速度ベクトル

$\dot{x}$  : 応答速度ベクトル

$F$  : 復元力ベクトル

$\ddot{x}_0$  : 地動加速度

$e$  :  $\{1, 1, 1, \dots, 1\}$

いま対象としている構造物が弾塑性領域にわたって振動する場合の復元力は通常非線形となり、応答変位、時間につれて刻々変化する。本システムでは、この非線形復元力 $F$ を構造物あるいはその一部の実物大ないし縮小模型の動的破壊試験装置による実験によって刻刻求めて解折を進めようとするものである。

式(1)に示した非線形微分方程式の数値解法に関しては、古来多くの研究があり、精度の高い方法も多く開

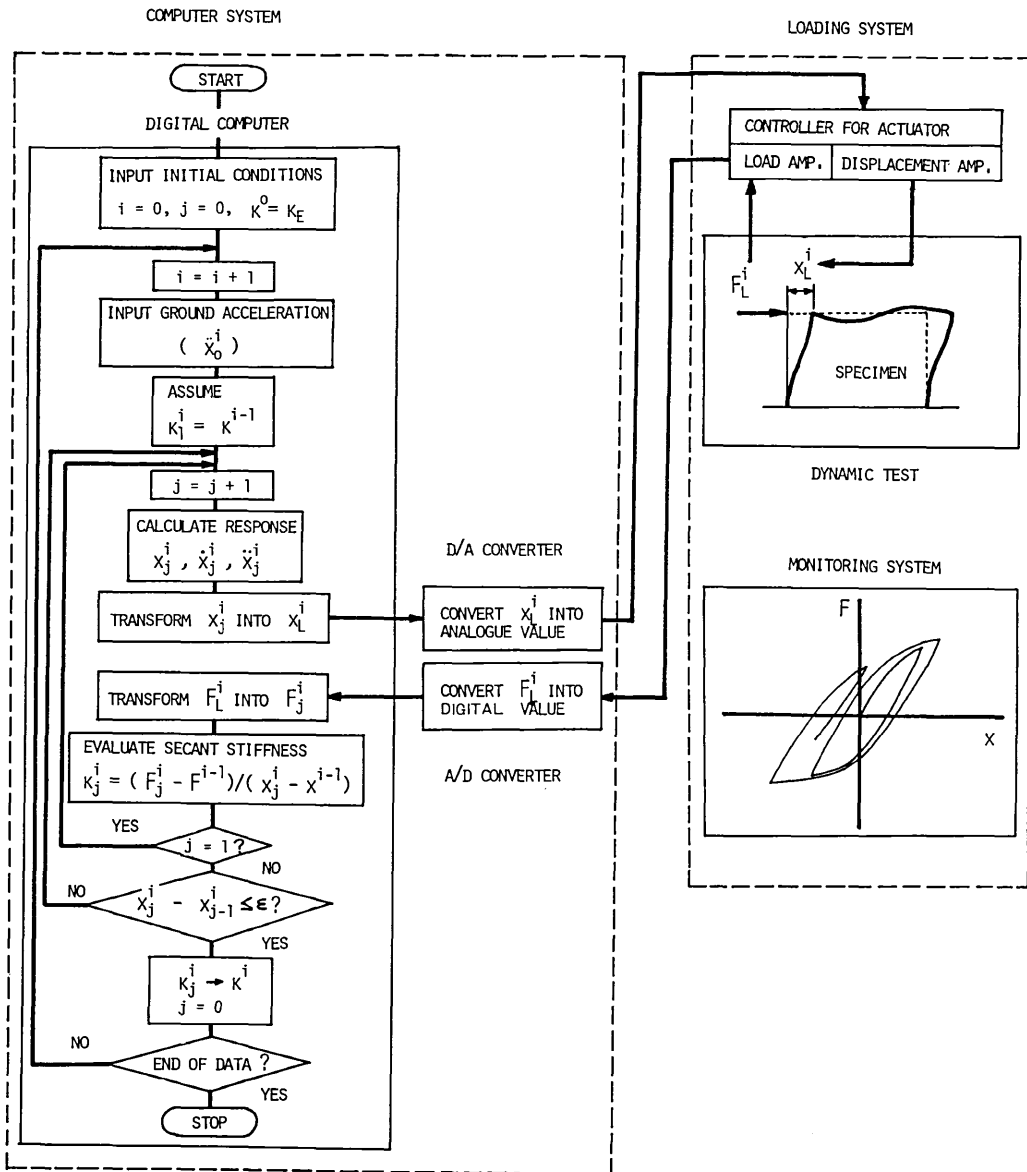


図2(a) フローチャート (解法II)

発されている。しかし、本オンラインシステムに用いる数値解法を選ぶに当っては、解法の精度ばかりでなく、

- (1) 記憶容量の小さな計算機で、迅速に解が得られること。
- (2) 解法の精度と測定精度とのバランスが良いこと。などが要求される。(1)の条件は、小型電算機を用いているためであり、(2)の条件は、測定器材の精度はフルスケールの1/500ていどであるが、計測用治具およびデータサンプリングの精度を考慮すると、測定精度はフルスケールの約1/100であることから、あまり高精度のデータを要求する解法を用いることは無意味なためである。

これらの条件を考え、これまで3種の数値解法のオンラインシステムへの適用を試みてきた。

解法Ⅰは、本システムの開発ならびにパイロットテストのために、解の精度は多少犠牲にして採用された方法(文献1, 2), 解法Ⅱは解法Ⅰの精度を向上させるために用いた方法, 解法Ⅲは解法ⅠおよびⅡが、特殊

な場合を除き、オンラインシステムによる多自由度の振動系の解法に適さないことから、多自由度系のオンライン実験の可能な方法として採用されている方法である。現在、本システムを用いて実験(解析)を行なう際には、目的に応じて3種の解法のうちいずれかを用いることとしている。

以下、各解法の概要ならびに特徴などについて述べるが、解法Ⅰは解法Ⅱの特殊な場合であるので説明は省略し、解法ⅡおよびⅢの概要ならびに特定の非線形復元力特性をもつ振動系についての3種の方法による数値計算例を示す。

1) 解法Ⅱ: 前ステップで測定された瞬間剛性(正しくは、前ステップでの増分に関する割線剛性)を初期値として線形加速度法を用いて収斂計算を行なう方法で、図2(a)に示したフローチャートに従って計算(実験)が進められる。

なお、収斂計算を第1回で打切ったものが解法Ⅰである。

1自由度系の場合、式(1)を時間間隔 $\Delta t$ 毎に数値解

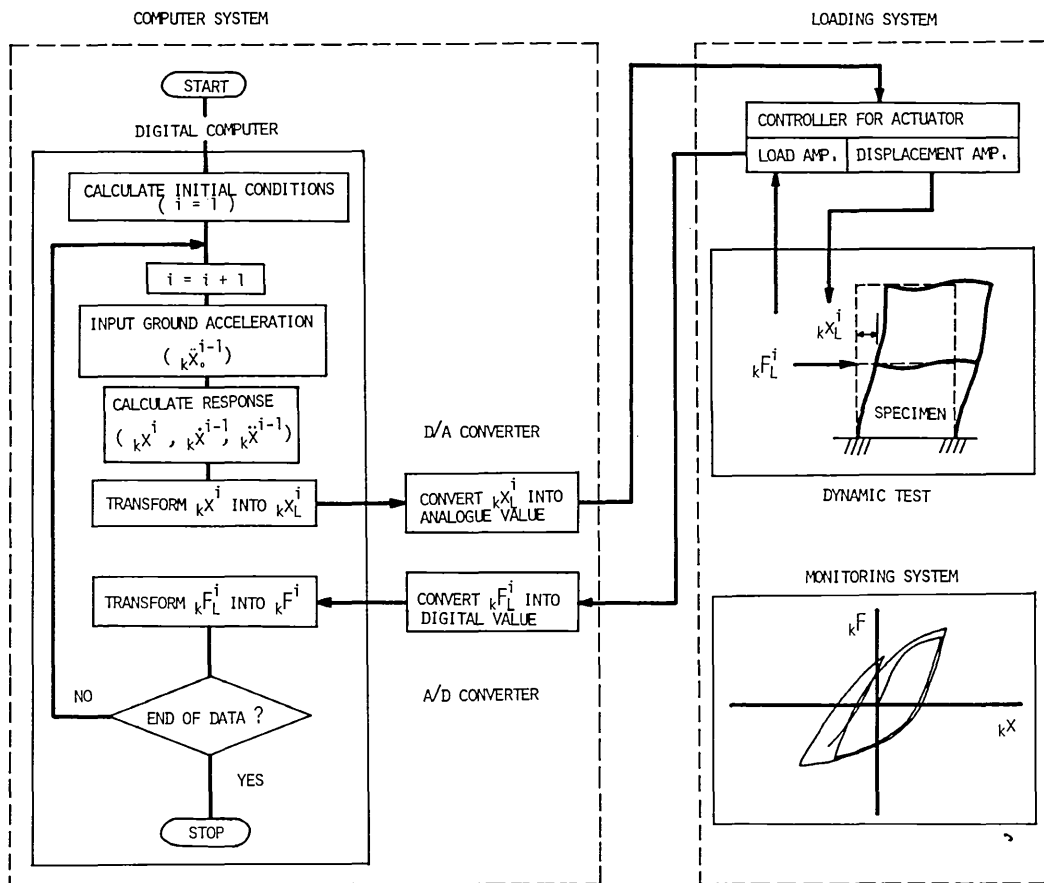


図2 (b) フローチャート (解法Ⅲ)

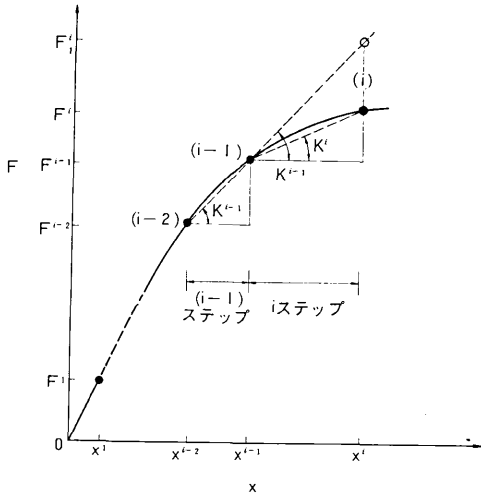


図3 カー変位関係

析を行なうとすれば、 $i$  点における釣合方程式は式(2)となる。但し、記号は図3による。

$$M\ddot{x}_j + C\dot{x}_j + F_j = -M\ddot{x}_0 \quad (2)$$

ここで、 $F_j$ の $j$ 番目の近似値として、式(3)で表わされる $\bar{F}_j$ を用いると、式(2)は式(4)となる。

$$\bar{F}_j = F^{i-1} + K_j^i(x_j - x^{i-1}) \quad (3)$$

$$M\ddot{x}_j + C\dot{x}_j + F^{i-1} + K_j^i(x_j - x^{i-1}) = -M\ddot{x}_0 \quad (4)$$

但し、サフィクス  $j$  は図4に示した様に  $i$  ステップでの収録計算の  $j$  番目の近似値を示すものである。

( $i-1$ ) ステップまでの諸量および、 $K_j$  が既知であれば、式(5)に示した線形加速度法の基本式と式(4)とを連立に解くことにより、 $j$  番目の地震応答諸量の近似値が求められる。但し、 $M, C$  は定数と仮定する。

$$\begin{bmatrix} x_j \\ \dot{x}_j \\ \ddot{x}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1, \Delta t, (\Delta t)^2/3 \\ 0, 1, \Delta t/2 \\ 0, 0, 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^{i-1} \\ \dot{x}^{i-1} \\ \ddot{x}^{i-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (\Delta t)^2/6 \\ \Delta t/2 \\ 1 \end{bmatrix} \times \ddot{x}_0 \quad (5)$$

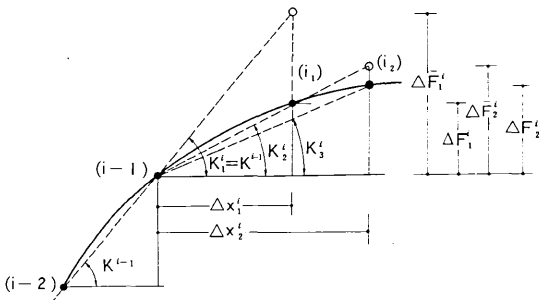


図4 解法 II

計算により求められた変位 $x_j^i$ をアクチュエタにより試験体に与え、復元力 $F_j^i$ を測定する。 $x_j^i$ と $x_{j-1}^i$ との差が充分小さくなるまで、この手順を繰返す。図4に示した様に、 $K_j^i$ は、式(6)の様仮定する。

$$K_j^i = (F_{j-1}^i - F_j^i) / (x_{j-1}^i - x_j^i) \quad (6)$$

但し、 $j=1$ の場合には、 $K_1^i = K^{i-1}$ とする。

変位が減少した場合には、構造物の性質を考慮して、減力時剛性を仮定し(通常は弾性剛性 $K_E$ を用いる)、計算をやり直す。

以下、本法の特徴および制約条件について述べる。

本法に用いた線形加速度法は、近年、建築物の地震応答計算に慣用されているもので、式(5)より明らかな様に、 $j$  点での変位 $x_j^i$ を時間軸に関し ( $i-1$ ) 点まわりに Taylor 展開し、 $\ddot{x}_j^i$  を前方差分表示し、4 階以上の項を無視したものである。この方法の安定条件および収斂条件は式(7)で表わされ、時間間隔を系の固有周期に比べて充分小さくすれば、工学的には充分な精度があるとされている(文献3)。

$$\text{安定条件: } \Delta t \leq \frac{\sqrt{3}}{\pi} \cdot T \quad (7a)$$

$$\text{収斂条件: } \Delta t \leq \frac{\sqrt{6}}{2\pi} \cdot T \quad (7b)$$

但し、 $T$  : 系の固有周期

したがって本法は、測定の精度を向上させれば、線形加速度法の解法自体の精度まで解の精度を向上させるほか、剛性を媒介として解法が構成されているため、1要素の挙動のみ不明な構造物例えば、梁降伏形で、柱が弾性範囲にとどまる1層1スパン骨組のような場合には、梁のオンライン実験と骨組解法とを組合せた骨組の振動解析を行なえるなどの特徴をもっている。反面、本法の制約条件は次の2点である。

(1) 各ステップにおいて、変位を常に一定の方向に増加(あるいは減少)させながら収録計算を行なう方法であるから、Soft spring 型の復元力特性をもつ構造物でなければ適用できない。

(2) 各ステップにおいて剛性の評価が必要である。このため、多自由度系の場合には、剛性マトリクスの非対角線要素が対角線要素に従属である様な特殊な場合を除き、非対角線要素を求めることができないので、一般の多自由度系には適用できない。

2) 解法 III : 中央差分法を用いる方法であり、図2(b)のフローチャートに従かう。

多自由度系の  $k$  番目の要素の ( $i-1$ ) 点での釣合式は式(8)となる。

$${}_k M \ddot{x}^{i-1} + \sum_{j=1}^n {}_j C_j \dot{x}^{i-1} + {}_k F^{i-1} = -{}_k M \ddot{x}_0^{i-1} \quad (8)$$

時間間隔を  $\Delta t$  とするとき、( $i-1$ ) 点に関する中央差分公式は式(9)となる。

$$\begin{bmatrix} {}_k x^{i-1} \\ {}_k \dot{x}^{i-1} \\ {}_k \ddot{x}^{i-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1/(2\Delta t) & 0 & -1/(2\Delta t) \\ 1/(\Delta t)^2 & -2/(\Delta t) & 1/(\Delta t)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_k x^{i-2} \\ {}_k \dot{x}^{i-2} \\ {}_k \ddot{x}^{i-2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

いま、すべての $k$ について ${}_kx^{i-1}$ 、 ${}_kx^{i-2}$ が既知で、かつ、変位 ${}_kx^{i-1}$ を試験体に作用させた時の復元力 ${}_kF^{i-1}$ が測定されていれば、式(8)、(9)を連立に解くことにより、 ${}_kx^i$ 、 ${}_k\dot{x}^{i-1}$ および ${}_k\ddot{x}^{i-1}$ が求まる。得られた変位 ${}_kx^i$ を試験体に作用させて復元力を測定すれば、 ${}_kF^i$ が求まるので、同様の手順により次のステップでの応答量が求まる。なお、この方法はSelf startingな解法ではないので、第1ステップについては解法Ⅰ又はⅡなどを用いる必要がある。

解法Ⅲは、解法Ⅱと異なり、収斂計算を行なわず、また、剛性を用いない計算法であるから、解法Ⅱの制約条件を解決できる方法である。解法の精度についてみると解法Ⅰ、Ⅱにおける線形加速度法がTaylor展開公式において3階の微係数の項まで考慮しているのに対し、解法Ⅲにおける中央差分法は2階の微係数の項までしか考慮していないので、(言いかえるなら、線形加速度法では変位を時間に関する3次式と仮定しているのに反し、中央差分法では2次式と仮定している)解法Ⅲの数値解法自体の精度は線形加速度法よりやや劣ると考えられる。解法Ⅲで用いた数値解法の安定条件は式(10)で表わされ、工学的に満足な解を得るためにはこの値の約1/6とする必要があるとされている(文献4)。

$$\Delta t \leq \frac{1}{\pi} \cdot T_{\min} \tag{10}$$

前述の条件を考慮して、数値計算を行う際の時間間隔を定めれば、十分な精度を有する解法となるので(文献4、5)オンライン実験に採用している。

3) 数値計算例

解法Ⅰ、ⅢおよびⅢの数値解析の誤差を検討するためにRamberg-Osgood形の復元力特性を有する1

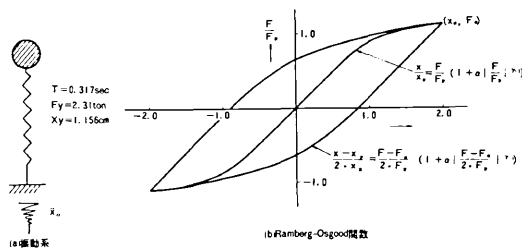


図5 振動系例

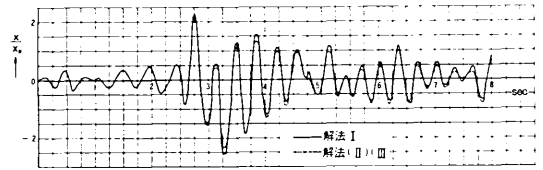


図6 応答変位—時刻関係例

質点系が地動をうけた時の地震応答量を計算し比較した。図5、6にその1例を示す。図5(a)は対象とした振動系の例、図5(b)はRamberg-Osgood形の復元力特性を示している。図6は、図5(a)に記入した特性をもつ系に1968年八戸地震波NS成分(最大加速度を400galに補正)が作用した時の応答変位を示したものである。他の演算条件は、Ramberg-Osgood関数の係数 $\alpha=0.2$ 、 $\gamma=7$ 、演算時間間隔1/100sec、減衰常数 $h=0.02$ などである。図6より明らかな様に解法ⅡとⅢとの差はほとんどなく(ピーク値の差約1%)、解法Ⅰによる結果は他2法による結果と約10%の差がある。これらの性質は条件を変化させた他の計算例においても同様であった。

あとがき

本システムの開発研究は、臨時事業研究「都市における災害・公害の防除に関する研究」(昭和46、47、48年度)ならびに文部省一般研究「建築構造物の地震による破壊の研究」(昭和49、50年、代表田中尚)、「建物の2方向地震入力に対するコンピューターアクチュエーターオンライン実験」(昭和50年、代表岡田恒男)などの一環として行なったもので、筆者の他、岡田恒男、高梨晃一、宇田川邦明、関松太郎が担当した。

(1975年10月17日受理)

参考文献

- 1) 高梨, 宇田川, 関, 田中「電算機—計算機オンラインシステムによる構造物の地震時崩壊の解析」生産研究26巻11号, 1974 11.
- 2) 高梨, 宇田川, 関, 岡田, 田中「電算機—試験機オンラインシステムによる構造物の非線形地震応答解析(その1: システムの内容)」建築学会論文報告集 229号, 1975. 3
- 3) Newmark, N. M., "A Method of Computation for Structural Dynamics," Trans. ASCE, Vol. 127, 1962, Part I
- 4) Leech, J. W. et al. "Stability of A Finite-Difference Method for Solving Matrix Equation" AIAA Journal Vol. 3, No. 11, 1965.
- 5) Biggs, J. M., "Introduction to Structural Dynamics," McGraw-Hill Book Com., 1964.