

## テンションリールの力学特性の考察 第2報

—コイル内にスリップのある場合—

A Study on the Behavior of Tension Reels II

—In the Case that Slippage Occurs Inside the Coil—

阿 高 松 男\*・鈴 木 弘\*

Matsuo ATAKA and Hiromu SUZUKI

## 1. ま え が き

テンションリールのドラムに作用する巻締力は、ドラムの強度上重要な要素であるばかりでなく、巻取られたコイルのバックリングの原因にもなるので、ストリップ圧延作業における重要な因子であるが、この巻締力を適確に予測する方法は確立されていない。著者らはコイル各層にスリップのない場合の研究についてはすでに発表したが<sup>1)</sup>、本報においてはコイル各層間にスリップのある場合の解析手法の概要を紹介し、数例の計算結果からテンションリールの力学特性の考察を行った。

## 2. 記 号

- $r_1$  : 厚肉円筒の自由状態の内半径 (mm)  
 $r_2$  : 厚肉円筒の自由状態の外半径 (mm)  
 $E_A$  : 厚肉円筒の縦弾性係数 (kg/mm<sup>2</sup>)  
 $E_B$  : 薄肉リングの縦弾性係数 (kg/mm<sup>2</sup>)  
 $\nu_A$  : 厚肉円筒材料のポアソン比  
 $\nu_B$  : 薄肉リング材料のポアソン比  
 $t$  : 薄肉リングの肉厚 (mm)  
 $T$  : 巻取張力応力 (kg/mm<sup>2</sup>)  
 $\mu$  : ストリップ相互間の摩擦係数 (以上は既知量)  
 $u_i$  : 第  $i$  番目のリングをかぶせた時の厚肉円筒外面の半径方向変位 (>0) (mm)  
 $r_{01i}$  : 第  $i$  番目のリングのかぶせる前の内半径 (>0) (mm)  
 $r_{02i}$  : 第  $i$  番目のリングのかぶせる前の外半径 (>0) (mm)  
 $r_{ij}$  : 第  $i$  番目のリングをかぶせた時の第  $j$  番目のリングの内半径 (>0) (mm)  
 $r_{i+1}$  : 第  $i$  番目のリングをかぶせた時の第  $i$  番目のリングの外半径 (>0) (mm)  
 $P_{ij}$  : 第  $i$  番目のリングをかぶせた時の第  $j-1$  番目と第  $j$  番目のリング間の接触圧 (>0) (kg/mm<sup>2</sup>)  
 $q_{ij}$  : 第  $i$  番目のリングをかぶせた時の第  $j$  番目のリングの円筒方向応力 (引張を正) (kg/mm<sup>2</sup>)

- $\epsilon_{r ij}$  : 第  $i$  番目のリングをかぶせた時の第  $j$  番目のリングの半径方向歪 (圧縮を正)  
 $\epsilon_{\theta ij}$  : 第  $i$  番目のリングをかぶせた時の第  $j$  番目のリングの円周方向歪 (引張を正)  
 $\tau_{ij}$  : 第  $i$  番目のリングをかぶせた時の第  $j-1$  番目と第  $j$  番目のリング間に作用する剪断応力 (kg/mm<sup>2</sup>)

## 3. 解析の基本構想および仮定

コイル各層間にスリップが生じない場合については、厚肉円筒 (ドラム) に薄肉リング (ストリップ) を逐次かぶせてゆくモデルにおきかえて軸対称の問題としてその力学特性を把握することができたが、スリップのある場合には前述のような軸対称の問題として扱うことはできない。しかし現象に完全に忠実に解いてゆくことは現状では殆んど不可能に近いので、スリップのある場合でも許容される範囲の軸対称性を導入して現象をできるだけ簡単なモデルにおきかえて解ける方向に持ってゆく必要がある。したがって解析モデルを作成するために次のような仮定を導入しモデルの簡略化をはかった。

- 1) 各層の変位・歪・応力・接触圧などは当該層に関しては切線方向にはどの位置でも一定である。
- 2) 巻取は一定張力で行われるものとする。
- 3) スリップによりストリップの巻付角度は増すが、その量は小さいので巻数は不変とする。
- 4) 摩擦によりコイル各層に作用する剪断応力を、それによって生じる伸びと等価な伸びを起こす円周方向応力と置換する。すなわち、図2に示すように(a)図の状態を(b)図の状態で近似する。  
 力学モデルの構想はリングモデルを基本とし、薄肉リングを逐次かぶせたモデルの最外周のリングに回転トルクを与え、各層間に作用する剪断応力を求める(図1を参照)。この剪断応力と接触圧力  $P \cdot$  ストリップ相互間の摩擦係数  $\mu$  との間に  $\tau \leq \mu P$  の関係が成立すればその部分はスリップを生じないが、 $\tau > \mu P$  の関係が成立した時にはその部分がスリップを生じる。そして  $\tau > \mu P$  の領域でスリップを生じ、 $\tau = \mu P$  が成立つまで巻締

\* 東京大学生産技術研究所 第2部

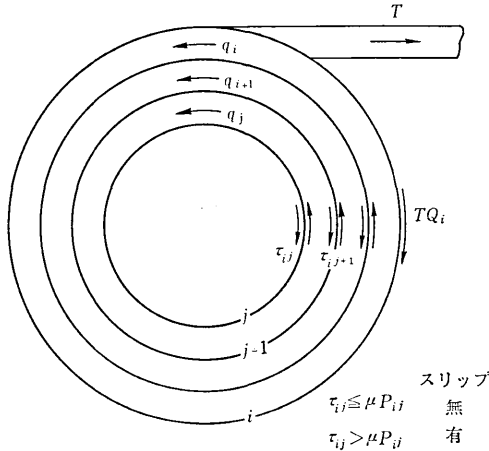
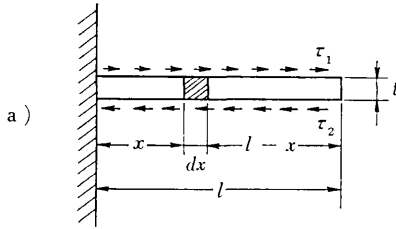
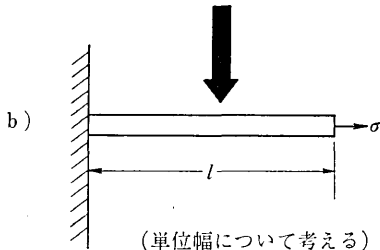


図 1 簡略化したモデル



(単位幅について考える)

$$\text{伸び量 } e_1 = \frac{\frac{1}{2}l^2 (\tau_1 - \tau_2)}{E_B t}$$



(単位幅について考える)

$$\text{伸び量 } e_2 = l \cdot \frac{\sigma}{E_B}$$

$e_1 = e_2$  より

$$\sigma = l \frac{(\tau_1 - \tau_2)}{2t}$$

図 2 剪断応力をそれと等価な円周方向応力に置換する方法

てゆく。

4. 解析モデルの具体的な数式表現

第  $i$  番目のリングをかぶせた時に新たに加わる関係式を次に示す。

- 1) 外圧を受ける厚肉円筒の変位を示す式

$$u_i = -\frac{P_{i1} r_2 \{ (r_2^2 + r_1^2) - \nu_A (r_2^2 - r_1^2) \}}{E_A (r_2^2 - r_1^2)} \quad (1)$$

- 2) 内圧・外圧および剪断応力を受ける薄肉リングの釣

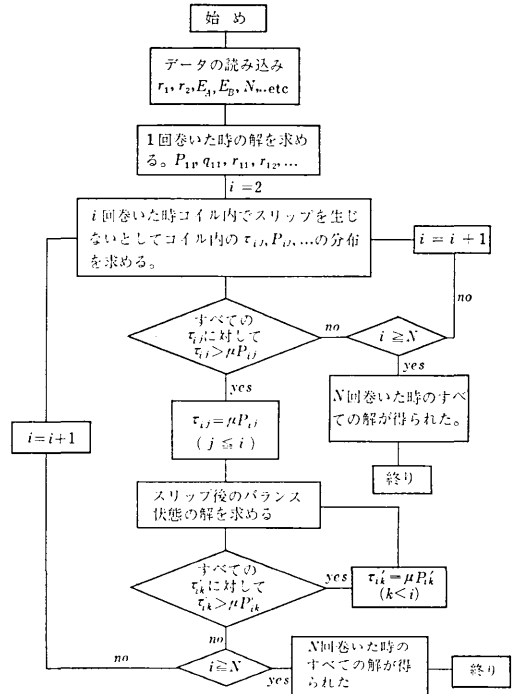


図 3 計算の流れ図

合式

$$P_{ij} r_{ij} - P_{i+1} r_{i+1} = (r_{i+1} - r_{ij}) q_{ij} + \pi (r_{ij} \tau_{ij} - r_{i+1} \tau_{i+1}) \quad (2)$$

- 3) 応力・歪関係式

$$\varepsilon_{rij} = (P_j + \nu_B q_{ij}) / E_B, \quad \varepsilon_{ijj} = (q_{ij}' + \nu_B P_j) / E_B \quad (3)$$

ただし,

$$\begin{cases} P_j = (P_{ij} + P_{i+1}) / 2 \\ q_{ij}' = q_{ij} + \pi (r_{ij} \tau_{ij} - r_{i+1} \tau_{i+1}) / (r_{i+1} - r_{ij}) \end{cases}$$

- 4) 回転トルクの釣合式

$$q_{i+1} (r_{i+1}^2 - r_{ij}^2) / 2 = q_{ij} (r_{ij}^2 - r_{i+1}^2) / 2 + 2\pi r_{ij}^2 \tau_{ij} - 2\pi r_{i+1}^2 \tau_{i+1} \quad (4)$$

- 5) 幾何学的関係式

a) 厚肉円筒について

$$-u_i + r_{i1} = r_2 \quad (5)$$

b) 薄肉リングについて

$$r_{i+1} - r_{ij} + t \varepsilon_{rij} = t \quad (6)$$

$$\varepsilon_{ijj} = (r_{ij} - r_{01}) / r_{01} \quad (7)$$

$$r_{02} = t + r_{01} \quad (8)$$

以上の諸関係式を連立させて解けばよい。ただし、 $\tau > \mu P$  となった時には  $\tau = \mu P$  においてコイル全体について計算し直し、スリップが終了してバランスした状態を求める。計算の手順を図 3 に示す。

表1 計算条件

ドラム 外半径	84.0 mm
内半径	77.0 mm
ドラム材料の縦弾性係数	21,500 kg/mm <sup>2</sup>
ドラム材料のポアソン比	0.28
材料の縦弾性係数	10,500 kg/mm <sup>2</sup>
材料のポアソン比	0.34
板厚	0.20 mm
巻取張力	8,14 kg/mm <sup>2</sup>

表2 前報の計算結果との比較 (巻取張力 8 kg/mm<sup>2</sup> で4回巻いた場合)

巻数 <i>j</i>	$P_{i,j}$ (kg/mm <sup>2</sup> )		$Q_{i,j}$ (kg/mm <sup>2</sup> )	
	前報	本報	前報	本報
1	0.7438 ×10 <sup>-1</sup>	0.7406 ×10 <sup>-1</sup>	0.7732 ×10	0.7120 ×10
2	0.5597	0.5565	0.7768	0.7283
3	0.3752	0.3737	0.7875	0.7534
4	0.1886	0.1862	0.8000	0.7753

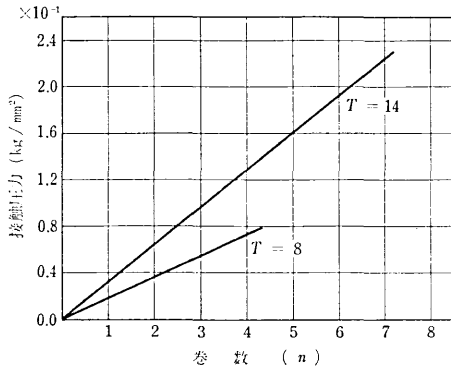


図4 接触圧力 ( $P_{ij}$ ; 巻締力) と巻数との関係

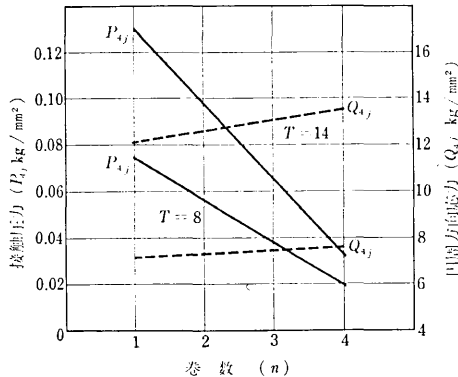


図5 コイル内の接触圧力分布および円周方向応力分布

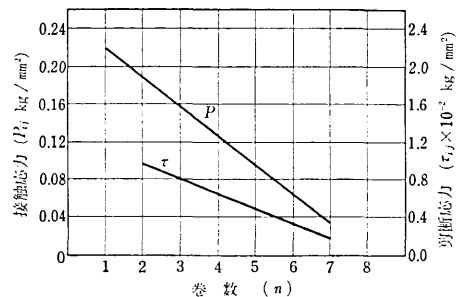


図6 コイル内の接触圧力分布および剪断応力分布

5. 計算結果および検討

計算条件を表1に示し、計算結果を図4・5・6に示す。図4に巻数と巻締力との関係を示した。巻数を増すと巻締力は直線的に増大するが、その増大する程度は巻取張力の大きい程大きい。図5にコイル内の各層の接触圧力と円周方向応力と両者の半径方向の分布を示した。接触圧力は内層にゆく程大きくなるが、円周方向応力は外層にゆく程大きくなる。図6にコイル内の接触圧力分布および剪断応力分布を示す。剪断応力は外層にゆく程小さくなり、接触圧力と同じ傾向を示す。たとえば、 $\mu=0.1$  とすると、 $\mu P$  と  $\tau$  の縦座標の尺度が同じになるので、その両曲線の間隔が狭くなる程スリップを生じ易くなることを示す。したがって本図よりコイルは外層にゆく程スリップを生じ易いといえる。表2は前報・本報の両モデルの計算結果を示したものである。各層間の摩擦力の影響を考慮したので本報の値は前報の値よりも小さくなっている。また、計算時間・計算機の容量などの制約から計算例の巻数を小さくした。

6. むすび

本解析手法はコイルの各層間にスリップのある非軸対称の問題に、許容し得る範囲の軸対称性を導入しモデルを簡単化した。コイル内各層間にスリップのある場合の力学特性を把握することは可能である。ただし、本解析モデルが適用できるのは比較的摩擦係数の大きい場合である。摩擦係数が小さくて、接触圧力・円周方向応力などの円周方向不均一分布の影響が最外周のみにとどまらず内側の層に及ぶ場合にはこの結果に修正を加える必要がある。

コイル各層間にスリップのある場合の解が得られていないので、解析手法をこのような考え方で求めた。今後この方面の研究の参考となれば幸甚である。

(1974年2月18日受理)

参考文献

1) 鈴木・荒木・阿高・杉山: 生産研究, 24-10 (1972-10)