

UDC 624.134/135.001.57
711.122:711.532

シミュレーションモデルを用いたアース デザインに関する研究 (第五報)

A Study on the Earth Design by Using Simulation Model

丸安 隆和*・村井 俊治*・大林 成行*・栗原 京子*

Takakazu MARUYASU, Shunji MURUYAI Shigeyuk OHBAYASHI and Kyoko KURIHAR

ま え が き

第四報までに紹介した地形変更問題では、いずれも地形を変更する造成勾配を制約条件として与えた上で、土工量を最小にするような造成計画高を求めることを考えた。しかし、ゴルフ場の造成や、地下数メートル上に岩盤があるような土地造成などの場合には、土工高さ、あるいは土工量を制約条件として与えた上で、地形を最も平滑に造成することを求めることを考える方が、土木技術的により有効である。

すなわち、ここでは、標準土工高、および切土量と盛土量が等しいという制約条件を与えて造成勾配の二乗和を最小にする数学モデルを作成し、標準土工高を変化させたとき、このモデルによって得られる平均造成勾配がどのように変化するかを見ようとした。この結果、標準造成勾配を与えて土工量を最小にする問題と、標準土工高を与えて造成勾配を最小にする問題とは互いに双対性をなしていることが判明した。また造成勾配と造成土工高は互いに単調な関数関係にあてはめられることもわかった。このことは、地形をどのようなレベルで造成したらよいかについての高度な判断をすることが可能となる利点をもたらす。

1. 土工高を制約条件にした地形変更問題

いま、説明の便宜上 $m \times n$ のメッシュに分割された長方形の土地を考え、 (i, j) のメッシュ点における地盤高を h_{ij} 、求めるべき造成計画高を z_{ij} としよう。

このとき

土工高制約条件:

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (z_{ij} - h_{ij})^2}{mn}} = h_a \quad (1)$$

土工量バランス条件:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (z_{ij} - h_{ij}) = 0 \quad (2)$$

のもとに

$$f = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{m-1} (z_{i+1,j} - z_{i,j})^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n-1} (z_{i,j+1} - z_{i,j})^2 \quad (3)$$

を最小にするような z_{ij} を求めることを考える。

ここで h_a は標準土工高である。

上記の問題はラグランジュの未定係数を用いるとつきに示すような最小値問題につくりかえられる。

$$F = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{m-1} (z_{i+1,j} - z_{i,j})^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n-1} (z_{i,j+1} - z_{i,j})^2$$

表 1 土工高を変化させた場合の宅地造成の特性要素

項目	標準土工高(原地形) 0	m					
		2.0	4.0	6.0	8.0	10.0	
平均土工高(m)	(a)	0	1.6	3.2	4.8	6.4	8.0
	(b)	0	1.6	3.2	4.8	—	—
標準勾配 (%)	(a)	34.7	22.9	14.1	7.7	3.8	0.8
	(b)	34.7	23.7	16.0	11.4	—	—
平均勾配 (%)	(a)	27.7	18.3	11.2	6.2	3.0	0.6
	(b)	27.7	18.9	12.8	9.1	—	—
1/λ	(a)	—	0.43	1.77	4.71	16.33	94.55
	(b)	—	0.48	2.00	7.91	—	—
南斜面比率(%)	(a)	60	62	66	72	75	59
	(b)	60	62	68	83	—	—
北斜面比率(%)	(a)	23	21	24	18	14	6
	(b)	23	23	22	10	—	—

(a) 周辺自由端
(b) 周辺固定端

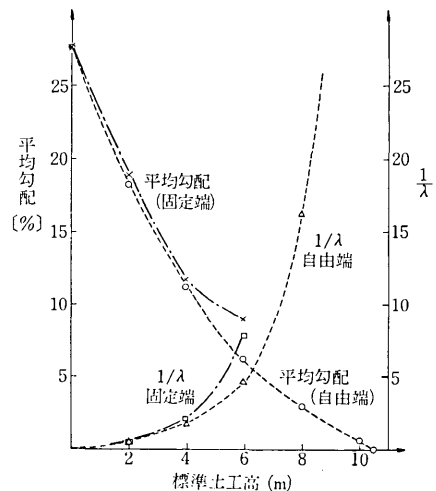


図 1 造成特性曲線

* 東京大学生産技術研究所 第5部

研究速報

$$+ \lambda \left\{ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (z_{ij} - h_{ij})^2 - mn h_a^2 \right\} \quad (4)$$

を最小にするような z_{ij} および λ を求める問題。

結局、上記の問題の解はつきに示す、正規連立方程式を解くことにより得られる。

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial z_{ij}} = 0 \quad (i=1, m; j=1, n) \quad (5)$$

(6) 式および (7) 式の正規連立方程式を見ると、第一報で展開した数学モデルにきわめて、類似している。(7) 式における $1/\lambda$ を λ とおきかえると第一報で展開したモデルと同じになる。また (7) 式の辺々を加えると (2) 式の土工量バランス条件が満足される。

上記の問題を解くには、つきに示すような逐次近似法を用いばよい。

(i) λ の近似値 λ^0 を与える。

(ii) (7) 式に示した $mn \times mn$ の連立一次方程式を解いて近似解 z_{ij}^0 を求める。

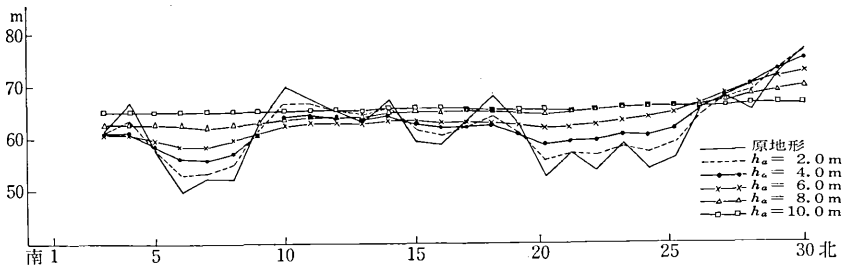
(iii) (6) 式に示した G を λ の関数と考え、 λ^0 のまわりに、テーラー展開する。

$$G = G(\lambda) \approx G(\lambda^0) + \frac{\partial G}{\partial \lambda} \Delta \lambda = 0$$

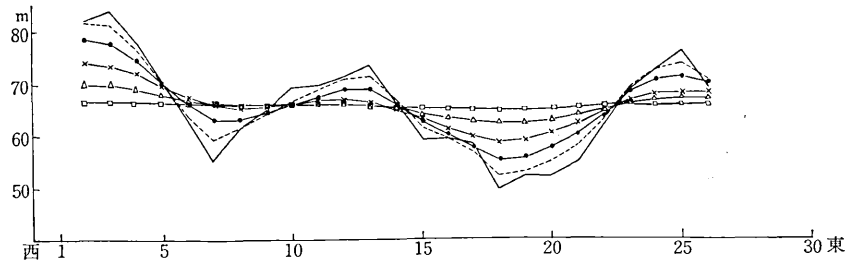
これより λ^0 の補正值 $\Delta \lambda$ をつきにより求める。

$$\Delta \lambda = -G(\lambda^0) / \frac{\partial G}{\partial \lambda}$$

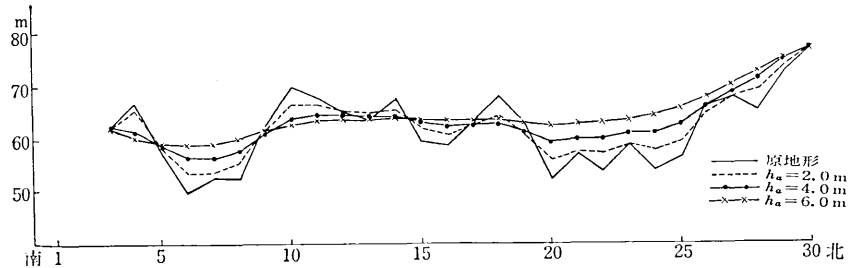
- (iv) $\lambda^0 = \lambda^0 + \Delta \lambda$ として近似値を補正して (ii) 以下の段階を G がゼロと見なせるまでくりかえす。
- (v) 収束したときの解をもって最適な造成計画高とする。



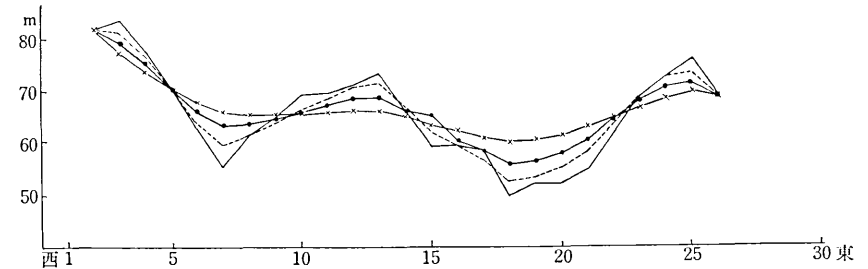
(a) 周辺自由の場合の A-A 断面



(b) 周辺自由の場合の B-B 断面



(c) 周辺固定の場合の A-A 断面



(d) 周辺固定の場合の B-B 断面

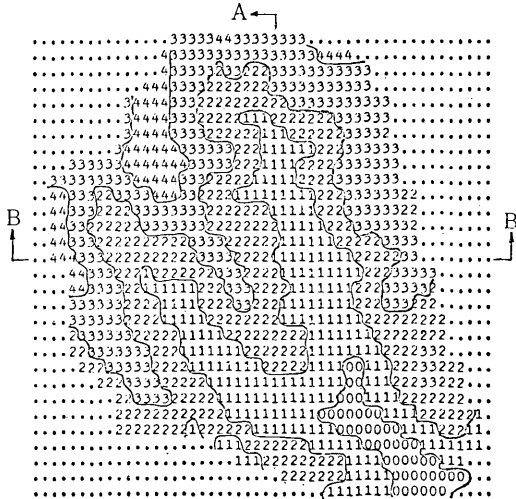
図 2

2. 造成特性曲線の定義

ここでは、まず最初に用語の意味を定義ずけることにしよう。標準土工高 h_a とは、土工高の標準偏差のことです、つぎの式によって与えられる。

$$h_a = \sqrt{\frac{\sum \sum (z_{ij} - h_{ij})^2}{mn}}$$

統計的には、最小二乗法によって得られた解によってつくられる平均土工高 h_m は、つぎのような関係式を有する。



- 0 40~50 m 3 70~80 m
- 1 50~60 m 4 80~90 m
- 2 60~70 m

図 3 (a) 周辺自由端 $h_a=2.0$ m

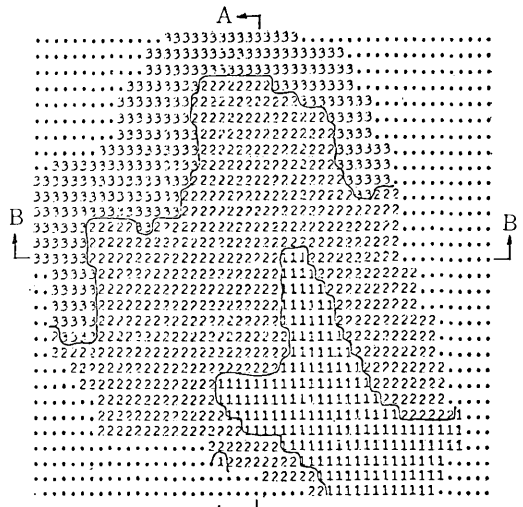


図 3 (c) 周辺自由端 $h_a=6.0$ m

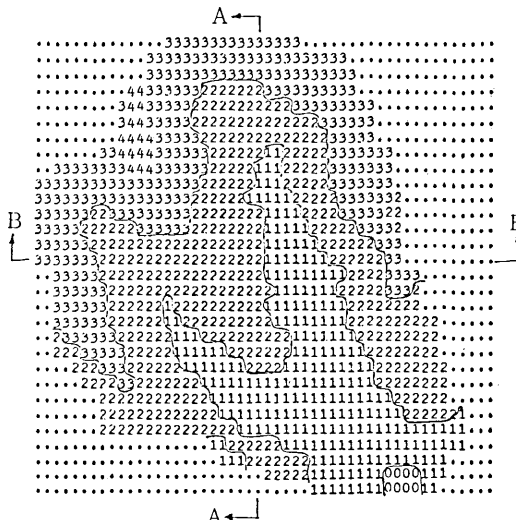


図 3 (b) 周辺自由端 $h_a=4.0$ m

$$h_m = \frac{\sum \Delta |z_{ij} - h_{ij}|}{mn} = 0.7979h_a$$

ある点 (x, y) における最急勾配 S は、つぎの式により与えられる。

$$S = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}$$

いま、メッシュ点 (i, j) 点において近似的につぎの式がなりたつと考える。

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z_{i+1,j} - z_{ij}}{d}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z_{i,j+1} - z_{ij}}{d}$$

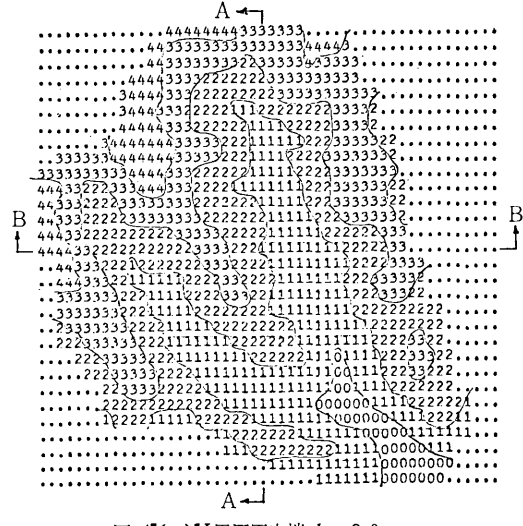


図 4 (a) 周辺固定端 $h_a=2.0$ m

ここで、 d はメッシュの間隔である。

したがって、全体の地域の勾配の標準偏差を標準勾配 S_a とよぶことにすると、 S_a はつぎの式で近似される。

$$S_a = \sqrt{\frac{\sum \sum (z_{i+1,j} - z_{ij})^2 + \sum \sum (z_{i,j+1} - z_{ij})^2}{(m-1)(n-1)d^2}}$$

前と同様に、統計的には、全体の地域の平均勾配 S_m はつぎの関係式を有する。

$$S_m = 0.7979S_a$$

第一報で扱ったように、 x 方向と y 方向の勾配を分ける場合には、つぎの関係式を用いるとよい。

$$t_x = \sqrt{\frac{\sum \sum (z_{i+1,j} - z_{ij})^2}{n(m-1)d^2}}: x \text{ 方向標準勾配}$$

研究速報

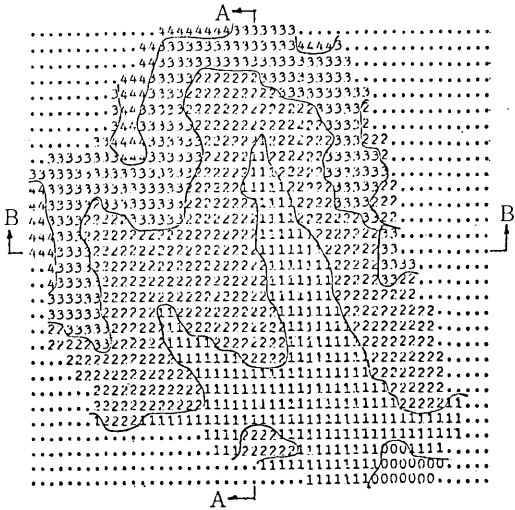


図 4 (b) 周辺固定端 $h_0=4.0$ m

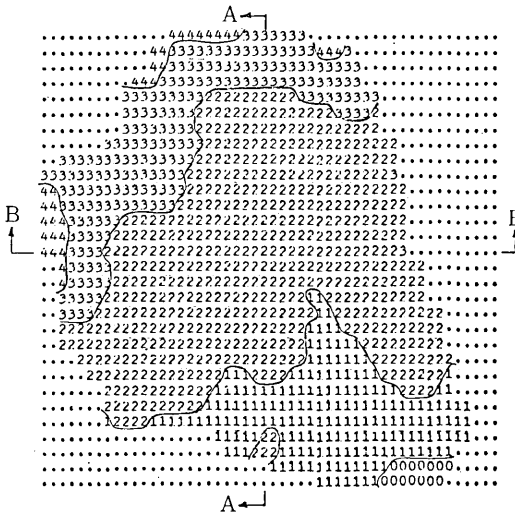


図 4 (c) 周辺固定端 $h_0=6.0$ m

$$t_y = \sqrt{\frac{\sum \sum (z_{i,j+1} - z_{ij})^2}{m(n-1)d^2}} : y \text{ 方向標準勾配}$$

$$S_a = \sqrt{t_x^2 + t_y^2}$$

$t_x = t_y = t$ とするときには、つぎの式を用いると便利である。

$$S_m = 1.128t$$

造成特性曲線とは、標準土工高と得られる平均勾配の関係を曲線にしたものでつぎのような特性を有する。

(i) 平均土工高が 0 のときは、もとの地形を造成しない状態であるので、平均勾配はもとの地形の現況の平均勾配である。

(ii) 標準土工高を増加させると、平均造成勾配は漸減してゆく。

(iii) 標準土工高がある値に達すると、周辺自由端の

場合平均勾配が 0 となる。すなわち地形の平均高をもつ一平面台地に造成する最大土工高の場合の解となる。周辺固定端の場合、周辺の地形勾配に拘束されたある平均勾配となり、それ以上平均勾配を小さくすることは出来ない。

(iv) 後述する応用例からもわかるように、標準土工高が小さい区間程、平均勾配が小さくなる効率がよく、標準土工高が増加する程、造成勾配が減少してゆく効率がおちる。

(v) 地形によって、また周辺の拘束状態によって得られる造成特性曲線は異なる。この特性曲線によって、効率良く造成できる平均造成勾配と標準土工高あるいは土工高の関係を知ることが可能になる。

(vi) いくつかの標準土工高に対応する造成勾配を求めて特性曲線をあてはめておけば、任意の標準土工高または造成勾配に対応する造成勾配または標準土工高を内挿することができる。

3. 土工高を変化させた場合の宅地造成のシミュレーション

いままでのべてきた手法にもとづく宅地造成のシミュレーションの応用例をつぎに紹介しよう。

第一報、第二報および第四報で扱った同じ地形モデルを用いて、標準土工高を 2.0 m, 4.0 m, 6.0 m, 8.0 m および 10.0 m の 5 つのケースとして与えた場合は、平均造成勾配およびその他の諸要素を、周辺自由端の場合と周辺固定端の場合とに分けて求めてみた。

表 1 はおのおの場合における諸要素であり、図 1 はこのときの造成特性曲線である。図 2 は中央における縦断面図および横断面図である。

図 3 は周辺自由端とした場合の等高図であり、図 4 は周辺固定端としたときの等高図である。

4. 造成計画における造成特性曲線の利用

造成特性曲線はつぎに列挙するような点で、計画の初期段階および設計変更時にきわめて有効である。

(i) 計画の初期において、どのくらいのなめらかさに対してどのくらいの土工高があるかがわかるので、資金計画や、工事計画を幅広い観点から立案することができる。すなわち政策決定の際の有効な参考資料となる。

(ii) 特性曲線を求めることにより、合理的で効率的な造成計画を求めることができる。

(iii) あらかじめ岩盤の深さや土層の違いなどがわかっている場合には、標準土工高を適切に選ぶことによって土工計画を最適化することができる。

(iv) 離散的な比較案の検討ではなくて、連続的な変化を知った上での比較案の検討が可能となる。

(1973 年 1 月 24 日受理)