

掃引型ファブリ・ペロ干渉計の分解能に及ぼす ピンホールの影響

Pinhole Effect on the Resolution of a Fabry-Perot Interferometer

高 木 堅 志 郎*・根 岸 勝 雄*

Kenshiro TAKAGI and Katsuo NEGISHI

1. は じ め に

最近単色性のよいレーザー光源の普及にしたがって高分解能の分光器として、掃引型ファブリ・ペロ干渉計がよく使われるようになってきた。理想的なエタロン板についての理論は求められているが⁽¹⁾、現実のものは平面の精度の問題などのためにこれよりずれている⁽²⁾。またエタロン板とは別に受光部のピンホールが有限の大きさをもつことも、得られるスペクトルの形が理論からずれる原因となる。面精度などは、技術的にゆるされる限り良くしてあるはずで、自由には変えられないが、ピンホールの径は最適な大きさを選択することができる。もちろん径が小さいほどある程度まで分解能は高くなるが、それは透過光量の減少をとめない、特に微弱散乱光のスペクトルを解析する場合などは、あまり小さくできない。

この速報では、ピンホールがファブリ・ペロ干渉計の透過特性に及ぼす影響を調べ、特にその幅の広がり进行を明らかにする。

2. 掃引型ファブリ・ペロ干渉計の分解能

平面板ファブリ・ペロ干渉計は、図 1 (a) のように、反射率 R の平面鏡を 2 枚、距離 d だけ離して平行に向い合わせたものである。その透過特性はよく知られているように、Airy の式で表わすことができる⁽¹⁾。入射光の振動数を ν 、入射角を θ 、2 枚の鏡面の間の屈折率 n とすると、透過光の強度は、

$$A(\nu, \theta) = \frac{1}{1 + \left\{ \frac{2N}{\pi} \sin \left(\pi \frac{2nd\nu}{c} \cos \theta \right) \right\}^2} \quad (1)$$

$$N = \frac{\pi \sqrt{R}}{1 - R} \quad (2)$$

で表わせる。 N はフィネスと呼ばれる。一般には、図 1 (b) のように 2 枚のエタロンの後に、焦点距離 f の凸レンズを配置して使う。今発散性の単色光を入射させ、レンズの焦点面 $Y-Y'$ 面にスクリーンをおくと、等傾角干渉により、一群の同心円の干渉縞ができる。(1) 式

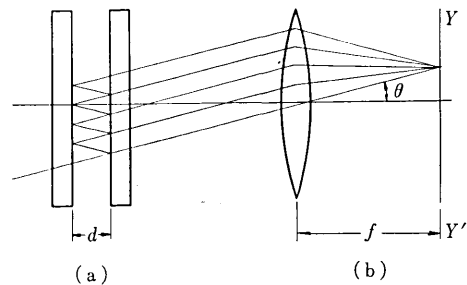


図 1

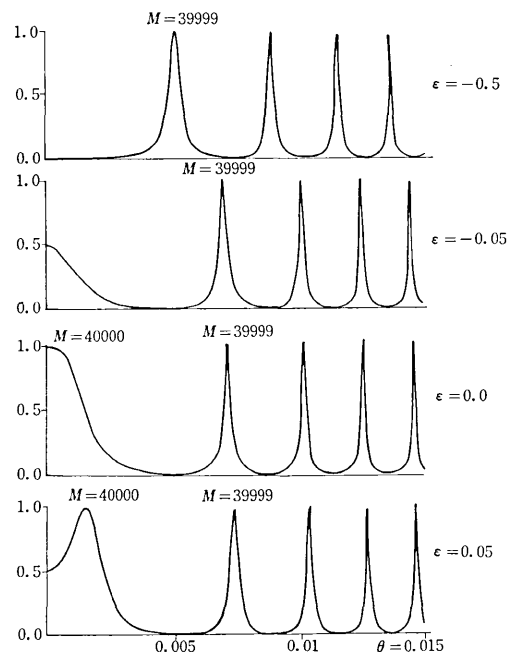


図 2 ファブリ・ペロ干渉計の半径方向の透過特性
($N=10.0$, 図中の整数は干渉次数を表す)

で $2nd\nu/c$ は同心円の中心の干渉次数を表わすが、一般にはこれは整数でない。 M を整数とし、 ϵ を $|\epsilon| \leq 0.5$ なる小数として、

$$M + \epsilon = \frac{2nd\nu}{c} \quad (3)$$

とおくと、(1) 式は次のようになる。

* 東京大学生産技術研究所第 1 部

研 究 速 報

$$A'(\varepsilon, \theta) = \frac{1}{1 + \left[\frac{2N}{\pi} \sin \{ \pi (M + \varepsilon) \cos \theta \} \right]^2} \quad (4)$$

Fig. 2 に $M=40000$, $N=10.0$ のときについて, (3) 式を θ の関数として示す. これは単色光による干渉縞の半径方向の強度分布を表わす. 掃引型ファブリ・ペロ干渉計は, Y-Y 面にスクリーンのかわりに, 円形のピンホールをおき, 中心の強度だけを観測するようになってい

$$A'(\varepsilon, 0) = \frac{1}{1 + \left[\frac{2N}{\pi} \sin \{ \pi (M + \varepsilon) \} \right]^2} \quad (5)$$

となる. これは $(M + \varepsilon)$ が 1 ふえるごとに同じ値をとる, 周期的な関数である. 周波数でいうと, ν が $c/2nd$ ふえるごとに, 鋭い極大を持つような透過特性となる. 可視光で, $d \approx 1$ cm の場合, 光学距離 nd を波長の程度で微小に変化させると, 極大の半値幅およびとなりの極大との間隔の変化は 5×10^{-5} 位でほとんど変わらないが, 極大の位置は, 周波数にして 10^{10} Hz 程度ずれるので, 掃引型の分光器として使うことができる. Fig. 3 に N が 10.0 の場合の (5) 式の曲線を示す.

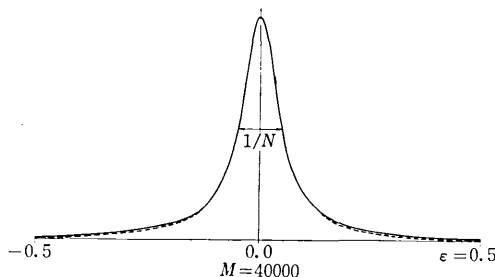


図 3 掃引型ファブリ・ペロ干渉計の透過特性 ($N=10.0$, $M=40000$, 破線は(6)の近似式を示す)

(5) 式の曲線は $|\varepsilon| \ll 1$ ではローレンツ型曲線で近似できるが, 一方 $N \gg 1$ では, (5) 式は $|\varepsilon| \ll 1$ 以外の範囲ではほとんど 0 に近いので, 結局 $N \gg 1$ では,

$$A'(\varepsilon, 0) \approx \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1 + \{2N(\varepsilon - m)\}^2} \quad (6)$$

が成り立つ. 1つの極大の半値幅は N の逆数に等しくなっている. 図 3 の中に破線で示したのが (6) 式である. $N \geq 10$ では (6) 式が充分よい近似であることがわかる.

3. ピンホールの影響

以上の理論は, すべてピンホールの径が無限に小さいことを仮定しているが, 実際には有限の半径 a を持つので, 実存の装置は, 図 2 の曲線の θ が 0 から a/f まで

の範囲をすべて透過させることになる. 図 2 の曲線がすべて回転対称であることを考慮すると, 実際の透過特性は次のようになる.

$$I(\varepsilon) = \int_0^{\theta_a} A'(\varepsilon, \theta) 2\pi\theta d\theta, \\ = \int_0^{\theta_a} \frac{2\pi\theta d\theta}{1 + \left[\frac{2N}{\pi} \sin \{ \pi (M + \varepsilon) \cos \theta \} \right]^2} \quad (8)$$

ただし,

$$\theta_a = a/f.$$

ここで, 積分変数を次のようにして θ から ξ に変える.

$$(M + \varepsilon) \cos \theta = M + \xi. \quad (9)$$

一般に, $\theta_a \ll 1$, $M \approx 2nd\nu/c \gg |\varepsilon|$, が成り立つので,

$$(M + \varepsilon) \cos \theta \approx M + \varepsilon - \frac{M\theta^2}{2} \quad (10)$$

したがって,

$$\xi \approx \varepsilon - \frac{M\theta^2}{2} \quad (11)$$

この ξ を (8) 式に代入すると,

$$I(\varepsilon) = \frac{2\pi}{M} \int_{\varepsilon - \varepsilon_0}^{\varepsilon} \frac{d\xi}{1 + \left[\frac{2N}{\pi} \sin \{ \pi (M + \xi) \} \right]^2}, \\ = \frac{2\pi}{M} \int_{\varepsilon - \varepsilon_0}^{\varepsilon} A'(\xi, 0) d\xi. \quad (12)$$

ただし,

$$\varepsilon_0 = \frac{M\theta_a^2}{2}. \quad (13)$$

(12) 式は, Airy の式をそのまま, $\xi = \varepsilon$ から $\varepsilon - \varepsilon_0$ まで積分したものである. 結局, 角径 θ_a のピンホールは, 次数では幅 ε_0 , 周波数では幅 $c\varepsilon_0/2nd$ の矩形フィルターと等価ということになる.

N が 10 より大きい場合, (6) の近似式を使って, (11) 式は次のようになる.

$$I(\varepsilon) = \frac{2\pi}{M} \int_{\varepsilon - \varepsilon_0}^{\varepsilon} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{d\xi}{1 + \{2N(\xi - m)\}^2} \quad (14)$$

$$= \frac{2\pi}{M} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[\tan^{-1} \{2N(\varepsilon - m)\} - \tan^{-1} \{2N(\varepsilon - \varepsilon_0 - m)\} \right] \quad (15)$$

図 4 に (15) 式の曲線のいくつかの例を示す. 極大の大きさは, θ_a が一定のとき M に逆比例するが, 前述のとうり $M \gg 1$ であり, また掃引の範囲は ε の変化で 1 程度なので, 普通一定と考えてよい. たとえば, 光波長を, 約 5000\AA , エタロン板の間隔が 1 cm の場合, $M \approx 40000$ となり, スペクトルの高さを 10^{-4} 程度の精度で決めるとき

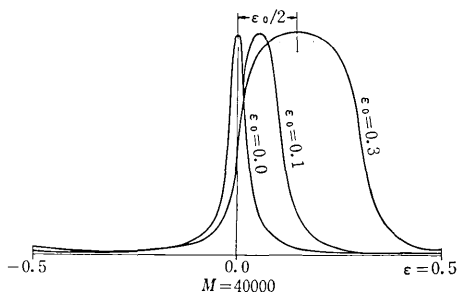


図4 ピンホールの影響まで含めた透過特性曲線

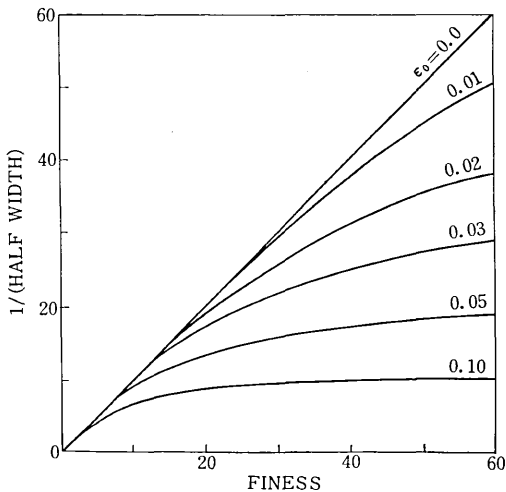


図5 エタロンのフィネスとピンホールまで含めた透過曲線の半値幅との関係

以外は問題にならない。また極大の位置は、 $\epsilon_0/2 = M\theta_s^2/4$ だけずれるが、普通となりの極大との間隔、すなわちインターオーダーを規準にして測るので問題にならない。この場合インターオーダーが、1から $(1+\theta_s^2/4)$ に変化することになるが、これは $10^{-5} \sim 10^{-6}$ 程度の変化であるのではほとんど影響ない。

半値幅は ϵ_0 の増加とともに広がってくるので、スペクトルの幅を測定する場合大きく影響する。透過特性の

半値幅の逆数を(15)式より数値的に求めて、その N に対する変化を図5に示す。これは次数に直接にはよらない。勾配が 45° の直線部分は、ピンホールの影響が無視できる範囲である。たとえばフィネス25のエタロン板の場合、 $\epsilon_0 \leq 0.01$ であればピンホールによる幅の広がりは無視できる。 $\epsilon_0 = 0.01$ は $f = 30\text{cm}$ のレンズで、スペーサの長さ1cm、入射光波長約 6000\AA の場合約0.2mmの半径のピンホールに相当する。 ϵ_0 がそれより大きいときは、図5を使って補正することができる。フィネス20で $\epsilon_0 = 0.05$ の場合、半値幅の逆数は約13と読めるが、これはピンホールまで含めた有効的なフィネスが13であることを意味する。曲線が水平になっている範囲では、透過特性はほとんどピンホールだけで決まっている。

4. おわりに

掃引型ファブリ・ペロ干渉計を用いる場合、図5によって、与えられたエタロン板についての最適な大きさのピンホールを選択することができ、また過大なピンホールを用いたときには、それによるスペクトルの広がりを補正することができる。なお実際の測定では、必ず光源の幅の問題が出てくるが、これを考慮したフィネスの測定については、藤井、滝本の報告がある⁽³⁾。

この解析を終えてから、ピンホールの影響についてはすでに Chabbal⁽⁴⁾の報告があることを知ったが、その文献が入手困難で、筆者はその内容を読んでいない。掃引型ファブリ・ペロ干渉計の使用者の間で、ピンホールの問題はあまり知られていないように思われるので、あえてここに報告する次第である。(1973年3月19日受理)

参考文献

- 1) F. A. Jenkins and H. E. White, Fundamentals of Optics, (McGraw-Hill, New York, 1957) 3rd ed., pp. 273
- 2) G. Hernandez, Appl. Opt. Vol. 5, 1745 (1966)
- 3) 藤井, 滝本, 生産研究 Vol. 23, 384 (1971)
- 4) R. J. Chabbal, J. Rech. Centre Nat. Rech. Sci Vol. 24, 138 (1953)

