

球形タンク内部の液体の液面動揺の固有周期 の半実験式および計算図表

A Semi-Experimental Formula and a Nomogram to Evaluate the Period of Sloshing Liquid in a Spherical Storage

曾 我 部 潔*
Kiyoshi SOGABE

1. はじめに

球形タンク内部の液体の液面動揺 (sloshing) の固有周期を評価することは、球形タンクの耐震設計を行う上で重要な意義を有する。しかるに球形タンクの液面動揺の理論解析はその複雑さのために余り進んでおらず、実用に供する理論解析は皆無に等しい。一方、球形タンクの液面動揺に対する実験的研究も例が少ないが、液面動揺の固有周期に関して実用的な結果を与えているものとしては、わずかに秋山の実験結果¹⁾がある。しかしこの秋山の実験結果も液面動揺の固有周期に対して陽に実験式を与えているものではない。

本報では以上の状況のもとで球形容器内部の液体の液面動揺の振動特性を調べるために行った模型実験の結果をもとにして作成した球形タンク内部の液体の液面動揺の固有周期の半実験式および計算図表を示し、さらにこの半実験式は著者が軸対称容器を段付の円筒容器でモデル化して行った理論解析の結果をも良く近似することを示した。

2. 液量パラメータの定義

球形タンク内部の液体の液面動揺の固有周期を支配するパラメータは、球形タンクの直径 D と液体の深さ H である (図 1 参照)。

液体の深度を表わす無次元パラメータ h を次式で定義する。

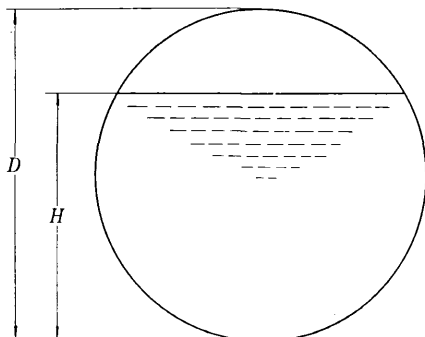


図 1 球形液体容器

$$h \equiv \frac{H}{D} \quad (1)$$

この深度に対する球形タンク内部の液体の充満度を $\eta(h)$ とすると

$$\eta(h) = h^2(3-2h) \quad (2)$$

と表わすことができる。

3. 模型容器の加振実験による固有周期

直径 $D=0.5\text{ m}$ の球形容器模型を振動台上に固定し、正弦波を入力波とする共振実験を行い液面動揺の固有周期を求めた。内部の液体として水を用いた。水深 h を 0.1 から 0.9 まで 0.1 きざみで変化させて実験を行った。この実験の結果得られた固有周期の値を図 2 に○印でプロットした。

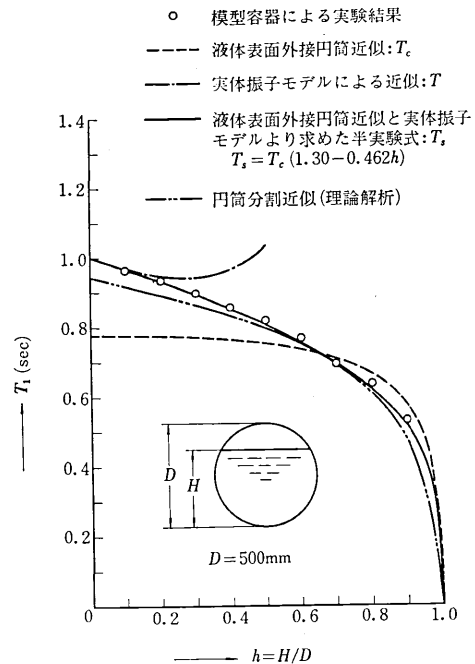


図 2 球形タンク内部の液体の 1 次の液面動揺固有周期

4. 液体表面外接円筒近似による固有周期

図 3 に示すように球形容器を液体表面に外接する円筒容器で近似した場合の液体の液面動揺の固有周期を T_c

* 東京大学生産技術研究所 第 2 部 (柴田研究室)

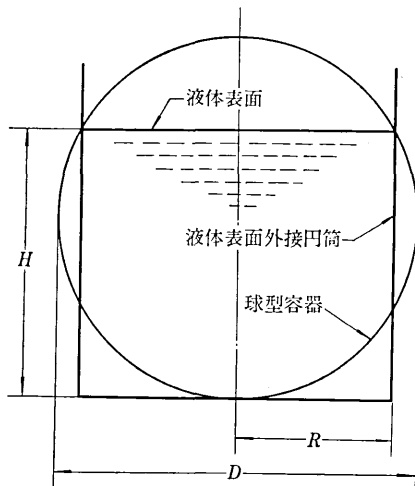


図3 液体表面外接円筒

とする。この外接円筒の半径を R とすると T_c は円筒容器内部の液体の液面動揺の固有周期の理論式として次式で与えられる²⁾。

$$T_c = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g} \cdot \frac{\coth\left(1.84 \frac{H}{R}\right)}{1.84}} \quad (3)$$

ところで水深が h のときの外接円筒の半径 R は

$$R = D \sqrt{h(1-h)} \quad (4)$$

で与えられるから

$$\frac{H}{R} = \frac{H}{D \sqrt{h(1-h)}} = \sqrt{\frac{h}{1-h}} \quad (5)$$

となる。式(4)、(5)を式(3)に代入して整理すると T_c はつぎようになる。

$$T_c = T_{c0} S_c(h) \quad (6)$$

ここに

$$T_{c0} = 2\pi \sqrt{\frac{D \sqrt{2}}{2g \cdot 1.84}} \quad (7)$$

$$S_c(h) = \sqrt{1.84 \sqrt{h(1-h)} \coth\left(1.84 \sqrt{\frac{h}{1-h}}\right)} \quad (8)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} S_c(h) = 1 \quad (9)$$

図2の破線は式(6)の T_c の値をプロットしたものである。

5. 球形容器内部の液体の液面動揺の固有周期の半実験式の仮定

図2で3.の結果と4.の結果を比較するとつぎの二つことが分る。

1) T_c 曲線は球形容器内部の液体の液面動揺の固有周期の実験結果と値の大きさは異なるが、曲線の傾向は非常に良く似ている。

2) T_c 曲線は球形容器内部の液体の液面動揺の固有周期の実験結果と $h=0.65$ の近くで交わる。

上の二つの事柄をもとにして、球形容器内部の液体の液面動揺の固有周期 T_s は T_c に h の1次式を掛け合わせた次式で近似できると仮定する。

$$T_s = T_c \{1 - m(h - 0.65)\} \quad (10)$$

上式に式(6)、(7)を代入すると

$$T_s = 2\pi \sqrt{\frac{D \sqrt{2}}{2g \cdot 1.84}} S_c(h) \{1 - m(h - 0.65)\} \quad (11)$$

$h \equiv 0$ の場合(水量が少ない場合)の T_s の値を T_{s0} とすると

$$T_{s0} = 2\pi \sqrt{\frac{D \sqrt{2}}{2g \cdot 1.84}} (1 + 0.65m) \quad (12)$$

6. $h \equiv 0$ の場合(水量が少ない場合)の T_s の値

つぎに $h \equiv 0$ の場合(水量が少ない場合)の T_s の値を実験により判明した事柄をもとにして推定する。

球形容器模型の振動台上の加振実験により $h \equiv 0$ のとき即ち水量が非常に少ない場合には、水は初めの形をほとんど変えないで壁面に沿ってすべるように振動することが判明した。したがって、この場合には系の運動は図4に示す実体振子でモデル化することができる。

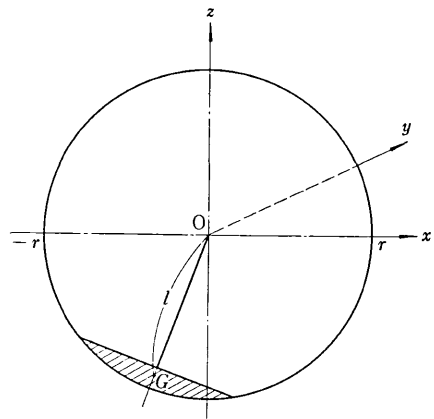


図4 実体振子モデル

このモデルを用いると水深が h のときの固有周期はつぎの式で表わすことができる。

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mgl}} \quad (13)$$

ここに M は液体の質量、 I は Oy 軸まわりの慣性モーメント、 l は点 O から液体の重心 G までの距離を表わす。これらの値は各々つぎようになる。ここで $r (= D/2)$ は球形容器の半径、 ρ は液体の密度を表わす。

$$M = \iiint_V dm = \rho \frac{4}{3} \pi r^3 h^2 (3 - 2h) \quad (14)$$

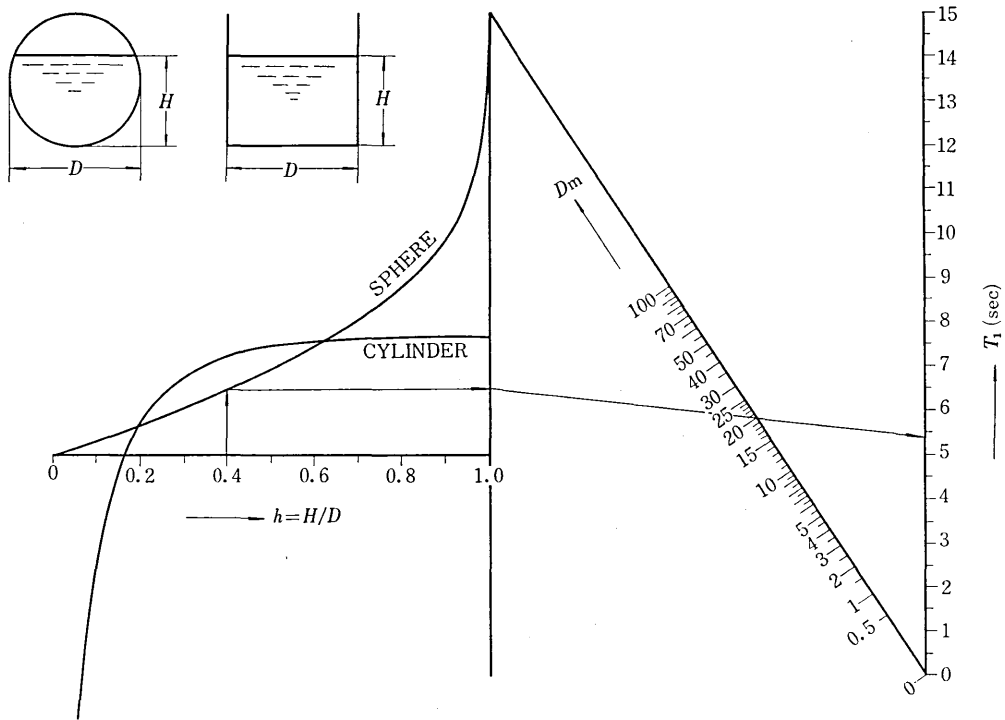


図 5 1 次 の 液 面 動 揺 固 有 周 期 計 算 図 表

$$I = \iiint_V (x^2 + z^2) dm$$

$$= \rho \frac{\pi}{15} r^5 h^2 (60 - 160h + 180h^2 - 72h^3) \quad (15)$$

$$I = \frac{\iiint_V z^2 dm}{M} = r^2 \frac{3(1-h)^2}{3-2h} \quad (16)$$

式(14), (15), (16)を式(13)に代入して整理すると T はつぎのようになる

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{D}{2g}} \sqrt{\frac{60 - 160h + 180h^2 - 72h^3}{60(1-h)^2}} \quad (17)$$

図2の一点鎖線は式(17)の T の値をプロットしたものである。 h の値が小さい場合には実験結果を良く近似していることが分る。

式(17)を用いて $T_{1.0}$ の値を推定すると

$$T_{1.0} = \lim_{h \rightarrow 0} T = 2\pi \sqrt{\frac{D}{2g}} \quad (18)$$

7. 球形容器内部の液体の液面動揺の固有周期の半実験式

式(18)を式(12)に代入して m の値を求めると $m \approx 0.462$

したがって式(10)より T_1 はつぎのようになる。

$$T_1 = T_0 (1.30 - 0.462h) \quad (19)$$

上式は式(6), (7), (8)を用いるとさらにつぎのように

表わすことができる

$$T_1 = T_{1.0} S_1(h) \quad (20)$$

ここに

$$T_{1.0} = 2\pi \sqrt{\frac{D}{2g}} \quad (21)$$

$$S_1(h) = S_0(h)(1 - 0.355h) \quad (22)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} S_1(h) = 1 \quad (23)$$

ここで $S_0(h)$ は式(8)で定義されたものである。

図2の実線は上の球形容器内部の液体の液面動揺の固有周期の半実験式をプロットしたものである。実験結果を良く近似していると思われる。

また図2の二点鎖線は著者が行った円筒分割近似³⁾による固有周期の理論計算結果である。上述の半実験式はこの理論計算結果をも良く近似していることが分る。

8. 液面動揺固有周期の計算図表

円筒容器内部の液体の液面動揺の固有周期の理論式(3)および球形容器内部の液体の液面動揺の固有周期の半実験式(20)を用いて、円筒容器および球形容器内部の液体の1次の液面動揺の固有周期を求める計算図表を作成した。これを図5に示す。図5では直径 $D=20$ m の球形タンクで水深 $h=0.4$ の場合の1次の液面動揺の固有周期を計算し、約5.4秒との計算結果を得ている。

研 究 速 報

9. ま と め

球形タンクの模型実験の結果をもとにして球形タンク内部の液体の液面動揺の固有周期の半実験式を求めた。さらに円筒タンクおよび球形タンク内部の液体の液面動揺の固有周期を簡便に計算できる計算図表を作成した。これらは液体貯槽の耐震設計に有用であると考えられる。

おわりに、終始御指導いただいた東大生研柴田碧教授

はじめ実験で御世話になった柴田研究室の皆様深く感謝申し上げます。
(1974年6月24日受理)

参 考 文 献

- 1) 通産省：LPG タンクの安全性に対する研究，第 13 回高压ガス及び火薬類保安審議会高压ガスプラント地震対策分科会資料，(昭 48.10)，p. 18.
- 2) 曾我部，柴田：円筒液体貯槽の液面動揺の応答，生産研究，Vol. 26, No. 3, (1974. 3), p. 119.
- 3) 曾我部：軸対称液体貯槽の液面動揺の固有周期計算法に対する一提案，生産研究，Vol. 26, No. 7, (1974. 7), p. 271

次 号 予 告 (10月号)

研究解説

レーザーミラーの品質.....小 倉 啓 夫

研究速報

高周波プラズマトーチを利用した球状化粒子及び超微粉体の作成.....六戸部 豊 信夫
明 石 和 夫

混合 Pellet の還元を与える SiO₂ の影響.....李 館 海 沫充

X線励起電子の角度変化.....菊 田 惺 志男
高 辻 橋 敏 泰

OPTIMIZATION OF CYCLE TIME FOR
COMPUTERIZED TRAFFIC SIGNAL SYSTEMS.....越 正 毅

POST-BIFURCATION ANALYSIS OF SHALLOW
SPHERICAL SHELLS UNDER UNIFORM PRESSURE.....半 谷 裕 彦
川 股 重 也

粒界拡散方程式(1).....梅 津 清
西 川 精 一

泡模形によるディスクリネーションの観察.....石 田 洋 一

研究室紹介

中川研究室.....中 川 威 雄