UDC 69.024. : 531.224.6

吊屋根構造における曲面形状解析理論

Analytical Shape Finding for Cable-Net Structures

真 柄 栄 毅*・川 股 重 也*

Hideki MAGARA and Shigeya KAWAMATA

序

2群のワイヤーロープで構成される2方向吊屋根はミュンヘンオリンピック施設に見られるように，吊屋根構造の代表的な形式である．この2方向ワイヤー・ネットは不安定な不静定構造であり，通常の線形の骨組のマトリックス変位法を適用した場合には，構造剛性行列は特異行列となる．つまり，構造体がリンク機構を形成しているために任意荷重での節点変位の線形解は求められないことになる．一般の吊屋根では鞍形曲面形状を構成するケーブルに初張力を導入して曲面形状を安定化する方法をとる．これに対して吊屋根構造の従来の変形解析は初張力を考慮した非線形の構造剛性行列を求め，繰り返し計算によって非線形解を求めるのが普通である．

さて，線形理論において構造剛性行列が特異行列であるということは，見方をかえると微小変位の範囲でリンク運動が可能であることを意味する．リンクの形状については，ある特定な荷重モードに対して釣合可能なリンク形状が一義的に決定されると考えられる．ある荷重モードに対して釣合可能な形状が存在して，新たな付加荷重モードが作用したときの変形は，基本的には新たな荷重モードと釣合可能な新たなリンク形状に移行するリンク運動が決定的役割を演じると考えられる．この場合，部材の動きは“ひずみ”をともなわない剛体変位が主体であり，部材応力の変化にともなうひずみによって生じる節点変位はリンク運動により生じる変位にくらべて小さいと考えられる．

本論文においては吊屋根構造の曲面形状解析および変形解析における能率的な非線形解析方法として，任意外力モードおよび任意プレストレスに対して，リンク機構としての釣合可能な形状の解析方法および荷重変動に対する変形の解析方法を提出する．

さらに形状および変形解析の厳密解として，部材ひずみの影響を考慮した場合の解析法について述べる．

解析には，全ポテンシャルエネルギ最小の原理に基いて立てた節点変位と部材応力を未知数とする連立非線形方程式を Newton-Raphson 法で解く，非線形の混合法を用いる．

* 東京大学生産技術研究所　第5部

1. 内部節点を固定した2方向ワイヤーネットの形状解析

ここでいう2方向吊屋根構造とは2方向，2群のケーブルの各交点を完全拘束してネット状に張られたものをいい吊屋根構造のうち最も一般的な形態といえる．

1-1 プレストレスのない場合の形状解析

リンク機構としての形状は，節点荷重がとり得るポテンシャルが最小になるように決定される．リンク運動に際して部材ひずみは生じないから，汎関数として，荷重ポテンシャルの項に，部材長変化がないという条件を付帯条件として加えた，次式を採用する．

$$\Pi_{NP}=-\sum_{i=1}^{f}F_i d_i+\sum_{k=1}^{m}\lambda_k\{g_k(d_i)-C_k\} \qquad (1)$$

ここに F_i：節点外力，d_i：節点変位

λ_k：Lagrange の未定乗数

$g_k(d_i)$：変形後の部材の長さ

C_k：初期に仮定した部材長さ$=$const.

f：自由度の数，m：部材の数

一般に節点 j, n 間の部材の場合には

$$g_k(d_i)-C_k=\sqrt{\bar{X}_u^2(u)+\bar{Y}_v^2(v)+\bar{Z}_w^2(w)}-\sqrt{X_{u0}^2+Y_{v0}^2+Z_{w0}^2}=0 \qquad (2)$$

ここに $X_{u0}=X_n-X_j$,　$Y_{v0}=Y_n-Y_j$,　$Z_{w0}=Z_n-Z_j$

$\bar{X}_u(u)=X_{u0}+(u_n-u_j)$,　$\bar{Y}_v(v)=Y_{v0}+(v_n-v_j)$,

$\bar{Z}_w(w)=Z_{w0}+(w_n-w_j)$

X_j, Y_j, Z_j および X_n, Y_n, Z_n は初期仮定形状における j, n 節点の座標値

u_j, v_j, w_j および u_n, v_n, w_n は j, n 節点の X, Y, Z 方向の変位

この汎関数は付帯条件としてひずみ一変位関係がはいっているという意味で連続体力学における Hu-Washizu の原理の特殊形であると考えられる．

（1）式において変分をうける独立変数は λ_k, d_i である．

（1）式の停留条件は，まず

$\partial\Pi_{NP}/\partial\lambda_k=0$　　$(k=1, 2, \cdots\cdots, m)$ より

部材の剛体運動条件式を得る．

すなわち

$$g_k(d_i)-C_k=0 \qquad (k=1, 2, \cdots\cdots, m) \qquad (3)$$

研究速報

また $\partial\Pi_{NP}/\partial d_i=0$ $(i=1, 2, \cdots\cdots, f)$ より変形後の力学的釣合方程式を得る．

すなわち

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial g_1/\partial d_1 \cdots\cdots \partial g_m/\partial d_1 \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \\ \partial g_1/\partial d_f \cdots\cdots \partial g_m/\partial d_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_m \end{bmatrix} \tag{4}$$

ここに "j-n" 節点間の部材 k の場合は

$$\partial g_k/\partial u_n = \bar{X}_u(u)/\sqrt{\bar{X}_u^2(u)+\bar{Y}_v^2(v)+\bar{Z}_w^2(w)}$$
$$\partial g_k/\partial v_n = \bar{Y}_v(v)/\sqrt{\bar{X}_u^2(u)+\bar{Y}_v^2(v)+\bar{Z}_w^2(w)}$$
$$\partial g_k/\partial w_n = \bar{Z}_w(w)/\sqrt{\bar{X}_u^2(u)+\bar{Y}_v^2(v)+\bar{Z}_w^2(w)} \tag{5}$$

であり，(4)式のマトリックスの各要素は変形後の部材の方向余弦を与える．従って (4) 式のマトリックスは変形後の各節点の釣合マトリックスであり，Lagrange の未定乗数 λ_k は (1) 式の停留解においては，部材の軸力となる．

1-2　プレストレスにともなう形状解析

内部節点を固定したリンク機構に周辺からプレストレスを導入する場合，節点変位によって生じるプレストレス荷重のポテンシャルの変化を考慮すると汎関数は次のようになる．

$$\Pi_{PK} = -\sum_{i=1}^{f} F_i d_i - \sum_{j=1}^{s} {}_0P_j \cdot \delta_j(d_i) + \sum_{k=1}^{n} \lambda_k \{g_k(d_i) - C_k\} \tag{6}$$

ここに ${}_0P_j$：プレストレス力（軸力）

n：剛体運動条件をうける内部の部材の数

s：直接にプレストレス荷重を受ける周辺部材の数

$\delta_j(d_i)$：直接にプレストレス荷重を受ける周辺部材の材長変化

$$\delta_j(d_i) + \sqrt{\bar{X}_u^2(u)+\bar{Y}_v^2(v)+\bar{Z}_w^2(w)} = \sqrt{X_{u0}^2+Y_{v0}^2+Z_{w0}^2} \tag{7}$$

(6) 式において変分をうける独立変数は λ_k, d_i である．

Lagrange の未定乗数 λ_k は (1-1) と同様に (6) 式の停留解において部材の軸力となる．

2.　内部節点を固定しない場合の2方向ワイヤーネットのプレストレスに伴う形状解析

2方向吊屋根構造の交点クランプをゆるめて，面内すべりに対して自由とし，節点荷重がない場合ケーブル張力が1連の各ケーブル毎に一定となるような吊屋根構造を周辺からプレストレスを導入する場合の形状解析を考える．この場合部材長一定の付帯条件が不要となり，さらにプレストレス荷重のポテンシャルの変化が，ワイヤーの全長の変化に比例するから，汎関数は次式で与えられることになる．

$$\Pi_{PNK} = -\sum_{i=1}^{f} F_i d_i - \sum_{j=1}^{h} {}_0P_j \delta_j(d_i) \tag{8}$$

ここに $\delta_j(d_i)$：各ケーブルの左端から右端まで考えた場合の各ケーブルの全スパンについての部材の長さの変化

$$\delta_j(d_i) + \sum_{j=1}^{m} \sqrt{\bar{X}_u^2(u)+\bar{Y}_v^2(v)+\bar{Z}_w^2(w)} = \sum_{j=1}^{m} \sqrt{X_{u0}^2+Y_{v0}^2+Z_{w0}^2} \tag{9}$$

h：1連の各ケーブルの本数

(8)式において変分をうける独立変数は d_i である．

3.　プレストレス導入後の付加荷重による変形解析

第1節 (1-2)，および第2節の方法によりプレストレスが導入されたときの釣合可能形状が決定され，さらに周辺が固定された2方向ワイヤーネットに新たな付加荷重が作用した場合の変形をリンク機構としての運動に限定して解析する．

導入されたプレストレスと付加荷重に対して釣合可能な形状が決定された場合，部材軸力は

$$\boldsymbol{P} = {}_0\boldsymbol{P} + \boldsymbol{p}'$$

ここに ${}_0\boldsymbol{P}$：導入されたプレストレス力

$\boldsymbol{p}'$：新たな付加荷重によって生じる部材力

と表わされる．この場合に生じる変位は部材長変化を伴わないリンク運動であるから，計算過程において ${}_0\boldsymbol{P}$ は一定だから，$\boldsymbol{p}'$ のみを変数として，Lagrange の未定乗数として組込めばよいから，汎関数は次式で与えられることになる．

$$\Pi_p = -\sum_{i=1}^{f} F_i d_i + \sum_{k=1}^{m} ({}_0P_k + \lambda_k)\{g_k(d_i) - C_k\} \tag{10}$$

ここに ${}_0P_k$：導入されたプレストレス力

λ_k：Lagrange の未定乗数（付加荷重による軸力の変化を表わす）

(10)式において変分をうける独立変数は λ_k, d_i である．

(10)式の停留条件のうち

$\partial\Pi_P/\partial d_i=0$ $(i=1, 2, \cdots\cdots, f)$ より

変形後の力学的釣合方程式を得る．

すなわち

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_f \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \partial g_1/\partial d_1 \cdots\cdots \partial g_m/\partial d_1 \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \\ \partial g_1/\partial d_f \cdots\cdots \partial g_m/\partial d_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_0P_1 \\ \vdots \\ {}_0P_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial g_1/\partial d_1 \cdots\cdots \partial g_m/\partial d_1 \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \\ \partial g_1/\partial d_f \cdots\cdots \partial g_m/\partial d_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_m \end{bmatrix} \tag{11}$$

(11)式の左辺の第2項はプレストレスの効果を表わしている．

4. 数値解析における初期値の決定方法

前述の各節におけるリンク機構としての形状解析理論は非線形連立方程式に帰着する．この非線形連立方程式の解法として，ここでは Newton-Raphson 法を適用するが，この場合適切な初期値の決め方が重要となる．

2方向ワイヤーネットは部材の数mにくらべて，自由度の数fがはるかに多くなっていて，従来の構造分類では不安定な不静定構造となる．これを線形理論の範囲で説明すると次のようになる．

適合条件式を

$$\boldsymbol{e}=\boldsymbol{E}^t\boldsymbol{d} \tag{12}$$

ここに　$\boldsymbol{e}$：部材変形ベクトル ($m\times1$)

$\boldsymbol{d}$：節点変位ベクトル ($f\times1$)

$\boldsymbol{E}$：釣合マトリックス ($f\times m$) ($f>m$)

および釣合方程式を

$$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{E}\boldsymbol{P} \tag{13}$$

ここに　$\boldsymbol{F}$：節点外力ベクトル ($f\times1$)

$\boldsymbol{P}$：内力ベクトル ($m\times1$)

とする．釣合マトリックス $\boldsymbol{E}$ の階数を r とおくと，2方向ワイヤーネットの一般的形状に対しては

$r=\rho\{\boldsymbol{E}\}<m$

となる．(13) 式の同次方程式 $\boldsymbol{EP}=\boldsymbol{0}$ を

$$\begin{array}{c|cc} & r & m\text{-}r \\ \hline r & \boldsymbol{E}_{11} & \boldsymbol{E}_{12} \\ f\text{-}r & \boldsymbol{E}_{21} & \boldsymbol{E}_{22} \end{array} \quad \begin{bmatrix} \boldsymbol{P}_1 \\ \boldsymbol{P}_2 \end{bmatrix}\begin{matrix} r \\ m\text{-}r \end{matrix} =\boldsymbol{0}, \qquad |\boldsymbol{E}_{11}|\neq 0$$

と変形すれば，解として

$$\boldsymbol{P}_1=-\boldsymbol{E}_{11}{}^{-1}\boldsymbol{E}_{12}\boldsymbol{P}_2, \qquad \boldsymbol{P}_2：\text{任意} \tag{14}$$

を得る．

一方 (12) 式の同次方程式 $\boldsymbol{E}^t\boldsymbol{d}=\boldsymbol{0}$ を

$$\begin{array}{c|cc} & r & f\text{-}r \\ \hline r & \boldsymbol{E}^t_{11} & \boldsymbol{E}^t_{21} \\ m\text{-}r & \boldsymbol{E}^t_{12} & \boldsymbol{E}^t_{22} \end{array} \quad \begin{bmatrix} \boldsymbol{d}_1 \\ \boldsymbol{d}_2 \end{bmatrix}\begin{matrix} r \\ f\text{-}r \end{matrix} =\boldsymbol{0}, \qquad |\boldsymbol{E}_{11}{}^t|\neq 0$$

と変形すれば，解として

$$\boldsymbol{d}_1=-\boldsymbol{E}^{t\,-1}_{11}\boldsymbol{E}^t_{21}\boldsymbol{d}_2, \qquad \boldsymbol{d}_2：\text{任意} \tag{15}$$

を得る．(14) 式の物理的解釈は (m-r) 個の1次独立な自己釣合系が存在することを意味している．

また (15) 式のそれは (f-r) 個の1次独立な剛体変位モード系の存在を意味している．

さて2方向ワイヤーネットなどのように多くのリンク変位モードがあるときは，釣合形状に近い予想形状を初期形状に選ぶことが非常に困難であるので，初期仮定形状から変位零で出発する．

すなわち　$\boldsymbol{d}^{\circ}=\boldsymbol{0}$ 　(16)

と仮定する．

一方 Lagrange の未定乗数λの初期値については次のように与える．Lagrange の未定乗数λは汎関数の停留解においては部材の軸力となることより，(13)式の釣合方程式において，解の存在するための必要十分条件は

$${}_{f\text{-}r}\{\boldsymbol{F}_2-{}_{f\text{-}r}\{\overbrace{\boldsymbol{E}}^{r}{}_{21}\ {}_{r}\{\overbrace{\boldsymbol{E}}^{r}{}_{11}{}^{-1}\ {}_{r}\{\boldsymbol{F}_1=\boldsymbol{0} \tag{17}$$

となり，このとき (13) 式の解の形は

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{P}_1 \\ \hdashline \boldsymbol{P}_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{E}_{11}{}^{-1}(\boldsymbol{F}_1-\boldsymbol{E}_{12}\boldsymbol{P}_2) \\ \hdashline \boldsymbol{P}_2 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}_2：\text{任意} \tag{18}$$

で与えられるので，Lagrange の未定乗数λは (18) 式によって，初期仮定形状における力学的釣合方程式を部分的に満足する $\boldsymbol{P}$ (軸力) を Lagrange の未定乗数 λ の初期値として与える．

5. 弾性変形を考慮した場合の厳密解法

前述の諸解法はいずれも軸力による部材変形を無視したリンク運動のみを扱っている．

形状解析および変形解析の厳密な解を求めるには部材変形の影響を考慮しなければならない．プレストレスが導入され，周辺を固定された2方向ワイヤーネットに節点荷重が加わる場合の汎関数は Hellinger-Reissner の原理により次式で与えられる．

$$\Pi_R=\sum_{k=1}^{m}({}_0P_k+p_k)\cdot\delta_k(d_i)-\sum_{k=1}^{m}L_kp_k{}^2/2EA_k -\sum_{i=1}^{f}F_id_i \tag{19}$$

${}_0P_k$：部材に導入されたプレストレス力

p_k：付加荷重によって生じる軸力

L_k：部材の長さ，　A_k：部材の断面積

E：ヤング率

$\delta_k(d_i)$：部材の伸び

一般に節点 j, n 間の部材 k の伸びは

$$\delta_k(d_i)=\sqrt{\overline{X}_u{}^2(u)+\overline{Y}_v{}^2(v)+\overline{Z}_w{}^2(w)} -\sqrt{\overline{X}_{u0}{}^2+\overline{Y}_{v0}{}^2+\overline{Z}_{w0}{}^2} \tag{20}$$

(記号は (2) 式と同じ)

(19)式において変分をうける独立変数は p_k, d_i である．

(19)式の停留条件としては

$\partial\Pi_R/\partial p_k=0$　($k=1, 2, \cdots\cdots, m$) より

構成方程式

$$\delta_k(d_i)-L_kp_k/EA_k=0 \quad (k=1, 2, \cdots\cdots, m) \tag{21}$$

を，また

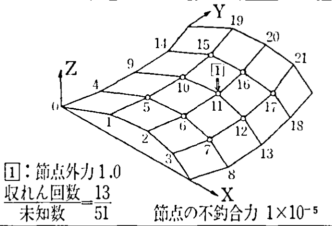
$\partial\Pi_R/\partial d_i=0$　($i=1, 2, \cdots\cdots, f$) より

変形後の力学的釣合方程式を得る．すなわち

表A 1．内部節点を固定した2方向ワイヤーネットの形状解析

モデル

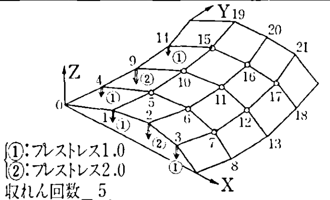
プレストレスのない場合の形状解析



□1：節点外力1.0

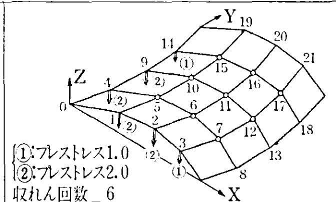
$\frac{収れん回数}{未知数}=\frac{13}{51}$ 節点の不釣合力 1×10^{-5}

プレストレスにともなう形状解析



①：プレストレス1.0
②：プレストレス2.0

$\frac{収れん回数}{未知数}=\frac{5}{45}$ 節点の不釣合力 1×10^{-5}



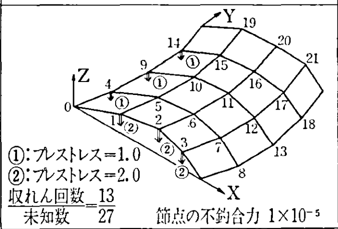
①：プレストレス1.0
②：プレストレス2.0

$\frac{収れん回数}{未知数}=\frac{6}{45}$ 節点の不釣合力 1×10^{-5}

節点位置	座標			座標			座標		
	X (初期仮定形状)	Y (初期仮定形状)	Z (初期仮定形状)	X (初期仮定形状)	Y (初期仮定形状)	Z (初期仮定形状)	X (初期仮定形状)	Y (初期仮定形状)	Z (初期仮定形状)
1	20.00(20.00)	0.00(0.00)	7.77(7.77)	20.00(20.00)	0.00(0.00)	7.77(7.77)	20.00(20.00)	0.00(0.00)	7.77(7.77)
2	40.00(40.00)	0.00(0.00)	8.88(8.88)	40.00(40.00)	0.00(0.00)	8.88(8.88)	40.00(40.00)	0.00(0.00)	8.88(8.88)
3	60.00(60.00)	0.00(0.00)	7.77(7.77)	60.00(60.00)	0.00(0.00)	7.77(7.77)	60.00(60.00)	0.00(0.00)	7.77(7.77)
4	0.00(0.00)	20.00(20.00)	1.11(1.11)	0.00(0.00)	20.00(20.00)	1.11(1.11)	0.00(0.00)	20.00(20.00)	1.11(1.11)
5	20.03(20.00)	19.96(20.00)	4.23(4.44)	20.02(20.00)	20.02(20.00)	4.44(4.44)	19.86(20.00)	19.86(20.00)	4.44(4.44)
6	40.00(40.00)	20.06(20.00)	5.97(5.55)	40.00(40.00)	19.93(20.00)	5.92(5.55)	39.87(40.00)	19.87(20.00)	5.45(5.55)
7	59.96(60.00)	19.96(20.00)	4.23(4.44)	59.99(60.00)	20.00(20.00)	4.43(4.44)	59.88(60.00)	19.98(20.00)	3.97(4.44)
8	80.00(80.00)	20.00(20.00)	1.11(1.11)	80.00(80.00)	20.00(20.00)	1.11(1.11)	80.00(80.00)	20.00(20.00)	1.11(1.11)
9	0.00(0.00)	40.00(40.00)	0.00(0.00)	0.00(0.00)	40.00(40.00)	0.00(0.00)	0.00(0.00)	40.00(40.00)	0.00(0.00)
10	19.93(20.00)	40.00(40.00)	3.75(3.33)	19.93(20.00)	40.00(40.00)	2.96(3.33)	19.87(20.00)	39.87(40.00)	3.43(3.33)
11	40.00(40.00)	40.00(40.00)	3.60(4.44)	39.92(40.00)	39.92(40.00)	4.44(4.44)	39.87(40.00)	39.87(40.00)	4.44(4.44)
12	60.06(60.00)	40.00(40.00)	3.75(3.33)	59.92(60.00)	40.00(40.00)	2.97(3.33)	59.89(60.00)	39.98(40.00)	2.90(3.33)
13	80.00(80.00)	40.00(40.00)	0.00(0.00)	80.00(80.00)	40.00(40.00)	0.00(0.00)	80.00(80.00)	40.00(40.00)	0.00(0.00)
14	0.00(0.00)	60.00(60.00)	1.11(1.11)	0.00(0.00)	60.00(60.00)	1.11(1.11)	0.00(0.00)	60.00(60.00)	1.11(1.11)
15	20.03(20.00)	60.03(60.00)	4.23(4.44)	20.00(20.00)	59.99(60.00)	4.45(4.44)	19.98(20.00)	59.88(60.00)	4.90(4.44)
16	40.00(40.00)	60.00(60.00)	5.97(5.55)	40.00(40.00)	59.92(60.00)	5.91(5.55)	39.98(40.00)	59.89(60.00)	5.98(5.55)
17	59.96(60.00)	60.03(60.00)	4.23(4.44)	60.00(60.00)	60.00(60.00)	4.44(4.44)	60.00(60.00)	60.00(60.00)	4.44(4.44)
18	80.00(80.00)	60.00(60.00)	1.11(1.11)	80.00(80.00)	60.00(60.00)	1.11(1.11)	80.00(80.00)	60.00(60.00)	1.11(1.11)
19	20.00(20.00)	80.00(80.00)	7.77(7.77)	20.00(20.00)	80.00(80.00)	7.77(7.77)	20.00(20.00)	80.00(80.00)	7.77(7.77)
20	40.00(40.00)	80.00(80.00)	8.88(8.88)	40.00(40.00)	80.00(80.00)	8.88(8.88)	40.00(40.00)	80.00(80.00)	8.88(8.88)
21	60.00(60.00)	80.00(80.00)	7.77(7.77)	60.00(60.00)	80.00(80.00)	7.77(7.77)	60.00(60.00)	80.00(80.00)	7.77(7.77)

表B

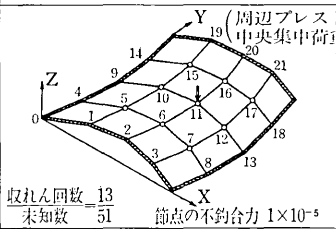
2．節点を固定しない場合のプレストレスにともなう形状解析



①：プレストレス=1.0
②：プレストレス=2.0

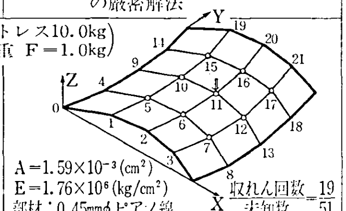
$\frac{収れん回数}{未知数}=\frac{13}{27}$ 節点の不釣合力 1×10^{-5}

3．プレストレス導入後の付加荷重による変形解析（リンク機構）



$\frac{収れん回数}{未知数}=\frac{13}{51}$ 節点の不釣合力 1×10^{-5}

4．弾性変形を考慮した場合の厳密解法



$A=1.59\times10^{-3}$ (cm²)
$E=1.76\times10^{6}$ (kg/cm²)
部材：0.45mmφ ピアノ線

$\frac{収れん回数}{未知数}=\frac{19}{51}$ 節点の不釣合力 1×10^{-3}

節点位置	座標			座標			座標		(cm)
	X (初期仮定形状)	Y (初期仮定形状)	Z (初期仮定形状)	X (初期仮定形状)	Y (初期仮定形状)	Z (初期仮定形状)	X (初期仮定形状)	Y (初期仮定形状)	Z (初期仮定形状)
1	20.00(20.00)	0.00(0.00)	7.77(7.77)	20.00(20.00)	0.00(0.00)	7.77(7.77)	20.00(20.00)	0.00(0.00)	7.77(7.77)
2	40.00(40.00)	0.00(0.00)	8.88(8.88)	40.00(40.00)	0.00(0.00)	8.88(8.88)	40.00(40.00)	0.00(0.00)	8.88(8.88)
3	60.00(60.00)	0.00(0.00)	7.77(7.77)	60.00(60.00)	0.00(0.00)	7.77(7.77)	60.00(60.00)	0.00(0.00)	7.77(7.77)
4	0.00(0.00)	20.00(20.00)	1.11(1.11)	0.00(0.00)	20.00(20.00)	1.11(1.11)	0.00(0.00)	20.00(20.00)	1.11(1.11)
5	20.32(20.00)	20.32(20.00)	5.50(4.44)	20.00(20.00)	19.99(20.00)	4.40(4.44)	20.00(20.00)	19.99(20.00)	4.32(4.44)
6	40.00(40.00)	20.41(20.00)	6.81(5.55)	40.00(40.00)	20.01(20.00)	5.63(5.55)	40.00(40.00)	19.99(20.00)	5.30(5.55)
7	59.66(60.00)	20.32(20.00)	5.51(4.44)	59.99(60.00)	19.99(20.00)	4.40(4.44)	59.99(60.00)	19.99(20.00)	4.32(4.44)
8	80.00(80.00)	20.00(20.00)	1.11(1.11)	80.00(80.00)	20.00(20.00)	1.11(1.11)	80.00(80.00)	20.00(20.00)	1.11(1.11)
9	0.00(0.00)	40.00(40.00)	0.00(0.00)	0.00(0.00)	40.00(40.00)	0.00(0.00)	0.00(0.00)	40.00(40.00)	0.00(0.00)
10	20.44(20.00)	39.99(40.00)	4.74(3.33)	19.98(20.00)	40.00(40.00)	3.41(3.33)	20.00(20.00)	40.00(40.00)	3.08(3.33)
11	40.00(40.00)	39.99(40.00)	6.13(4.44)	40.00(40.00)	40.00(40.00)	4.29(4.44)	40.00(40.00)	40.00(40.00)	3.68(4.44)
12	59.54(60.00)	39.99(40.00)	4.78(3.33)	60.01(60.00)	40.00(40.00)	3.41(3.33)	59.99(60.00)	40.00(40.00)	3.08(3.33)
13	80.00(80.00)	40.00(40.00)	0.00(0.00)	80.00(80.00)	40.00(40.00)	0.00(0.00)	80.00(80.00)	40.00(40.00)	0.00(0.00)
14	0.00(0.00)	60.00(60.00)	1.11(1.11)	0.00(0.00)	60.00(60.00)	1.11(1.11)	0.00(0.00)	60.00(60.00)	1.11(1.11)
15	20.32(20.00)	59.68(60.00)	5.51(4.44)	20.00(20.00)	60.00(60.00)	4.40(4.44)	20.00(20.00)	60.00(60.00)	4.32(4.44)
16	40.00(40.00)	59.60(60.00)	6.83(5.55)	40.00(40.00)	59.98(60.00)	5.63(5.55)	40.00(40.00)	60.00(60.00)	5.30(5.55)
17	59.65(60.00)	59.69(60.00)	5.60(4.44)	59.99(60.00)	60.00(60.00)	4.40(4.44)	59.99(60.00)	60.00(60.00)	4.32(4.44)
18	80.00(80.00)	60.00(60.00)	1.11(1.11)	80.00(80.00)	60.00(60.00)	1.11(1.11)	80.00(80.00)	60.00(60.00)	1.11(1.11)
19	20.00(20.00)	80.00(80.00)	7.77(7.77)	20.00(20.00)	80.00(80.00)	7.77(7.77)	20.00(20.00)	80.00(80.00)	7.77(7.77)
20	40.00(40.00)	80.00(80.00)	8.88(8.88)	40.00(40.00)	80.00(80.00)	8.88(8.88)	40.00(40.00)	80.00(80.00)	8.88(8.88)
21	60.00(60.00)	80.00(80.00)	7.77(7.77)	60.00(60.00)	80.00(80.00)	7.77(7.77)	60.00(60.00)	80.00(80.00)	7.77(7.77)

$$\begin{bmatrix}F_1\\ \vdots\\ F_f\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\partial\delta_1/\partial d_1 & \cdots\cdots & \partial\delta_m/\partial d_1\\ \vdots & & \vdots\\ \partial\delta_1/\partial d_f & \cdots\cdots & \partial\delta_m/\partial d_f\end{bmatrix}\begin{bmatrix}{}_0P_1\\ \vdots\\ {}_0P_m\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\partial\delta_1/\partial d_1 & \cdots\cdots & \partial\delta_m/\partial d_1\\ \vdots & & \vdots\\ \partial\delta_1/\partial d_f & \cdots\cdots & \partial\delta_m/\partial d_f\end{bmatrix}\begin{bmatrix}p_1\\ \vdots\\ p_m\end{bmatrix} \qquad (22)$$

ここで (22) 式は (11) 式と同じである.

6. 解析の運用

既往の研究によれば2方向ワイヤーネットの変形解析において初めより部材変形を考慮して変位法で解く方法は全部に極めて収束が悪くかつ不安定な要素を含んでいる[1]. これに対してここに提出したリンク変位のみを対象とした形状解析は収束が早く，安定している.

従って実際の解析に当っては，初めにリンク機構としての解析により，与えられた荷重に対して釣合可能な形状と応力を決定し，次いで第5節で述べた厳密解法により部材変形の影響を取り入れるのが合理的であろう.

すなわち，リンク機構としての解を第1次近似解として厳密解法の初期値に採用するのが賢明であろう.

7. 解 析 例

表A，表Bにこれまで行ったいくつかの数値解析例を示す.

結　び

この解析方法により吊屋根構造のリンク機構としての挙動が解明された. リンク機構としての曲面形状解析および荷重変動に対する変形解析においては収束はかなり早く，かつ安定しているという結果が得られた.

あとがき

3.節のプレストレス導入後の付加荷重による変形解析の場合には，(10)式において内部釣合系としての釣合形状が存在しうることが最近になって判明した. この点に関しては，あらためて報告する予定である.

(1972年10月30日受理)

文　献

1) H. A. Buchholdt: "A non-linear deformation theory applied to two dimensional pretensioned cable assemblies", Proc. Instn. Civ. E. 1969, 42 (JAN.)
2) Linkwitz & Schek: "Einige Bemerkungen zur Berechnung von vorgespannten Seilnetzkonstruction", Ingenieur-Archiv 40 (1971) S. 145-158
3) 大山宏: "吊屋根構造に関する力学的研究",『東京大学提出学位請求論文』昭和45年12月
4) K. Washizu: "Variational Method in Elasticity and Plasticity", Pergamon Press 1968
5) Mangasarian: "Non-linear Programming", McGraw-Hill, 1969