

サイリスタ無整流子電動機の研究

Study on Thyristor Commutatorless Motors

原 島 文 雄*

Fumio Harashima

サイリスタ(電力用半導体スイッチ素子)と交流電動機を組合せて整流子—ブラシ系のない高性能の可変速電動機が“無整流子電動機”として実用されつつある。本文は、無整流子電動機を状態推移法によって詳細に解析し、その特性を論じたものである。

1. 序 言

従来、直流電動機は、その速度制御の容易さにより、可変速電動機として広く用いられているが、整流子—ブラシ系の摩擦部分を持つため、寿命も短く、保守も容易ではない。他方、交流電動機は、構造簡単で堅固であるが、速度制御が困難であるという短所をもっている。

これら両者の長所を結びつけようとしたのが無整流子電動機であり、1930年代のサイラトロンの実用化のころからすでに提案されていたが、無整流子電動機としては実用にいたらなかった。近年、安価でしかも信頼性の高い高性能の電力用半導体スイッチ素子(サイスタ)が開発されるにいたり、この無整流子電動機についての議論も活発となり、わが国においても種々の研究が報告され、徐々に実用化されつつある。

無整流子電動機としては、広義には、次の三つの種類がある。

- 1) 電動機としてかご形誘導電動機を用い、外部から可変周波数を与えて回転速度を調整する。(他制)
- 2) 電動機として同期電動機を用い、分配器によって回転子の位置信号を検出し、その信号をもとに回転速度に同期したゲート信号をインバータに与えるもの。入力に直流で、特性としては直流機に近い。(他制)
- 3) サイクロコンバータ方式のもので、交流入力であるために、起動が容易で電源による転流が可能となる。ただし、周波数に上限があり、速度変動、トルク変動が大きい。

以上の三つは広義には無整流子電動機と呼ばれるが、一般には2)、3)のものを単に無整流子電動機と呼ぶことが多く、また、広範囲でかつ精密な速度制御を必要とする場合には、2)の方式が用いられる。

2)の方式の無整流子電動機の構成を図1に示す。この方式においてもっとも重要なことは、サイリスタの転流をいかに確実にこなせるかということである。その方法としては、以下に述べる二つがある。一つは強制転流方式で、インバータに付属した転流回路をもち、強制的

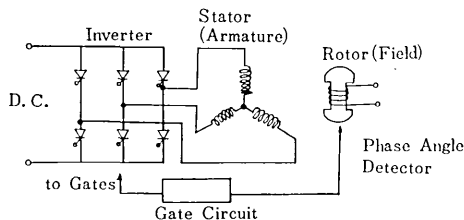


Fig. 1 Commutatorless Motor

にサイリスタに逆バイアスをかけて短時間に転流を行なわせるものである。この方式では、始動時、重負荷時でも安定した転流を行なわせることが可能であるが、転流回路が複雑となる。第2の方法は、逆起電力転流方式であり、界磁磁束によって電機子巻線に誘起される逆起電力によって転流を行なうものである。この方式は転流回路をいつさいもたないで、構造がきわめて簡単となるが、転流可能な動作条件に制約をうける。

以下本文においては、簡単のため、強制転流方式のみをとりあげ、その解析法、特性の概要について述べる。

この形の無整流子電動機の解析法としては、電動機に印加される電圧をフーリエ級数に展開し、従来の同期機の理論をそのまま適用する方法がまず可能である。この方法は、解析法としては比較的容易であるが、巻線を通れる電流の変化や、軸出力トルクの時間的脈動を求めるためには、その項数をかなり高次までとらなければならない。またインバータの設計パラメータを決めるにも不便が多い。

また、宮入常広氏は、無整流子電動機を直流機と対比させてモデル化し、解析を行なう方法を提案している²⁾。この方法によれば、時間領域において直接解を得ることが可能であるが、計算上の困難さのため比較的簡単な場合のみ定常解を得ている。

これに対し本文においては、制御理論において時間離散値系を解析するために用いられる、いわゆる状態相移法によって180°形無整流子電動機を解析する方法を提案している。本文において示される手法は、従来の方法に比べて、より一般的で統一的な無整流子電動機の解析手法を与えているとともに計算機による数値解に特に適

* 東京大学生産技術研究所 第3部

した手法であるといえる。この方法の特長を要訳すると次のようになる。

1) 180°形無整流子電動機を一つの「時間離散値系」としてモデル化し、状態推移法によって解を得ていること。

2) この方法によれば、励磁電流が脈動する場合や、ダンパ巻線（磁極のダンパ効果を含む）をもつ場合についても計算上の困難はなく、容易に解が得られること。

3) 「時間離散値系」としてモデル化を行なった結果、電圧急変時などの過渡現象も容易に扱うことができること。

以下に、状態推移法を用いた解析法のあらましをのべるとともに、界磁電流による力率調整の問題についてもある程度議論し、さらに実験結果と理論値との比較について示す。また、同期電動機がダンパ巻線をもつ場合の解析法を付録に示す。

2. 状態推移法による解析

(1) 基礎方程式の導出

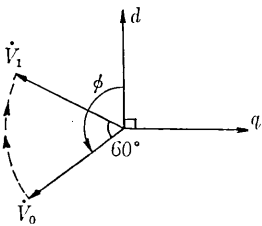


Fig. 2 Voltage Vector Observing on the d-q coordinates

理想的なインバータの出力波形が同期電動機の固定子巻線に加えられると、固定子のつくる電圧ベクトルは、電気角で 60° おきにステップ状に回転する形となる。今、インバータの転流直後における界磁軸 (d 軸) と電圧ベクトルとのなす角を $\phi = 120^\circ + \delta$ とすると、回転子に固定された d-q 座標系からみた固定子電圧ベクトルは Fig. 2 に示す様になる。ただし V_0 は転流直後、 V_1 は転流直前の固定子電圧ベクトルである。この時の d 軸および q 軸電圧は次式で与えられる。

$$\begin{cases} v_d = -V \sin(-\theta\lambda + 30^\circ + \delta) \\ v_q = -V \cos(-\theta\lambda + 30^\circ + \delta) \end{cases} \quad (1)$$

ただし、 nT ($n=1, 2, \dots$) をインバータの転流時点としたとき、 $\lambda = t - nT$, $0 < \lambda \leq T$ であり、 θ は回転子の角速度である。

上式中の “ δ ” は無整流子電動機の回転子の検出角になるわけであるが、これは固定子主磁束ベクトルと d 軸とのなす角となり、同期電動機における角荷角と 1 対 1 に対応している。

今、 x_1 および x_2 をそれぞれインバータの転流時点での $x_3 (=v_d)$ および $x_4 (=v_q)$ の値を与えるための状態変数とすれば、固定子電圧に対する方程式として次式が得られる。

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = 0 \\ \dot{x}_3 = -\theta x_4 \\ \dot{x}_4 = \theta x_3 \end{cases} \quad (2)$$

転流時では

$$\begin{cases} x_1(nT_+) = x_1(nT) \\ x_2(nT_+) = x_2(nT) \\ x_3(nT_+) = x_1(nT) \\ x_4(nT_+) = x_2(nT) \end{cases} \quad (3)$$

ただし nT_+ はインバータの転流直後を示す。

また、初期条件は次の様に与えられる。

$$\begin{cases} x_1(0) = -V \sin(30^\circ + \delta) \\ x_2(0) = -V \cos(30^\circ + \delta) \\ x_3(0) = x_4(0) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

(2) 同期電動機の回路方程式

次に、同期電動機として界磁電流が一定で、かつダンパ巻線の存在しない簡単な場合を考えると、その 2 軸方程式は次式で与えられる。

$$\begin{cases} i_f = \text{const} \\ v_d = (r_a + L_d P) i_d + L_q \theta i_q \\ v_q = -L_d \theta i_d + (r_a + L_q P) i_q - L_{ad} \theta i_f \end{cases} \quad (5)$$

ただし、 i_f : 界磁巻線電流、 i_d : d 軸巻線電流、 i_q : q 軸巻線電流、 r_a : 1 相分の巻線抵抗、 L_d : d 軸巻線自己インダクタンス、 L_q : q 軸巻線自己インダクタンス、 L_{ad} : d 軸巻線-界磁巻線相互インダクタンス、 P : 微分演算子

である。(5)式は次の様に変形することができる。

$$\begin{cases} P i_f = 0 \\ P i_d = \frac{1}{L_d} (v_d - r_a i_d - L_q \theta i_q) \\ P i_q = \frac{1}{L_q} (v_q + L_{ad} \theta i_f + L_d \theta i_d - r_a i_q) \end{cases} \quad (6)$$

(3) 系の方程式

次に、インバータと同期電動機を組み合わせた無整流子電動機全体の方程式について考える。

状態ベクトルとして

$$X = (x_1, x_2, x_3, x_4, i_f, i_d, i_q)' \quad (7)$$

を用いると、系の方程式は次の様に記述される。

a) 転流時以外における系の状態微分方程式

これは、(2)式および(6)式により次の様になる。

$$\dot{X} = A_0 X \quad (8)$$

ただし A_0 は次の形となる。

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \theta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/L_d & 0 & 0 & 0 & -r_a/L_d & -L_q \theta/L_d \\ 0 & 0 & 1/L_q & L_{ad} \theta/L_q & L_d \theta/L_q & 0 & -r_a/L_q \end{bmatrix}$$

b) 転流時における系の状態推移方程式

これは (3) 式および i_r, i_d, i_q の連続性により次の様になる。

$$\mathbf{X}(nT_+) = B\mathbf{X}(nT) \quad (10)$$

ただし B は次の形となる。

$$B = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \\ & & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

(4) 方程式の解

(8) 式および (10) 式で与えられる時間離散値系は、 $\dot{\theta}$ が一定の条件のもとで、いわゆる状態推移法を用いて解くことができる。すなわち、

$$\Phi(\lambda) = \exp(A_0\lambda) = U + A_0\lambda + \frac{A_0^2\lambda^2}{2!} \quad (12)$$

$$H(\lambda) = \Phi(\lambda) \cdot B \quad (13)$$

(U : 単位行列)

とすれば、方程式の解は

$$\mathbf{X}(nT+\lambda) = H(\lambda) \cdot \mathbf{X}(nt) \quad (14)$$

で与えられる。

(5) 転流時点における状態ベクトルの値

次に定常状態における状態ベクトル $\mathbf{X}(nT)$ の値を求める方法について考える。今、状態ベクトルのうち x_3, x_4 を除いたもの、すなわち

$$\mathbf{X}_1 = (x_1, x_2, i_r, i_d, i_q)' \quad (15)$$

に着目すると、次式が成立する。

$$\mathbf{X}_1(nT+\lambda) = H_1(\lambda) \cdot \mathbf{X}_1(nT) \quad (16)$$

ただし $H_1(\lambda)$ は (9) 式, (11) 式の A_0 および B の形から、 ϕ_{ij} を $\Phi(\lambda)$ の要素として次の様になる。

$$H_1(\lambda) = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ \phi_{63} & \phi_{64} & \phi_{65} & \phi_{65} & \phi_{67} & \\ \phi_{73} & \phi_{74} & \phi_{75} & \phi_{76} & \phi_{77} & \end{bmatrix} \quad (17)$$

ここで、 $\alpha(\lambda) (=U)$, $\beta(\lambda)$, $\gamma(\lambda)$ なる行列を導入して $H_1(\lambda)$ を次の形にしておく。

$$H_1(\lambda) = \left. \begin{array}{cc} \alpha(\lambda) & 0 \\ \gamma(\lambda) & \beta(\lambda) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3 \text{ 行} \\ 2 \text{ 行} \end{array} \quad (18)$$

3 列 2 列

(16 式) を $n=0$ から繰り返して用いることにより、

$$\mathbf{X}_1(nT) = H_1^n(T) \cdot \mathbf{X}_1(0) \quad (19)$$

が得られる。転流時点における状態ベクトル \mathbf{X}_1 の Z 変換は次式によって定義される。

$$\mathbf{X}_1(Z) = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{X}_1(nT) Z^{-n} \quad (20)$$

(20 式) に (19) ° を代入することにより

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_1(Z) &= \sum_{n=0}^{\infty} [H_1(T)Z^{-1}]^n \mathbf{X}_1(0) \\ &= [U - Z^{-1}H_1(T)]^{-1} \mathbf{X}_1(0) \end{aligned} \quad (21)$$

ここで、状態ベクトル \mathbf{X}_1 を、入力状態ベクトル \mathbf{m} と、対象状態ベクトル \mathbf{v} の次元に従って分解する。すなわち、

$$\mathbf{X}_1 = \begin{pmatrix} m \\ v \end{pmatrix}, \quad \mathbf{m} = (x_1, x_2, i_r)', \quad \mathbf{v} = (i_d, i_q)' \quad (22)$$

この様に考えると、(18)式および (21) 式を用いることにより、対象状態ベクトル \mathbf{v} の Z 変換は次式で与えられることになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(Z) &= Z^{-1}[U - Z^{-1}\beta(T)]^{-1}\gamma(T)[U - Z^{-1}\alpha(T)]^{-1} \\ &\quad \cdot \mathbf{m}(0) + [U - Z^{-1}\beta(T)]^{-1}\mathbf{v}(0) \end{aligned} \quad (23)$$

初期値として $\mathbf{v}(0) = 0$ を選び得ることを考慮して、(23) 式に Z 変換の最終値定理を適用することにより次式が得られる。

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{v}(nT) &= \lim_{z \rightarrow 1} (1 - Z^{-1})\mathbf{v}(Z) \\ &= [U - \beta(T)]^{-1}\gamma(T)\mathbf{m}(0) \end{aligned} \quad (24)$$

(24) 式によって、回転子角速度 $\dot{\theta}$ が一定の場合の $\mathbf{v}(nT)$ すなわち i_d および i_q の値を計算することができる。従って、(14)式を用いることにより、任意の時刻における i_d および i_q を計算することが可能となる。

(6) 軸出力トルク、インバータ入力電流、線電流起動トルクの計算

無整流子電動機の軸出力トルクは、(5)式からトルクテンソルを取り出すことにより、次式となる。

$$T_0 = -(L_d - L_q) i_d i_q - L_{ad} i_r i_q \quad (25)$$

また、インバータ入力電流は、エネルギー不変の原理を考慮することにより、

$$I_0 = \{i_d \sin(-\dot{\theta}\lambda + 30^\circ + \delta) - i_q \cos(-\dot{\theta}\lambda + 30^\circ + \delta)\} \quad (26)$$

また、3相線電流 (インバータ出力電流) は、2軸→3相の変換行列を考慮すれば、次の様になる。

$$\left. \begin{aligned} i_a &= \sqrt{\frac{2}{3}} \{i_d \sin(-\dot{\theta}\lambda + 30^\circ + \delta) \\ &\quad + i_q \cos(-\dot{\theta}\lambda + 30^\circ + \delta)\} \\ i_b &= \sqrt{\frac{2}{3}} \{i_d \sin(-\dot{\theta}\lambda + 30^\circ + \delta + 120^\circ) \\ &\quad + i_q \cos(-\dot{\theta}\lambda + 30^\circ + \delta + 120^\circ)\} \\ i_c &= \sqrt{\frac{2}{3}} \{i_d \sin(-\dot{\theta}\lambda + 30^\circ + \delta - 120^\circ) \\ &\quad - i_q \cos(-\dot{\theta}\lambda + 30^\circ + \delta - 120^\circ)\} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

次に、起動トルクは $\theta=0, P=0$ なる条件で回路方程式を解くことによって計算される。これは、 q 軸と電圧ベクトルとのなす角を ψ として、次式となる。

$$T_0 = (L_{ad} i_f V / r_a) \cos \psi - (L_a - L_q) \cdot (V^2 / 2 r_a^2) \sin 2\psi \quad (28)$$

(7) 電圧過渡特性の解析

電動機の機械的特定数が、その電気的特定数に比して非常に大きい場合には、電圧の急変時における過渡現象が状態推移法によって容易に解析できる。

今、簡単のため、インバータの転流時点において、印加直流電圧が次式の様に变化したとする。

$$V = V_1 + V_2 u(t - t_0) \quad (29)$$

ここで状態ベクトル $\mathbf{X}(t_{0+})$ について考えると、電流の連続性により i_f, i_d, i_q の変化はなく、 x_1 および x_2 が次式の様に变化するだけである。

$$\left. \begin{aligned} x_1(t_{0+}) &= -(V_1 + V_2) \sin(\delta + 30^\circ) \\ x_2(t_{0+}) &= -(V_1 + V_2) \cos(\delta + 30^\circ) \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

系の方程式には何ら変化がないわけであるから、次の様に、状態推移法による逐次演算を行えば、電流の過渡応答が求められることになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(nT + \lambda) &= H(\lambda) \mathbf{X}(t_{0+}) \\ \mathbf{X}(\overline{n+1}T) &= H(T) \mathbf{X}(t_{0+}) \\ &\vdots \\ \mathbf{X}(\overline{n+K}T + \lambda) &= H(\lambda) \mathbf{X}(\overline{n+K}T) \\ &= H(\lambda) H^K(T) \mathbf{X}(t_{0+}) \\ \mathbf{X}(\overline{n+K+1}T) &= H(T) \mathbf{X}(\overline{n+K}T) \\ &\vdots \\ &= H^{K+1}(T) \mathbf{X}(t_{0+}) \end{aligned} \quad (31)$$

3. 界磁電流による力率調整

今、固定子印加電圧の基本波分のみに着目すると、同期電動機の理論をそのまま用いることができ、Fig. 3 に示す様に突極同期電動機 1 相あたりのベクトル図を描くことができる。ただし \hat{V}_a は印加電圧、 \hat{E}_{0a} は電機子反作用電圧、 I_a は負荷電流である。

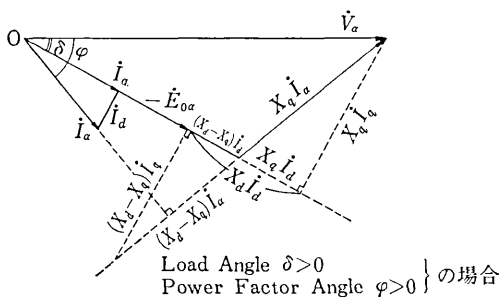


Fig. 3 Vector Diagram of Synchronous Motor

また、Fig. 4 には、界磁電流 i_f が变化した時のベクトル図の変化が示してある。Fig. 4 より、界磁電流の調整により、力率を最大にすることができることがわかる。

この力率調整の問題を直流電源側から考えると、“インバータ入力電流の脈動分の実効値 I_{ox} を最小にする様に界磁電流を調整する” ということになる。この考え方に

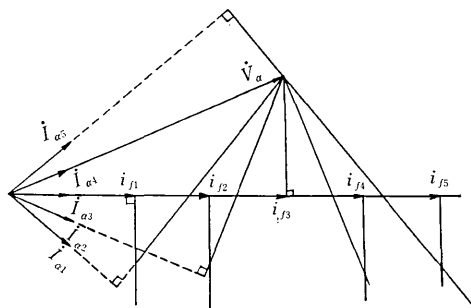


Fig. 4 Vector Diagram When Field Current Changes

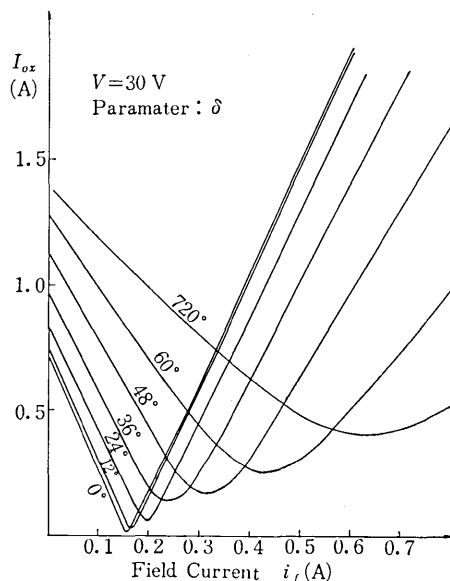


Fig. 5 i_f vs I_{ox} Curves

従った計算例を以下に示す。(計算に用いた電動機定数は Table. 1 に示すものである。)

Table. 1 Motor Constants

Out put Po- Wer	1 kW	L_D	0.0558H
Phase	3 phases	R_D	3.83Ω
Poles	4 Poles	M_{dD}	0.0493H
Voltage (V)	110 (ine to line)	M_{fD}	0.792H
R_a	0.966Ω	L_q	0.0266H
L_d	0.0558H	R_q	1.70Ω
L_q	0.0266H	M_{qQ}	0.0197H
L_{ad}	0.785H	R_f	74.7Ω
		L_f	16.9H

Fig. 5 に示すのは、 $f = \theta / 2\pi = 40$ Hz の場合の i_f の変化に対する I_{ox} の変化である。 I_{ox} が最小値をとる時の界磁電流の値を i_{f0} とすれば、Fig. 6 に示す様に、周波数の変化に対する i_{f0} の変化が描ける。 Fig. 6 は、ある負荷角 δ に対して

$$\hat{E}_{0a} = 2\pi f i_f \sqrt{\frac{3}{2}} L_{ad} = \text{const} \quad (32)$$

なる制御を行えば、力率を常に最適値に保つことができることを示している。

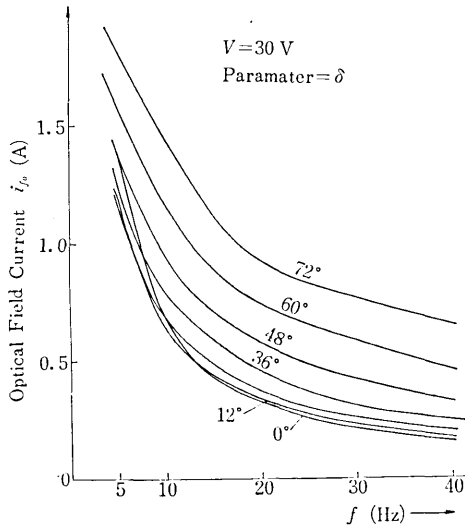


Fig. 6 Optimal Current i_{f_0}

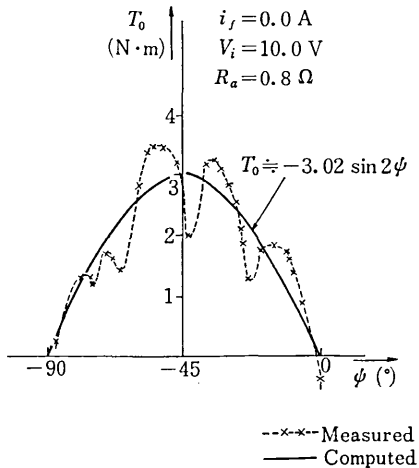


Fig. 7 Starting Torque When $i_f=0.0$ A

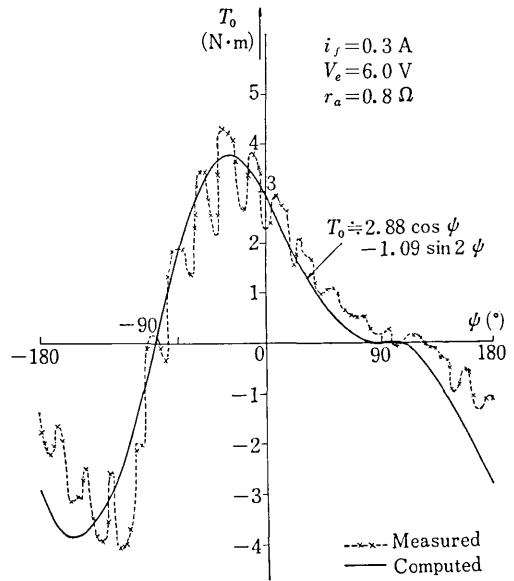


Fig. 8 Starting Torque when $i_f=0.3$ A

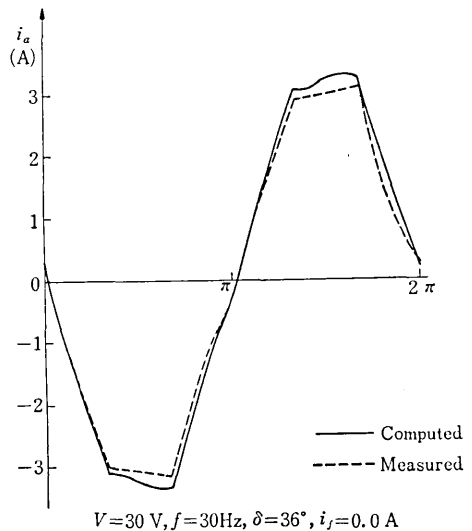


Fig. 9 Line Current Wave Forms when Field Circuit is open

4. 実験結果と理論値との比較

実験は 1kW 級の同期電動機を用いて行なった。軸位置検出器は、スリット付き円板と光との組み合わせによった。使用電動機の定数表を Table. 1 に示す。

Fig. 7 に示すのは、 $i_f=0.0$ A における起動トルクの実際値と理論値との比較であり、Fig. 8 に示すのは、 $i_f=0.3$ A の場合の起動トルクの比較である。両図中にみられる実測トルクの強い脈動は、電機子巻線のつくる空間高調波によるものである。

Fig. 9, Fig. 10 に示すのは、それぞれ $i_f=0.0$ A (界磁端子開路状態)、 $i_f=0.6$ A の場合の線電流波形の実際値と理論値との比較である。

また、Fig. 11 に示すのは、界磁電流 i_f を変化させた時のインバータ入力電流波形の実際値と理論値との比較である。さらに Fig. 12 に示すのは、界磁電流に対して電機子電流の実際値をとった位相特性曲線である。

5. 結 言

サイリスタ無整流子電動機の解析を、状態推移法を用いてかなり明快に行なうことができることを示し、あわせて界磁電流によって力率の調整が可能となることを示した。状態推移法を用いた計算結果と実験における各種の実測結果とはかなりよい一致を示している。従って、この種の電動機を用いた速度制御系などのシミュレーションをこの計算法によって短時間で進行することが可能となるわけである。

(1973 年 1 月 31 日受理)

参 考 文 献

1) W. J. GIBBS; "Electric Machine Analysis using Matrices" Pitman & Sons (1962)

