

## コンクリートと複合(Ⅱ)

—複合系としてのコンクリート—

Concrete as a Composite System

小林 一 輔\*

Kazusuke KOBAYASHI

前回は主としてコンクリートにおける複合構成について論ずるとともに、各種のコンクリート系複合材料についてその概要を明らかにした。今回はコンクリートを2相系複合材料とみなし、その構成要素を組合せてつくったモデルを用いて物性を解析的に調べるためのいくつかのアプローチ、その他について述べる。

## 1. コンクリートの弾性係数と複合則

コンクリートを骨材とセメントマトリックスから成る2相系材料とみなせば、その弾性係数は以下に述べるように構成材料の弾性係数と構成比の関数として表わすことができる。最も一般的なものは、コンクリートが単軸圧縮荷重を受けた場合の変形機構を解釈するための構造モデルを設定し、これに基づいて理論式を誘導するものである。すでに提案されている代表的な構造モデルとしては、Dantu, Hansen, Hirsch, Counto, Hashinらによるものがあり、理論式としては、これらの構造モデルから直接誘導されたもののほかに、表一に示すように、Dougill-Hirsch, Illston, Mehmel-Kern, Maxwell, Hashin-Hansen式などがあるが、これらの理論式に対応するモデルは前述の構造モデルのいずれかに属し、解析の方法あるいは仮定の相違によって式の形を異にする。これらの理論式の適用限界をそれぞれ対応する構造モデル(図一)によって検討してみる。

図1の(a)および(b)のモデルは、それぞれ前者がmodular ratio ( $E_a/E_m$ ) が1より小さい場合、後者が1より大きい場合に適合するものとして、Dantu<sup>1)</sup> Hansen<sup>2)</sup>らによって提案されたもので、これから誘導された式(I)および式(II)はPaul<sup>3)</sup>によってそれぞれ2相材料の弾性係数の理論的上限値と下限値を与えることが証明されている。実際のコンクリートでは構成材料が図1の(a)または(b)のような配置をとることは稀であり、従って式(I)および(II)はいずれも実験結果との適合性は悪いことが明らかにされている。

Hirsch<sup>4)</sup>は図1(c)の左図に示すような、Modular ratio  $> 1$  で、骨材がマトリックス中に規則的に配置されたモデルを両者間の付着を考慮して解析している。

すなわち、図1(c)の左図における断面積dAの微小な体積を想定し、それらの荷重方向に対して直角な付

着面では圧縮応力が等しく、荷重方向と平行な付着面では圧縮応力が左図のように正弦波状に変化するものとし、この応力分布を次の式(1)および(2)によって表わした。

$$S_1 = S - [S - S_1(\min)] Z \sin \pi y_1 / M \quad (1)$$

$$S_2 = S + [S(\max) - S] Z \sin \pi y_2 / A \quad (2)$$

ここで、S=作用応力

$S_1$ =マトリックスにおける応力

$S_2$ =骨材における応力

Z=仮定した応力変化を修正する実験定数

以上の仮定によって求められたものが表一における式(III)であり、HirschはZ=0.785のとき実験結果と適合することを示している。

一方、式(3)において、 $X=2Z/\pi$ とおくと、下記の式(3)に変形でき、しかもその形は前述のそれぞれ式(I)および式(II)から得られる $(1/E_c)$ の和となる。

$$1/E_c = (1-X) \{ V_a/E_a + (1-V_a)/E_m \} + X \{ 1/V_a E_a + (1-V_a) E_m \} \quad (3)$$

すなわち、Hirsch式は図1(d)の構造モデルに単純化することができ、Xと(1-X)はそれぞれ上限と下限を与えるモデルの組合せの割合とみることができる。

Hirschが求めた実験定数Z=0.785、X=0.5はこのモデルの単軸荷重にさいしての等方性を確保するための値であり、その値を用いた式が表一における式(IV)である。ただし、図1(d)のモデルが適用されるのは骨材容積比がほぼ50%の場合に限定され、さらにこのモデルから誘導された式(III)、ならびに式(IV)も $E_a=0$ のとき $E_c=0$ となる欠点をもっている。

図1(e)および式(V)は、以上の諸式の欠陥を克服する目的でCounto<sup>6)</sup>によって提案されたもので、単位体積の円柱体マトリックスに $V_a$ なる体積を持つ相似形の骨材1個をマトリックスと同一軸上に埋め込んだものを図の点線のごとく三層に分割して解析している。しかし、Countoの式は図の中の間層における骨材と

\* 東京大学生産技術研究所 第5部

表一1 コンクリートの弾性係数についての理論式

| No.      | 研究者            | 提案式  |
|----------|----------------|--|
| ( I )    | Dantu-Hansen   | $E_c = V_a E_a + (1 - V_a) E_m$  |
| ( II )   | Dantu-Hansen   | $E_c = \frac{1}{V_a/E_a + (1 - V_a)/E_m}$  |
| ( III )  | Hirsch         | $E_c = \frac{1}{K_1 V_a/E_a + K_2 (1 - V_a)/E_m}$ $K_1 = 1 - \frac{2Z}{\pi} \left[ 1 - \frac{1}{(1 - V_a) E_m/E_a + V_a} \right]$ $K_2 = 1 - \frac{2Z}{\pi} \left[ 1 - \frac{1}{(1 - V_a) + V_a E_a/E_m} \right]$  |
| ( IV )   | Dougill-Hirsch | $E_c = \frac{1}{\frac{0.5}{V_a E_a + (1 - V_a) E_m} + 0.5 \left( \frac{V_a}{E_a} + \frac{1 - V_a}{E_m} \right)}$   |
| ( V )    | Counto         | $E_c = \frac{1}{\frac{1 - \sqrt{V_a}}{E_m} + \frac{\sqrt{V_a}}{V_a E_a + (1 - \sqrt{V_a}) E_m}}$   |
| ( VI )   | Illston        | $E_c = \frac{1}{\frac{1 - \sqrt[3]{V_a}}{E_m} + \frac{\sqrt[3]{V_a}}{\sqrt[3]{V_a^2 E_a + (1 - \sqrt[3]{V_a^2}) E_m}}}$  |
| ( VII )  | Mehmel-Kern    | $E_c = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{V_a E_a}} + \frac{1 - \sqrt[3]{V_a}}{\sqrt[3]{V_a^2 E_m}} + (1 - \sqrt[3]{V_a^2}) E_m}$  |
| ( VIII ) | Hashin         | $E_a = \frac{(1 - 2\nu) E_m}{1 - 2\nu m} \left\{ \frac{(1 - V_a) \frac{E_m}{1 - 2\nu m} + \left\{ \frac{1 + \nu m}{2(1 - 2\nu m)} + V_a \right\} \frac{E_a}{1 - 2\nu a}}{1 + \frac{1 + \nu m}{2(1 - 2\nu m)} V_a} \frac{E_m}{1 - 2\nu m} + \frac{1 + \nu m (1 - V_a)}{2(1 - 2\nu m)(1 - 2\nu a)} E_a \right\}$ |
| ( IX )   | Hashin-Hansen  | $E_c = \frac{(1 - V_a) E_m + (1 + V_a) E_a}{(1 + V_a) E_m + (1 - V_a) E_a} \cdot E_m$  |
| ( X )    | Maxwell        | $E_c = \frac{2E_m + E_a - 2V_a(E_m - E_a)}{2E_m + E_a + V_a(E_m - E_a)} E_m$   |

〔ここに  $\nu$  = コンクリートのポアソン比  
 $\nu_m$  = マトリックスのポアソン比  
 $\nu_a$  = 骨材のポアソン比〕

マトリックスのひずみが等しく、また、上、下層における高さ方向(荷重方向)の応力は変化しないという均一応力分布状態の仮定に基づいており、異方性材料の単軸荷重にさいしての骨材とマトリックス間の付着応力および同一層における応力分布の不均一性を考慮していない。

なお、Illston<sup>7)</sup>の式(表1, 式(VI))は単位体積の立方体に体積 $V_a$ なる同一形状の骨材を埋め込んだ構造モデルに基づいて得られたもので、解析方法はCountoと同様である。図1(f)および表1の式(VII)はMehmel-Kern<sup>8)</sup>によって提案されたもので、Counto, Illstonと同様なモデルを点線の如く荷重方向に分割して解析したものである。この場合は、全体のひずみが図の中央の異方性カラムのひずみに等しいとおいたもので、Countoの仮定より合理的であると思われる。

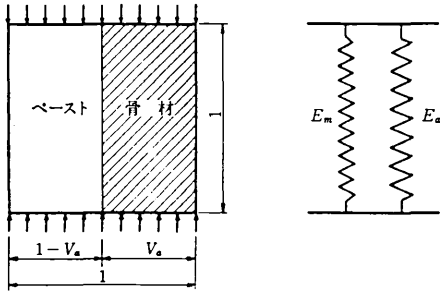
さて、以上の各理論式はHirsch式を除いて、骨材とマトリックス間の付着を無視しており、また構成材料のポアソン比を考慮していない。

表1における式(VIII)は構成材料のポアソン比とそれらの間の付着を考慮して誘導されたもので、Hashin<sup>9)</sup>によって提案されたものである。Hashinは2相材料を図1(g)左図に示されるような、それぞれ1個の粒子を含む複合エレメントの集合体とみなし、この複合エレメントを解析するために、図1(g)右図のような完全な球状の構造モデルを設定している。すなわち、体積が $V_a$ の球状の骨材をマトリックスの中心部に埋め込んだ体積1の球状モデルを解析し、理論式(VIII)を求めている。

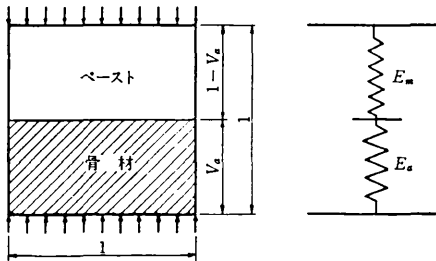
しかし、Hashin式(VIII)は非常に複雑であり、また骨材、マトリックスおよび2相材料のポアソン比(それぞれ $V_a$ ,  $V_m$ および $V_c$ )を必要とする点で実用性が少ない。

Hansenはコンクリートまたはその構成材料のポアソン比の概略値として通常0.2という値が用いられているところから、Hashin式中のそれぞれのポアソン比の値を0.2とおいて単純化して得たHashin-Hansen式

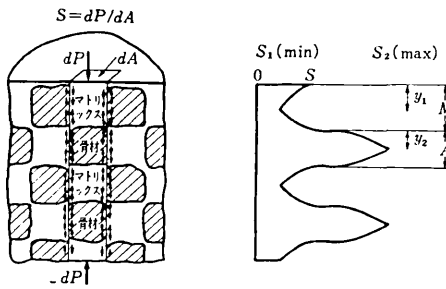
(a) Dantu-Hansen のモデル (Upper bound)



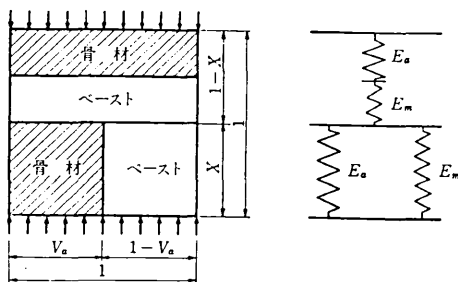
(b) Dantu-Hansen のモデル (Lower bound)



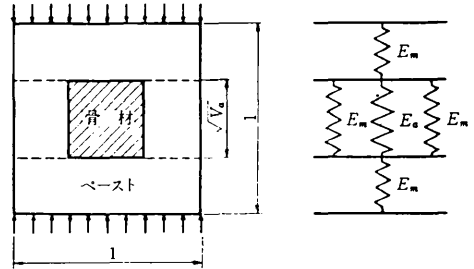
(c) Hirsch のモデルと応力分布状態



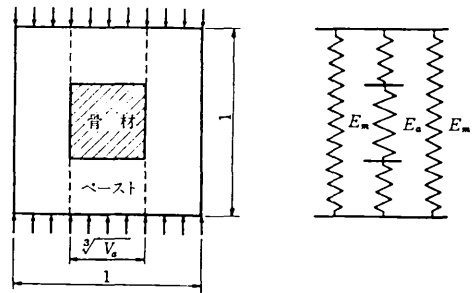
(d) 単純化した Hirsch のモデル



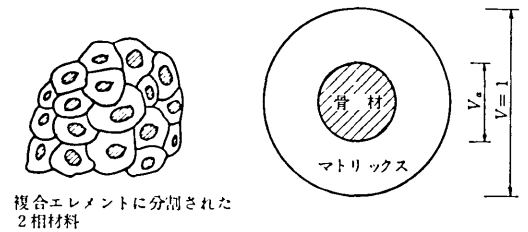
(e) Counto のモデル



(f) Mehmel-Kern のモデル



(g) Hashin のモデル



複合エレメントに分割された  
2相材料

図1 各種の構造モデル

(IX)を提案している。Maxwell式<sup>2)</sup>(表1の式(X))は、Hashin式中の各ポアソン比を0とおいたものである。Hashinの理論は他と同様に個々の粒子間に相互作用がないことならびに各粒子が球形であるという仮定に基いている点で現実と異なるが、現在提案されている構造モデルの中では比較的すぐれていると思われる。

以上の各理論式について、modular ratio が0の場合における $E_c-V_c$ 曲線を描いてそれらの相互関係を比較したものが図2であり、またこれらの実験値との適合性を示したものが図3である。全般的な傾向として

トラップトエアが増大するためと考えられる。

普通の骨材を用いたコンクリートのほとんどが含まれると思われる。modular ratio が1~5の範囲では、いずれの式を用いてもほぼ同様な結果が得られ、しかも骨材の容積比が0.5以下の場合にはほぼ実験値に近い値が得られる。modular ratioの値如何に拘わらず、実験値に最も近い値を与える式はHashin-Hansen式である。

2. 2相系としてのコンクリートとその破壊機構

2・1 応力ひずみ曲線と内部構造

図4<sup>2)</sup>は単軸圧縮荷重を漸増的に加えた場合、コン

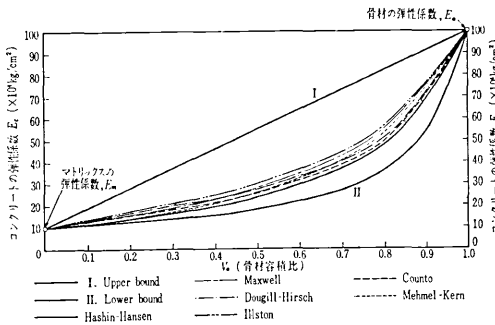


図2  $E_c/E_m=10$ における各理論式の比較

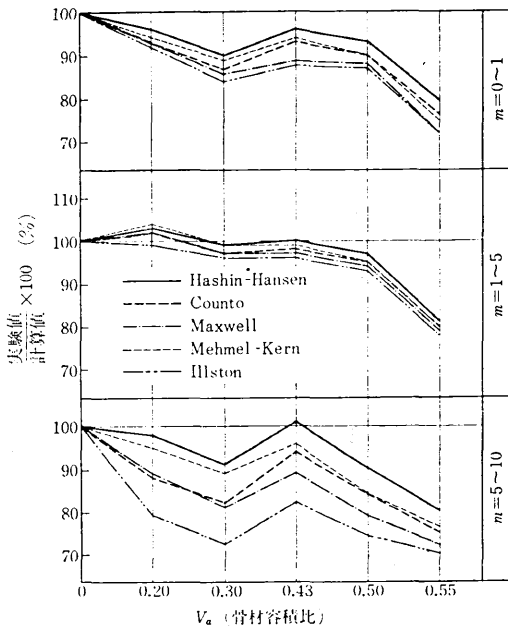


図3 各理論式の実験値との適合性

は、骨材の容積比が0.5をこえる場合にはいずれの式による計算値も実験値からはずれるが、これは骨材容積比が大となるに従ってコンクリート中におけるエン

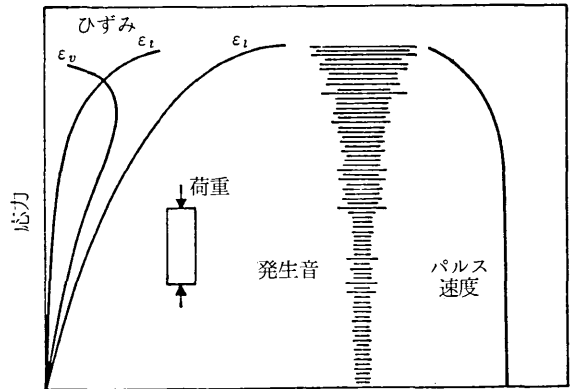


図4 単軸圧縮を受けるコンクリートにおけるマイクロクラックの検出

クリート供試体内部に生ずるマイクロクラックを、表面ひずみの測定、超音波パルス速度ならびに発生音波などによって検出した結果を示したものである。これ

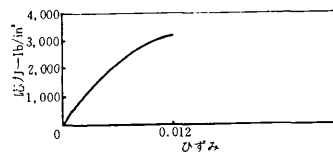


図5 単軸圧縮によるコンクリートのマイクロクラック(ボンドクラック)(輪郭の太い部分はマイクロクラックを示す)

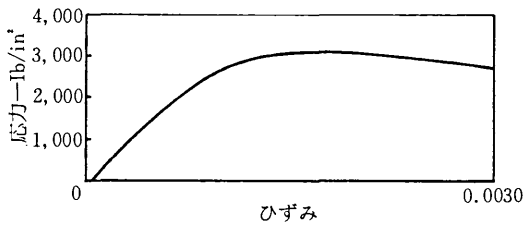
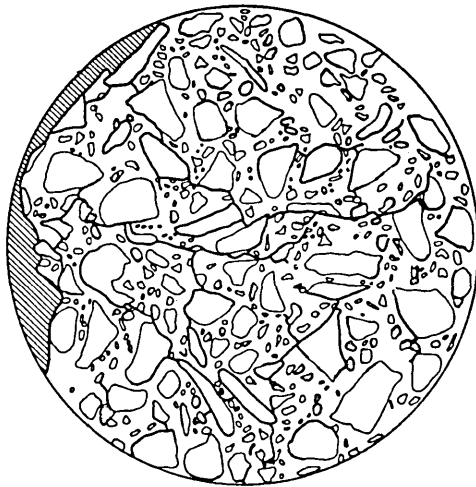


図6 単軸圧縮によるコンクリートのマイクロクラック (モルタルクラック)(輪郭の太い部分はマイクロクラックを示す)

によれば、パルス速度とnoise levelの測定結果は、応力が破壊強度の40~60%に達すると内部構造に著しい変化を生ずることを示している。即ち、この段階では、骨材—セメントペースト界面において付着破壊を生じはじめることが明らかにされている。応力が破壊強度の70~90%に達すると内部構造が破壊はじめる、それともなって供試体の容積が増加しはじめる。このときの応力は臨界応力と呼ばれるが、コンクリートの破壊の開始を示す応力であるところから、コンクリートの降伏点ともみなし得る値である。この段階では、骨材—セメントペースト界面におけるマイクロクラックが、モルタルマトリックス中に伝播しはじめることが実験的に明らかにされている(図—5~6<sup>3)</sup>)。マイクロクラックの形成は主として骨材とセメントペーストの弾性係数に大きい差があるために引起される応力集中により、骨材—セメントペースト界面に生ずる付着破壊に基づくものである。

2・2 構造モデルによる解析

コンクリート供試体に単軸圧縮荷重を加えると、破壊時においてマイクロクラックが相互に連結して荷重方向に平行な大きいひびわれを形成する(図—7)。このようなコンクリートに特有なひびわれ発生の機構を

構造モデルを用いてコンクリートの内部構造から説明しようとしたのはBrandzaegが最初である。以後、いくつかの構造モデルが提案されているが、これらはすべてBrandzaeg<sup>4)</sup>の基本的な考え方に端を発している。

Brandzaegのモデルは、一方向にのみせん断またはひりを生じて破壊するような構造要素を、図8に示すようにその異方性に関してランダムに配向させたものである。Brandzaegはこのような構造要素のせん断強度がクーロンの内部摩擦法則によって支配されるとし、さらにこのモデルに生じた横方向の引張応力またはひずみが或る限界値に達すると、圧縮荷重の方向に平行な面に沿って急激な割裂破壊を生ずるという条件を与えている。

このモデルに単軸圧縮荷重を加えると、最初は各要素に一樣な応力を生じ、しかも弾性的に変形する。荷重の増加にともなって若干の要素はひりを生じて破損す

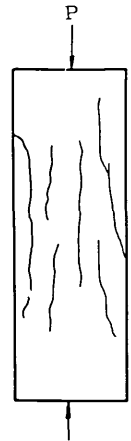


図7 単軸圧縮荷重により生じたコンクリート角柱体のひびわれパターン

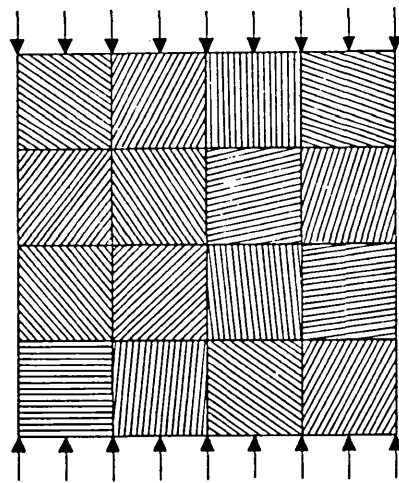


図8 Brandzaegの構造モデル

るが、周辺の要素によって横方向の拘束が与えられるならば、これらの破損した要素はなお荷重を支えることができる。一方、この拘束によりモデルには横方向の引張力を生じ、もしこの値が限界値をこえるといくつかの要素に割裂破壊を生じ、これともなって構造自体の破壊がはじまる。このような小規模な破壊が結合すると荷重方向に平行なひびわれとなり、破壊が進むにつれて容積を増す。即ち、図—9のモデルによって図1および図5に示したコンクリートの破壊特性を定性的に説明したものである。

セメントマトリックスと骨材から成る2相系材料としてのコンクリートの構造に基いたモデルとしては先

づRenius<sup>5)</sup>によるものがある。このモデルは正方粗充てんの配列をなす剛体球の骨材粒子と、これらを連結する硬化したセメントゲルの針状繊維を表わすピン結合格子系によって構成されている(図-9)。このモデ

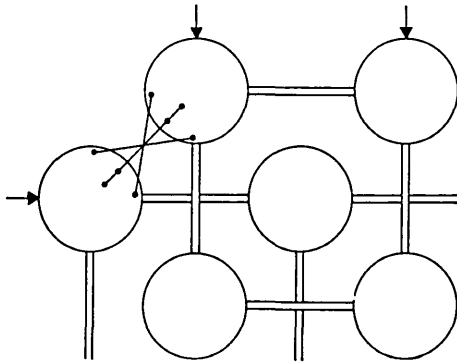


図9 Reniusの構造モデル

ルでは応力の伝達はすべて鉛直、水平および斜材からなるピン結合格子によって行なわれ、ロッドの強度またはロッドと骨材粒子間の付着力は圧縮力よりも引張力に対して小さいと仮定している。このモデルに単軸圧縮荷重を加えると横方向の引張応力を発生する。ロッドまたはロッドと骨材粒子間の付着が破損したとき構造自体の破壊がはじまり、その結果荷重方向に平行なひびわれが形成される。これによって他の圧縮材または引張材が分担する荷重が増し、これらが順ぐりに破損する。Reniusはロッドの有効面積を変えることによってこのような破壊を生ぜしめ、破壊に至るまでのコンクリートに特有の応力ひずみ曲線のシュミレーションを可能にしている。

Baker<sup>6)</sup>はReniusよりもさらにコンクリートの実際の構造に近似したモデルを用いて、単軸圧縮下におけ

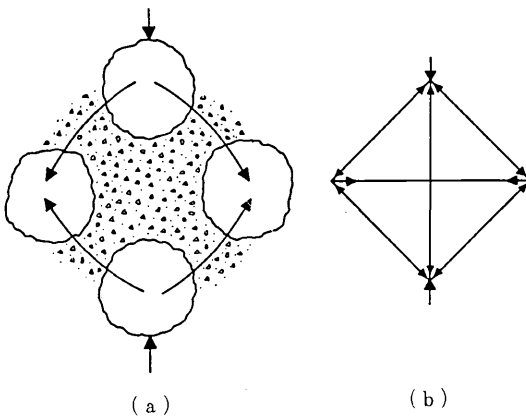


図10 Bakerの構造モデル

る横方向の引張応力の存在を説明した。このモデルは4個の規則的に配置された同じ大きさの粗骨材粒子と、これによって囲まれるより軟質のモルタルマトリックスのポケットから構成される二次元のモデルである(図10(a))。このモデルに単軸圧縮荷重を加えた場合、所謂 thrust ring effectによってポケット部分のモルタルマトリックスにおける荷重の一部が分散されるとともに圧縮力の水平成分と平衡を保つような横方向の引張応力がモルタルマトリックス中に生ずるといふわけである。Bakerはこの thrust ring action を図-10(b)に示すような垂直、水平および斜材から成るピン結合格子系によって置きかえ、ロッドの寸法やスチフネスに関して若干の仮定を行ってモデルのポアソン比を一般のコンクリートの値である0.15に等しくし、コンクリート供試体中に生ずる最大引張応力の分布を調べている。Bakerは以上のようにして単軸圧縮荷重を受けるコンクリートの破壊が荷重方向と平行な割裂破壊となることを示した。

さて、図-10(b)のようにコンクリートに対して lattice analogy を適用するためには、その前提となる thrust ring effect の仮定が成立しなければならない。

Anson<sup>7)</sup>は鋼球をセメントペースト中に規則的に埋込んでつくったコンクリートや弾性係数の異なる円板とマトリックスから成る硬質ゴムのモデルを用いて実験を行ない、 thrust ring effect の存在を確認している。またAnsonはBakerの二次元格子を図-11に示す

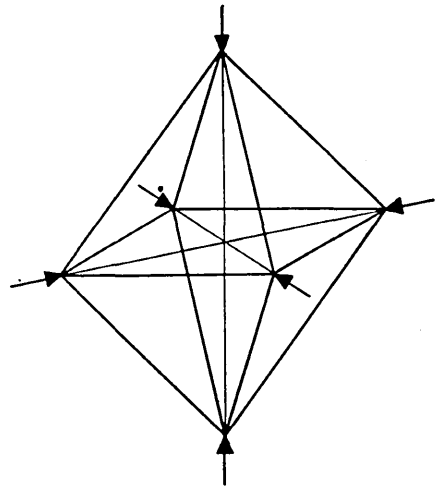


図11 Ansonの3次元格子ユニットモデル

ような三次元格子に拡張し、三軸応力状態にあるコンクリートにも適用できるようにしている。

以上のように、コンクリートの内部構造を単純化した構造要素から成るモデルを用いることにより、コンクリートの単軸圧縮荷重による破壊機構をかなりよく説

明することが出来るが、これらのモデルのパラメータを決めるためには種々の応力段階におけるコンクリートの力学的挙動について予め知っておく必要があり、結局はコンクリートの破壊機構を帰納的に推理しているに過ぎない。

3. コンクリートの非弾性変形その他の性質に及ぼす構成材料の影響

図12はコンクリートに持続荷重を加えた場合のクリ

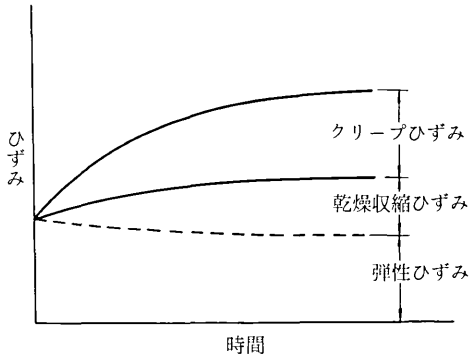


図12 コンクリートのクリープおよび乾燥収縮の経時変化

ープや乾燥収縮などの非弾性変形の経時変化を示したものである。一般のコンクリートにおいては、クリープや乾燥収縮はそのほとんどがセメントマトリックス中で生じ、骨材では生じないと仮定してよい。クリープや乾燥収縮に影響する要因は図-12に示した時間の他に数多く存在するが、これらの要因の影響を一定とすれば、クリープならびに乾燥収縮は以下に示すようにコンクリート中のセメントマトリックスの容積の関数として表わすことができる。

クリープひずみ  $\epsilon_{c,c}$  は、

$$\epsilon_{c,c} = \epsilon_{c,p} (1 - V_a)^n$$

- $\epsilon_{c,p}$ : セメントペーストのクリープひずみ
- $V_a$ : コンクリート中に占める全骨材の容積比
- $n$ : 載荷時間とともに1.7から2.1までの値をとる。

乾燥収縮  $\epsilon_{s,c}$  は

$$\epsilon_{s,c} = \epsilon_{s,p} (1 - V_a)^n$$

- $\epsilon_{s,p}$ : セメントペーストの乾燥収縮
- $n$ : セメントペーストと骨材の弾性的性質に関する定数で一般に1.2~1.7の値をとる。

一方、コンクリートの熱拡散率の場合には所謂加成則が成立することが確かめられている。

即ち、コンクリートの熱拡散率  $h_c^2$  は

$$h_c^2 = h_p^2 (1 - V_a) + h_a^2 V_a$$

ここに、

- $h_p$ : セメントペーストの熱拡散率
- $h_a$ : 骨材の熱拡散率
- $V_a$ : コンクリート中に占める全骨材の容積比

4. まとめ

コンクリートを2相系材料とみなし、その物性を解析的に調べるためのアプローチの主なものについてその概略を示した。要するにこのようなアプローチは弾性係数や熱拡散率のような構造鈍感性の物性に対しては比較的有効であるが、破壊のような構造敏感性の物性に対しては現在のところ余り成功していないと云うことである。

(1975年2月10日受理)

参考文献

- 1) P. Dantu, Ann. Inst. Tech. Bâtiment Trav. Publ., 11(1958)
- 2) T. C. Hansen, RILEM Bull., No. 31 (1966)
- 3) T. C. Hansen, J. Am. Concrete Inst., Proc., 62 (1962)
- 4) B. Paul, Trans. AIME, Vol. 218 (1960)
- 5) T. S. Hirsch, J. Am. Concrete Inst., Proc., 59 (1962)
- 6) U. J. Counto, Mag. Concrete Res., 16 (1964)
- 7) J. M. Illston, Symp. Structure of Concrete, London, 1965
- 8) A. Mehmehl, E. Kern, Deutsch. Ausschuss Stahlbeton, 153 (1962)
- 9) Z. Hashin, J. Appl. Mech., 29 (1962)
- 10) W. Manns, Structure, Solid Mechanics and Engineering Design, Part I, pp. 667-680, Wiley-interscience.
- 11) 趙, 小林, コンクリートジャーナル, Vol. 12, No.7(1974)
- 12) L. Holliday, Composite Material, Elsevier Publ. 1966
- 13) S. P. Shah, F. O. Slate, Symp. Structure of Concrete, London, 1965
- 14) A. Brandzaeg, Det Kongelige Norske Videnskabers Selskabs Strifter. No. 2, 1927
- 15) E. Renius, Betong, Stockholm, 40 (1955)
- 16) A. L. L. Baker, Mag. Concrete Res., 11 (1959)
- 17) M. Anson, Mag. Concrete Res. 16 (1964)
- 18) A. M. Neville, Mag. Concrete Res. 16 (1964)
- 19) G. Pickett, J. Am. Concrete Inst., Proc., 52 (1956)
- 20) 庄谷, 徳田, 第28回土木学会年次講演会概要集 (1973)