

## 繰返し軸力を受ける鋼部材の復元力特性に関する研究

Research on Restoring Force Characteristics of Steel Members under Repeated Axial Forces

重 信 恒 雄\*・田 中 尚\*

Tsunao SHIGENOBU and Hisashi TANAKA

## 1. 序

筋造は鋼構造における重要な耐震要素として古来用いられて来たが、その理由は曲げ材に比較して強度と剛性が高いからであり、耐震設計が静力学的に考えられていた時代には、その力学的特性として屈服強度を知れば十分であった。その後、構造設計が終局強度に基づいて行われる方向に変化し始めてからは、筋造材の post-buckling の性状を知る必要が起ったが、その研究も十分でないうちに動力学的考慮に基づく耐震設計法が行われるようになり、問題は一挙に繰返し荷重下における座屈後の復元力特性の解明を必要とするに至り、この 2、3 年間に筋造の復元力特性に関する研究が特にわが国において急激に増加した。

この研究は耐震解析に組込むための繰返し軸力を受ける部材の解析用モデルを作ることとを目的として、先に発表した実験結果<sup>1)</sup>を追跡する解析を試み、解析用モデルの設定に対する問題点を明らかにしようとしたものである。

## 2. 既往の解析的研究

紙面の都合で詳細は省略するが、既往の研究<sup>2-11)</sup>から解析モデルの設定に対して次のことが要約できる。

(1) 若林らの解析<sup>7)</sup>から見て、材軸方向の性質を塑性ヒンジ 1 点に集約することは、細長比の大きい部材にはやや無理と考えられるが、藤本らの精密な解析結果<sup>10)</sup>を参照すると材軸方向の分割はあまり多くなくて良い。

(2) 若林らの解析<sup>7)その3)</sup>および山田らの解析結果<sup>8)</sup>から、断面の性質を 3 点に集約すると、実験に較べて荷重変位曲線の収束が早過ぎる。

(3) 多くの解析では、荷重変位曲線の第 2 サイクル圧縮時に実験には見られない鋭いピークが生ずるが、その欠点は材料の性質に Bauschinger 効果を考慮することによって避けられる<sup>7)その3, 9)</sup>。

## 3. 解 析

断面を繊維要素に分割して、各繊維要素の材料的特性を用いる代りに、軸方向力  $N$  と曲げモーメント  $M$  が材軸伸び  $\varepsilon$  と曲率  $\kappa$  とに関係づけられれば、解析は簡

単になることが予想される。筆者らはまず断面の降伏関数を曲げモーメントと軸力で表現し、その降伏関数に Kinematic hardening model<sup>12)</sup>の概念を適用した解析を試みた結果(紙面の都合で詳細は省略する)次の結論を得た。(1) 圧縮引張側共に強度が過大に評価されること、(2) サイクル毎の圧縮側ピーク荷重の低下が少ないこと、(3) 横たわみ量および残留横たわみが小さく、引張永久歪みの蓄積が少ないこと、(4) 圧縮側に鋭いピークが出来、サイクルを経ても無くならないことなどである。

以上の結果から、断面の性質を表現するには、これを細分化して各繊維に対して材料の性質を付与する方法をとらざるを得ないが、前項で述べたように、断面を 3 点モデルとした解析では荷重変位曲線が早く収束するが、これは 3 点モデルでは非対称な残留応力が生じ得ないためであろうという観点から、非対称性を表わし得る最小限断面分割モデルとして、断面を 4 点の集中断面に置換した数値解を試み、3 点集中断面の解および断面を細分割した有限要素解と比較し、また実験結果の荷重-軸変位、荷重-横たわみ関係とも比較して解析の適合性を検討することにした。

## (1) 解析上の仮定

材料の性質および部材断面について次の仮定を設る。

1° 部材は線材とし、断面は変形後も平面を保つ。

2° 材料の応力-歪み関係は Fig. 1 に示すような bi-linear 型とし、 $E/E_t=40$  とする。

3° 長方形断面を断面積、断面 2 次モーメント、全塑性モーメントが等価な 4 点集中モデル (Fig. 2) とする。

仮定 3° より Fig. 2 に示す 4 点モデルの各集中断面と寸との関係は  $h_1=1/2 \cdot (1+\sqrt{a_2/3a_1})$ ,  $h_2=1/2 \cdot (1-$

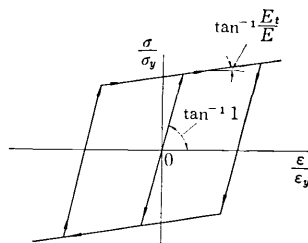


Fig. 1 応力歪関係の仮定

\* 東京大学生産技術研究所 第 5 部

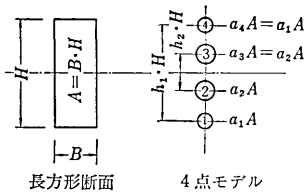


Fig. 2 断面モデル

$\sqrt{a_1/3a_2}$  となり, さらに  $2a_1=a_2=1/3$  のように断面積の比を選ぶと, 処女載荷時の弾性限界は元の断面のそれと比較して約 1.1 倍となり, よい一致を示す.

## (2) 断面特性

仮定 2° の性質を持つ材に対し, 断面の曲げモーメントと軸力に対する曲率と歪みの増分関係を導く. 部材軸方向に数分割することを前提として  $i$  番目の断面の  $j$  要素における応力と歪みを  ${}_j\sigma_i$ ,  ${}_j\epsilon_i$  と表わし, その増分関係を

$${}_j\dot{\sigma}_i = E_j T_{ij} \dot{\epsilon}_i \quad (1)$$

ただし

$${}_jT_i = \frac{E_i}{E_i + {}_j\mu_i(E - E_i)} \quad (2)$$

で表わす. 降伏条件は

$$\left. \begin{aligned} {}_j\Phi_i &= |{}_j\sigma_i - {}_j\sigma_i^*| - \sigma_y \\ {}_j\dot{\Phi}_i &= \text{sgn}({}_j\sigma_i - {}_j\sigma_i^*) \cdot {}_j\dot{\sigma}_i \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ただし

$${}_j\sigma_i^* = {}_j\mu_i {}_j\dot{\sigma}_i$$

と表わされる. 上式中  $\cdot$  は増分を表わす. 式 (2), (3) において  ${}_j\mu_i$  は,

$${}_j\mu_i = \begin{cases} =0; {}_j\Phi_i < 0 \text{ または} \\ {}_j\Phi_i = 0 \text{ かつ } {}_j\dot{\Phi}_i \leq 0 \\ =1; {}_j\Phi_i = 0 \text{ かつ } {}_j\dot{\Phi}_i > 0 \end{cases} \quad (4)$$

と定義する.

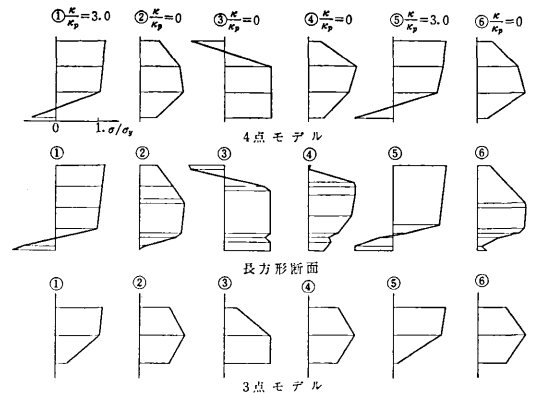
これらの関係を用いて, 曲げモーメント  $M$ , 軸方向力  $N$  と曲率  $\kappa$ , 材軸伸び  $\epsilon$  の関係を求めると, 次のようになる.

$$\begin{bmatrix} \dot{M} \\ \dot{N} \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} \dot{\kappa} \\ \dot{\epsilon} \end{bmatrix}_i \quad (5)$$

ただし,

$$\begin{aligned} K_{11} &= \frac{AH^2E}{4} \sum_{j=1}^4 {}_jT_{ij} a_j h^2 \\ K_{12} &= K_{21} = \frac{AHE}{2} \sum_{j=1}^4 {}_jT_{ij} a_j h \\ K_{22} &= AE \sum_{j=1}^4 {}_jT_{ij} a \end{aligned} \quad (6)$$

Fig. 3 は定軸力下で曲率の定振幅繰返しの際, 繰返し途中の断面内の応力分布の推移を, 長方形断面 (断面内を 20 分割した場合) と 3 点モデルの場合と比較して示したものである. 同図からわかるように 3 点モデルと 4 点モデルの応力分布の差が顕著に現われることがわ

Fig. 3 定軸力載荷時応力分布の推移 ( $N/N_y=0.8$ )

(図中上の②④⑥の  $\frac{\kappa}{\kappa_p}$  は  $\frac{M}{M_p}$  に訂正)

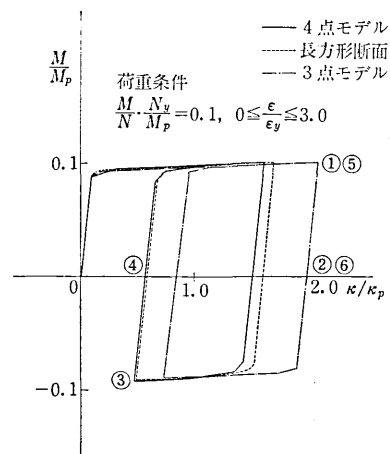


Fig. 4 比例載荷におけるモーメント-曲率関係

かる. Fig. 4 は曲げモーメントと軸力の比を一定とした比例載荷で材軸歪みの定振幅繰返しに対する曲げモーメント曲率関係を示したものである. 3 点モデルでは残留曲率が過大に評価されることがわかり, 断面の性質は軸方向力が大きい場合には, 断面の分割数は最小限 4 が適当と判断される. なお Fig. 3, 4 で  $N_y$ ,  $M_p$  は降伏軸力と全塑性モーメントであり,  $\epsilon_y$  は降伏歪み,  $\kappa_p = M_p/EI$  である.

## (3) 繰返し軸方向力を受ける部材の解析

両端ピン支持材の軸変位と横変位を Fig. 5 の座標で考え, 第  $i$  点での曲げモーメントと軸力の釣合式

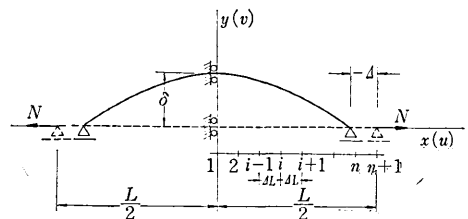


Fig. 5 部材座標

$$\begin{aligned} M_i + N_i v_i &= 0 \\ N_i - N &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

および曲率と材軸歪の差分表示式

$$\begin{aligned} \kappa_i &= \frac{-v_{i-1} + 2v_i - v_{i+1}}{(\Delta L)^2} \\ \varepsilon_i &= \frac{-u_{i-1} + u_{i+1}}{2\Delta L} + \frac{1}{2} \left( \frac{-v_{i-1} + v_{i+1}}{2\Delta L} \right)^2 \end{aligned} \quad (8)$$

Table 1 座屈荷重の計算精度

分割数	2	3	5	10	20
$N_{cr}/N_E$	.950	.977	.992	.998	.999

Table 2 5分割における座屈荷重

細長比 $\lambda$	$\frac{N_E}{N_y}$	$N_{cr}/N_y$		
		元たわみ =0	元たわみ=e/100	
			4点モデル	3点モデル
45	>1.0	1.0	.991	.992
50			.990	—
60			.986	.987
80			.953	.958
$\lambda_p$	1.0	.992	.901	.904
100	.756	.750	.742	.743

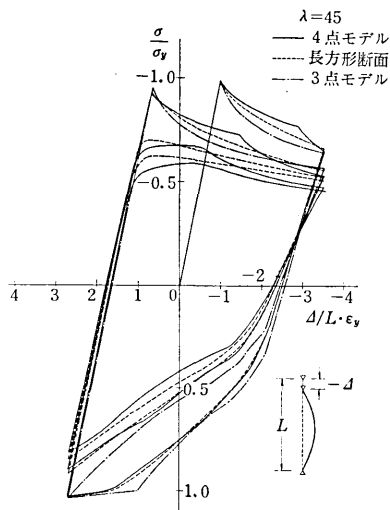
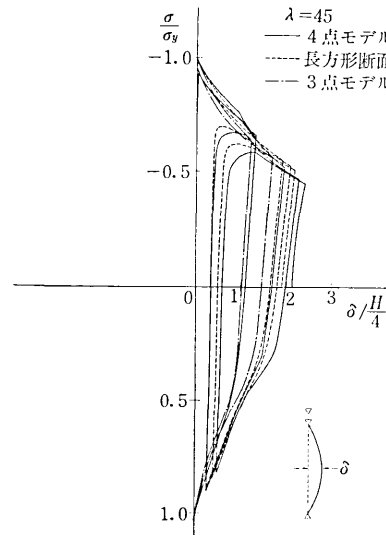


Fig. 6 (a) 計算結果 (荷重一軸変位)



(b) 計算結果 (荷重一横たわみ)

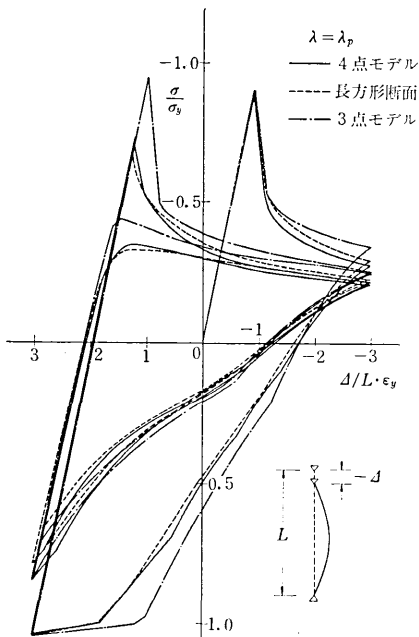
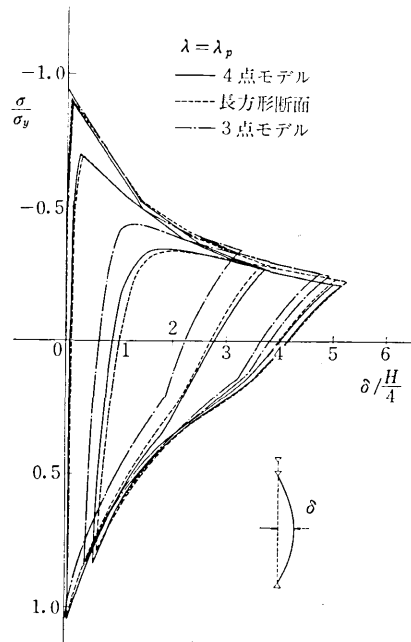


Fig. 7 (a) 計算結果 (荷重一軸変位)



(b) 計算結果 (荷重一横たわみ)

を用いて、各量の増分に関する方程式を導き、各 step で釣合いを修正しながら、step by step 解析を行った。

#### (4) 解析結果

数値計算は部材に正弦半波の元たわみを与え、たわみ量は中央最大たわみ  $v_{\max}$  を断面の核半径  $e$  の  $1/100$  倍として行った。材軸方向の分割数については、藤本らの解析結果<sup>10)</sup>および Table 1 に示す座屈荷重を参考として 5 分割とした。Table 2 に各細長比について Euler 荷重 ( $N_E$ ) と 5 分割のときの元たわみを 0 と  $e/100$  にしたときの座屈荷重 ( $N_{cr}$ ) を示した。

Fig. 6, 7 に細長比  $\lambda=45$  と  $\lambda=\lambda_p$  ( $\lambda_p$  は  $N_E/N_y=1$  となる限界細長比) の場合について、軸変位定振

幅での荷重—軸変位、荷重—横たわみ関係を示す。Fig. 6 ( $\lambda=45$ ) の場合 1.5 サイクルまでは 4 点モデル 3 点モデルともに長方形断面の場合とあまり差異はないが、これ以後 3 点モデルでは定常化するのに対し、4 点モデルではサイクル毎のゆるやかな荷重低下が続く、長方形断面の場合に近い性状を示している。Fig. 6(b) の横たわみについては、3 点モデルではたわみ量が長方形断面の場合より小さく、引張り歪みの蓄積が少ないことを示しているが、4 点モデルでは逆に長方形断面の場合よりやや大きいたわみを生じている。Fig. 7 ( $\lambda=\lambda_p$ ) の場合にも、3 点モデルでは 2 サイクル目以後の圧縮荷重が大きくなり、4 点モデルは 3 点モデルに較べて長方形断面に

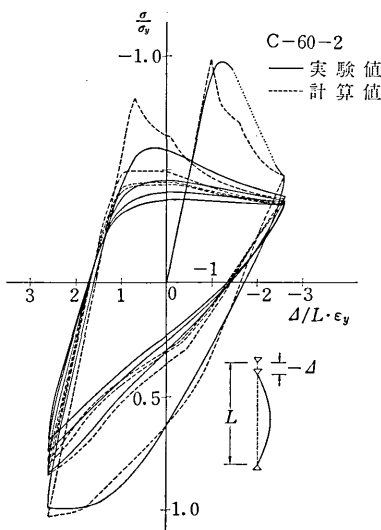
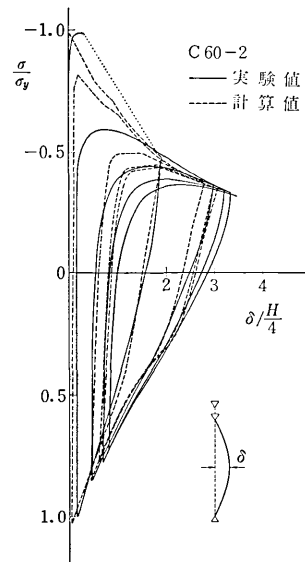


Fig. 8 (a) 実験と計算結果の比較 (荷重—軸変位)



(b) 実験と計算結果の比較 (荷重—横たわみ)

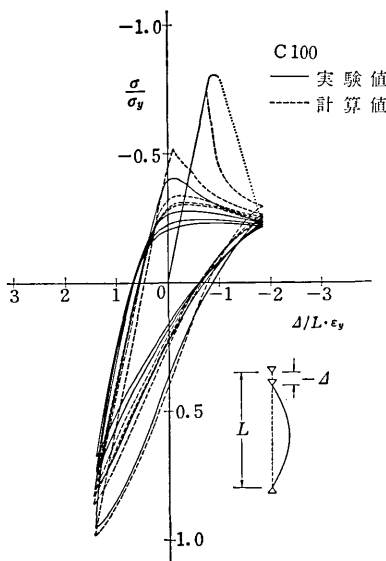
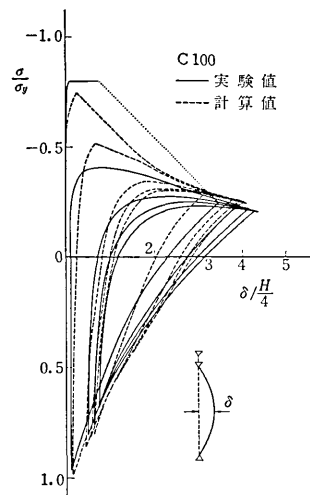


Fig. 9 (a) 実験と計算結果の比較 (荷重—軸変位)



(b) 実験と計算結果の比較 (荷重—横たわみ)

よる解析結果に、より近い性状を捉えている。

次に Fig. 8, 9 で実験結果と本解析結果を細長比  $\lambda = 60, 100$  について比較した。図からわかるように4点モデルによる解析法によってある程度実験の挙動を追跡し得るといえるが、2サイクル目の圧縮側ピーク荷重と横たわみ量には若干の差が見られ、山田ら<sup>9)</sup>と若林ら<sup>7)</sup>(その3)の指摘するように Bauschinger 効果についても考慮する必要があると思われる。

## 7. む す び

本解析および実験との比較から以下の結論を得た。

比較的簡単でかつ実験値を再現できる解析モデルとしては、断面の性質は分割した繊維に対し材料の特性を導入して表現することが適当であるが、その分割数は4程度までに減ずることができ、また材長方向の分割は5分割程度まで減らすことができる。また繊維の性質を弾塑性歪硬化材と仮定したのでは、2サイクル目以後の圧縮側の強度を過大に評価する可能性があり、この欠点は断面の分割を細かくしても生ずることから見ても、材料の性質のモデル化の不適當さによると考えられ、材料の Bauschinger 効果を考慮する必要があると考えられる。

## 謝 辞

この研究は本所における臨時事業「都市における災害・公害の防除に関する研究」の一環として行ったものであり、また、研究費の一部は昭和 47・48 年度科学研究費(鋼構造部材の架構の動的強度に関する研究)によった。研究を進めるに当たり、実験装置について御指導を受けた京都大学防災研究所の若林実教授、ならびに供試

体の材質調整に協力頂いた日本鋼管 K K に厚く御礼申し上げます。

(1973 年 12 月 1 日受理)

## 参 考 文 献

- 1) 田中尚, 重信恒雄: 鋼部材の繰返し軸方向力に対する弾塑性挙動(小型モデルによる実験) 日本建築学会・大会・梗概集, 昭 48・10
- 2) 若林実, 辻文三: 繰返し水平荷重を受ける長方形ラーメンの性状, 京大防災研究所年報 8, 昭 40・3
- 3) 藤本盛久, 瀬川輝夫, 松本芳紀: 繰返し荷重を受ける筋違付きラーメンの弾塑性解析, 日本建築学会・大会梗概集, 昭 44・8
- 4) 松井千秋, 三谷勲, 妻鳥淳二: 鉄骨圧縮筋違の弾塑性解析: 日本建築学会・大会梗概集, 昭 46・11
- 5) T. Nonaka: An Elasto-Plastic Analysis of a Bar under Repeated Axial Loading, Int. Jour. of Solids and Structures, 1973/Vol. 9
- 6) 五十嵐定義, 井上一郎, 木村長仁, 浅野美次: 筋違付き架構の復元力特性(その1), 日本建築学会論文報告集, No. 196, 昭 47・6
- 7) 若林実, 野中泰二郎, 柴田道生, 増田広見, 岡田幸三: 筋違部材の座屈後挙動に関する研究(その1), 日本建築学会近畿支部報告集, 昭 47・6, (その2), (その3) 同・大会梗概集, 昭 47・10, 昭 48・10
- 8) 山田稔, 辻文三: 繰返し軸方向力を受ける筋違材の弾塑性変形状に関する研究, (I) 解析, (II) 解析結果と実験結果の比較, 日本建築学会論文報告集, No. 205, 昭 48・3, 同大会梗概集, 昭 47・10
- 9) 山田稔, 辻文三: Bauschinger Model 日本建築学会・大会梗概集, 昭 48・10
- 10) 藤本盛久, 和田章, 白方和彦, 小杉立: 筋違付き鉄骨ラーメンの弾塑性解析に関する研究, 日本建築学会論文報告集, No. 209, 昭 48・7
- 11) 小浜芳朗, 坂本順: 鉄骨ブレース要素の弾塑性履歴性状に関する解析的考察, 日本建築学会・大会梗概集, 昭 47・10
- 12) R. T. Shield, H. Ziegler: On Prager's Hardening Rule, Z. A. M. P. Vol. 9a, 1958, No. 3, p. 260~276

