

最適経路決定の近似的手法

Approximate Method for Determining an Optimal Route of Automated Vehicles

浜田 喬*・佐藤和雄*

Takashi HAMADA and Kazuo SATO

1. はじめに

Dial-a-Bus等の自動(または手動)運行車両の最適経路をon-lineで定めるために、いわゆる巡回セールスマン問題の解法が適用できるが、その解法はORの種々の分野中でも、かなり難解なものであり「分枝限界法」¹⁾など、最適解を得る方法も開発されているが、それらはnode数の増加と共に極端に能率が悪くなり、実用性は極めて乏しい。

従って、実用的な観点からみると多少の誤差は許容しても、妥当な計算量で高速に最適解もしくは、これに近い近似解の得られるものが望ましい。このような観点から提案された対称問題(リンクの両方向のコストが等しい)に対するShen Linの λ -optimalityの手法²⁾(以下、 λ -opt法と略す)の実用性の調査、および λ -opt法の非対称問題への拡張を行ない、経路決定手法に応用した結果について報告する。

2. λ -opt法の概略

λ -opt法は、巡回セールスマン問題の経路であるハミルトン経路(目的地である各nodeを、すべて経過し最後に出発点に戻る経路)の一つを適当に設定し、その経路内の λ 個のリンクを他のリンクで置きかえて、より小さな費用の経路に改善していくものであり、経路内の λ 個のリンクの置きかえで、もはや費用が減少しないとき、その経路は λ -optimalである³⁾という。

一般に、node数 n の対称な巡回セールスマン問題を試行錯誤的に解く場合の試行の総回数は $(n-1)!/2$ となり(非対称の場合はこの2倍)、 n の増加につれて極めて多くなり現実性は殆どない。

これに対し λ -opt法は、有限な(しかも比較的小さい) λ の値を用いて最適解を近似するもので、リンクの置きかえで得られた経路が最終的な改善であることを検証するための時間は $nC\lambda$ に比例するから、 λ の値が小さければ高速に経路決定ができる。

実際、1つのlocally λ -opt経路を得る時間は数十 $\mu s \times n^3$ ($\lambda=3$ の場合)程度であるから、1回で得

られる解の正解率が小さくても実用的時間内に多数のlocally λ -opt経路を作り、その中の最良のものをとることにより最適解もしくは、それに近い解が得られることが実証されている。

node数 n のnetworkにおいて1個の λ -opt経路を作ったときの正解率を P_{n1} とすると、 r 個の λ -opt解中に正解が含まれる確率 P_{nr} は次式で与えられる。

$$P_{nr} = 1 - (1 - P_{n1})^r \quad (1)$$

従って、 P_{n1} の値が実験的に知られているならば、正解率 P_{nr} の期待値を設定して、(2)式による r 個だけ λ -opt経路を作成すれば P_{nr} が達成されることが期待できる。

$$r = \frac{\log(1 - P_{nr})}{\log(1 - P_{n1})} \quad (2)$$

次に、 λ の設定について $\lambda=2$ では最適性が低すぎ、 $\lambda \geq 4$ では計算時間が急激に増加し、特に $\lambda=4$ では $\lambda=3$ に比較して最適性の顕著な向上がない、などの点から $\lambda=3$ が妥当であるとされている。

3-opt法は、図1のようにでたために設定された初期経路の点線の3リンクを図2のような点線あるい

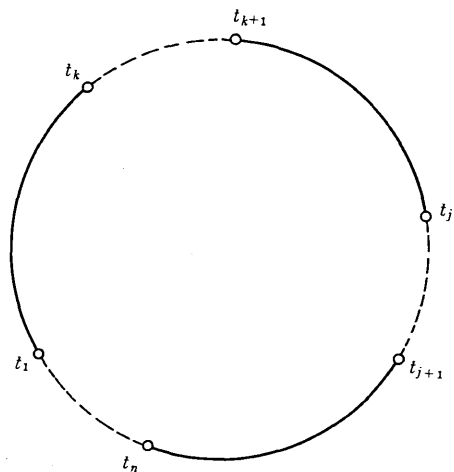


図1

* 東京大学生産技術研究所 第3部

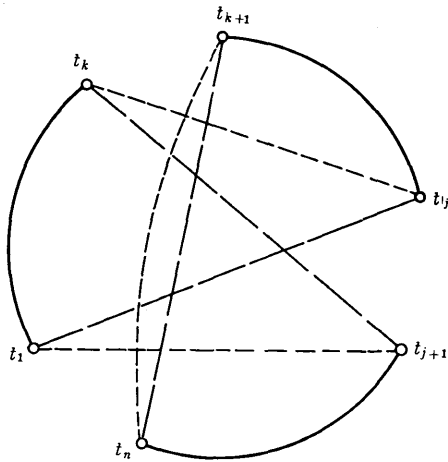


図2

は破線の3リンクで置きかえて、初期経路の費用と新経路の費用とを比較して費用の改善を調査していくのであるが、そのためにリンク u_{ik+1} を固定し、残る2つのリンク u_{ij} , u_{j+1} を変化させる(即ち、 k と j を変化させることになるが、 k は1から $n-3$ まで、 k の各々に対して j は $k+1$ から $n-1$ まで)。

置きかえにより改善がなされたら、それを初期経路として再び $k=1$ から始める。 k, j が各々最大値になったら固定リンクを変更する(隣のリンクを固定リンクにする)ため Rotation を行う。従って、この Rotation サイクルは n 回あり、これらを全て終了すると1つの3-opt経路が得られる。

このように、独自に設定された「でたらめ」な初期経路より得られる経路を r 個作り、その中の費用最小のものを最適経路とする。

3. 非対称問題への λ -opt法の拡張

以上のように一般の巡回セールスマン問題では、nodeを一巡して出発地に戻るというモデルであるが、車両運行の場合にはむしろ特定の最終目的地が別に指定されるか、あるいは任意のnodeを目的地とすることが多い。

このような問題に対して、上記の解法を応用するには、たとえば別の最終目的地がある場合には、そのnodeから出発地への費用(距離)を人為的に0とし、他のすべてのnodeから出発地への費用を非常に大きな値として、出発地に戻るモデルで解けばよい。しかし、いうまでもなく、これは非対称問題となり、上記

の手法をそのまま適用することはできない。

非対称問題への拡張は、一般的な場合にも可能であるが、かなり複雑になるため、ここでは車両運行などへの応用という点から元に戻らない場合、あるいは最終目的地を指定する場合(費用行列の要素が $d_{ij} \neq d_{ji}$)に限定する。

非対称では経路の方向が問題になり(図1の初期経路を右回りとする)置きかえにより図3(a)-(d)に変換され、各場合の置換される部分のリンクの費用 C_i は以下ようになる。

図1の場合..... $C_0 = d_{ik}t_i + d_{k+1}t_{k+1} + d_{ij}t_{j+1}$

図3(a)の場合..... $C_1 = d_{k+1}t_{j+1} + d_{k+1}t_{k+1} + d_{ij}t_i$

図3(b)の場合..... $C_2 = d_{ij}t_k + d_{k+1}t_{j+1} + d_{k+1}t_n$

図3(c)の場合..... $C_3 = d_{t_{j+1}k} + d_{k+1}t_j + d_{k+1}t_n$

図3(d)の場合..... $C_4 = d_{t_{j+1}i} + d_{k+1}t_j + d_{k+1}t_n$

しかし、 $d_{ij} \neq d_{ji}$ であるから向きが反転したリンク群の中に出発点のnode 1があれば、当然コストが変化するため、これを補正する必要があり、その値はnode 1の位置により次のように算定できる。

A. 元のリンクの始点 t_k にあるとき、

$$H_A = d_{t_k t_{k+1}} - d_{t_{k+1} t_k}$$

B. 元のリンクの終点 t_k にあるとき、

$$H_B = d_{t_{k-1} t_k} - d_{t_k t_{k-1}}$$

C. A, B以外の t_k にあるとき、

$$H_C = d_{t_k t_{k+1}} - d_{t_{k+1} t_k} + d_{t_{k-1} t_k} - d_{t_k t_{k-1}} = H_A + H_B$$

従って、置きかえによる経路の改善判定は補正された C_i を比較することによって行なう。図4に補正法を示す。

このように、非対称問題では改善判定に際して補正をするだけで、他の処理は対称の場合と同様である。なお、node 1が k, j, n 等にあり、かつ $k=1, j=k+1, n=j+1$ 等の場合は補正は不要である。

4. 計算結果

隣接するnode間の距離が1である 10×10 のgrid状networkに一樣乱数でnodeを設定して、これを3-opt法で1個の3-opt経路を作成したときの正解率(分枝限界法によって検定したもの)を図5に、1個の3-opt経路を得るための計算時間(FACOM230/55 CPUtimeによる)を図6に示す。

また、図5より99%の確率で正解を得るために必要な3-opt解の個数 r を図7に、その計算時間を図8に示す。比較のため、図8には「分枝限界法」の計算時間を併せて載せてある。

5. おわりに

3-opt法は近似的手法であるが、小規模な問題

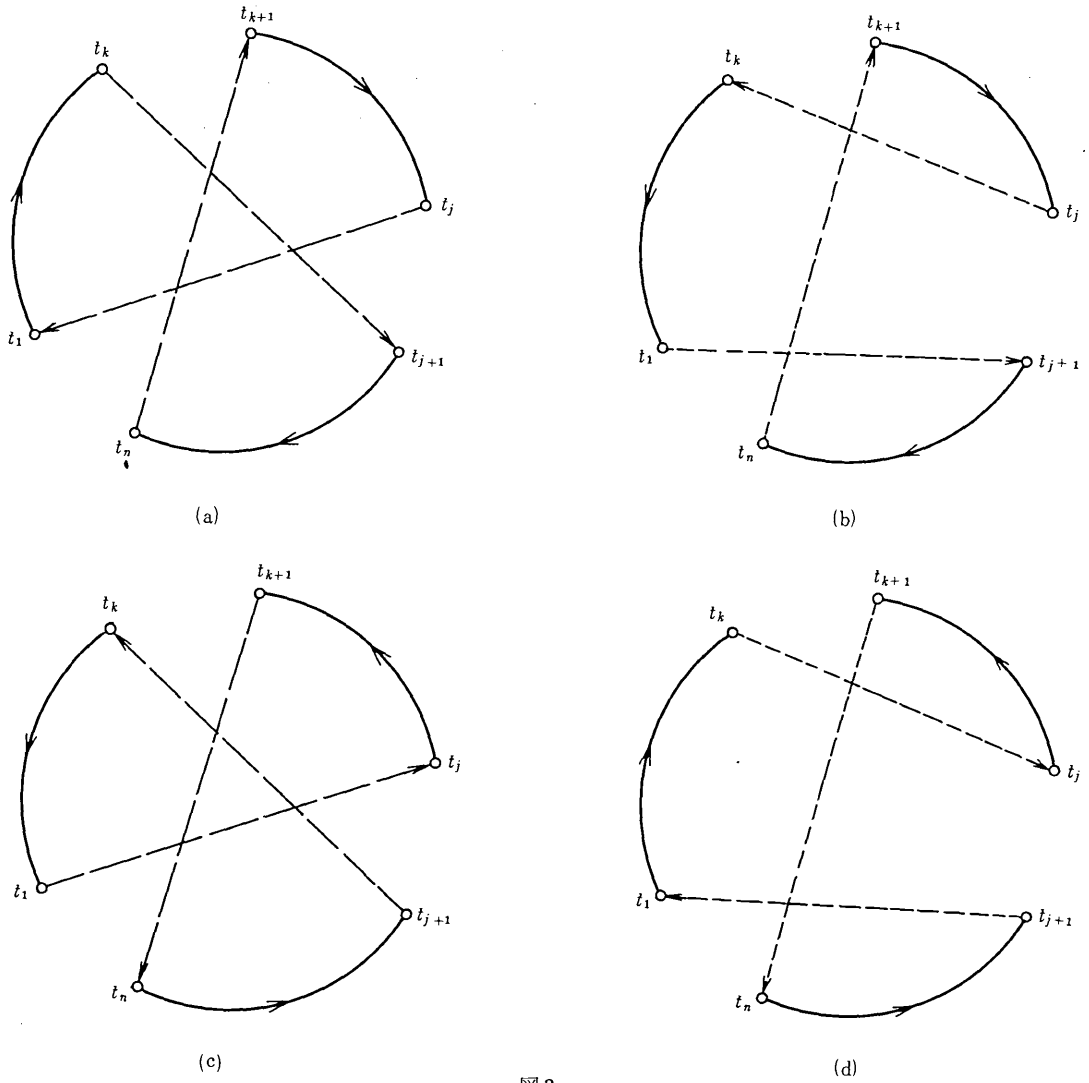


図3

| | | |
|-----|----------------|--|
| (1) | 1 | $C_1 \rightarrow C_1, C_2 - H_A \rightarrow C_1, C_3 - H_A \rightarrow C_3, C_4 \rightarrow C_4$ |
| (2) | $2 \sim k-1$ | $C_1 \rightarrow C_1, C_2 - H_C \rightarrow C_2, C_3 - H_C \rightarrow C_3, C_4 \rightarrow C_4$ |
| (3) | k | $C_1 \rightarrow C_1, C_2 - H_B \rightarrow C_2, C_3 - H_B \rightarrow C_3, C_4 \rightarrow C_4$ |
| (4) | k+1 | $C_1 \rightarrow C_1, C_2 - H_A \rightarrow C_2, C_3 \rightarrow C_3, C_4 - H_A \rightarrow C_4$ |
| (5) | $k+2 \sim j-1$ | $C_1 \rightarrow C_1, C_2 - H_C \rightarrow C_2, C_3 \rightarrow C_3, C_4 - H_C \rightarrow C_4$ |
| (6) | j | $C_1 \rightarrow C_1, C_2 - H_B \rightarrow C_2, C_3 \rightarrow C_3, C_4 - H_B \rightarrow C_4$ |
| (7) | j+1 | (4)と同じ |
| (8) | $j+2 \sim n-1$ | (5)と同じ |
| (9) | n | (6)と同じ |

図4

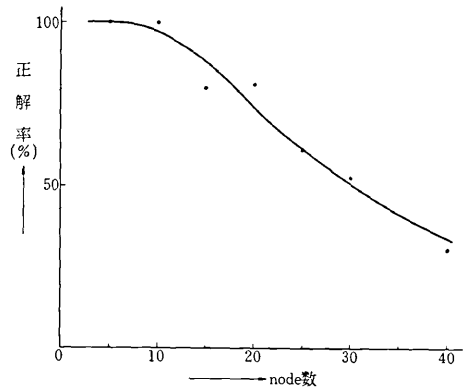


図5 1個の3-opt経路の正解率

研究速報

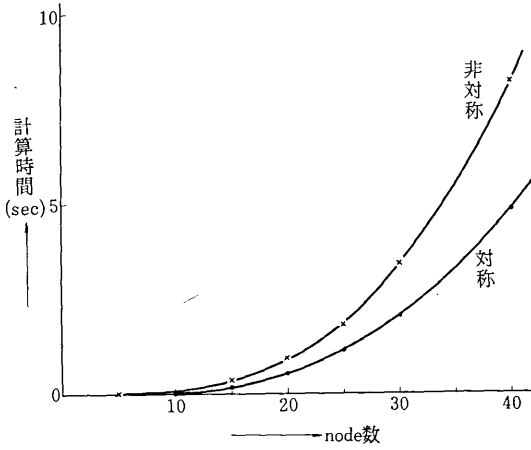


図6 1個の3-opt経路を得る計算時間

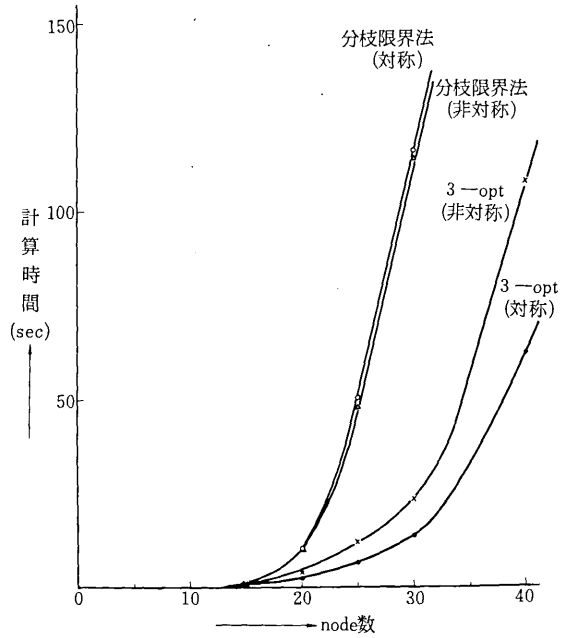


図8 正解率99%の3-opt法, および分枝限界法の計算時間

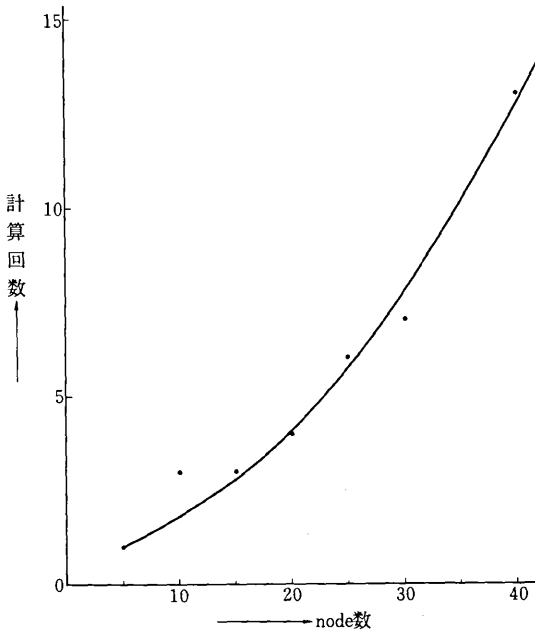


図7 正解率99%の3-opt経路を得るための計算回数

(node数 ≤ 50 程度) に対する解の正確さと計算時間の速さは十分に実用性を持っているものと思われる。当然のことながら、非対称の場合は対称の場合に比較して計算時間は長くなる。(1975年4月22日受理)

参考文献

- 1) J. D. C. Little, K. G. Marty, D. W. Sweeny, and C. Karel: "An Algorithm for the Traveling Salesman Problem." Operations Research, Vol-11 (1963). p972~989
- 2) Shen Lin: "Computer Solutions of the Traveling Salesman Problem." Bell System Technical Journal, Vol-44 (1965). p. 2245~2269
- 3) 浜田喬, 藤田一彦, 佐藤和雄: 自動運行車両の能率のシミュレーションによる評価, 昭和49年電気学会全国大会論文集, 1103
- 4) 浜田喬, 佐藤和雄: 最適経路決定の近似的手法, 昭和50年電気学会全国大会論文集, 1413