

東京大学

194

学位請求論文

非軸対称光ファイバの伝搬特性に関する研究

指導教官 大越孝敬 教授
東京大学大学院工学系研究科
電子工学専門課程
学修番号 9665 ^{キン} 來住 直人

提出日 昭和61年12月20日

目次

第1章 序論	1
1-1 研究の背景	2
1-2 非軸対称光ファイバの固有モード解析法	3
1-3 本論文の目的	4
1-4 本論文の構成	4
第2章 グリーン関数を用いない境界積分法	9
2-1 まえがき	10
2-2 従来の境界要素法	11
2-3 グリーンの公式による定式化	14
2-4 重み付き残差法による定式化	15
2-5 重み関数の選び方	18
2-6 従来の境界要素法との関係	24
2-7 むすび	27
第3章 単一媒質境界値問題のための定式化	28
3-1 まえがき	29
3-2 境界要素法の定式化	30
3-3 数値解析結果	35
3-4 境界形状の近似が計算精度に与える影響	45
3-5 重み関数の選び方とスプリアス解の関係	47
3-6 むすび	49

第4章	境界積分法による均一コア光ファイバの固有モード解析	50
4-1	まえがき	51
4-2	境界積分法の定式化	52
4-3	円形断面光ファイバの固有値方程式の導出	61
4-4	楕円コア光ファイバの解析	65
4-5	端点を持つ境界形状の解析	74
4-6	むすび	86
第5章	複合媒質光ファイバの固有モード解析	87
5-1	まえがき	88
5-2	複合媒質解析のための境界積分法の定式化	89
5-3	絶対単一偏波光ファイバの解析	94
5-4	むすび	103
第6章	サイドトンネル型絶対単一偏波光ファイバの解析	104
6-1	まえがき	105
6-2	サイドトンネル型絶対単一偏波光ファイバ	106
6-3	境界条件の考え方	108
6-4	数値解析結果	110
6-5	高次モードの異常接近現象	129
6-6	最適構造の決定	137
6-7	むすび	146
第7章	非軸対称光ファイバの損失測定	147
7-1	まえがき	148
7-2	実験系の構成	149
7-3	絶対単一偏波光ファイバの測定	154
7-4	考察	157
7-5	むすび	158
第8章	結論	159

謝辞	161
参考文献	163
著者発表文献	169
付録	172
A 円柱調和関数の円周上における線積分の解析的表示	173
A-1 Grafの加法定理による円柱調和関数の表現	173
A-2 0次の円柱調和関数の線積分	177
A-3 第2種変形ベッセル関数の線積分	180
B プログラムリスト	183

第1章 序論

1-1	研究の背景	2
1-2	非軸対称光ファイバの固有モード解析法	3
1-3	本論文の目的	4
1-4	本論文の構成	4

1-1 研究の背景

1970年代に始まった光通信技術の開発は、1980年代後半の現在においては、その基礎技術の実用化となってひとまず実を結び、より高性能な光通信方式[1]と光計測技術[3,4]への模索という方向へと向かいつつある。このような光技術の急速な発展は1970年代末に開発された低損失(0.2dB/km)単一モード光ファイバ[2]に負うところが大きい。

単一モード光ファイバにおいては2つの直交する直線偏波からなる基底モードが存在し、これらの2つのモードにより光波が伝送される。現在よく用いられている軸対称単一モード光ファイバの場合は、これらのモードは理想的には縮退しているためふたつのモードによって伝送される光波に位相差はない。したがって光波は偏波状態を保ったまま伝搬する。しかし、製造過程において加わるコア形状の歪、コア径の微小なゆらぎ、あるいはファイバに加わる曲げなどによってこれらのモードの縮退が解け、ふたつのモード間にわずかな位相差が生じる。これらふたつのモードの主軸と位相差は光ファイバの伝搬軸方向にランダムに変化するので、光波は、主軸を出鱈目な方向に配置した位相板の列内を通過すると同等な効果を受け、偏波状態は光波の伝搬にしたがってランダムに変化する。さらにファイバに加わる曲げや温度などの敷設環境の変化によってその等価的な位相板列の主軸の方向と位相差は時間変動する。すると光波のエネルギーがふたつのモードに分配されて伝搬する結果、出射端における偏波状態が不安定に変動することになる[3,5]。このことは、コヒーレント光通信方式の受信機[1]やヘテロダイン計測[4]における信号光と局発光の偏波の不整合、各種のセンサにおける検知出力の時間変動[4]などの原因となる。

このような偏波状態を保存しにくい軸対称単一モード光ファイバに対して、非軸対称光ファイバ[6-14]は光の伝搬軸に関して波動光学的に大きな非対称構造を持つ光ファイバであり、この非対称構造は、先に述べた製造過程で加わる不完全性や環境変化によるものより十分大きい。したがって非軸対称光ファイバを用いて、入射光波の偏波をその非対称構造のどちらか一方の主軸に一致させることにより定偏波伝送を長距離にわたって、ファイバに加わる曲げや温度などの環境の変化にかかわらず安定に行うことができる。

非軸対称光ファイバは、その特性から、「複屈折光ファイバ」と「絶対単一偏波光ファイバ」とに分類される[6]。前者は、上で述べたような構造の非軸対称性によりふたつの基底モード間の結合を小さくした光ファイバであり、使用波長においてはそれらふたつのモードは伝搬しうる。これに対して後者は、非軸対称的な「屈折率の溝」を持っている。

これによって、ふたつの基底モード間の結合が小さくなるばかりではなく、これらのモードが遮断周波数(波長)を持つようになる。そのうえ、屈折率分布の非軸対称性により遮断波長に差が生じることによって、このふたつの遮断波長間の波長帯においては片方の偏波のみが伝搬しうる。つまり、モード結合によりもうひとつのモードに移行した光波のエネルギーは、そのモードが放射モードとなり伝搬しないので伝搬する光波の偏波状態は直線偏波のみである。したがって絶対単一偏波光ファイバは、光の伝送目的のみならず、偏光素子としても応用できる[5,6,8,11,14]。

1-2 非軸対称光ファイバの固有モード解析法

非軸対称光ファイバにおいて、安定な定偏波伝送を行うためにはふたつの HE_{11} モードの伝搬定数 β_x, β_y 、および自由空間波長 k_0 を用いて表される正規化複屈折 B

$$B = \frac{|\beta_x - \beta_y|}{k_0} \quad (1-1)$$

を大きくして2モード間の結合を小さくする必要がある[3]。

複屈折 B を大きくするためには、光ファイバを波動光学的に非軸対称構造にすればよい。これには次のような方法がある。

- ① コアの形状を真円からずらす[18,33,34,41,42,61]。
- ② 屈折率分布を非軸対称複合化する[19-25,35-39]。
- ③ 光ファイバに非軸対称応力を加える[32]。

本論文では簡単のため③の方法については対象外とし、①,②を利用した非軸対称光ファイバに限定して考える。

非軸対称光ファイバの特性決定、設計、構造の最適化などを行うためには、光ファイバ内を伝搬する光波に対する精密な電磁界解析が必要になる。①,②の非軸対称化を利用した構造の光ファイバを解析する場合には、一般には光ファイバの構造について次のような仮定を行う。

- (1) すべての媒質は、光の伝搬する方向(z 軸方向)に一様、等方、無損失である。
- (2) 屈折率(誘電率)は区分的な領域内で一定である。
- (3) 媒質は磁氣的に均質であり、その透磁率は μ_0 である。
- (4) クラッドは無限媒質である。

ここで、上記の(2)の仮定に反する、すなわち屈折率分布が不均質な構造[25,39]についても研究が盛んに行われているが、これについても対象外とする。

上記(1)~(4)の仮定に基づいた光ファイバの固有伝搬モードに対しては、今日までにさまざまな数値解析法が適用されてきているが[15,16]、これらは解析法の原理によって、次のように分類される。

- | | |
|------------------|---------------------------------------|
| I 変分原理によるもの | : 有限要素法[18-32] |
| II 電磁界の関数展開によるもの | : 点整合法[33-40]
モード整合法(安浦の方法)[41,42] |
| III 積分方程式によるもの | : 境界要素法(周回積分法)[50,57,58] |

解析法に要求される事項としては次のようなものがある。

- 1) 高精度である。
- 2) 解くべき連立方程式の元数が小さい。
- 3) 計算時間が短い。
- 4) 定式化が容易である。
- 5) 数値解のなかに多数の非物理解(スプリアス解)[6,26,30,31,58,59]を含まない。

上記の解析法のなかで I に属する有限要素法(FEM:Finite Element Method)は領域

を三角形のメッシュに分割して、その節点における関数値を用いて変分法における汎関数を計算する方法である。この方法は本論文で対象外としている異方性媒質[26,27,32]や不均質媒質[25]を含む構造も解析できるなど、極めて汎用性の高い解法だが、1),2),5)の条件を満たしていない。

Ⅱに属する方法においては区分的に均質な媒質内の電磁界を基本方程式の解析解で展開することが基本である。点整合法(PMM:Point Matching Method)では、境界条件を境界上の離散点で適用して界を決定し、モード整合法(MMM:Mode Matching Method)は境界条件の平均二乗誤差が最小になるように界を決定する方法であり、共に2)の条件は満たす。このなかで点整合法は、定式化とスプリアス解の除去が容易であるが、限られた問題以外については精度を高めることが困難である[33]。モード整合法は高精度であるが、計算時間はかなり長くなってしまふ[42]。

Ⅲに属する境界要素法は、グリーンの定理から導出される境界積分方程式を有限要素法的な離散化を用いて解く解法であり、1)~3)の条件は満たすが、特異点を持つグリーン関数の積分を行わねばならないので定式化が複雑になり[60]、グリーン関数の選択方法や、未知関数の離散化の方法によってスプリアス解が発生する[58,59]。

このように、1)~5)の条件をすべて満たす数値解法はないというのが現状だが、Ⅲに属する方法については、定式化の困難さとスプリアス解の発生を克服すればこの解法は他の方法と比較すると有利な解法となる。

1-3 本論文の目的

本論文の目的は、絶対単一偏波光ファイバを中心とする非軸対称光ファイバの伝搬特性を解明することにある。そのための数値的解法としては、前節で述べたように高精度な解析が可能である境界積分方程式を用いる解法[43,50]を適用する。具体的には、定式化が容易になるグリーン関数を用いない解法を提案し、この解法の有効性について検討する。そしてこの解法を一般の二次元ヘルムホルツ方程式の解法に適用し、数値解析法としての手順を確立する。最終的にはこの解法をサイドトンネル型絶対単一偏波光ファイバの伝搬モード解析に適用し、その光波伝搬特性を解明し、最適構造の性能について明らかにする。さらに、実際に製造された非軸対称光ファイバの絶対単一偏波特性を測定するための波長損失特性測定装置を構成する。

1-4 本論文の構成

本論文の次章以降の構成は、以下のとおりである。

第2章は、非軸対称光ファイバの伝搬特性の数値解法として本論文で適用する、グリーン関数を用いない境界積分法の提案についてである。この解析法の基礎付けのために、その定式化をグリーンの公式および重み付き残差法のふたつの方法により行なう。そして解析に用いる重み関数の選び方について論じ、この観点から従来の境界要素法定式化との関連についても論じる。

第3章では、この解法の数値解析法としての有効性を確かめるために、この解法を最も簡単な問題、すなわち単一媒質中のヘルムホルツ方程式の境界値問題に従来の境界要素法と同様な定式化を行って適用する。この章では、数値解析のための定式化を行うことによって、グリーン関数を用いない境界積分法の定式化の最も基本的な手順が述べられている。いくつかの境界形状、境界条件についての数値解析を行い、その結果として境界形状の近似の方法が数値解析の精度を大きく左右することが明らかになる。また、重み関数の選択法によってはスプリアス解が発生することを示し、これと従来の境界要

素法のスプリアス解とを関係づける。

第3章までで行ったグリーン関数を用いない境界積分法の定式化を光ファイバの固有伝搬モードのベクトル波解析のように、ふたつのポテンシャル関数を考慮しなければならない解析に適用する方法が第4章において述べられている。曲線座標の利用により第3章のような境界形状の近似を行うことを避けている。境界上の関数値としては、第3章の境界要素法の解析で用いたような1次元スプライン関数よりも境界条件の適用が容易なフーリエ三角級数を用いる。定式化の有効性を軸対称均一コア光ファイバのスプリアス解を含まない固有値方程式の導出によって確かめている。数値解析を行うコア形状としては楕円形と正方形を考え、他の解析法による解析結果との比較を行う。特に正方形の場合には境界上の端点の数値解析に及ぼす影響について論じる。

第5章では、第4章で行ったベクトル波解析のための定式化をさらに発展させて、最も単純な構造の複合媒質光ファイバの固有伝搬モード解析に適用する方法が述べられている。境界上の関数値と、重み関数の取り方の工夫によって第4章の定式化が容易に拡張できることが明らかにされている。複合媒質光ファイバの固有伝搬モードの解析結果と、絶対単一偏波光ファイバとしての応用とその基礎的な特性について論じる。

第6章はサイドトンネル型光ファイバの特性解析についてである。解析手法としては、第5章で行った定式化を応用しており、伝搬定数などの計算値の収束特性の検討、境界上の電磁界分布の計算、および他の数値解法との比較によって、解析手法の有効性を論じる。次に、サイドトンネル型光ファイバにおいて問題となっている高次モードの基本モードへの異常接近現象について、それがおこる構造について論じる。その結果、高次モードの異常接近現象は、トンネルのコアへの食い込みがコアの中心からコア半径の30%程度の距離に達したときに起きることが明らかとなる。このことを踏まえた上で、サイドトンネル型光ファイバにおいて最も比帯域が大きくとれる構造の決定、すなわち構造の最適化を行い、そのときの比帯域および複屈折の値を与える近似式の導出を行う。これらの検討から、トンネルのコアへの食い込みをコアの中心からコア半径の50%の距離に設定すれば高次モードの異常接近は回避でき、かつ最適構造に近い性能が得られることが明らかにされる。

第7章は、非軸対称光ファイバの絶対単一偏波特性を測定するための波長依存損失特性測定装置についてである。「白色光源-分光器-偏光子-被測定光ファイバ-光検出器-狭帯域同期検波器」という構成の性能評価のために測定系のダイナミックレンジを見積る。そして、この測定装置を用いて非軸対称光ファイバの伝送特性を測定し、その絶対単一偏波特性を測定する。

第8章は「結論」である。

第2章 グリーン関数を用いない境界積分法

2-1	まえがき	10
2-2	従来の境界要素法	11
2-3	グリーンの公式による定式化	14
2-4	重み付き残差法による定式化	15
2-5	重み関数の選び方	18
2-6	従来の境界要素法との関係	24
2-7	むすび	27

2-1 まえがき

積分方程式を用いる数値解法は古くから研究されてきており[43-60]、最近の高速大型電子計算機の発達と、その使用料金の低廉化によって、近年においては「計算機解析」という側面からの研究が盛んになっている[43]。その場合に用いられる積分方程式の多くは、考えている領域内で定義されている未知関数を記述する方程式を、その領域の境界上の方程式に変換して導出されている[44, 46-49, 51, 52]。積分方程式を用いる解法のなかで、境界要素法と呼ばれている一連の解析法は、積分方程式を解くために、境界を分割して、それぞれを適当な曲線(直線)で近似し、その上で未知関数を適当な関数によって近似するというような、有限要素法的な離散化を用いる方法である[50-60]。

現在盛んに用いられている通常の境界要素法においては、ラプラス方程式やヘルムホルツ方程式などの基本方程式をグリーンの公式により境界積分方程式に変換している。そのときに用いられるグリーン関数は特異点を持っており、その結果として境界上の積分路にも特異点が存在することが数値解析の定式化を複雑にしている[60]。本章では、このような欠点を持たない境界積分法(境界要素法)の定式化が可能であることを示す。具体的には、グリーン関数を用いるかわりに、考えている領域内と境界上で求めるべき未知関数と同一の基本方程式を満足する関数(重み関数)を用いて境界積分方程式を導出する。この定式化を「グリーン関数を用いない境界積分法」と名付け、従来の境界要素法と同様にグリーンの公式と重み付き残差法によるふたとおりの導出が可能であることを示す。さらにこの解法で用いる重み関数の選択方法について論じ、その関連から従来の境界要素法における境界積分方程式との関係について考える。

2-2 従来の境界要素法

図2-1のような二次元閉領域Sを考える。領域S内で定義されている関数 ϕ は式(2-1)のように、二次元ヘルムホルツ方程式を満足し、領域Sの境界 Γ のうち、 Γ_1 の部分では ϕ の値に関する、 Γ_2 の部分では ϕ の外向き法線方向微分 $\partial\phi/\partial n$ に関する境界条件を満足するものとする。

$$\nabla_t^2 \phi + k^2 \phi = 0 \quad (2-1-a)$$

$$\phi = p \quad (2-1-b)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = q \quad (2-1-c)$$

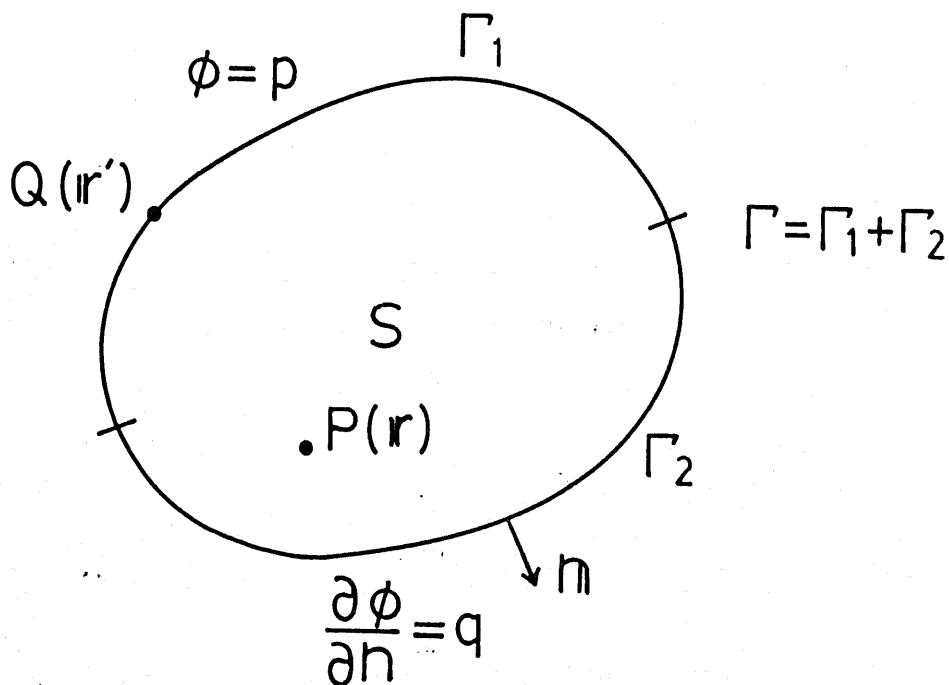


図2-1 二次元閉領域Sとそれを囲む閉曲線 Γ

ここで Γ_1 と Γ_2 は図のように分離独立している必要はなく、両者が Γ 上に混在していてもよい。このように、境界 Γ_1 上と Γ_2 上において、それぞれ $\partial\phi/\partial n$ と ϕ のいずれかの値のみがわかっているならば、領域 S 内の ϕ の値を知ることができる。その理由は、境界上における ϕ と $\partial\phi/\partial n$ の未知の値を既知の方の値によって関係づけるための方程式は、 ϕ が式(2-1-a)を満足する関数であることを利用すれば導出でき、その方程式を解くことによって境界 Γ 上の ϕ と $\partial\phi/\partial n$ の両方の値がわかっしまえば、次の方程式を満足するグリーン関数 G

$$\nabla_t^2 G + k^2 G = -\delta(r - r') \quad (2-2)$$

を考えると、 ϕ と G に次のグリーンの公式

$$\int_S (\phi \nabla_t^2 G - G \nabla_t^2 \phi) dS = \oint_{\Gamma} (\phi \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \phi}{\partial n}) dl \quad (2-3)$$

を適用して導かれる

$$\phi(r) = \oint (G \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial G}{\partial n}) dl \quad (2-4)$$

によって、 S 内部の任意の点 P における ϕ の値が計算できるからである[50]。

式(2-2)において r, r' はそれぞれ点 P および境界上の点 Q の座標である。

境界上における ϕ と $\partial\phi/\partial n$ を関係づける方程式は式(2-4)から導出できる。具体的には、式(2-4)において領域 S 内部の点 P を境界 Γ 上に限りなく近づけてやればよい。するとその極限ではグリーン関数の特異点が境界上に存在するようになるので、その特異点における積分をコーシーの主値積分の意味で評価すると、式(2-4)は次のように書き換えられる[50-52,55]。

$$\phi(r) = \frac{2\pi}{\alpha} \oint (G \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial G}{\partial n}) dl \quad (2-5)$$

ここで α は、点 P を持っていった境界上の点 P の内角であり、点 P が端点ではない場合には $\alpha = \pi$ とする。

式(2-5)が、従来の境界要素法の基礎となる式である。これを離散化し、そのとき未知関数の展開に用いた未知係数と同じ数だけ境界上の点 P の取り方を変えてこの式に

適用することによって境界上における ϕ と $\partial\phi/\partial n$ の間の数値的關係を記述する連立一次方程式を得る。それを解くことによって境界上のすべての ϕ と $\partial\phi/\partial n$ の値を求めることができる。

式(2-1)のグリーン関数については過去に行われた解析においては次式のような関数が用いられてきている。

$$G(R) = \begin{cases} \frac{j H_0^{(2)}(kR)}{4} & [51, 52, 54, 56] \\ C_0 J_0(kR) - \frac{Y_0(kR)}{4} & [53] \\ -\frac{Y_0(kR)}{4} & [57, 58] \end{cases} \quad (2-6)$$

$$R = |r - r'|$$

2-3 グリーンの公式による定式化

境界要素法の定式化においては、式(2-6)のGのような特異点を持つグリーン関数を用いている。そして積分を実行する境界上にその特異点が存在するので、このことに対して特殊な処理をする必要がある。また、特異点を持つ、すなわち無限大に発散する関数の数値積分は一般には容易ではない。このような理由から定式化が複雑になってしまう[60]。しかし、境界上の関数値とその法線方向微分の数値的關係を求めたいならば、それらの関数値のみの閉じた形で記述された積分方程式が必要であること以外には制約はないので、グリーン関数そのものも上記の式(2-6)のように複数の選択法が可能である[53]。このような考え方をさらに進めていけば、そのような境界積分方程式をグリーン関数を用いて導出すべき必然性は全くないということになる。そこで、未知関数 ϕ と同一の式を満足する関数 ψ を考えてみる。すなわち、

$$\nabla_t^2 \psi + k^2 \psi = 0 \quad (2-7)$$

を満足する ψ をグリーンの公式(2-3)中のグリーン関数Gのかわりに用いると、式(2-4)に対応する式として、相反定理式[43,46,47]と呼ばれている次式

$$\oint (\phi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \phi}{\partial n}) dl = 0 \quad (2-8)$$

を得る。いま、境界上の ϕ と $\partial \phi / \partial n$ をそれぞれN個の適当な関数の線形結合で近似したとすると、 ψ としてはN個の線形独立な関数系

$$[\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N]$$

を式(2-8)に用いる。これより、境界上の ϕ または $\partial \phi / \partial n$ のいずれかが既知の量であるならばもう片方のN個の未知の量に関する連立一次方程式が得られるので、式(2-4)と同様に、 ϕ と $\partial \phi / \partial n$ の間の数値的關係を求めることができる。以後、式(2-7)を満足する関数 ψ を重み関数と呼び、式(2-8)を用いることを基本とする解法をグリーン関数を用いない境界積分法と呼ぶことにする。

2-4 重み付き残差法による定式化

境界積分方程式の導出方法として、通常の境界要素法においては、本章の第2節で行ったようなグリーンの公式を直接用いる方法の他に、重み付き残差法によって同じ積分方程式を導出する方法がある[50,55]。本節では、グリーン関数を用いない境界積分法についても、積分方程式が重み付き残差法によって導出可能であることを示す。

いま、解くべき問題が次の形で書かれているとする。

$$L\phi = g \quad (2-9)$$

ここで L は演算子、 ϕ は求めるべき未知関数、 g は既知関数である。このとき未知関数 ϕ を適当な関数系 $[\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N]$ で近似する。

$$\phi_{\text{approx}} = \sum_{i=1}^N \alpha_i \phi_i \quad (2-10)$$

すると、近似解と真の解の間の誤差に相当する残差 ε が次のように定められる。

$$\varepsilon = L\phi_{\text{approx}} - g \neq 0 \quad (2-11)$$

この残差 ε と適当な関数系 $[\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N]$ との内積を0とおく、すなわち

$$\int_S \varepsilon \psi_j dS = 0 \quad (j=1, 2, \dots, N) \quad (2-12)$$

とすることにより ϕ_{approx} の展開係数 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$ を決定して近似解を求める方法を重み付き残差法という。また、式(2-12)を展開係数 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$ に関する連立一次方程式に変換する手順を一般にモーメント法[15,45]と呼んでいる。

式(2-12)を用いる場合の関数系 $[\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N]$ は境界条件を満足していなければならないが、一般にこれは困難であるので、境界条件を満足していない関数系についても適用できるように式(2-12)を書き換える必要がある。

図2-1の2次元閉領域で、ヘルムホルツ方程式を満足する関数 ϕ を求めるにあたって、本章2節の式(2-1)と同様に境界 Γ_1 の部分では ϕ の値に関する、 Γ_2 の部分では

ϕ の外向き法線方向微分 $\partial\phi/\partial n$ の値に関する境界条件が定まっているとする。

まず簡単のため、関数系 $[\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N]$ は Γ_1 上での境界条件は満足しているものとする、この問題に対する重み付き残差表示は次のようになる。

$$\int_S (\nabla_t^2 \phi + k^2 \phi) \psi_j dS - \int_{\Gamma_2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} - g \right) \psi_j d\ell = 0 \quad (2-13)$$

この式はノイマン問題(境界上の関数の法線方向微分 $\partial\phi/\partial n$ が定まっている問題)の変分原理から導出できる[50, 55]。

(証明) ヘルムホルツ方程式のノイマン問題の汎関数は次の形を取る。

$$F = \frac{1}{2} \int_S \{ (\nabla\phi)^2 - k^2 \phi^2 \} dS - \int_{\Gamma} g \phi d\ell = 0 \quad (2-14)$$

これの変分を取ると、

$$\begin{aligned} \delta F &= \int_S (\nabla_t \phi \cdot \nabla_t \delta\phi - k^2 \phi \delta\phi) dS - \int_{\Gamma} g \delta\phi d\ell \\ &= - \int_S \delta\phi \nabla_t^2 \phi dS + \int_{\Gamma} \delta\phi \frac{\partial \phi}{\partial n} d\ell - k^2 \int_S \phi \delta\phi dS - \int_{\Gamma} g \delta\phi d\ell \\ &= - \int_S (\nabla_t^2 \phi + k^2 \phi) \delta\phi dS + \int_{\Gamma} \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} - g \right) \delta\phi d\ell = 0 \end{aligned}$$

となる。この式中の $\delta\phi$ は任意の関数を表すので、これを ψ_i に置き換えれば式(2-13)が得られる。(証明終り)

次に式(2-13)を Γ_1 上での境界条件を満足しない関数系についても適用できるように変形する。

式(2-14)の F を用いて新しい汎関数 F^* を定義する。

$$F^* = F + \int_{\Gamma_1} \lambda (\phi - p) d\ell \quad (2-15)$$

F*の変分を取ると

$$\delta F^* = - \int_S (\nabla_t^2 \phi + k^2 \phi) \delta \phi dS$$

$$+ \int_{\Gamma_1} \delta \lambda (\phi - p) d\ell + \int_{\Gamma_1} (\lambda + \frac{\partial \phi}{\partial n}) \delta \phi d\ell + \int_{\Gamma_2} (\frac{\partial \phi}{\partial n} - g) \delta \phi d\ell$$

となるので

$$\lambda = - \frac{\partial \phi}{\partial n}$$

である必要がある。したがって、

$$\delta F^* = - \int_S (\nabla_t^2 \phi + k^2 \phi) \delta \phi dS$$

$$- \int_S \frac{\partial \delta \phi}{\partial n} (\phi - p) d\ell - \int_{\Gamma_2} (g - \frac{\partial \phi}{\partial n}) \delta \phi d\ell = 0$$

から、重み付き残差表示は

$$\int_S (\nabla_t^2 \phi + k^2 \phi) \psi dS + \int_{\Gamma_1} (\phi - p) \frac{\partial \psi}{\partial n} d\ell - \int_{\Gamma_2} (\frac{\partial \phi}{\partial n} - g) \psi d\ell = 0 \quad (2-16)$$

となる。

式(2-16)に2次元のグリーンの定理を用いると、次式を得る。

$$\int_{\Gamma_1} \psi \frac{\partial \phi}{\partial n} d\ell + \int_{\Gamma_2} \psi g d\ell - \int_{\Gamma_1} p \frac{\partial \psi}{\partial n} d\ell - \int_{\Gamma_2} \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} d\ell = 0 \quad (2-17)$$

この式は通常境界要素法においても基礎となる式であり、重み付き残差表示の式(2-10)における重み関数の選択には特に制限がつけられていないので、通常境界要素法においてはヘルムホルツ方程式の基本解(グリーン関数)を重み関数 ψ として用いている。ここで、重み関数 ψ としてヘルムホルツ方程式の解を用いると、式(2-17)は Γ_1 と Γ_2 上の積分をひとまとめにすると、

$$\oint_{\Gamma} (\phi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \phi}{\partial n}) d\ell = 0 \quad (2-17)'$$

と書ける。これはグリーン関数を用いない境界積分法における積分方程式(2-8)にほかならない。したがって、従来の境界要素法の定式化と同様に、グリーン関数を用いない定式化においても重み付き残差法から積分方程式を導出できることがわかった。

2-5 重み関数の選び方

境界積分方程式(2-8)に用いる重み関数 ψ は、求めようとする未知関数 ϕ と同様にヘルムホルツ方程式(2-1-a)を満足する。 ψ の選び方については、考えている領域 S 内と境界 Γ 上に特異点を持たないという点以外には制約はないが、数値解析に適用する際にはこれを組織的に行うことが望ましい。本節では、重み関数 ψ を解くべき問題に即して組織的に選択する方法について論じる。

ヘルムホルツ方程式(2-1-a)の解は、さまざまな形式のものが存在するが、その中で最も組織的扱いが容易なものは円柱座標系で記述される次の円柱調和関数である。

$$\psi = F_n(kr) \cos(n\theta + \rho) \quad (2-18)$$

ここで $F_n(x)$ は n 次の第一種または第二種ベッセル関数を表す。この式の形式を取る関数から、 ϕ と $\partial\phi/\partial n$ それぞれの展開係数に等しい数からなる線形独立な関数系 $[\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N]$ を選ぶわけだが、その選び方は次のふたとおりの方法を考える。

a) 単一の円柱座標における関数系

図2-2-(a)のように円柱座標をひとつ設定し、式(2-18)の関数の次数を低い順に選んで線形独立な関数系とする方法である。たとえば、

$$\Psi_i = F_i(kr) \cos(i\theta + \rho) \quad (i = 0, 1, \dots) \quad (2-19)$$

のようにとる。

式(2-19)の形式の関数を重み関数としてではなく、電磁界の展開関数として用いる解法が点整合法[33-40]やモード整合法[41,42]である。

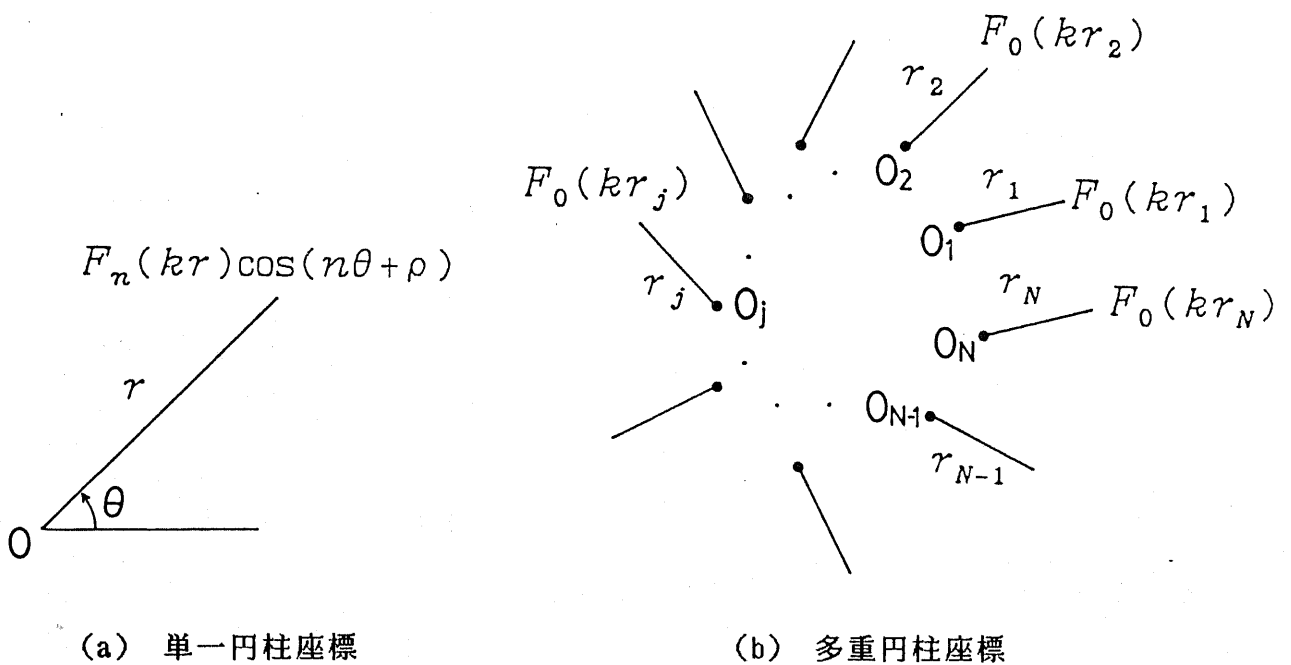


図2-2 重み関数のための座標系

b) 多重円柱座標における関数系

図2-2-(b)のように多重原点を持つ円柱座標を用い、おのおのを原点とする円柱調和関数をひとつずつ割り当てて、それらを線形独立な関数系とする方法である。この場合、解析を簡単にするために関数の次数はすべて0とする。すなわち、

$$\Psi_i = F_0(k r_i) \quad (i = 1, 2, \dots) \quad (2-20)$$

のようにとる。

a)の場合と同様に、この形式の関数を電磁界の展開関数として用いる解法が存在する。それは主として静電界の解法に用いられている代用電荷法[63,64]である。

次に、考えている領域Sの性質による円柱調和関数のベッセル関数の選び方について考える。

i) 領域Sが閉曲線 Γ の内部の閉領域の場合

これは光ファイバの場合については、領域Sがコア、またはトンネル(ピット)などのように、閉じた領域の場合である。このときのベッセル関数 $F_n(k r)$ は k^2 の符号に対応して次のようにとる。

$$F_n(k r) = \begin{cases} J_n(k r) \\ Y_n(k r) \end{cases} \quad (k^2 > 0) \quad (2-21-a)$$

$$F_n(k r) = \begin{cases} I_n(k' r) \\ K_n(k' r) \end{cases} \quad (k^2 = -k'^2 < 0) \quad (2-21-b)$$

ここで $J_n(x)$, $Y_n(x)$ はそれぞれ第一種、第二種ベッセル関数、 $I_n(x)$, $K_n(x)$ はそれぞれ第一種、第二種変形ベッセル関数である。ここで注意しなければならないことは、特異点($x=0$)を持つ $Y_n(x)$, $K_n(x)$ を用いる場合は、それらの特異点は必ず領域Sの外部になければならないことである。

ii) 領域 S が閉曲線 Γ の外部の無限領域の場合

これは、領域 S がクラッドのように無限に広がる領域の場合である。この場合、 $k^2 = -k'^2 < 0$ のみを考えると、第一種変形ベッセル関数 $I_n(x)$ は無限遠で発散する、すなわち無限遠に特異点を持つために用いることができないのでこれは除外すると、

$$F_m(kr) = K_m(kr) \quad (2-22)$$

となる、この場合も特異点(座標の原点)は領域 S の外、すなわち閉曲線 Γ の内部になければならない。

以上に示した領域 S の性質のうちで、ii)の、領域 S が無限領域の場合については境界積分方程式(2-8)の積分路の取り方には注意しなければならない。それは、領域 S が閉曲線 Γ の外側の領域であるので積分路は図2-3のように取り、最外周の円形の積分路 Γ_R の半径を無限大にした極限を考えなければならないことである。図のような積分路を取ると、式(2-8)は、

$$\int_{\Gamma_+ + \Gamma_R + \Gamma_-} \left(\phi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) dl = 0 \quad (2-8)'$$

と書ける。 Γ_+ と Γ_- 上の積分は相殺するので、 Γ と Γ_R 上の積分のみを考えればよい。

いま、領域 S をクラッドとすると、 S 内の関数 ϕ が Γ 内に波源を持つエバネッセント波を表しているので、 R が十分に大きい極限では ϕ は、

$$|\phi| \approx \sum_j |a_j k_j(k'R) \cos(j\theta + p)| < \sqrt{\frac{\pi}{2k'R}} e^{-k'R} \sum |a_j| \quad (2-23)$$

なる形をとる。重み関数 ψ の第二種変形ベッセル関数は、

$$|\psi| = |K_i(k'R) \cos(i\theta + p)| < \sqrt{\frac{\pi}{2k'R}} e^{-k'R} \quad (2-24)$$

となる。すると式(2-8)'の Γ_R 上の積分を計算すると、

$$\left| \int_{\Gamma_R} \left(\phi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) d\ell \right| < \sum_j |a_j| \left(\frac{1}{R} + 2R' \right) \pi^2 e^{-R'R}$$

となる。Rが十分大きいと、

$$\left(\frac{1}{R} + 2R' \right) \pi^2 e^{-R'R} \rightarrow 0$$

となるので $R \rightarrow \infty$ のとき

$$\int_{\Gamma_R} \left(\phi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) d\ell \rightarrow 0$$

となる。したがって領域Sが閉曲線 Γ の外部の無限領域の場合も積分は閉曲線 Γ 上のみで行えばよい。

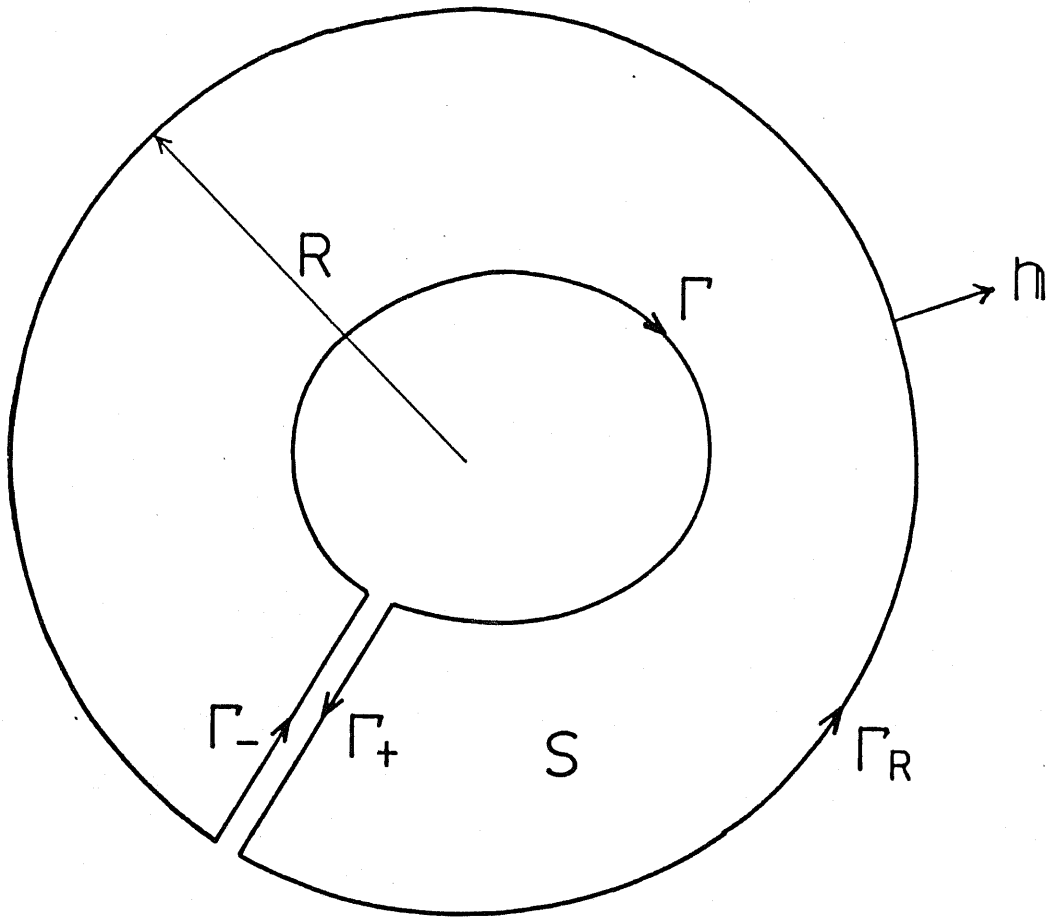


図 2 - 3 閉曲線 Γ 外の無限領域を考える場合の積分路

2-6 従来の境界要素法との関係

以上の3節にわたってグリーン関数を用いない境界積分法の定式化を行ってきたが、本節ではそれが従来の境界要素法とどのような関係にあるかということについて論じる。

以上の3節の議論から、従来の境界要素法の定式化とグリーン関数を用いない境界積分法の定式化がほとんど同じ手順で行うことができることが容易に理解できる。これらのふたつの解法において異なることは考えている領域の境界に特異点を持つグリーン関数のような関数を用いるか否かということのみである。そしてこれらの解法を本章4節で述べたモーメント法的一种として解釈すると、モーメント法においては基本方程式との内積を取るときに用いられる線形独立な重み関数系 $[\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N]$ の選択法には自由度が大きいので、これらのふたつの定式化が可能であると言える。このことは初期のモーメント法がこの関数系の選択によってガラキ法、最小二乗法、選点法、部分領域法などに分類される[15, 45]こととも類似している。

これらのふたつの解法の場合には重み関数系は、共にヘルムホルツ方程式を満足する。異なる点は、前者においてはその関数が境界上に特異点、すなわち波源を持っているということだけであるので本質的な違いはほとんどない。このことは、本章5節で論じたグリーン関数を用いない境界積分法の定式化における重み関数の選択法の(b)において、特異点を持つベッセル関数を用いる場合、以下に示すようにその特異点を境界に近づけた極限では、この定式化は通常境界要素法のそれとなる[55]ことから理解できる。

本章2節の式(2-5)を導くためには図2-1中の点Pを境界上に近づけ、その極限で生じる特異点の積分をコーシーの主値積分の意味で評価するために、図2-4-(a)のように点Pを中心とする半径 ε の円弧上の積分を計算する[50]。それに対してここでは特異点を領域Sの外に持つ重み関数 ψ を用いたときの式(2-8)において、図2-4-(b)のように特異点を境界に近づけた極限について考える[55]。このとき式(2-8)は

$$\int_{\Gamma} \left(\phi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) dl + \int_{\Gamma_\varepsilon} \left(\phi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) dl = 0 \quad (2-25)$$

となり、 ε が十分小さいとすると円弧上の積分は、

$$\psi \doteq -\frac{1}{2\pi} \log k\varepsilon, \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} = -\frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}$$

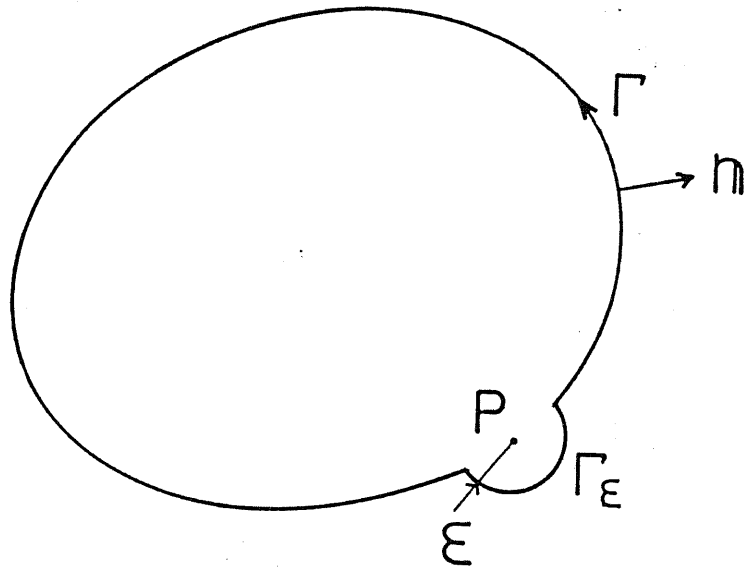
より、

$$\int_{\Gamma_\varepsilon} \left(\phi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) dl \doteq \alpha \varepsilon \left(\frac{\phi}{2\pi\varepsilon} + \frac{1}{2\pi} \log k\varepsilon \cdot \frac{\partial \phi}{\partial n} \right)$$

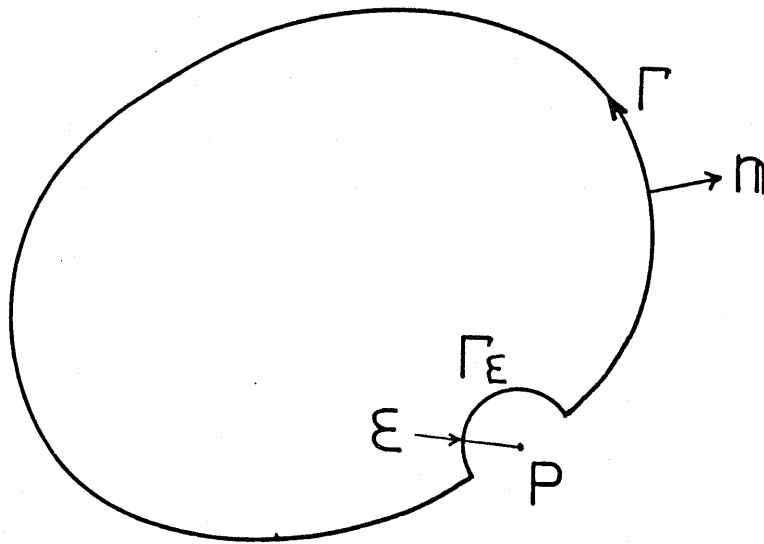
となる。したがって、 $\varepsilon \rightarrow 0$ の極限では式(2-25)は、

$$\phi = \frac{2\pi}{\alpha} \oint_{\Gamma} \left(\psi \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) dl$$

となる。これは、式(2-5)に他ならない。



(a) 領域の内側から近づける



(b) 領域の外側から近づける

図 2-4 境界要素法定式化の際のグリーン関数の特異点の境界への近づけ方

2-7 むすび

本章では二次元ヘルムホルツ方程式の境界値問題の新しい解析法として、グリーン関数を用いない境界積分法を提案し、その定式化を従来の境界要素法と同様グリーン関数の公式と重み付き残差法のふたとおりの方法から行った。この解析法においてはグリーン関数を用いないことによって特異点を含む積分を行う必要がないので数値解析における定式化が容易になる。また、そのことによって重み関数の選択法に自由度が増し、少なくとも本章に示したようなふたとおりの方法が可能であることを示した。従来の境界要素法との差異は、モーメント法における重み関数の選択の多様性に基づいて、境界上に特異点を持たない解を用いるということのみである。このことはグリーン関数を用いない境界積分法における積分方程式が、多重円柱座標における重み関数系を用いた場合、それらの特異点を境界に近づけた極限においては、従来の境界要素法における積分方程式になることから理解できる。

別の言い方では境界要素法定式化という概念に、特異点を考えている領域内や境界上に持たないような関数を積分方程式の導出に用いる方法も含まれるということである。そのような意味において従来の境界要素法は、本章で述べたグリーン関数を用いない境界積分法における重み関数の選択法の中の特殊な場合、すなわち特異点が境界上に存在する関数を用いる場合と解することもできる。

第3章 単一媒質境界値問題のための定式化

3-1	まえがき	29
3-2	境界要素法の定式化	30
3-3	数値解析結果	35
3-4	境界形状の近似が計算精度に与える影響	45
3-5	重み関数の選び方とスプリアス解の関係	47
3-6	むすび	49

3-1 まえがき

本章では、前章で行ったグリーン関数を用いない境界積分法の定式化の最も基本的な適用例として、単一媒質中の二次元ヘルムホルツ方程式のディリクレ、ノイマン型固有値問題[15]を考え、それを解析するための境界要素法の定式化を行う。ここで行う数値解析の手順は4章以降の光ファイバの固有モード解析においてもほぼ同様に用いることができる。

解析の対象としては、二軸対称の楕円境界、方形境界を考える。従来の境界要素法[50-57]と同様に境界を多角形近似し、その多角形の各辺において未知関数を線形関数で近似する。得られた数値解析結果について、固有値の収束特性、他の解析方法との比較、境界形状の近似方法が解析の精度に与える影響などについて検討する。さらに、重み関数の取り方によってはスプリアス解が発生することを解析的に示し、従来の境界要素法解析におけるスプリアス解[59]との関連についても考察する。

3-2 境界要素法の定式化

図3-1の二次元閉領域S内における関数 ϕ は次のような基本方程式と境界条件を満足する。

$$\nabla_t^2 \phi + k^2 \phi = 0 \quad (3-1-a)$$

$$p\phi + q \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (3-1-b)$$

ここで、 $p \neq 0, q = 0$ のときディリクレ型、 $p = 0, q \neq 0$ のときノイマン型の境界条件を表す。

数値解析の基本となる式は前章の式(2-8)であり、これに適当な離散化を行うことにより境界上の ϕ と $\partial \phi / \partial n$ を関係づける連立一次方程式を導出できる。以下に、境界上の関数の取り方、重み関数の選び方について論じていくことにする。

境界形状としては楕円と方形を考えているが、いずれの場合も境界形状は従来の境界要素法と同様に多角形近似する。境界上の関数値を記述するための境界要素の具体的な取り方については次のふたとおりの方法を考える。

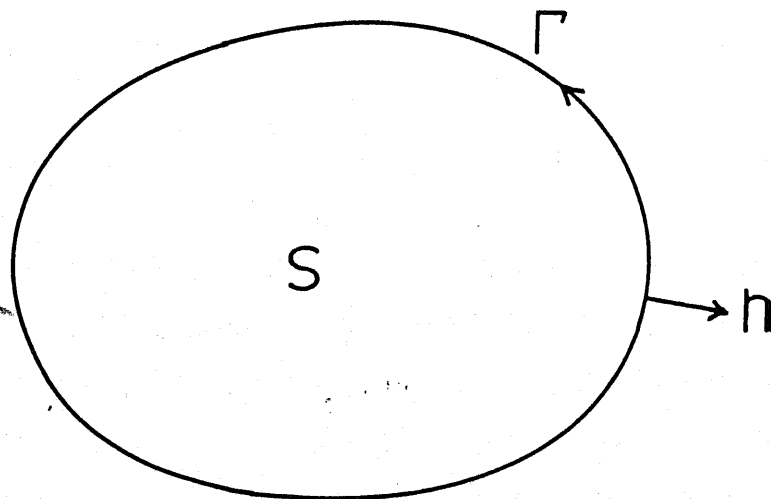


図3-1 二次元閉領域Sとそれを囲む閉曲線 Γ

① 単純線形要素[50,54-57]

図3-2-(a)のように点 P_i, P_{i+1} 間の境界を直線で表す。要素 Γ_i 上の関数値は点 P_i, P_{i+1} における関数値を ϕ_i, ϕ_{i+1} として次のように一次元スプライン関数で表す。

$$\phi = \frac{L-t}{L} \phi_i + \frac{t}{L} \phi_{i+1} \quad (3-2)$$

ここで、 L は $\overline{P_i P_{i+1}}$ の長さ、 t は点 P_i からの距離である。

② 折れ線型線形要素(楕円境界のみに適用する)

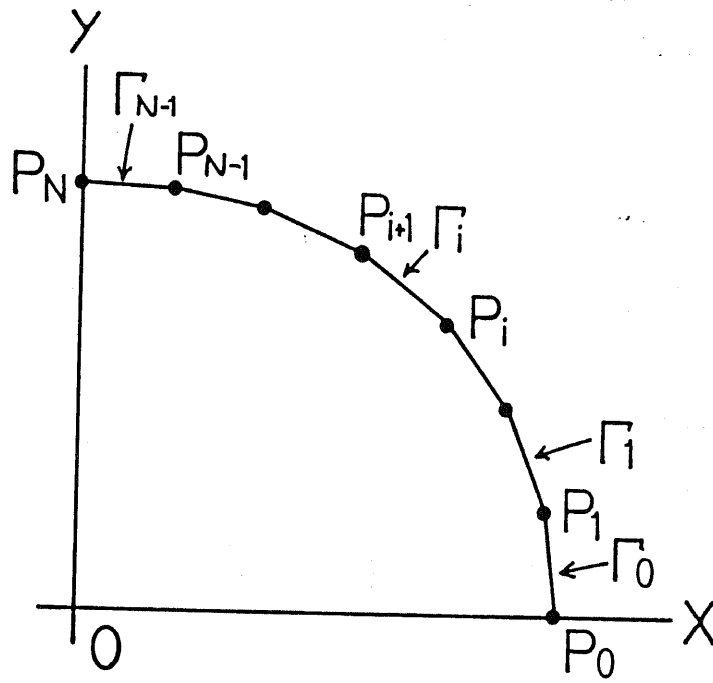
点 P_i, P_{i+1} の間に図3-2-(b)のように実際の境界上に点 P_{i+1} をとり、要素 Γ_i を折れ線で表す。要素 Γ_i 上の関数値は、式(3-2)により表す。ただし L は、 $\overline{P_i P_{i+1}}$ と $\overline{P_{i+1} P_{i+1}}$ の長さの和、 t は点 P_i から折れ線で近似された境界にそった距離である。つまり、この要素を用いた場合の近似境界形状は、①の単純線形要素において N を2倍にしたものに等しい。

$\partial\phi/\partial n$ についても式(3-2)のように、要素 Γ_i の両端の関数値により一次元スプライン関数で表し、上記のふたつの境界要素の取り方を ϕ にしたがって行う。

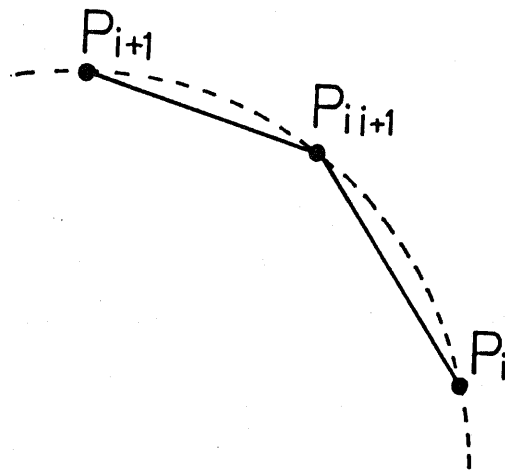
重み関数については前章で論じたように二種類の座標系による取り方があったが、数値解析においては、図3-2-(a)の x, y 軸の交点を原点とする単一円柱座標における第一種ベッセル関数を用いる。

$$\psi = J_j(kr) \cos(j\theta + \rho) \quad (j=0, 1, \dots, \rho=0, \pi/2) \quad (3-3)$$

ここで、境界形状の対称性による固有関数の対称性に着目すると、重み関数もそれに対応して表3-1のように関数の次数と位相角を選ぶことにより、式(3-3)の積分路は第一象限の境界のみに制限できる。なぜならば、積分路を第一象限の境界と y 軸、 x 軸とをつないだ閉曲線としても、固有関数の対称性により積分方程式は境界上のすべての未知数を含んでいる。そのうえ、 x, y 軸上の積分は、固有関数と重み関数の対称性により0となるからである。



(a) 単純線形要素



(b) 折れ線型線形要素

図3-2 境界要素の取り方

表 3-1 重み関数の選び方

対称性		パラメータ	
x 軸	y 軸	j	ρ
対称	対称	偶数	0
対称	反対称	奇数	0
反対称	対称	奇数	$\pi/2$
反対称	反対称	偶数	$\pi/2$

以上のような境界上の関数の定義、重み関数の選択により式(2-8)を計算すると、次のような形をとる。

$$[A] \begin{bmatrix} \phi_0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \phi_N \end{bmatrix} = [B] \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_0}{\partial n} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial \phi_N}{\partial n} \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

ここで[A],[B]はN+1次の正方行列である。

この形の式は従来の境界要素法においても得られる。この式を用いることにより境界上の関数 ϕ の値とその法線方向微分 $\partial\phi/\partial n$ とを関係づけることができる。いま考えている境界条件はディリクレ、ノイマンのいずれかであるので、金属導波管の伝搬モードに対応させて、これらの境界条件に従う固有関数をそれぞれTMモード、TEモードと呼ぶことにする。

TMモードの場合、式(3-4)は

$$[B] \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_0}{\partial n} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial \phi_N}{\partial n} \end{bmatrix} = 0 \quad (3-5)$$

と書ける。

TEモードの場合、式(3-3)は

$$[A] \begin{bmatrix} \phi_0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \phi_N \end{bmatrix} = 0 \quad (3-6)$$

と書ける。したがって、固有値 k に関する方程式は、

TMモードの場合

$$\det[B] = 0 \quad (3-7)$$

となり、TEモードの場合

$$\det[A] = 0 \quad (3-8)$$

となる。

固有値を式(3-7)または(3-8)によって求めたならば、その値を用いて同次方程式(3-5)または(3-6)を解くことにより、境界上の ϕ または $\partial \phi / \partial n$ の値を求めることもできる。

3-3 数値解析結果

以上に基づいて数値解析を行った結果を図3-3~3-7に示す。これらの図においてモードの分類のための番号は、楕円境界においては円形導波管のモード番号を、方形境界においては方形導波管のモード番号をそれぞれ対応させている。また、添え字 e 、 o により ϕ が長軸に関してそれぞれ偶関数、奇関数であることを表す。

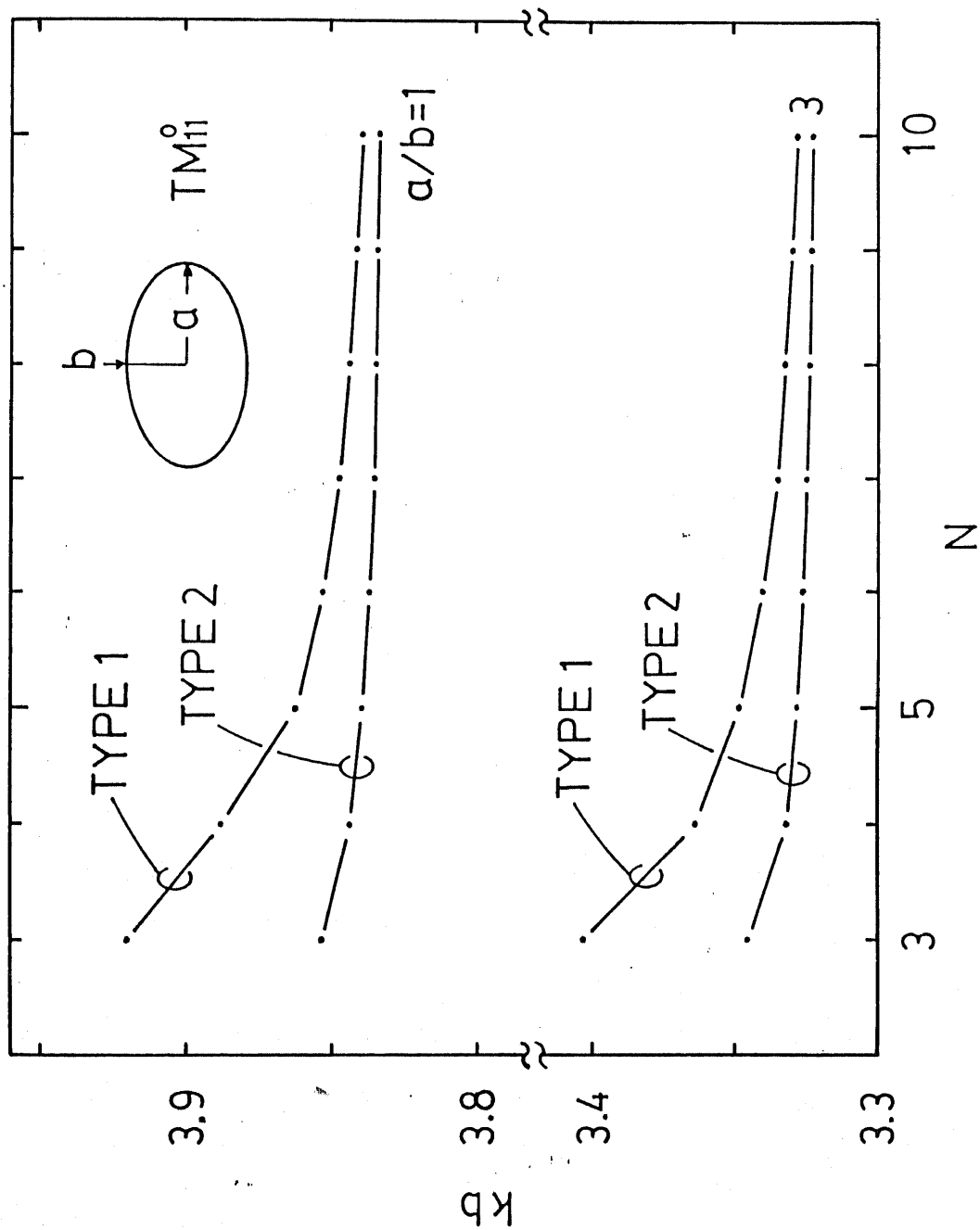
図3-3に、 N を増した場合の楕円境界におけるTM、TEモードの固有値の収束特性を示す。 $a/b=1$ 、すなわち境界が円形のときの固有値はTM、TEモードそれぞれの場合の厳密値の $J_1'(x)=0$ と $J_1(x)=0$ の根である 1.8412, 3.8317 に収束していくことがわかる。また、折れ線型線形要素を用いた方が(TYPE 2)、単純線形要素を用いるより(TYPE 1)収束が速くなっている。

図3-4に、方形境界におけるTM、TEモードの固有値の収束特性を示す。いずれのモードについても固有値は厳密解の $\pi/2\sqrt{(b/a)^2+4}$, $\pi/2\sqrt{(b/a)^2+1}$ に収束しており、 a/b によらず、固有値は $N=10$ において 10^{-10} の精度で求まっている。図3-3と図3-4を比較すると、図3-4の方形境界の方が、モードや縦横比 a/b によらず、図4の楕円境界より固有値の収束がはるかに速いことがわかる。

図3-5に、楕円の縦横比 a/b を変化させたときのTM、TEモードの固有値を示す。 x, y の多項式を試験関数として用いた変分法[17]による計算結果と良い一致を示していることがわかる。

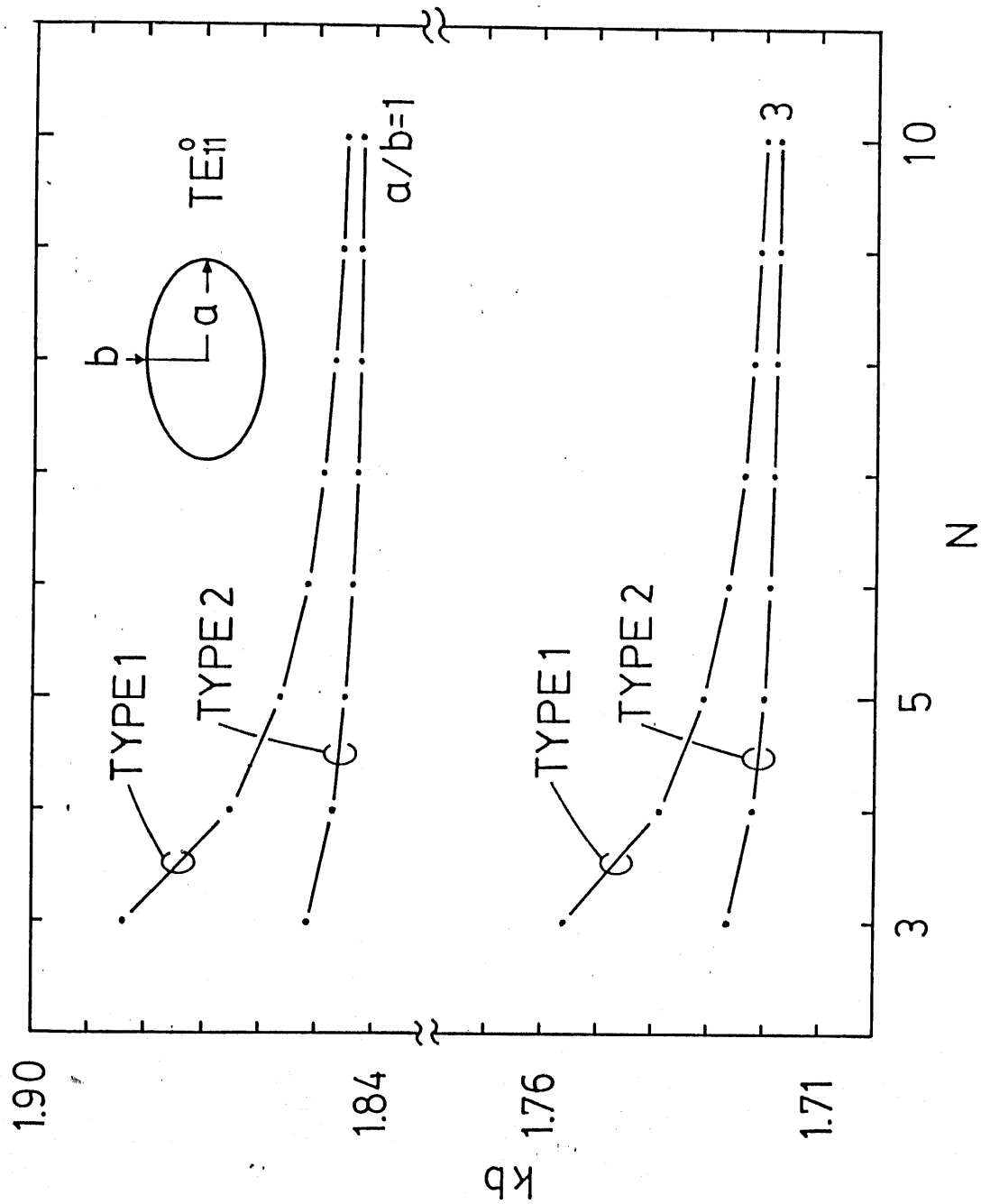
図3-6は、円形境界のTEモードの固有値について、本論文の境界要素法による数値結果と、従来の境界要素法による数値結果[50]との相対的な差を、 N を変化させて計算した結果である。両者の数値的な差は N にかかわらず少ないので、固有値の収束のしかたは同一とみなせる。

以上に示した解析は固有値のみについてであったが、同次方程式(3-5),(3-6)を解くことにより、境界上の関数値またはその法線方向微分の値も求めることができることを示したのが図3-7である。同図-(a),(b)は、それぞれ円形境界上のTEモードの ϕ と、方形境界($a/b=2$)上のTMモードの $\partial\phi/\partial n$ の計算値とそれらの厳密値との比較を示している。両者は良い一致を示していることがわかる。



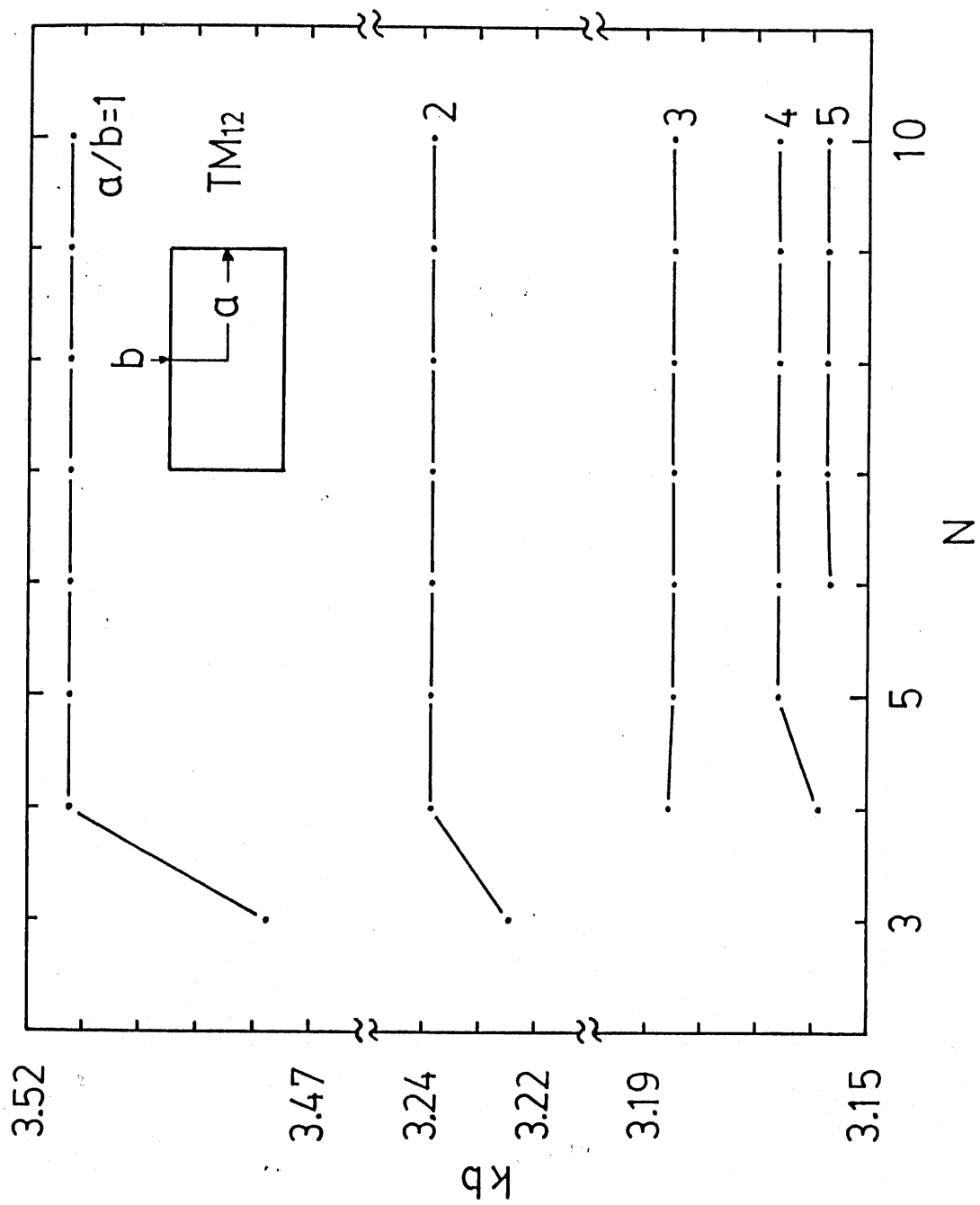
(a) TMモード

図3-3 楕円境界における固有値の収束特性



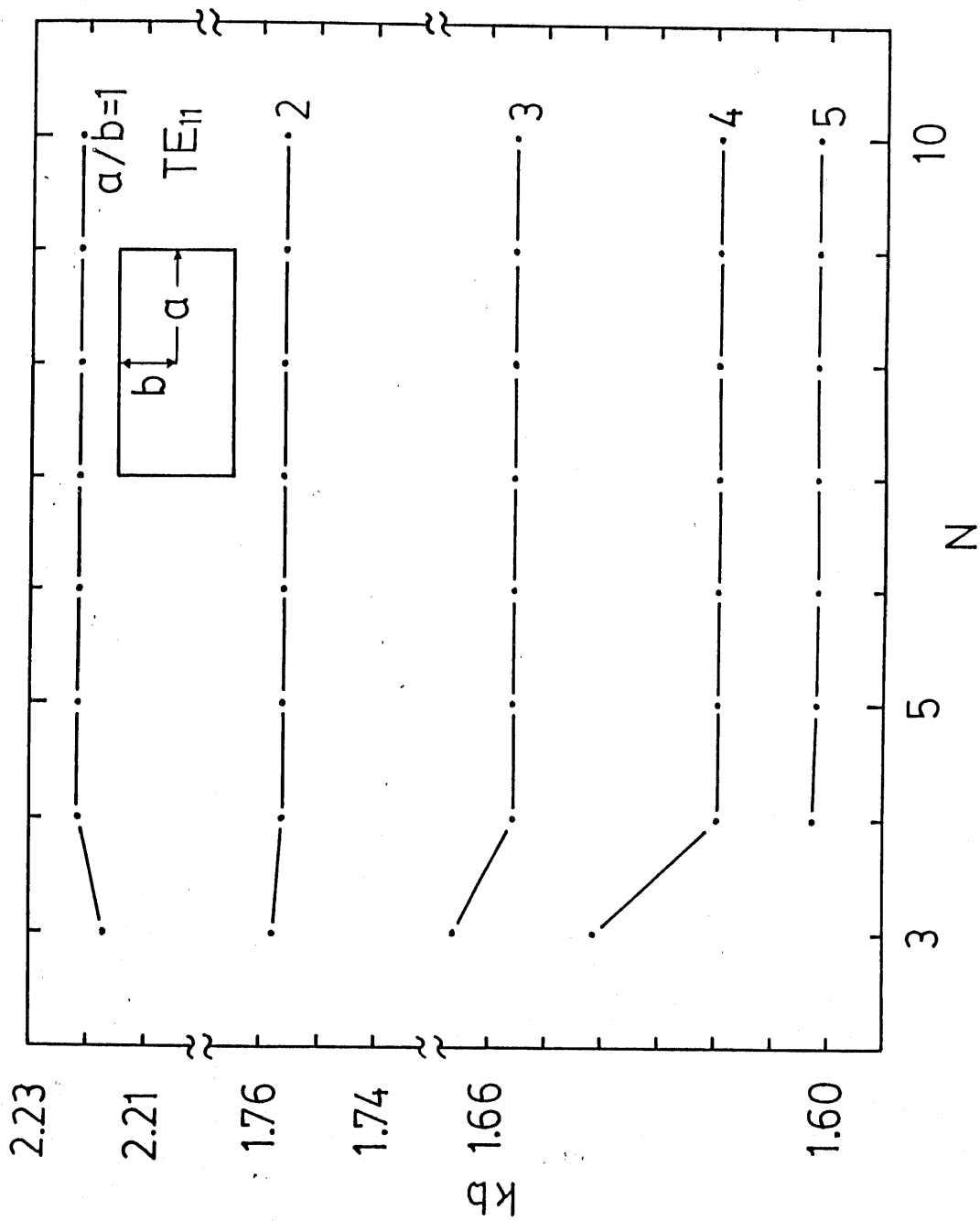
(b) TEモード

図3-3 楕円境界における固有値の収束特性



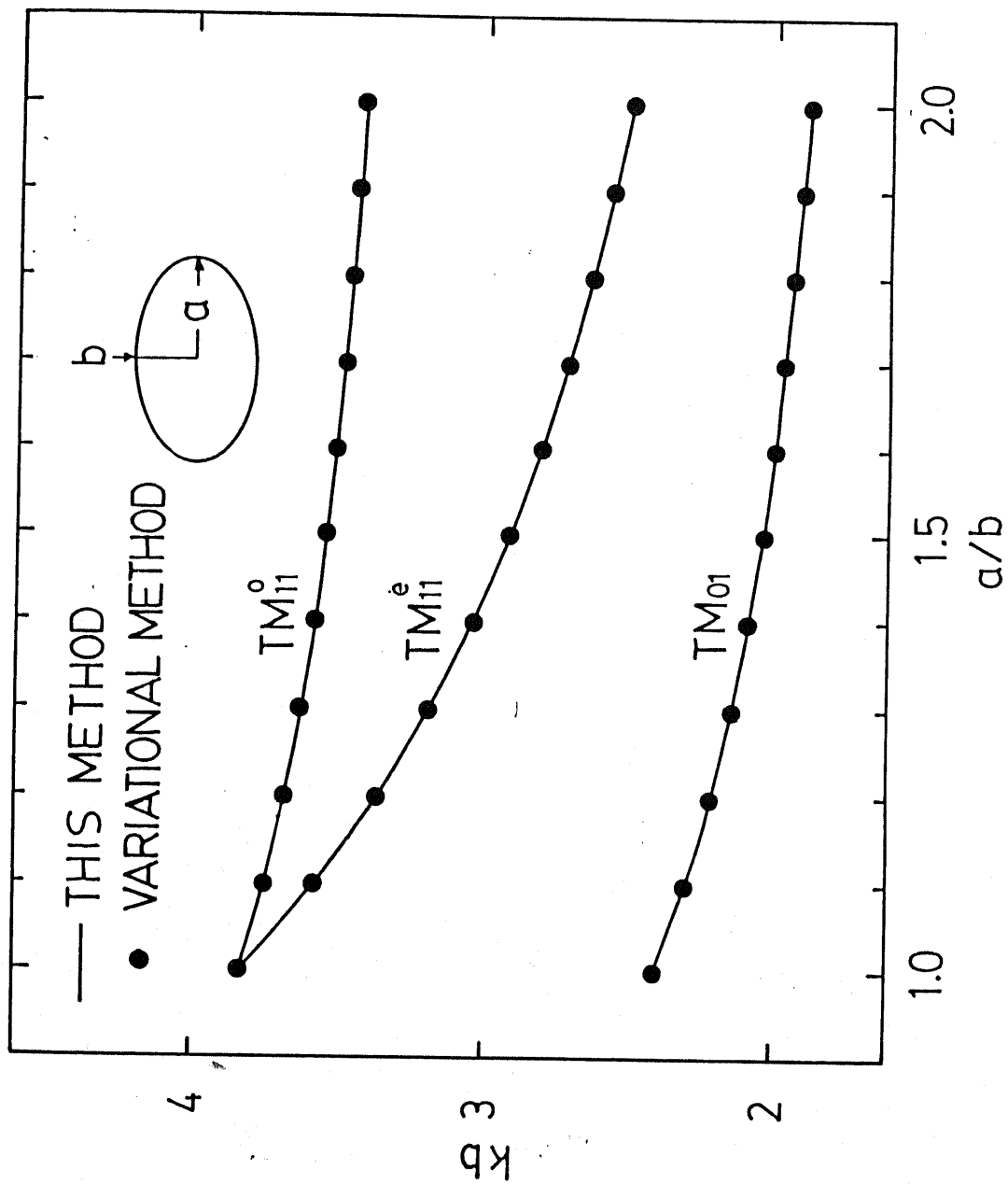
(a) TMモード

図3-4 方形境界における固有値の収束特性



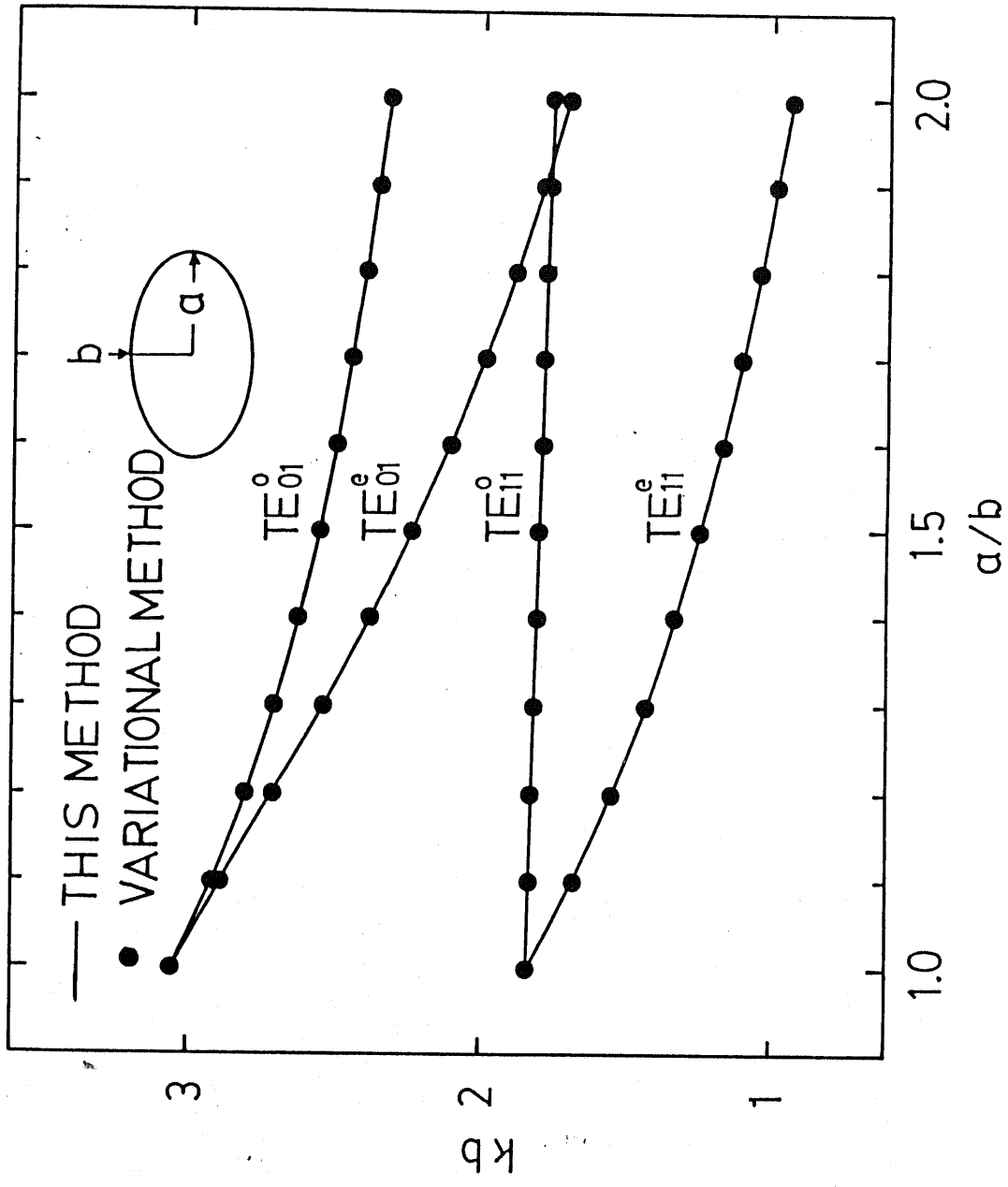
(b) TE_{11} モード

図3-4 方形境界における固有値の収束特性



(a) TMモード

図3-5 変分法による解析結果[17]との比較



(b) TEモード

図3-5 変分法による解析結果[17]との比較

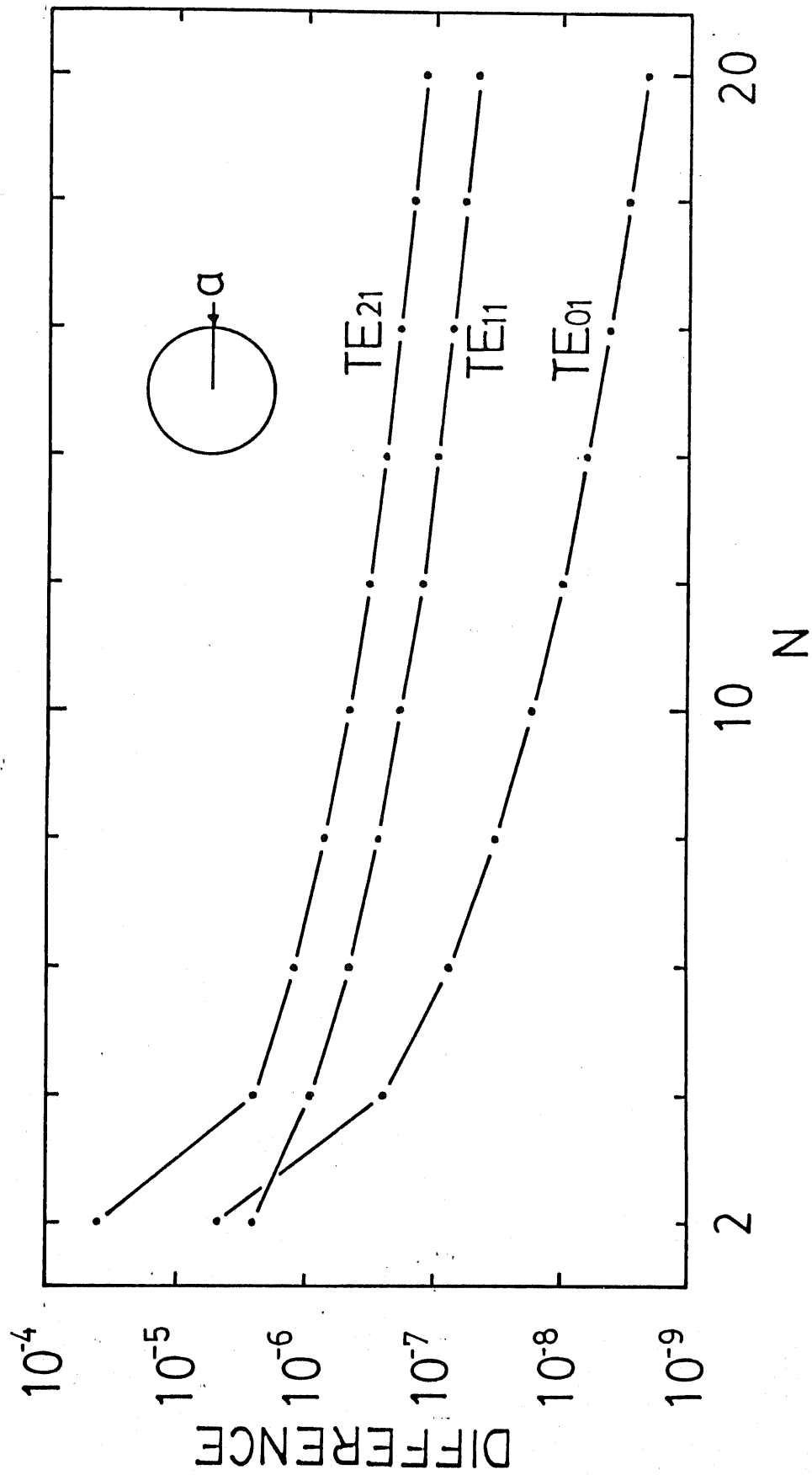
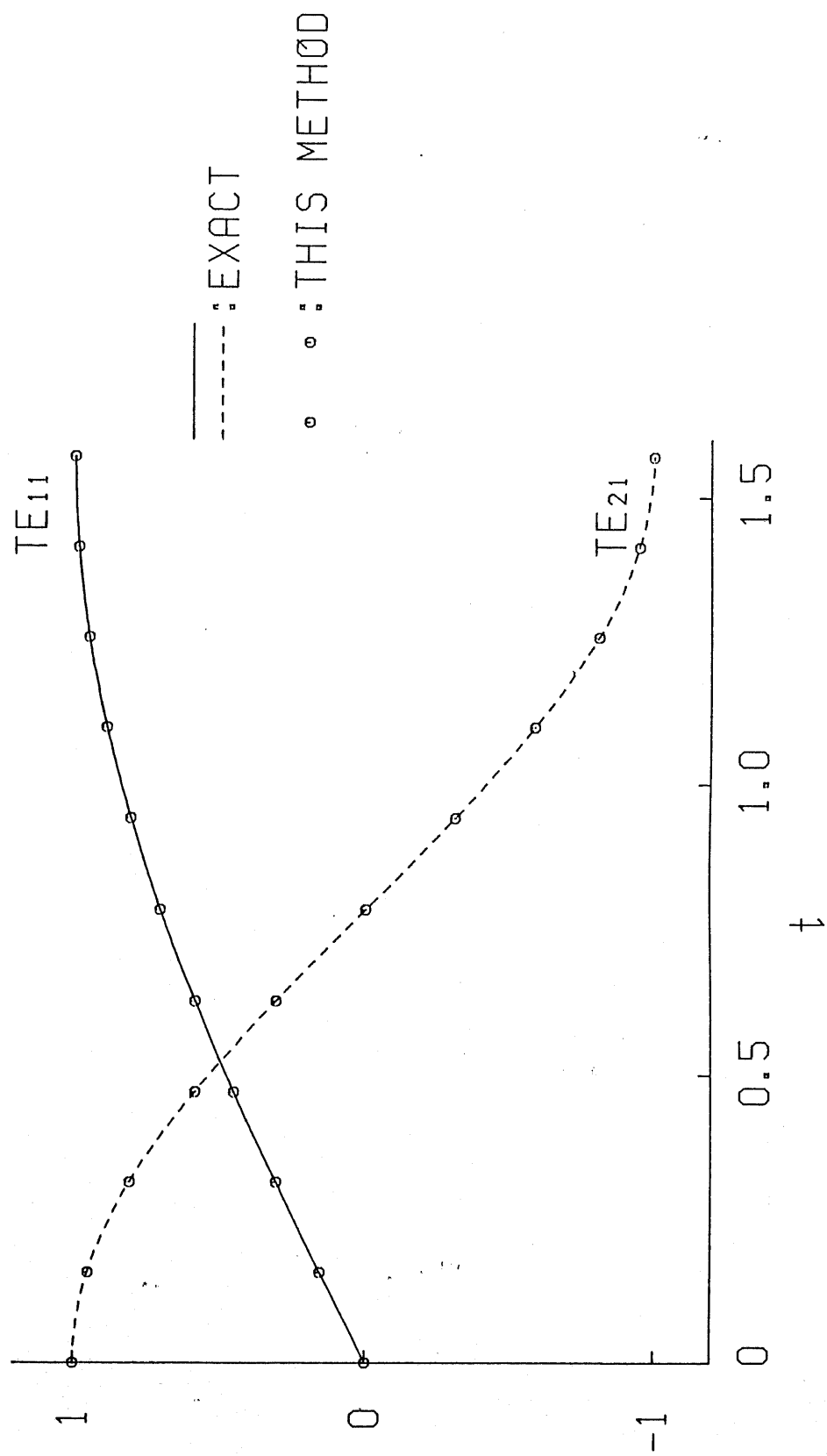
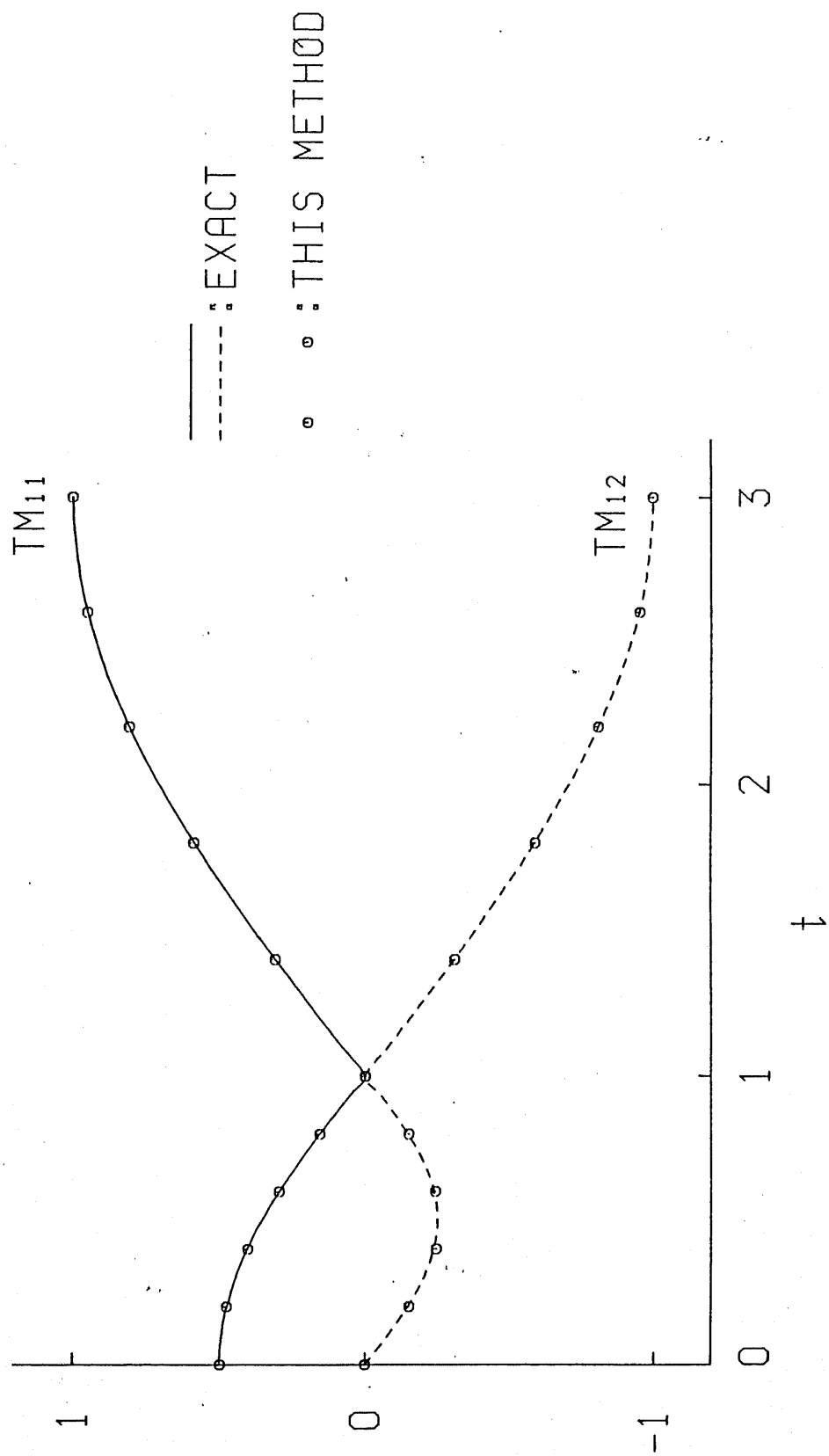


図3-6 従来の境界要素法による数値解との差



(a) 円形境界上のφ

図3-7 境界上の関数値の計算



(b) 方形境界上の $\partial\phi/\partial\pi$

図3-7 境界上の関数値の計算

3-4 境界形状の近似が計算精度に与える影響

前節の図3-3と図3-4に示されているような、楕円境界と方形境界における固有値の収束の速さが違うことの原因は境界形状の直線近似にあると考えてよい。楕円境界については前述のように単純線形要素と折れ線型線形要素を用いたが、境界をより正確に表現できる後者による数値結果の方が良くなっている。また図3-3によると、ある N における折れ線型線形要素による数値結果と、その N の2倍の値における単純線形要素による数値結果がほぼ等しいことがわかる。図3-8は、これらのふたつの値の相対的な差を折れ線型線形要素の N を変化させて計算した結果であるが、両者間の差は極めて少ない。したがって、折れ線型線形要素を用いることにより、近似境界形状を単純線形要素において要素数を2倍にしたものと等しくすれば、境界上の近似関数の未知係数の数を2倍にすることなく、単純線形要素を用いた場合と同等の計算精度が得られる。したがって、この解析法においては計算精度を向上させるためには、境界上の関数値を記述するための未知係数の数を増やすことよりも境界形状をより正確に近似することの方が重要であることがわかる。

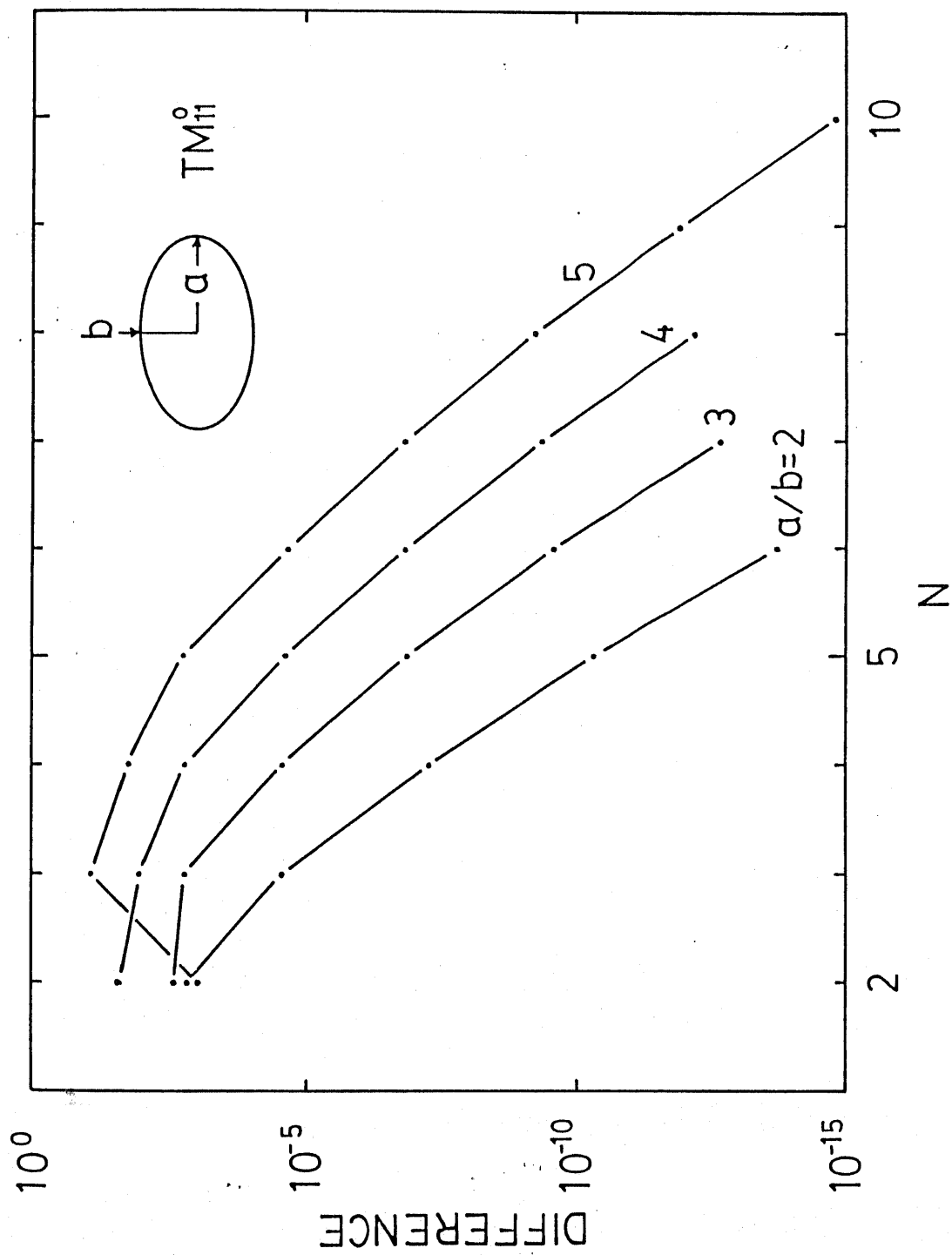


图3-8 折れ線型線形要素の効果

3-5 重み関数の選び方とスプリアス解の関係

前節までの数値解析においては、重み関数としては、単一の円柱座標における関数系を用いてきた。この場合、非物理的なスプリアス解は全く発生しなかった。とくに円形境界の場合にはスプリアス解は発生しないことは容易に証明できる。しかし、重み関数として多重円柱座標における関数系を用いる場合にはこれが発生する。このことを半径が a の円形境界について示すことにする。

重み関数として

$$\Psi_i = Y_0(kr_i) \quad (i=1, 2, \dots) \quad (3-9)$$

を用いるとする。ここで、関数の特異点は考えている領域外になければならないので多重円柱座標の原点 (r_0, θ_i) ($i=1, 2, \dots$) は半径 a の円の外になければならない。

円形境界においては、境界上の ϕ と $\partial\phi/\partial n$ は、次のように円形の中心を原点とする円柱座標 (r, θ) において次のように書ける。

$$\phi = a_j \cos(j\theta + \rho) \quad (3-10-a)$$

$$(j=0, 1, \dots)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial n} = c_j \cos(j\theta + \rho) \quad (3-10-b)$$

ここで、式(3-9)と、この境界上の外向き法線方向微分を Graf の加法定理[65](付録 A-1 参照)を用いて円柱座標 (r, θ) 上で表すと、

$$\Psi_i = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_m(kr_0) J_m(ka) \cos m(\theta - \theta_i) \quad (3-11-a)$$

$$\frac{\partial\Psi_i}{\partial n} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_m(kr_0) k J_m'(ka) \cos m(\theta - \theta_i) \quad (3-11-b)$$

となる。よって、式(3-10),(3-11)を境界積分方程式(2-8)に用いると、

$$2\pi Y_j(kr_0) \{ a_j k J_j'(ka) - c_j J_j(ka) \} = 0 \quad (3-12)$$

を得る。これより、固有値方程式はTM, TEモードそれぞれについて、

$$Y_j(kr_0) J_j(ka) = 0 \quad (3-13-a)$$

$$Y_j(kr_0) J_j'(ka) = 0 \quad (3-13-b)$$

となる。

円形境界における固有値はTMモードの場合は第一種ベッセル関数の零点、TEモードの場合は第一種ベッセル関数の一次導関数の零点であるので、式(3-13)の左辺に現れる $Y_n(kr_0)$ の零点は明らかにスプリアス解となる。したがって、グリーン関数を用いない境界積分法においても重み関数の選択法によってはスプリアス解が発生することに注意しなければならない。

以上のようなスプリアス解の発生の機構について、前章の6節で論じたような通常の境界要素法との関連をつけると、通常の境界要素法においても同じ原因によってスプリアス解が発生することがわかる。すなわち、重み関数の表現の式(3-9),(3-11)において、原点 (r_0, θ_i) ($i=1, 2, \dots$) を境界 $r=a$ に近づけた極限を考えると、固有値方程式(3-13)はTM, TEモードそれぞれについて、

$$Y_j(ka) J_j(ka) = 0 \quad (3-13-a)'$$

$$Y_j(ka) J_j'(ka) = 0 \quad (3-13-b)'$$

となるので、 $Y_n(ka)$ の零点がスプリアス解となる。そしてこのことは、第二種ベッセル関数をグリーン関数として用いた境界要素法によるTMモードの数値解析[59]において、0.9付近($Y_0(x)=0$ の根は 0.89357...)においてスプリアス解が発生することからも理解できる。また、同じ数値解析においてグリーン関数として複素関数であるハンケル関数を用いた場合にはスプリアス解は発生しないということが報告されているが、これは、ハンケル関数を用いることによって上の例における第二種ベッセル関数の項が

複素関数に置き換わるので、関数の零点が複素数領域に移動し、固有値が実数の領域ではそのような零点が存在しなくなるということによって解釈できる。

3-6 むすび

グリーン関数を用いない境界要素法による単一媒質境界値問題の解析の有効性を確認し、いくつかの解析を示した。この方法による解析は、従来の境界要素法と比較すると次のような特徴がある。

- I 特異点を持つ重み関数を用いないことや、その原点を固定できることなどから、定式化がやや容易になる。
- II 重み関数の選び方の自由度が増す。たとえば、本章に示したものの他に、三角関数を重み関数として用いる定式化も可能である。
- III 従来の境界要素法とほぼ等しい数値結果を与える。
- IV 境界が曲線の場合は、高次の近似関数を用いずに、その曲線境界に沿う曲線座標の線形関数を近似関数として用いた場合でも、境界の曲線近似によって計算精度を高められる可能性がある。

第4章 均一コア光ファイバの固有モード解析

4-1	まえがき	51
4-2	境界積分法の定式化	52
4-3	円形断面光ファイバの固有値方程式の導出	61
4-4	楕円コア光ファイバの解析	65
4-5	端点を持つ境界形状の解析	74
4-6	むすび	86

4-1 まえがき

前章では、グリーン関数を用いない境界積分法の定式化を単一媒質中のヘルムホルツ方程式の最も基本的な境界値問題に適用し、その有効性を示した。本章ではその基礎の上にたって、誘電体導波路中の固有伝搬モードのように、ふたつのポテンシャル関数を考えねばならない境界値問題、すなわち二媒質境界値問題のベクトル波解析に対する定式化を行う。

二媒質境界値問題のベクトル波解析における複雑な境界条件の適用を容易にする曲線座標系における電磁界のフーリエ級数展開法、コア、クラッド各領域における重み関数の選択法、固有値方程式の導出など、次章以降で行う複合媒質導波路の解析の基礎ともなる定式化を行う。この定式化の有効性を確かめるために軸対称均一コア光ファイバの固有値方程式の導出を第2章で論じたふたとおりの重み関数の選択法を用いて行う。実際の数値解析においては、楕円形断面、正方形断面のコア形状をもつ均一コア光ファイバの固有伝搬モードの解析を行う。楕円断面においては単一偏波特性を記述するふたつの基本モードの伝搬定数差、あるいは複屈折を解析対象の中心とする。正方形断面においては境界上に存在する端点が数値解析に及ぼす影響について検討する。

4-2 境界積分法の定式化

図4-1に、解析の対象とする光ファイバの断面を示す。これは、単一のコアとそれを囲む無限遠まで広がるクラッドの二媒質から成っており、それぞれの媒質はz軸方向に一様で、均質、等方、かつ無損失であり、透磁率 μ_0 を持つものとする。

コア、クラッド各領域において、電磁界のz軸方向成分 E_z, H_z は、次のヘルムホルツ方程式を満足する。

$$\nabla_t^2 \begin{Bmatrix} E_{zI} \\ H_{zI} \end{Bmatrix} + (k_I^2 - \beta^2) \begin{Bmatrix} E_{zI} \\ H_{zI} \end{Bmatrix} = 0 \quad (4-1)$$

ここで k_I は波数であり、コア、クラッド各領域の誘電率あるいは屈折率により

$$k_I^2 = \omega^2 \epsilon_I \mu_0 = (n_I k_0)^2 \quad (4-2)$$

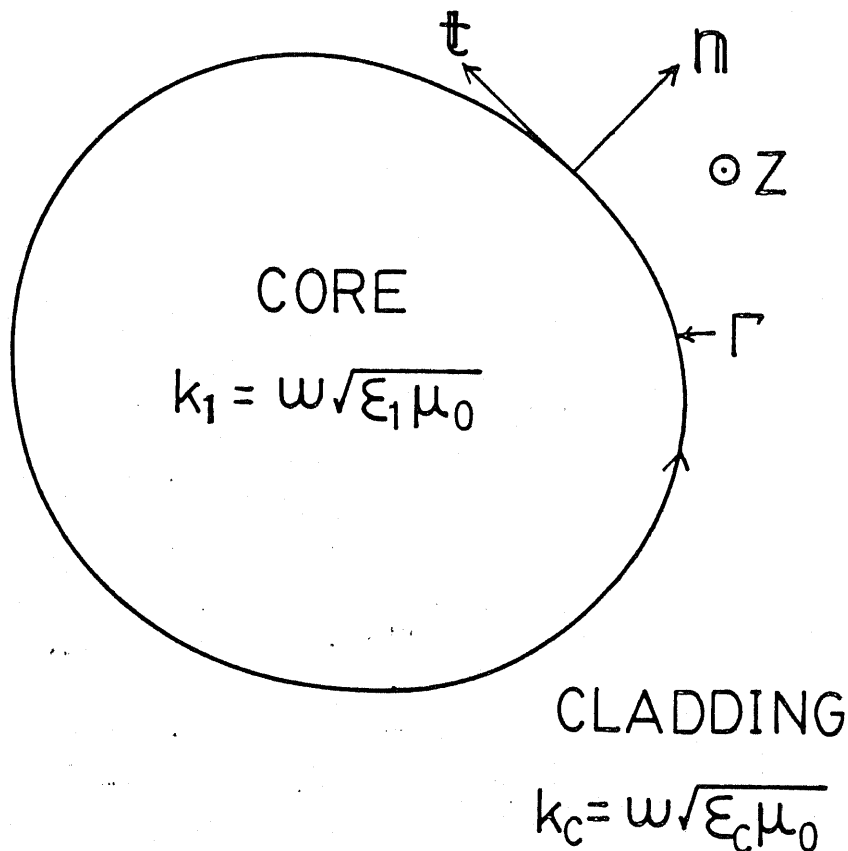


図4-1 任意形状均一コア光ファイバ

と表される。 β は固有モードの伝搬定数である。添え字 "1", "c" によってそれぞれコア、クラッドを表す。

電磁界の横断面成分 E_t, H_t は次式のように z 軸方向成分より導出される。

$$E_{t1} = \frac{j\beta}{\beta^2 - k_I^2} \left(\nabla_t E_{z1} - \frac{\omega\mu_0}{\beta} \alpha_z \times \nabla_t H_{z1} \right) \quad (4-3-a)$$

$$H_{t1} = \frac{j\beta}{\beta^2 - k_I^2} \left(\nabla_t H_{z1} + \frac{\omega\varepsilon_I}{\beta} \alpha_z \times \nabla_t E_{z1} \right) \quad (4-3-b)$$

ここで α_z は z 軸方向単位ベクトルである。

コア・クラッド境界 Γ においては、固有モードの電磁界は、次式の境界条件を満足する。

$$E_{z1} = E_{zc} \quad (4-4-a)$$

$$H_{z1} = H_{zc} \quad (4-4-b)$$

$$\mathbf{t} \cdot \mathbf{E}_{t1} = \mathbf{t} \cdot \mathbf{E}_{tc} \quad (4-4-c)$$

$$\mathbf{t} \cdot \mathbf{H}_{t1} = \mathbf{t} \cdot \mathbf{H}_{tc} \quad (4-4-d)$$

ここで \mathbf{t} は境界の接線方向単位ベクトルである。

前章と同様に、式(4-1)を満足する重み関数系 $\psi_{Ei}, \psi_{Hi} (i=1, \dots, N)$ をコア、クラッドそれぞれの領域で別々に考えて、それぞれを固有モードの電磁界 E_{z1} と H_{z1} に対応させてグリーンの定理を適用すると、式(2-8)に対応する式として、

$$\oint_{\Gamma} \left(E_{z1} \frac{\partial \psi_{Ei}}{\partial n} - \psi_{Ei} \frac{\partial E_{z1}}{\partial n} \right) dl = 0 \quad (4-5-a)$$

$$(i=1, 2, \dots)$$

$$\oint_{\Gamma} \left(H_{z1} \frac{\partial \psi_{Hi}}{\partial n} - \psi_{Hi} \frac{\partial H_{z1}}{\partial n} \right) dl = 0 \quad (4-5-b)$$

のような境界 Γ における境界積分方程式が、コア、クラッドそれぞれの領域に対して得られる。

境界上の E_{z1} と H_{z1} を、それぞれ N 個の適当な関数の線形結合で近似すると、前章と同様に境界上におけるこれらの値とそれらの法線方向微分を各領域において数値的に関

係づけることができる。その結果を用いて、境界 Γ における境界条件を適用するわけであるが、式(4-4-a),(4-4-b)の E_{zI} と H_{zI} の連続性については、境界上の E_{zI} と H_{zI} を数値解析におけるパラメータにとることにより、自動的に満足される。式(4-4-c),(4-4-d)の、電磁界の横断面における接線方向成分の連続性については、式(4-3)より得られる

$$\mathbf{t} \cdot \mathbf{E}_{tI} = \frac{j\beta}{\beta^2 - k_I^2} \left(\frac{\partial E_{zI}}{\partial t} - \frac{\omega\mu_0}{\beta} \frac{\partial H_{zI}}{\partial n} \right) \quad (4-6-a)$$

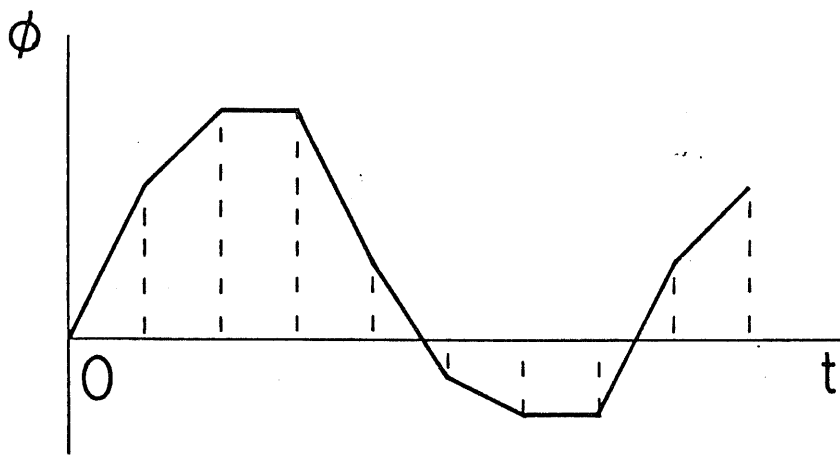
$$\mathbf{t} \cdot \mathbf{H}_{tI} = \frac{j\beta}{\beta^2 - k_I^2} \left(\frac{\partial H_{zI}}{\partial t} + \frac{\omega\varepsilon_I}{\beta} \frac{\partial E_{zI}}{\partial n} \right) \quad (4-6-b)$$

を利用して適用する。これらの式で、 $\partial E_{zI}/\partial n$, $\partial H_{zI}/\partial n$ は式(4-5)により、それぞれ E_{zI} , H_{zI} によって表され、 $\partial E_{zI}/\partial t$, $\partial H_{zI}/\partial t$ は E_{zI} , H_{zI} を境界に沿った座標系で直接微分することによって得られるので、固有値方程式は E_{zI} , H_{zI} に関する同次連立一次方程式の形をとる。

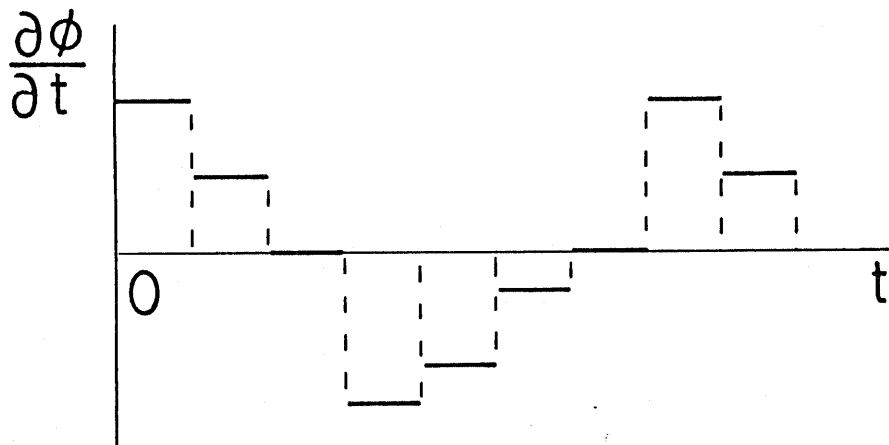
以下に、式(4-5)中に用いられている境界上の電磁界の近似関数および重み関数の選択法について論じる。

◎ 境界上の電磁界の近似関数

従来の境界要素法においては、境界上の近似関数として、前章で用いたような1次元スプライン関数[50, 54-57]や、二次元以上の高次の関数などの t の巾乗の補間関数[50, 58]を用いている。しかし、これらの場合、接線方向微分 $\partial E_{zI}/\partial t$, $\partial H_{zI}/\partial t$ のように、 E_z , H_z を境界上で直接微分した関数は、 E_z , H_z と比較すると t に関する次元がひとつ低くなる。法線方向微分の $\partial E_{zI}/\partial n$, $\partial H_{zI}/\partial n$ は式(4-5)から導かれるので、 E_z , H_z と同次元である。すると式(4-6)においては次元が異なる関数を加え合せることになる。特に近似関数として図4-2のような1次元スプライン関数を用いた場合は、その接線方向微分は同図-(b)のように不連続になり、その結果として式(4-6)で表される電磁界の値が不連続となってしまふ。そしてこのような数値解析における不連続関数は多数のスプリング解を発生させる原因となることが知られている[58]。この問題の解決策としては、 $\mathbf{t} \cdot \mathbf{E}_t$, $\mathbf{t} \cdot \mathbf{H}_t$ をパラメータとする境界積分方程式を用いるという方法もあるが[57]、ここでは図4-3のような x 軸と境界との交点を原点とするような、境界に沿った曲線座標 t を考え、その座標上において、 E_{zI} , H_{zI}



(a) ϕ



(b) $\partial\phi/\partial t$

図 4 - 2 従来の境界要素法における近似関数(一次元スプライン関数)

を次式のように三角関数のフーリエ級数で展開する。

$$E_z = \sum_j a_j \cos\left(\frac{j\pi t}{2L} + \rho\right) \quad (4-7-a)$$

$$H_z = \sum_j b_j \sin\left(\frac{j\pi t}{2L} + \rho\right) \quad (4-7-b)$$

ここで、 t は曲線座標の値、 L は第一象限の境界の長さである。

$\partial E_{z1}/\partial n$, $\partial H_{z1}/\partial n$ についても次式のようにフーリエ級数で表す。

$$\frac{\partial E_{z1}}{\partial n} = \sum_j c_j^I \cos\left(\frac{j\pi t}{2L} + \rho\right) \quad (4-8-a)$$

$$\frac{\partial H_{z1}}{\partial n} = \sum_j d_j^I \sin\left(\frac{j\pi t}{2L} + \rho\right) \quad (4-8-b)$$

($I=1, c$)

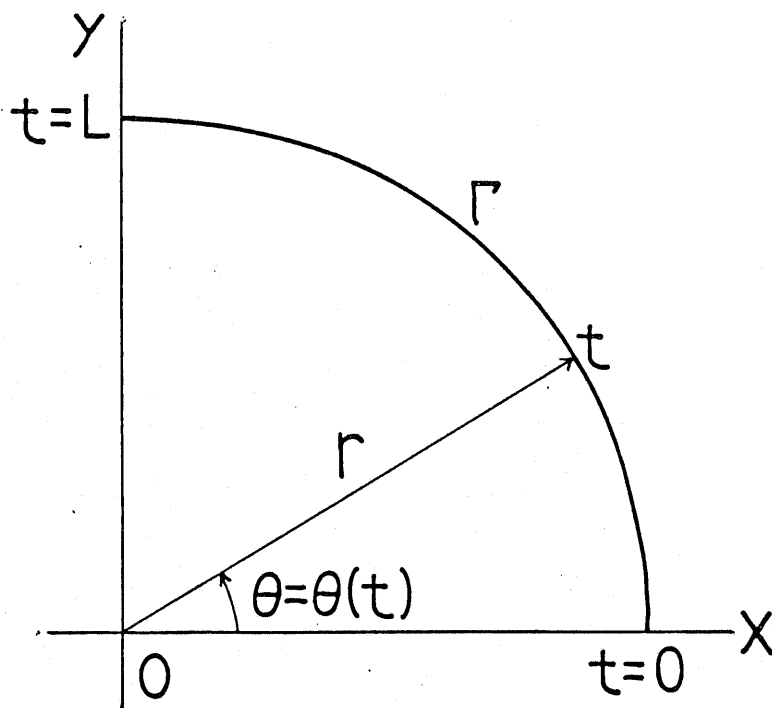


図4-3 境界上の曲線座標

式(4-7), (4-8)のような境界上の電磁界の表現を用いると、式(4-6)の量は三角関数の SIN または COS の片方の関数のみによって表されるので、先に述べたような座標 r の巾乗の関数を用いるときの問題は生じない。また、軸対称均一コア光ファイバの固有モードの電磁界が、中心軸の周方向に三角関数依存性をもっていることを考え合せても、このような電磁界関数の取り方は極めて妥当である。

◎ 重み関数

重み関数 $\psi_{Ei}, \psi_{Hi} (i=0, 1, \dots)$ の選択法としては、第2章で論じたふたとおりの方法のうち、数値解析においては単一の円柱座標における円柱調和関数を用い、ここでもその場合のみについて述べるが、後述する軸対称均一コア光ファイバの固有値方程式の導出において示されるようにどちらの方法でも定式化が可能である。

コア、クラッドの各領域では、式(4-1)の $(k_i^2 - \beta^2)$ の符号が異なるのでベッセル関数の取り方は、第2章5節で論じた方法に従う。すなわち、コア領域では第一種ベッセル関数と三角関数の積

$$\psi_{Ei} = J_i(x_i r) \cos(i\theta + \rho) \quad (4-9-a)$$

$$\psi_{Hi} = J_i(x_i r) \sin(i\theta + \rho) \quad (4-9-b)$$

$$x_i = (k_i^2 - \beta^2)^{\frac{1}{2}} \quad (4-9-c)$$

クラッド領域では第二種変形ベッセル関数と三角関数の積

$$\psi_{Ei} = K_i(x_c r) \cos(i\theta + \rho) \quad (4-10-a)$$

$$\psi_{Hi} = K_i(x_c r) \sin(i\theta + \rho) \quad (4-10-b)$$

$$x_c = (\beta^2 - k_c^2)^{\frac{1}{2}} \quad (4-10-c)$$

をそれぞれ用いる。

境界形状が楕円または方形のように図4-3の x, y 軸に関する二軸対称性を有する場合には、境界条件と電磁界の対称性により、境界上の電磁界関数と重み関数の次数 j

と位相角 ρ は固有モードの E_{z1} の対称性に対応して表4-1のように選ぶ。このことによつて式(4-5)の境界積分は、前章2節で述べたのと同じ理由により、第一象限の境界上のみで実行すればよい。

表4-1 重み関数の選択法

E _{z1} の対称性		モード例	パラメータ	
x軸	y軸		i, j	ρ
対称	対称	TM _{0m}	偶数	0
対称	反対称	HE ₁₁ ^x	奇数	0
反対称	対称	HE ₁₁ ^y	奇数	$\pi/2$
反対称	反対称	TE _{0m}	偶数	$\pi/2$

クラッド領域を考えている場合の積分を実行すべき境界は、厳密にはコア・クラッド境界と、それを無限遠で囲む境界の和であるが、このうち無限遠の境界上の積分は、第2章5節で論じたように、光ファイバの固有伝搬モードの性質により0となるので考慮しなくてよい。

式(4-5)は、式(4-7)と(4-8)の電磁界のフーリエ級数展開と、上記の重み関数を用いることにより、フーリエ係数ベクトル

$\mathbf{a} = {}^t(a_1, \dots, a_N)$, $\mathbf{b} = {}^t(b_1, \dots, b_N)$, $\mathbf{c}^l = {}^t(c^l_1, \dots, c^l_N)$, $\mathbf{d}^l = {}^t(d^l_1, \dots, d^l_N)$ 間の関係式に変換される。これは、コア、クラッドそれぞれの領域において、

$$[A^l]\mathbf{a} = [C^l]\mathbf{c}^l \quad (4-13-a)$$

(l=1, C)

$$[B^l]\mathbf{b} = [D^l]\mathbf{d}^l \quad (4-13-b)$$

または、

$$\mathbf{c}^l = [C^l]^{-1} \cdot [A^l]\mathbf{a} \quad (4-13-a)'$$

(l=1, C)

$$\mathbf{d}^l = [D^l]^{-1} \cdot [B^l]\mathbf{b} \quad (4-13-b)'$$

のように書ける。ここで $[A^i], [B^i], [C^i], [D^i] (i=1, C)$ はフーリエ級数の項数と同じ次数の正方行列である。これにより式(4-6)中の境界上の法線方向微分の量が境界上の電磁界により表されたことになる。

接線方向微分の量の $\partial E_{z1}/\partial t, \partial H_{z1}/\partial t$ については、式(4-7)を直接 t で微分することにより、

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = - \sum_j a_j \frac{j\pi}{2L} \sin\left(\frac{j\pi t}{2L} + \rho\right) \quad (4-14-a)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \sum_j b_j \frac{j\pi}{2L} \cos\left(\frac{j\pi t}{2L} + \rho\right) \quad (4-14-b)$$

と表される。

以上より、式(4-6)の量は、境界上の E_z と H_z のみによって表されたことになり、境界条件式は、境界の両側の電磁界のフーリエ成分を各次数ごとに一致させることにより適用でき、 a, b に関する同次方程式

$$\frac{\beta}{\beta^2 - k_1^2} \left([T_E] \alpha - \frac{\omega \mu_0}{\beta} [D^1]^{-1} [B^1] b \right) = \frac{\beta}{\beta^2 - k_c^2} \left([T_E] \alpha - \frac{\omega \mu_0}{\beta} [D^c]^{-1} [B^c] b \right) \quad (4-15-a)$$

$$\frac{\beta}{\beta^2 - k_1^2} \left([T_H] b + \frac{\omega \epsilon_1}{\beta} [C^1] [A^1] \alpha \right) = \frac{\beta}{\beta^2 - k_c^2} \left([T_H] b + \frac{\omega \epsilon_c}{\beta} [C^c] [A^c] \alpha \right) \quad (4-15-b)$$

を得る。ただし、行列 $[T_E], [T_H]$ は、式(4-7)と(4-12)の関係より、

$$[T_E] = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (4-16-a)$$

$$[T_H] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (4-16-b)$$

なる形をとる。ここで、これらの式中の行列は表4-1の電磁界の対称性にしたがって、その順番のとおりを選ぶ。

式(4-15)は境界上の E_{z1}, H_{z1} のフーリエ展開係数に対する同次方程式であり、この係数行列の行列式の値を0にするような波数と伝搬定数の組を求めることにより、導波路の分散特性が得られる。すなわち、固有値方程式は、

$$\det [M] = 0 \quad (4-17)$$

なる形をとる。

境界上の電磁界は、式(4-17)より求められた波数と伝搬定数の組を用いて同次方程式(4-15)を解くことによって求めることができる。境界上の電磁界の法線方向微分は、式(4-13)'によって計算できる。

4-3 円形断面光ファイバの固有値方程式の導出

前節で行った境界積分法定式化の有効性を示す一例として、コア半径が a である均一コア円形断面光ファイバの固有方程式の導出を行う。

重み関数として(4-9),(4-10)のような単一の円柱座標における関数系を用いる場合は三角関数の直交性により、式(4-13)'から、

$$c_j^1 = \frac{\chi_j J_j'(\chi_j a)}{J_j(\chi_j a)} a_j \quad (4-18-a)$$

$$d_j^1 = \frac{\chi_j J_j'(\chi_j a)}{J_j(\chi_j a)} b_j \quad (4-18-b)$$

$$c_j^c = \frac{\chi_c K_j'(\chi_c a)}{K_j(\chi_c a)} a_j \quad (4-18-c)$$

$$d_j^c = \frac{\chi_c K_j'(\chi_c a)}{K_j(\chi_c a)} b_j \quad (4-18-d)$$

を得る。これらの式の a_j, b_j の係数は、対角行列 $[C^1]^{-1} \cdot [A^1], [D^1]^{-1} \cdot [B^1]$ ($l=1, C$) の対角成分である。

多重円柱座標における関数系を用いる場合は、コア、クラッドそれぞれの領域における重み関数を、

$$\Psi_{Ei} = \Psi_{Hi} = \begin{cases} Y_0(\chi_i r_i) \\ K_0(\chi_c r_i') \end{cases} \quad (i=1, 2, \dots)$$

と取る。ただし、関数の特異点は考えている領域外になければならないのでコア領域の重み関数の多重原点 (r_{0i}, θ_i) ($i=1, 2, \dots$) はクラッド内に、クラッド領域の重み関数の多重原点 (r_{0i}', θ_i') ($i=1, 2, \dots$) はコア内になければならない。

付録Aの式(A-4),(A-5)を用いると、

$$\oint_{\Gamma} Y_0(x, r_i) \frac{\cos}{\sin} \left(j \frac{t}{a} + \rho \right) dl = 2\pi Y_j(x, r_{0i}) J_j(x, a) \frac{\cos}{\sin} (j\theta_i + \rho)$$

$$\oint_{\Gamma} \frac{\partial Y_0(x, r_i)}{\partial n} \frac{\cos}{\sin} \left(j \frac{t}{a} + \rho \right) dl = 2\pi Y_j(x, r_{0i}) x_i J_j'(x, a) \frac{\cos}{\sin} (j\theta_i + \rho)$$

$$\oint_{\Gamma} K_0(x, r_i') \frac{\cos}{\sin} \left(j \frac{t}{a} + \rho \right) dl = 2\pi K_j(x, a) I_j(x, r_{0i}') \frac{\cos}{\sin} (j\theta_i' + \rho)$$

$$\oint_{\Gamma} \frac{\partial K_0(x, r_i')}{\partial n} \frac{\cos}{\sin} \left(j \frac{t}{a} + \rho \right) dl = 2\pi x_c K_j'(x, a) I_j(x, r_{0i}') \frac{\cos}{\sin} (j\theta_i' + \rho)$$

を得る。式(4-7),(4-8)をこれらの式を利用して式(4-5)に代入すると、

$$2\pi \sum_j Y_j(x, r_{0i}) \left\{ \frac{c_j^1}{d_j^1} J_j(x, a) - \frac{a_j}{b_j} x_i J_j'(x, a) \right\} \frac{\cos}{\sin} (j\theta_i + \rho)$$

$$2\pi \sum_j I_j(x, r_{0i}') \left\{ \frac{c_j^c}{d_j^c} K_j(x, a) - \frac{a_j}{b_j} x_c K_j'(x, a) \right\} \frac{\cos}{\sin} (j\theta_i' + \rho)$$

となるが、任意の $(r_{0i}, \theta_i), (r_{0i}', \theta_i')$ ($i=1, 2, \dots$) についてこれが成立するための条件を考えると式(4-18)が成立することがわかる。

式(4-14)は、

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = - \sum_j \frac{j}{a} a_j \sin \left(\frac{j}{a} t + \rho \right) \quad (4-19-a)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \sum_j \frac{j}{a} b_j \cos \left(\frac{j}{a} t + \rho \right) \quad (4-19-b)$$

となるので、これらより、式(4-15)は、

$$\begin{aligned}
& -\frac{\beta}{\chi_1^2} \sum_j \left\{ -\frac{j}{a} a_j - \frac{\omega \mu_0}{\beta} \frac{\chi_1 J_j'(\chi_1 a)}{J_j(\chi_1 a)} b_j \right\} \sin\left(\frac{j}{a} t + p\right) \\
& = \frac{\beta}{\chi_c^2} \sum_j \left\{ -\frac{j}{a} a_j - \frac{\omega \mu_0}{\beta} \frac{\chi_c k_j'(\chi_c a)}{k_j(\chi_c a)} b_j \right\} \sin\left(\frac{j}{a} t + p\right)
\end{aligned}
\tag{4-20-a}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\beta}{\chi_1^2} \sum_j \left\{ \frac{j}{a} b_j + \frac{\omega \epsilon_1}{\beta} \frac{\chi_1 J_j'(\chi_1 a)}{J_j(\chi_1 a)} a_j \right\} \cos\left(\frac{j}{a} t + p\right) \\
& = \frac{\beta}{\chi_c^2} \sum_j \left\{ \frac{j}{a} b_j + \frac{\omega \epsilon_c}{\beta} \frac{\chi_c k_j'(\chi_c a)}{k_j(\chi_c a)} a_j \right\} \cos\left(\frac{j}{a} t + p\right)
\end{aligned}
\tag{4-20-b}$$

となる。さらにこれを整理すると、

$$\begin{bmatrix} M_0 & 0 \\ 0 & M_0' \\ & [M_1] \\ & & [M_2] \\ & & & [M_j] \\ & & & & [M_N] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \\ a_1 \\ b_1 \\ a_2 \\ b_2 \\ \vdots \\ a_j \\ b_j \\ \vdots \\ a_N \\ b_N \end{bmatrix} = 0 \tag{4-21}$$

を得る。ここで、

$$M_0 = \omega \varepsilon_0 \left\{ \frac{\eta_1^2 J_0'(\chi_1 a)}{\chi_1 J_0(\chi_1 a)} + \frac{\eta_c^2 K_0'(\chi_c a)}{\chi_c K_0(\chi_c a)} \right\} \quad (4-22-a)$$

$$M_0' = \omega \mu_0 \left\{ \frac{J_0'(\chi_1 a)}{\chi_1 J_0(\chi_1 a)} + \frac{K_0'(\chi_c a)}{\chi_c K_0(\chi_c a)} \right\} \quad (4-22-b)$$

であり、 $[M_j]$ ($j=1, \dots, N$)は2次の正方行列で、

$$\det[M_j] =$$

$$k_0^2 \left\{ \frac{\eta_1^2 J_j'(\chi_1 a)}{\chi_1 J_j(\chi_1 a)} + \frac{\eta_c^2 K_j'(\chi_c a)}{\chi_c K_j(\chi_c a)} \right\} \left\{ \frac{J_j'(\chi_1 a)}{\chi_1 J_j(\chi_1 a)} + \frac{K_j'(\chi_c a)}{\chi_c K_j(\chi_c a)} \right\} - \beta^2 \left(\frac{j}{a} \right)^2 \left(\frac{1}{\chi_1^2} + \frac{1}{\chi_c^2} \right) \quad (4-22-c)$$

である。式(4-21)より固有方程式は

$$M_0 \cdot M_0' \cdot \prod_{j=1}^N \det[M_j] = 0 \quad (4-23)$$

となる。式(4-22)より、

$$M_0 = 0 \quad (4-24-a)$$

$$M_0' = 0 \quad (4-24-b)$$

が、それぞれ TM_{0m} , TE_{0m} モードの固有方程式である。また

$$\det[M_j] = 0 \quad (4-24-c)$$

がそれ以外のモードの固有方程式となることは明らかである。

以上より、境界積分方程式(4-5)により均一コア円形断面光ファイバの分散方程式が導出された。

4-4 楕円コア光ファイバの数値解析

本節では、長半径 a 、短半径 b の楕円コア光ファイバの固有伝搬モードを、本章2節の議論に基づいて数値解析した結果を示す。数値解析のパラメータとしては、楕円率 ε 、正規化周波数 V 、正規化伝搬定数 P 、および正規化複屈折 B を用いる。これらは、

$$\varepsilon = 1 - \frac{b}{a} \quad (4-25-a)$$

$$V = k_0 a \sqrt{n_1^2 - n_c^2} = a \sqrt{k_1^2 - k_c^2} \quad (4-25-b)$$

$$P = \frac{(\beta/k_0)^2 - n_c^2}{n_1^2 - n_c^2} = \frac{\beta^2 - k_c^2}{k_1^2 - k_c^2} \quad (4-25-c)$$

$$B = \frac{|\beta_x - \beta_y|}{k_0} \quad (4-25-d)$$

と定義される。ただし β_x, β_y は、それぞれ HE_{11}^x, HE_{11}^y モードの伝搬定数であり、コア・クラッドの屈折率比は、主として $n_1/n_c = 1.01$ を用いている。

図4-4に、境界上の電磁界のフーリエ級数の項数 N を増加した場合の HE_{11}^x モードの P の収束特性を、同図-(b)には、収束特性の点整合法による解析結果[34]との比較を示す。ここで点整合法における N としては、電磁界の展開項数を考えている。

図4-5には、 HE_{11}^x モードと HE_{11}^y モードの正規化伝搬定数差 ΔP の収束特性を示す。これらの図においては、 $N = 10$ において P と ΔP の値は5桁程度の精度にまで収束していることがわかる。そして、収束の速度は点整合法のそれよりも大きいことがわかる。このように、 ΔP のようなふたつの接近した量の差についても高精度で計算できることは、複屈折特性も良好に計算できることを示している。

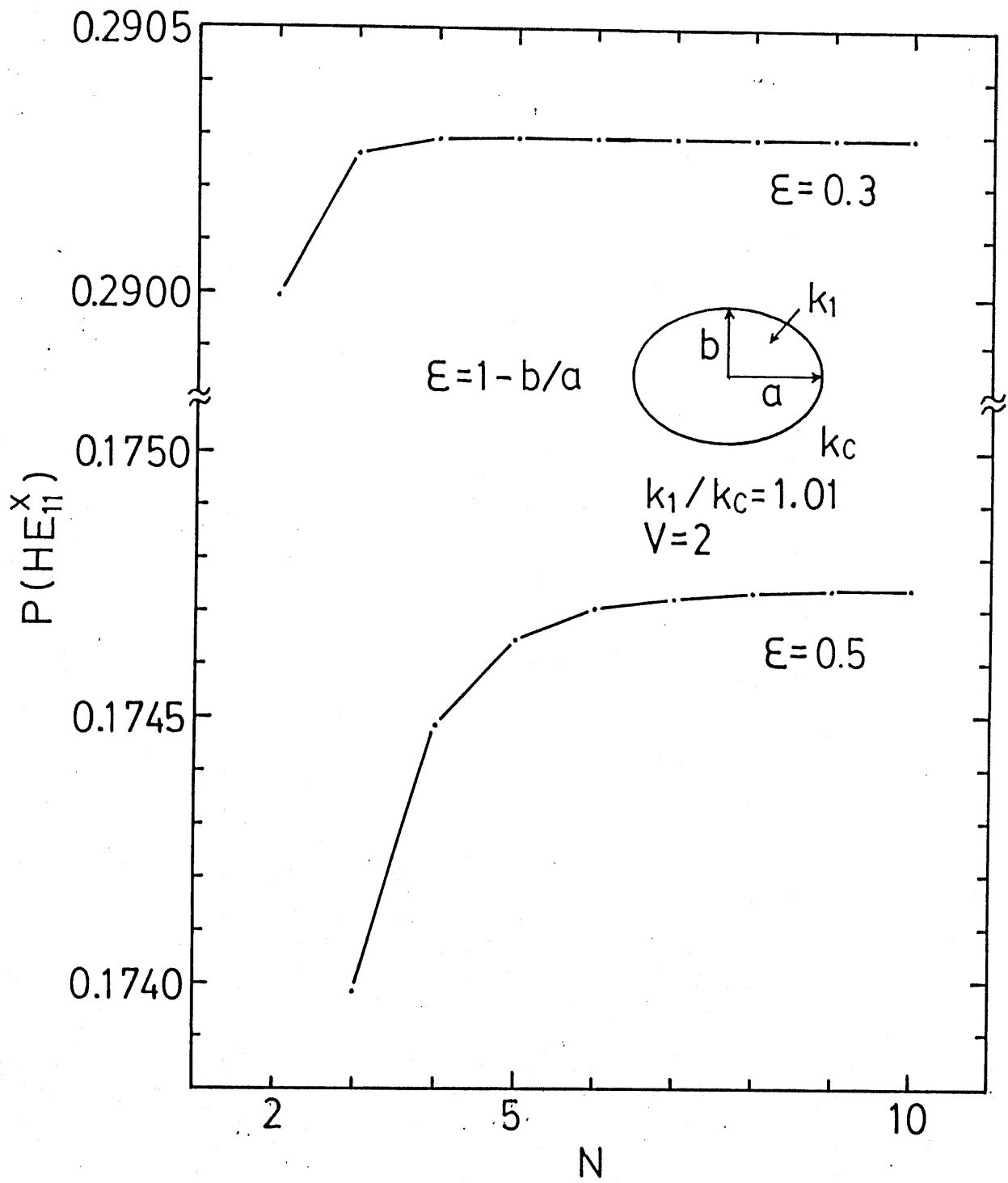
図4-6に楕円率 $\varepsilon = 0.5, 0.3$ の場合の HE_{11} モードの分散特性を示す。楕円コアの場合は、図4-5に示すようにこれらのふたつのモードの伝搬定数差は小さいので、この図上では区別がつかない程度に近接している。

図4-7に、第一次、第二次高次モードの遮断周波数の ε 依存性を示す。この図には、通常の境界要素法による数値結果[57]も示してあり、本論文の方法による数値結果と良い一致を示していることがわかる。

図4-8に、 HE_{11}^x モードと HE_{11}^y モードの正規化伝搬定数差 ΔP の周波数特性の

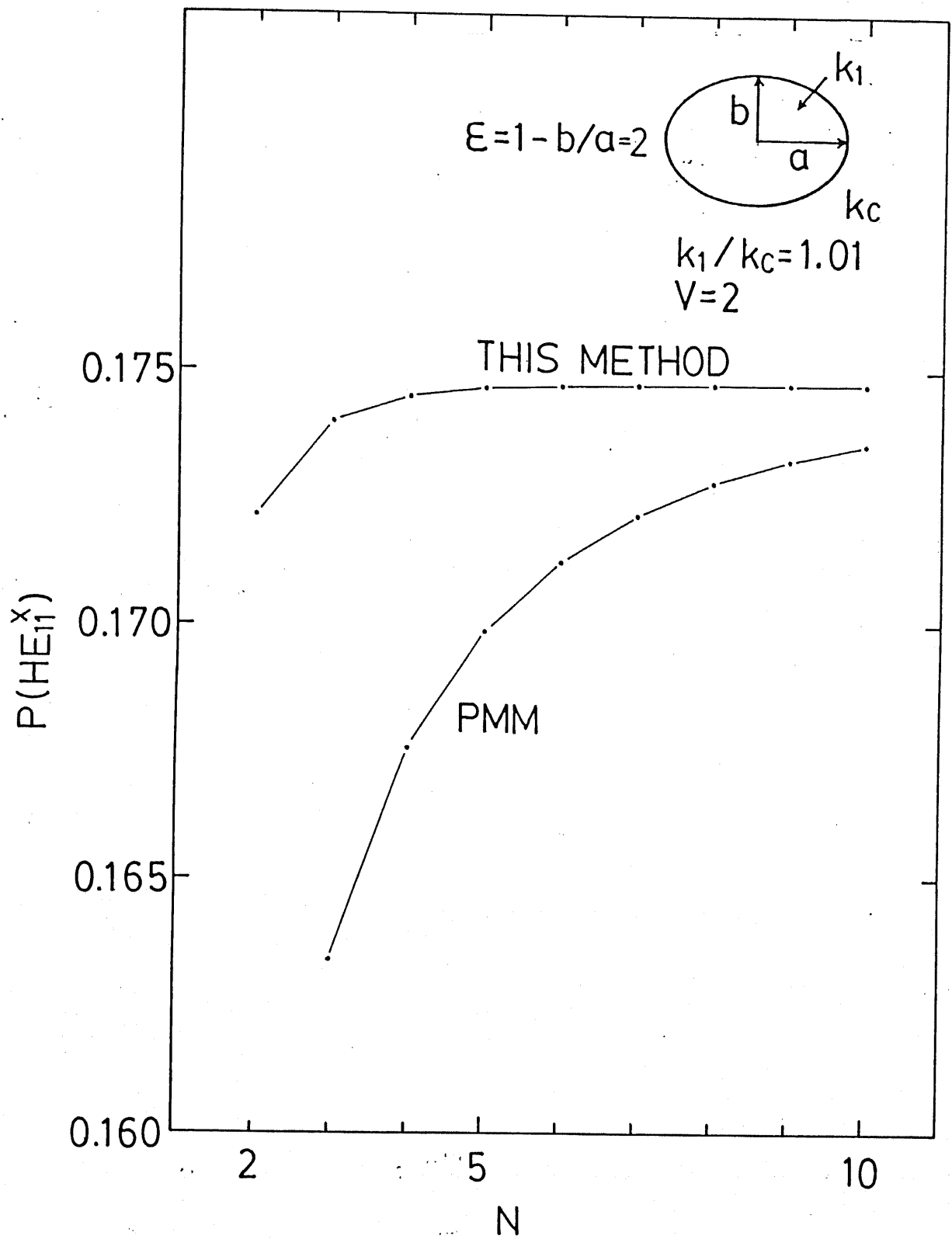
有限要素法による数値結果[21]との比較をしめす。これも本論文の方法による数値結果と良い一致を示している。

図4-9は、正規化複屈折Bの周波数特性である。複屈折はそれぞれの ε の値において、適当な周波数で最大値を取ることがわかる。この図においては複屈折の最大値として、およそ 5×10^{-5} ($\varepsilon = 0.5$)を得ている。



(a) HE_{11}^x モード

図4-4 伝搬定数の収束特性



(b)点整合法との比較

図4-4 伝搬定数の収束特性

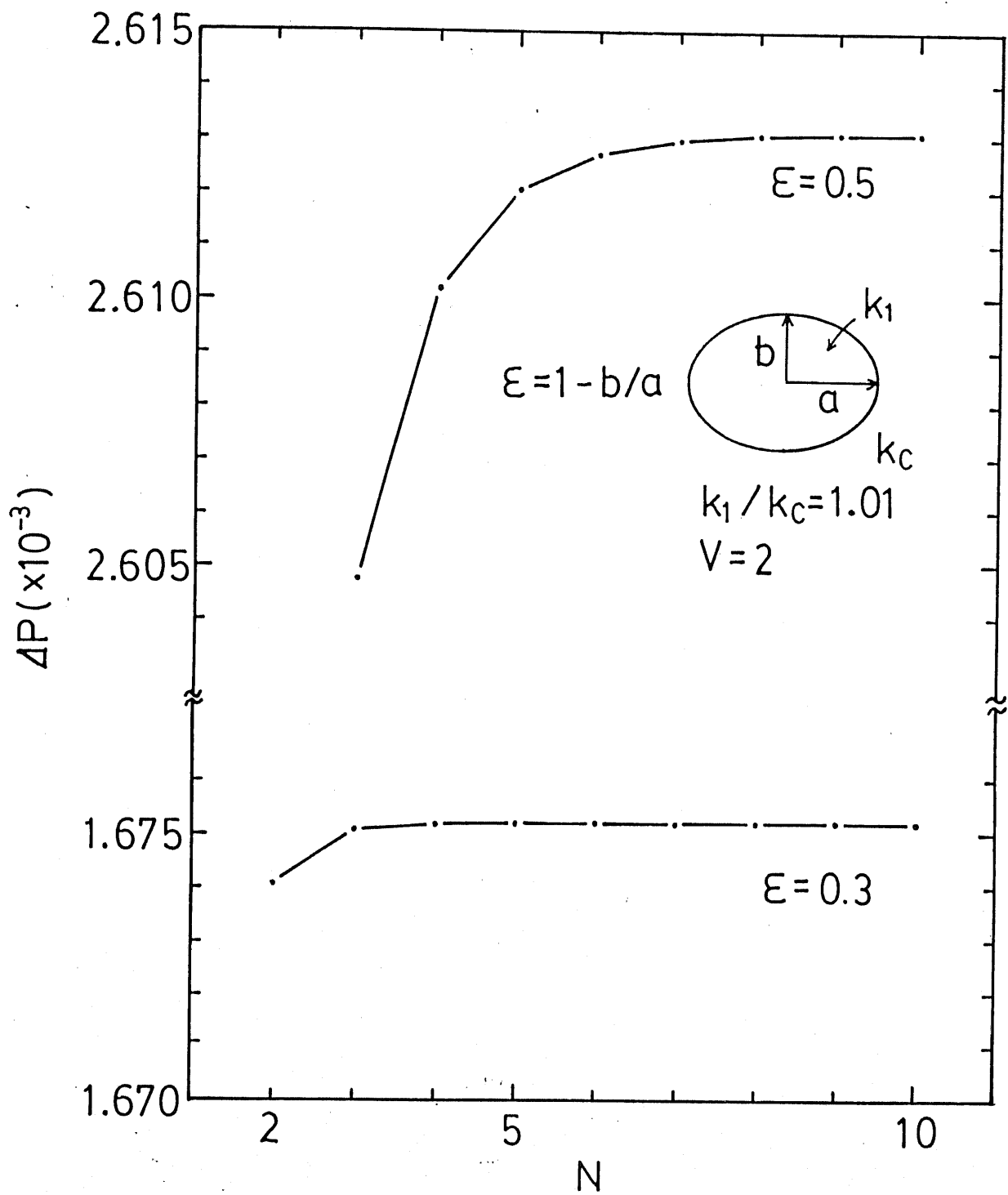


図4-5 正規化伝搬定数差の収束特性

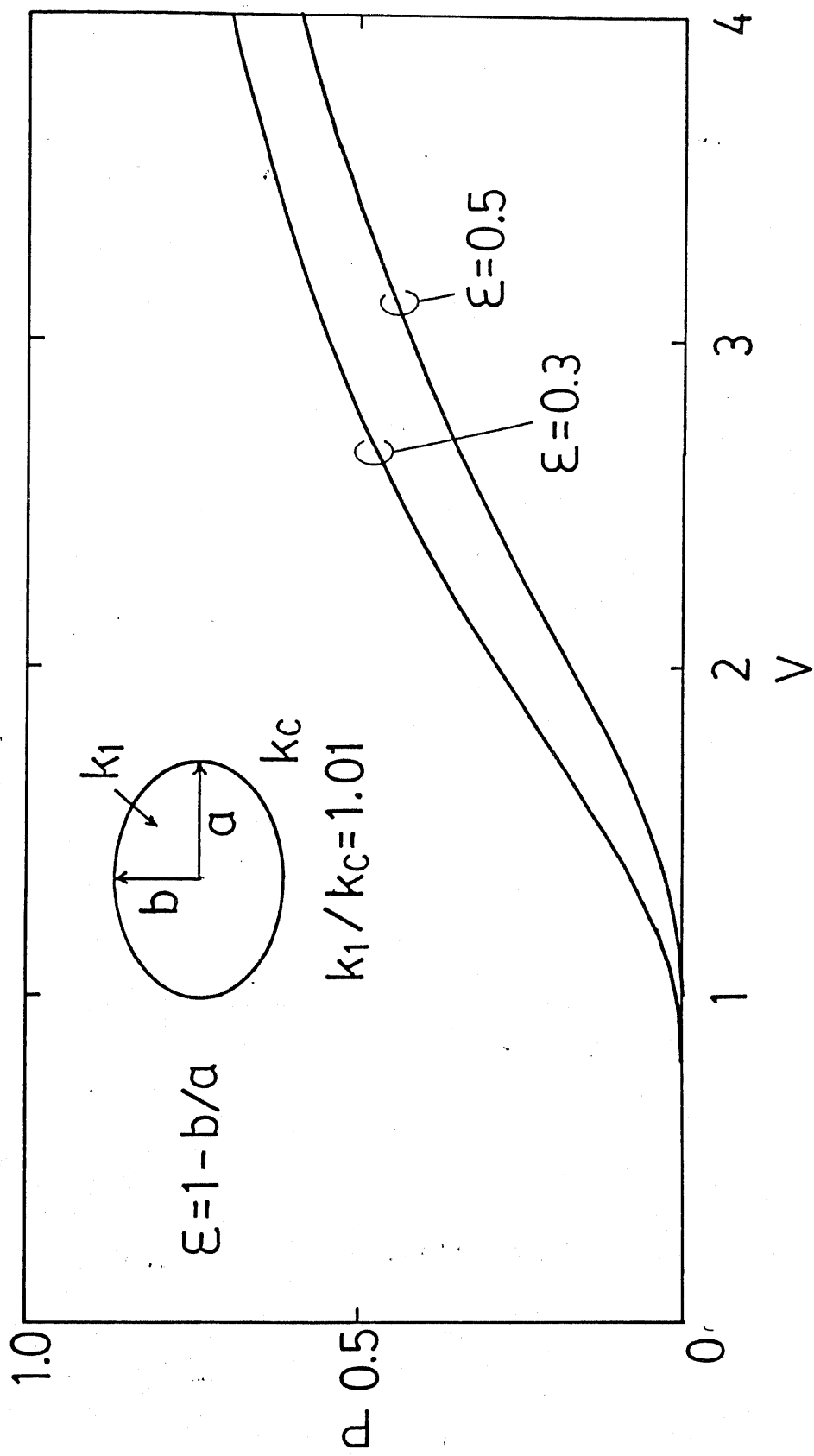


图4-6 分散特性

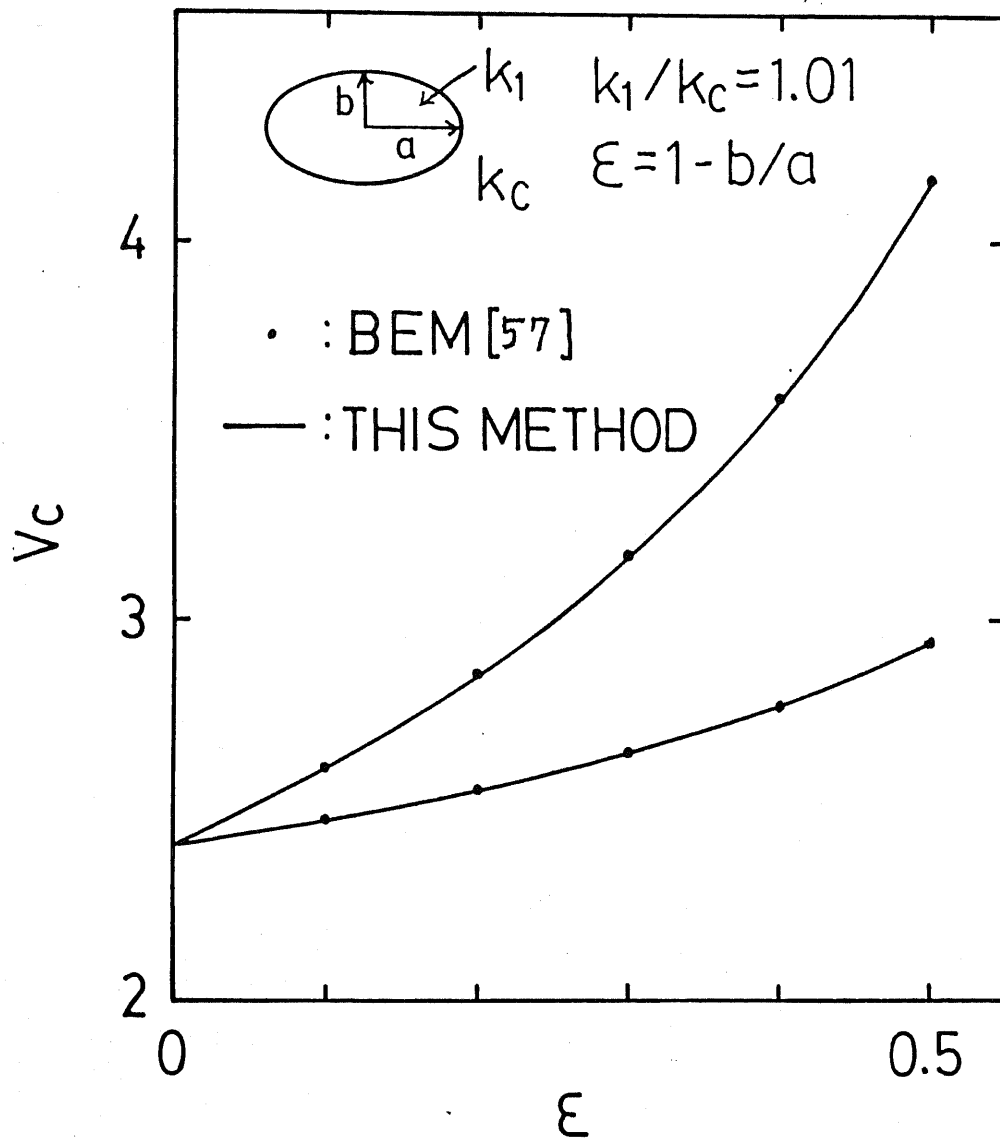


図4-7 高次モードの遮断周波数周波数の境界要素法による解析結果[57]との比較

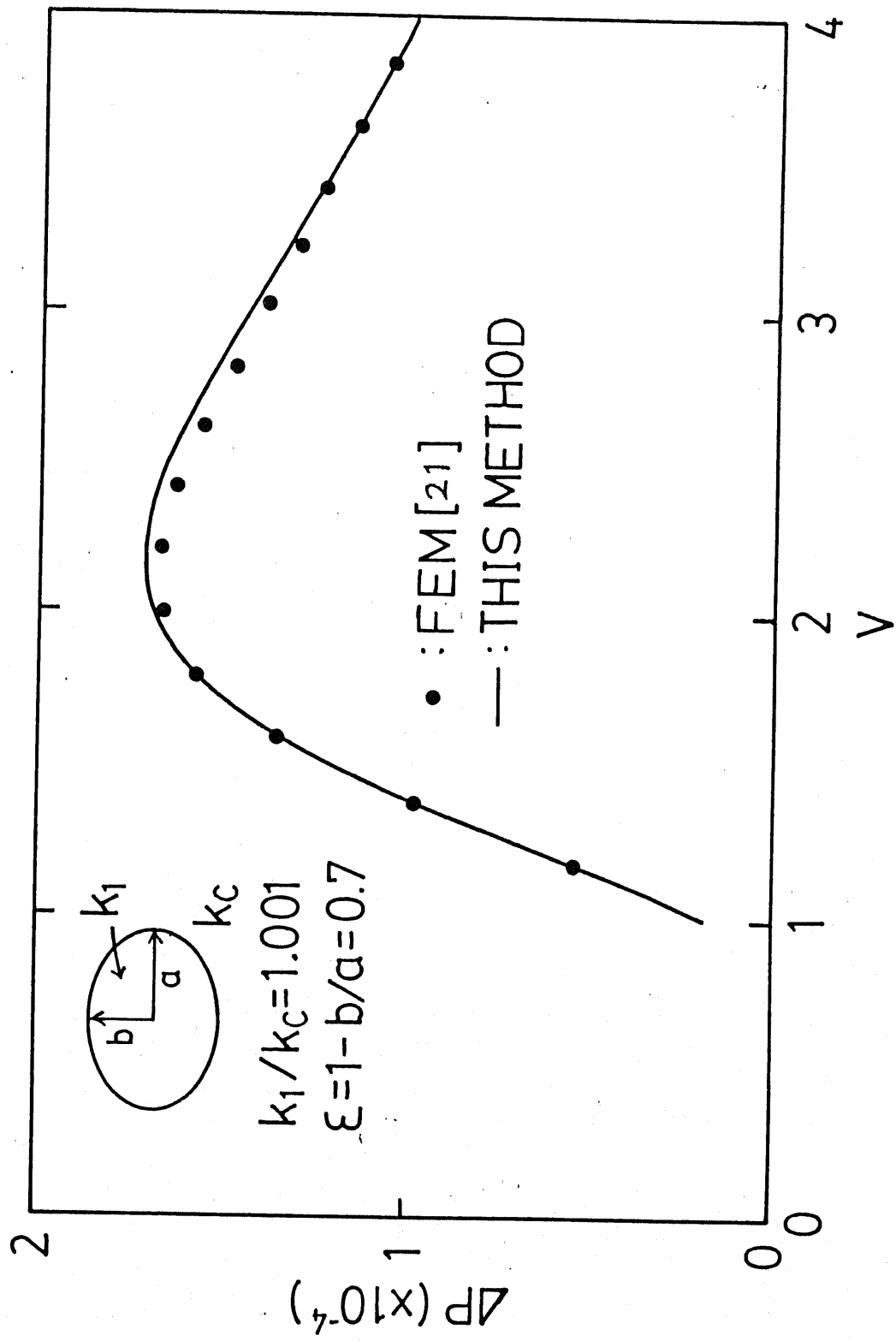


図4-8 正規化伝搬定数差の有限要素法による解析結果[21]との比較

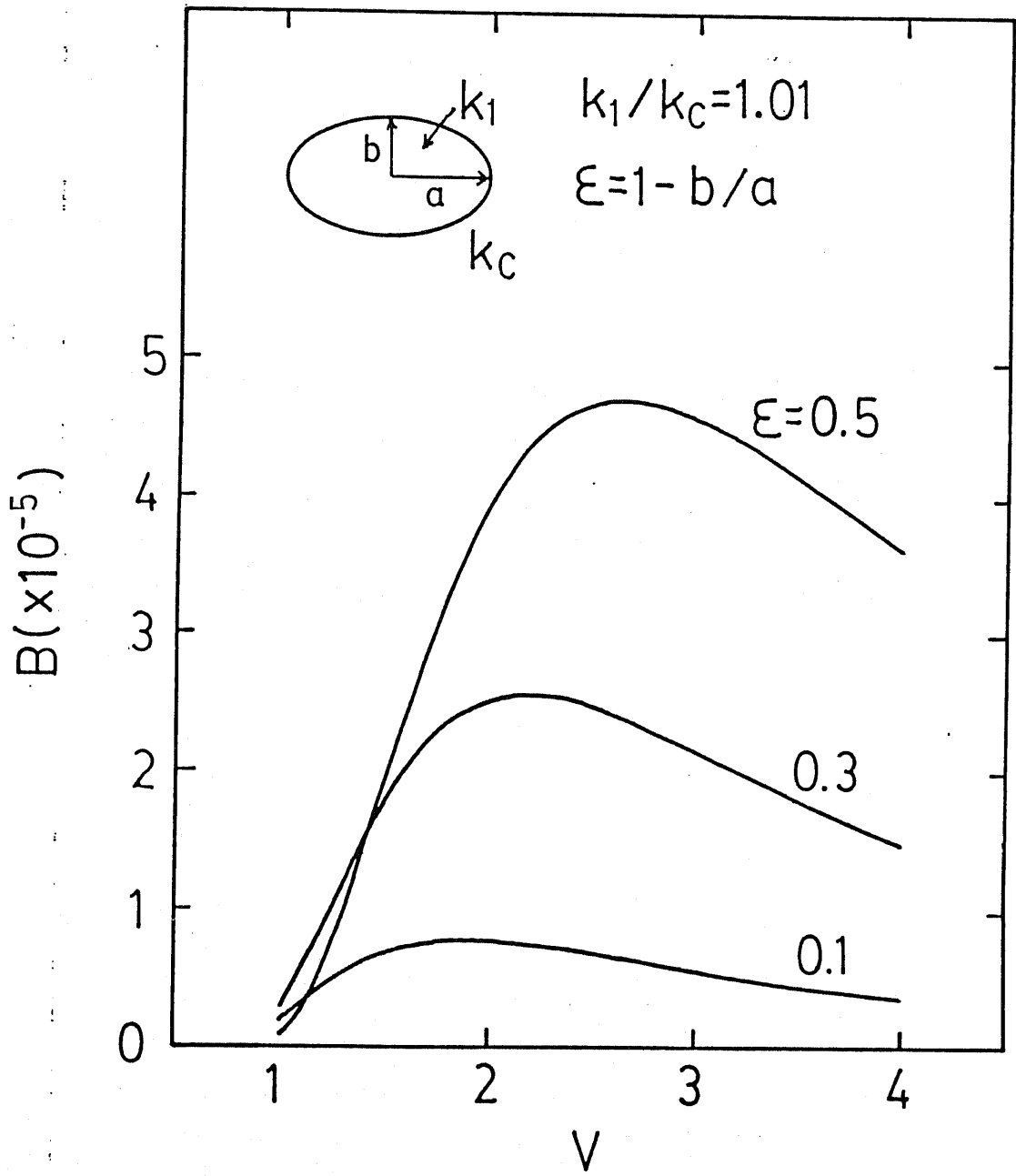


图4-9 複屈折特性

4-5 端点を持つ境界形状の解析

本章で行っているグリーン関数を用いない境界積分法による均一コア光ファイバの固有モード解析においては、式(4-7)、(4-8)のように、境界上の電磁界は連続かつ無限回微分可能な三角関数のフーリエ級数で表している。このような電磁界の近似方法は、前節までに示してきたような、境界が円形や楕円形のように滑らかな曲線である場合については問題ない。しかし正方形のように端点(角の点)を持つ境界形状の場合、一般には電磁界の法線方向微分が端点において不連続となるので、電磁界の正確な表現が難しくなる。したがってこのような場合には、計算の精度が境界が滑らかな場合と比較して劣化する恐れがある。本節では、このような端点の影響による効果を正方形断面誘電体導波路[33]の固有モード解析により検討する。

図4-10に、解析の対象とする導波路の横断面構造を示す。正方形断面の角の部分を曲率半径 c の円弧 AB で置き換えた形状について考えているのは、端点の有無が数値結果に及ぼす影響について調べるためであり、正方形断面を考える場合は $c = 0$ とする。

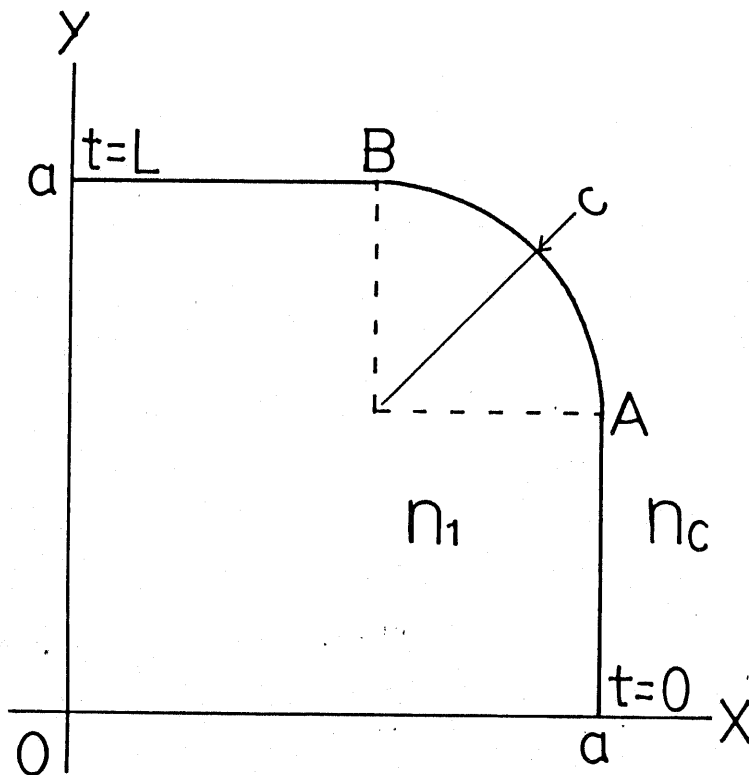


図4-10 方形断面誘電体導波路

固有モード解析の手順は、境界形状が異なることを除いては、前節で述べたものと全く同様である。本節では固有モード解析において、伝搬定数を求めるばかりではなく、式(4-17)から求められた分散特性をもとにして同時連立一次方程式(4-15)を解いて、式(4-13)'を用いることにより、境界上の電磁界の値、およびその法線方向微分の値も求めることにする。

以下に、図4-10の構造の導波路の固有モード解析の結果を示す。導波路の形状としては、 $c/a = 0.5, 0.3, 0.1$ および $c = 0$ (正方形)を考え、コアとクラッドの屈折率比は $n_1/n_c = 1.01$ とする。固有モードの名称は、そのモードが $c/a \rightarrow 1$ の極限において収束する円形断面誘電体導波路のモードで考えている。数値解析に用いるパラメータの正規化周波数 V と正規化伝搬定数 P は式(4-24)の定義を用いる。

図4-11に、電磁界のフーリエ展開の項数 N を増やしたときの HE_{11} モードの P の収束特性を示す。断面形状が正方形に近づくにつれて収束が遅くなる傾向があるが、 $c/a = 0.1$ の場合と $c = 0$ (正方形) の場合の収束特性には大きな違いがないことが同図-(b)よりわかる。

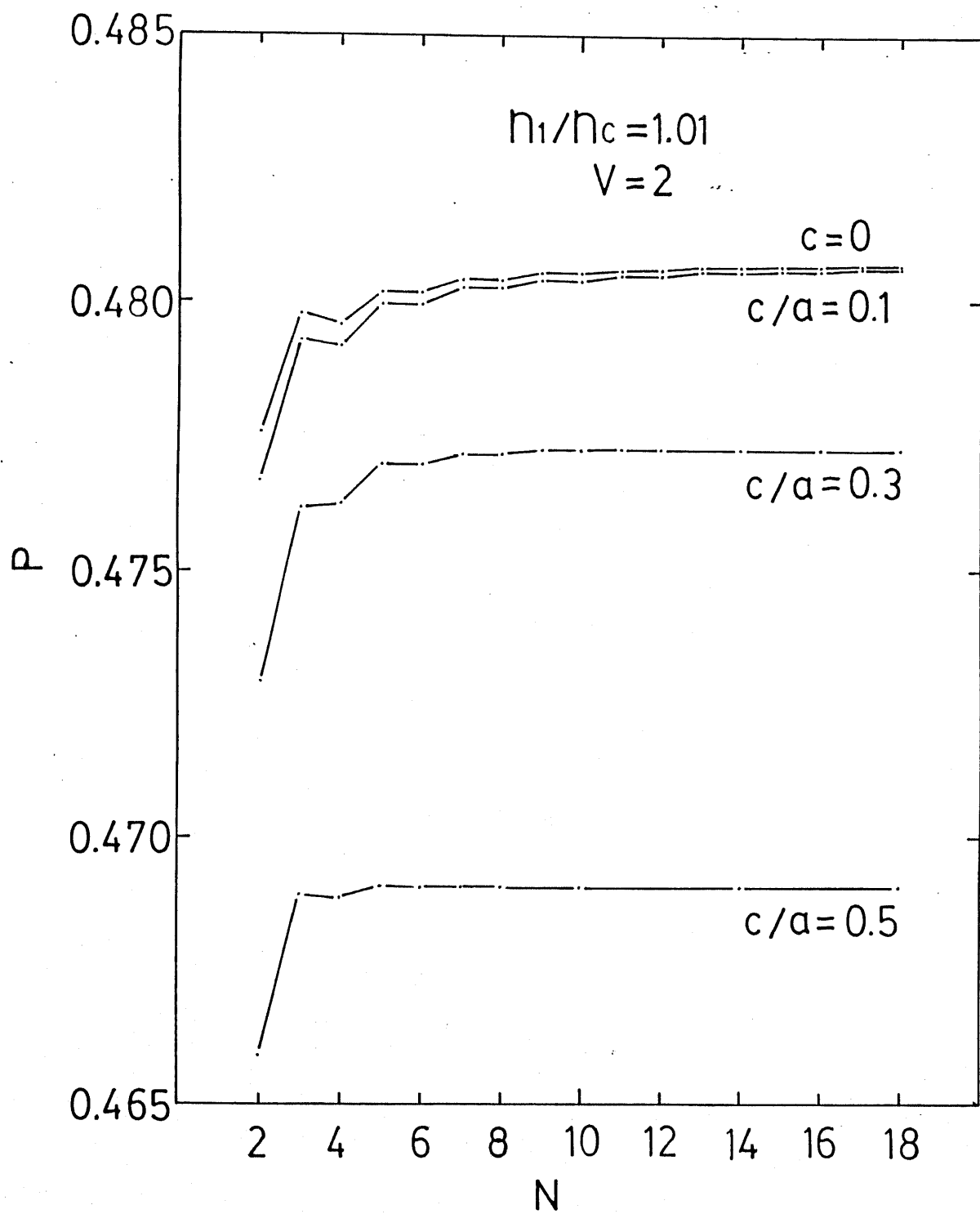
図4-12に、最低次(HE_{11})モードと、第一高次(TE_{01})モードの分散特性を示す。この図中には点整合法[33]の解析結果も併せて示してあるが、両者の解析結果は良い一致を示している。

図4-13に HE_{11} モードの E_z およびコア側の法線方向微分 $\partial E_z / \partial n$ の境界上の座標 τ における計算値を示す。図中の A, B はそれぞれ図4-10に示す境界の円弧と直線部分との接点である。 E_z については N を増やした場合、いずれの c の値についても良い収束を示しているが、 $\partial E_z / \partial n$ については c が小さくなる、したがって境界形状が正方形に近づくにつれて、 N を増やした場合に不連続に対応したリップルが現れることがわかる。特に $c = 0$ (正方形) においてはその振動の周期はフーリエ展開の最高次の項と等しい。

図4-14には TE_{01} モードの境界上の $E_z, \partial E_z / \partial n$ の値を示す。 c を小さくしたときの収束特性、および $\partial E_z / \partial n$ のリップルの出方についても図4-13の HE_{11} モードの場合と同様な傾向を示している。

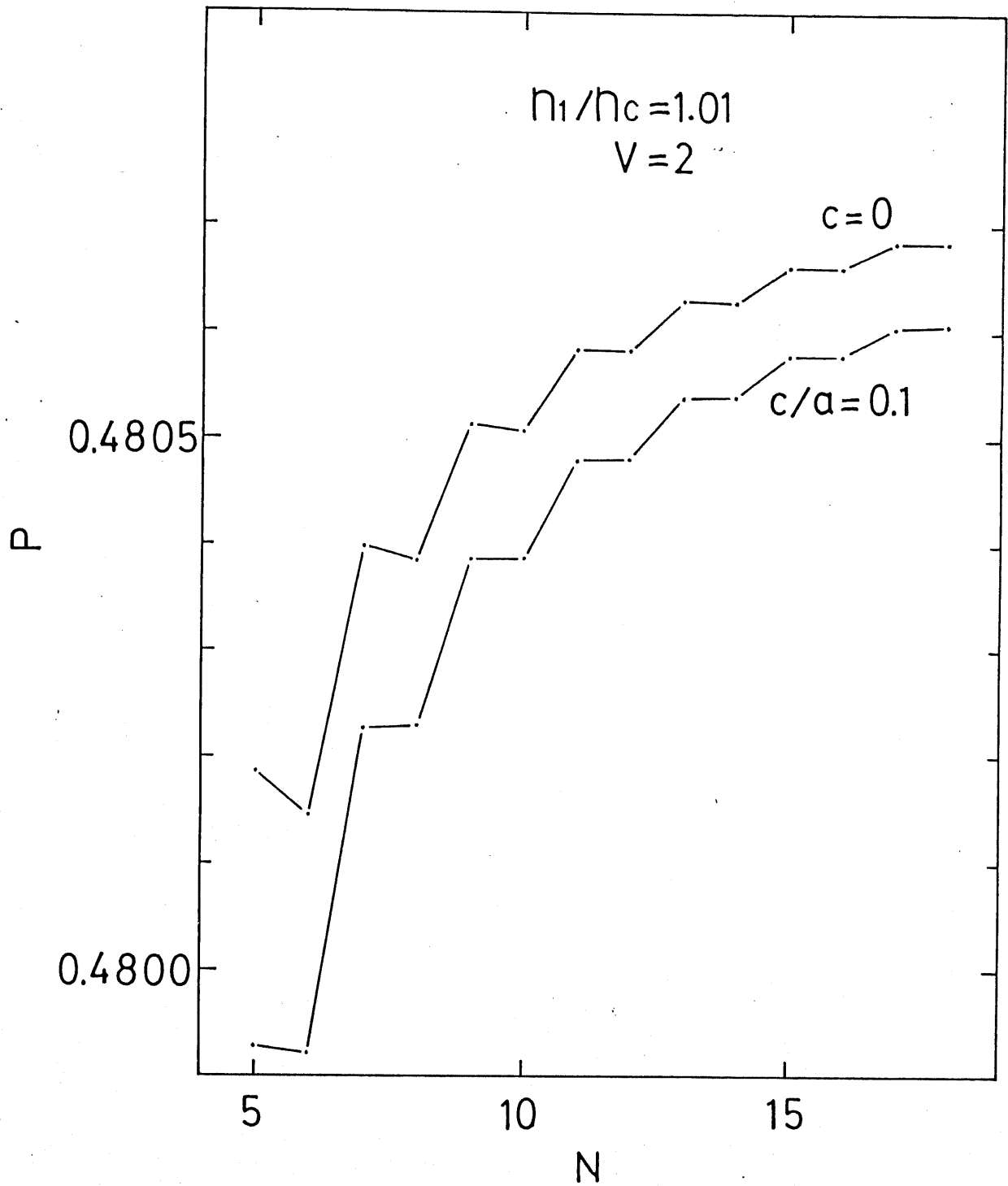
本節で示したように、境界上に端点や、曲率半径の小さな部分が存在する場合は固有値の収束特性がやや劣化する。界分布についてはこのような場合はフーリエ展開項数 N を増やした場合にも図4-13, 14に示したようにリップルがいつまでも残ってしまい、収束しているとは判断できない。このように固有値と界分布の収束特性が異なる理由として考えられることは、数値解析法一般に見られるような、界分布の精度が悪くても、

そこから計算される固有値は界分布よりは良い精度で計算できるという性質[15]の他に、この解析法においては、電磁界の境界条件の適用は、電磁界の接線成分のフーリエ係数を次数ごとに一致させることにより行うので、法線方向微分の不連続を高次の成分のみで補償することにより、低次の成分には大きな乱れが出ないので、固有値の収束特性には大きな影響を与えないことがあげられる。



(a) $0.5 \geq c/a \geq 0$

図4-11 HE₁₁モードの伝搬定数の収束特性



(b) $0.1 \geq c/a \geq 0$ の拡大図

図4-11 HE₁₁モードの伝搬定数の収束特性

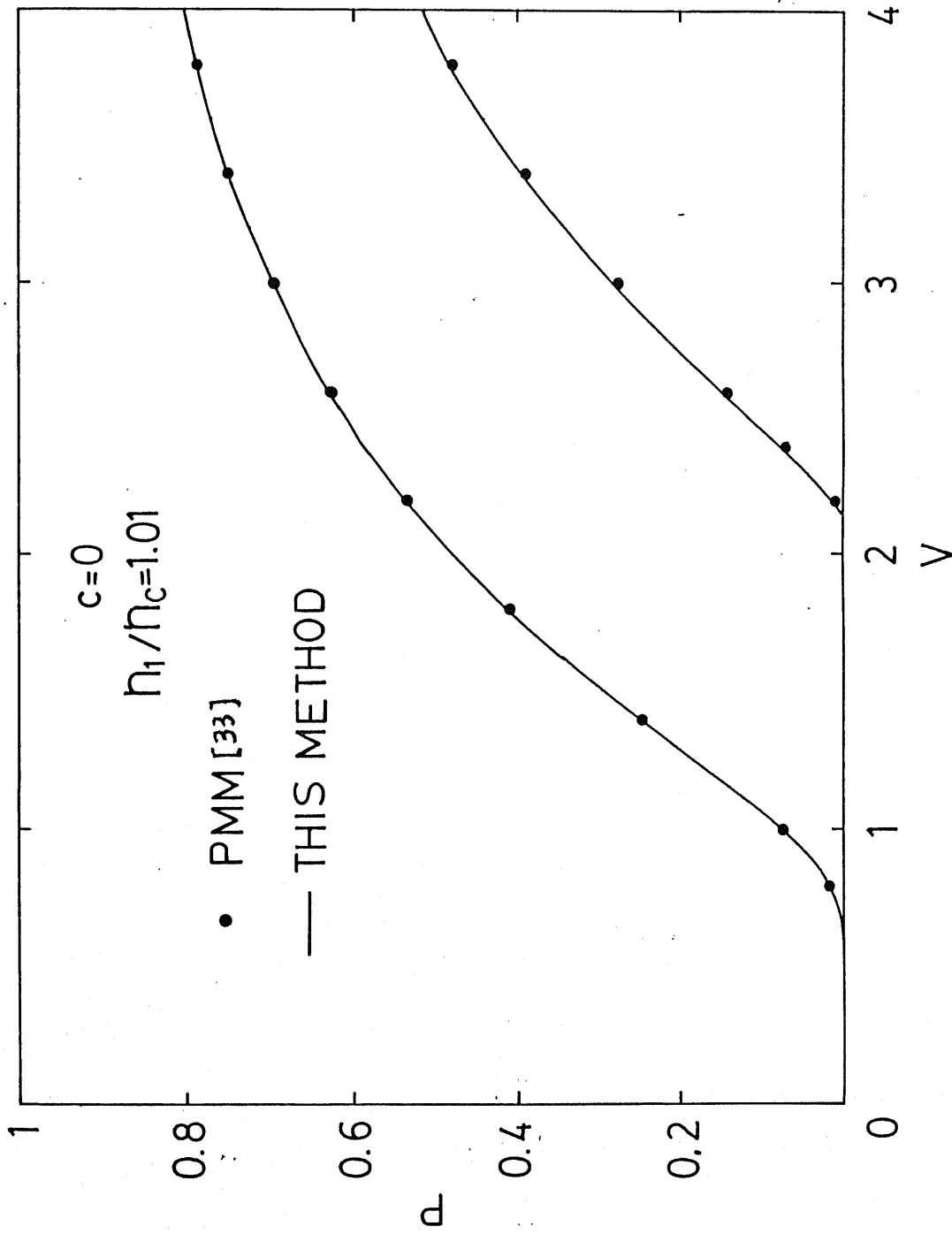
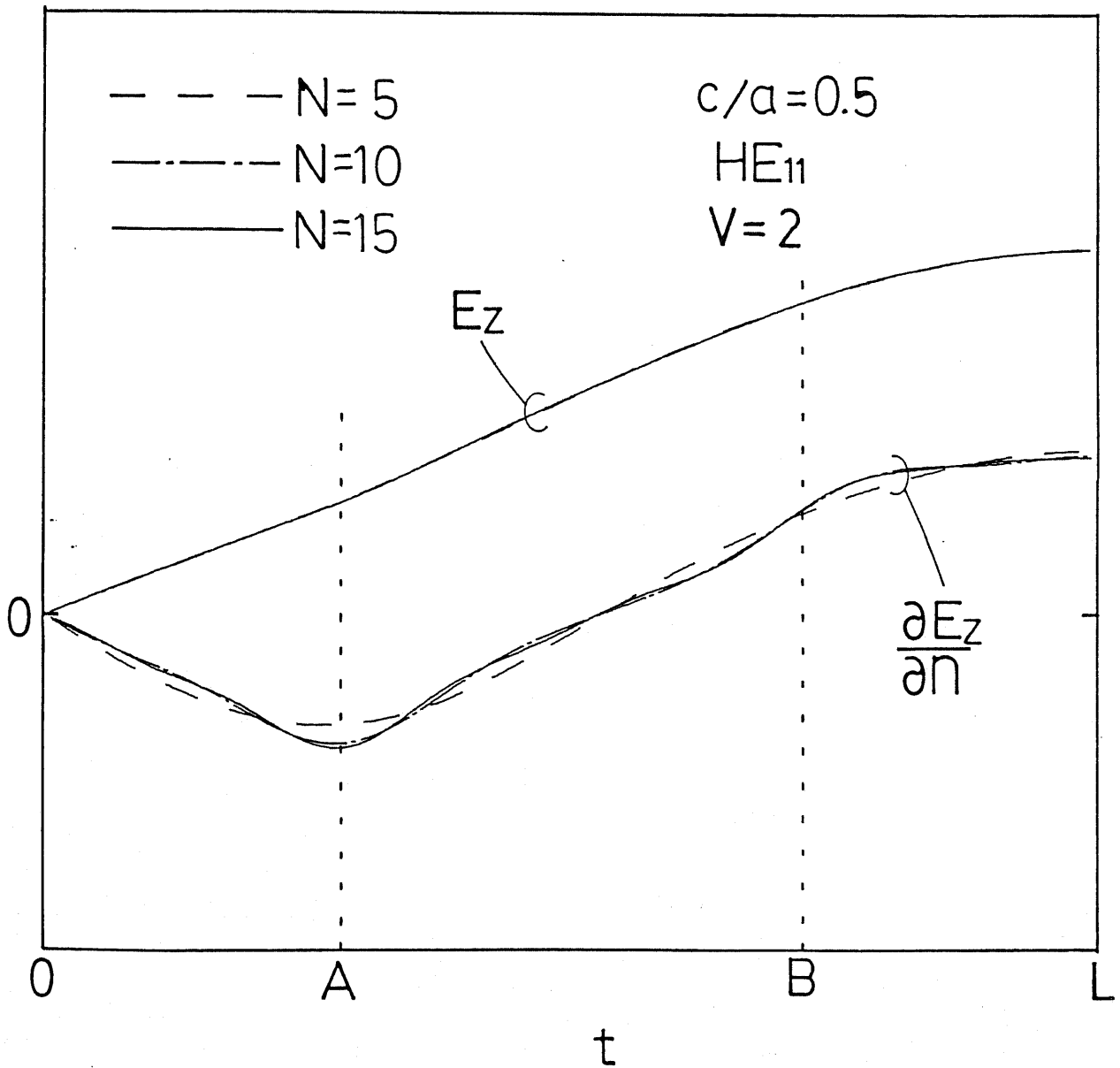
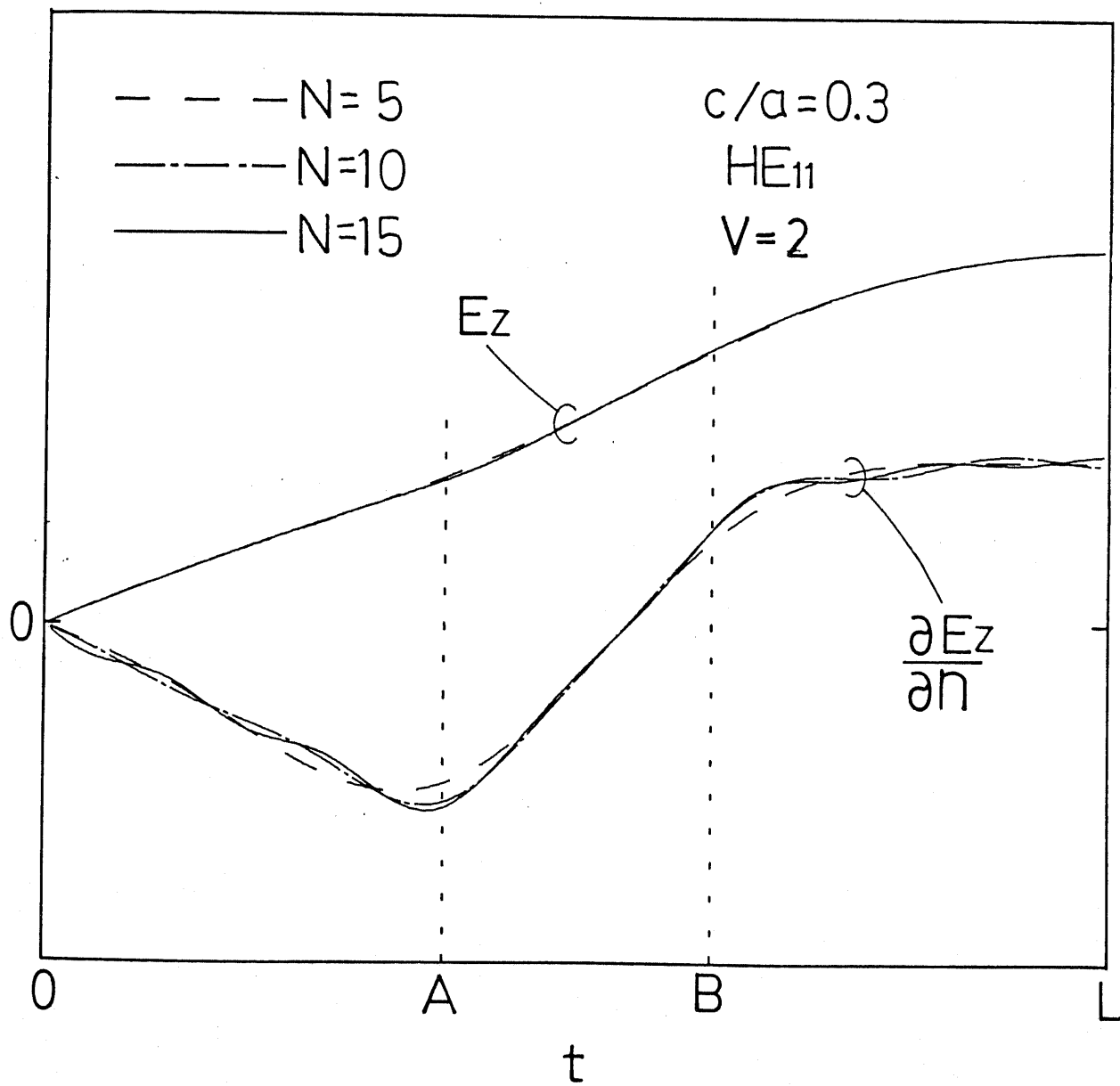


図4-12 分散特性の点整合法による解析結果[33]との比較



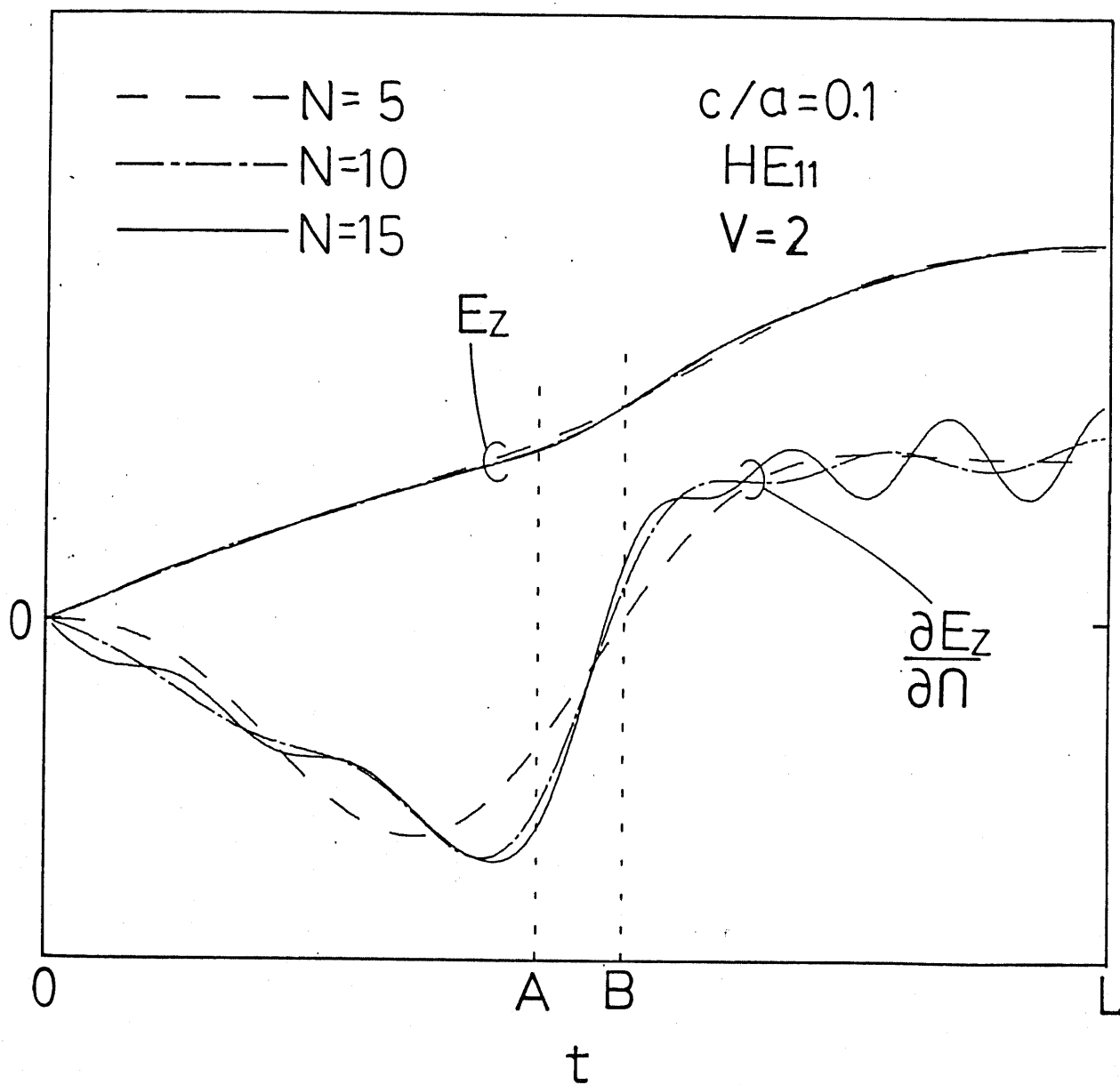
(a) $c/a=0.5$

図4-13 HE_{11} モードの電界の境界上とその法線方向微分の値



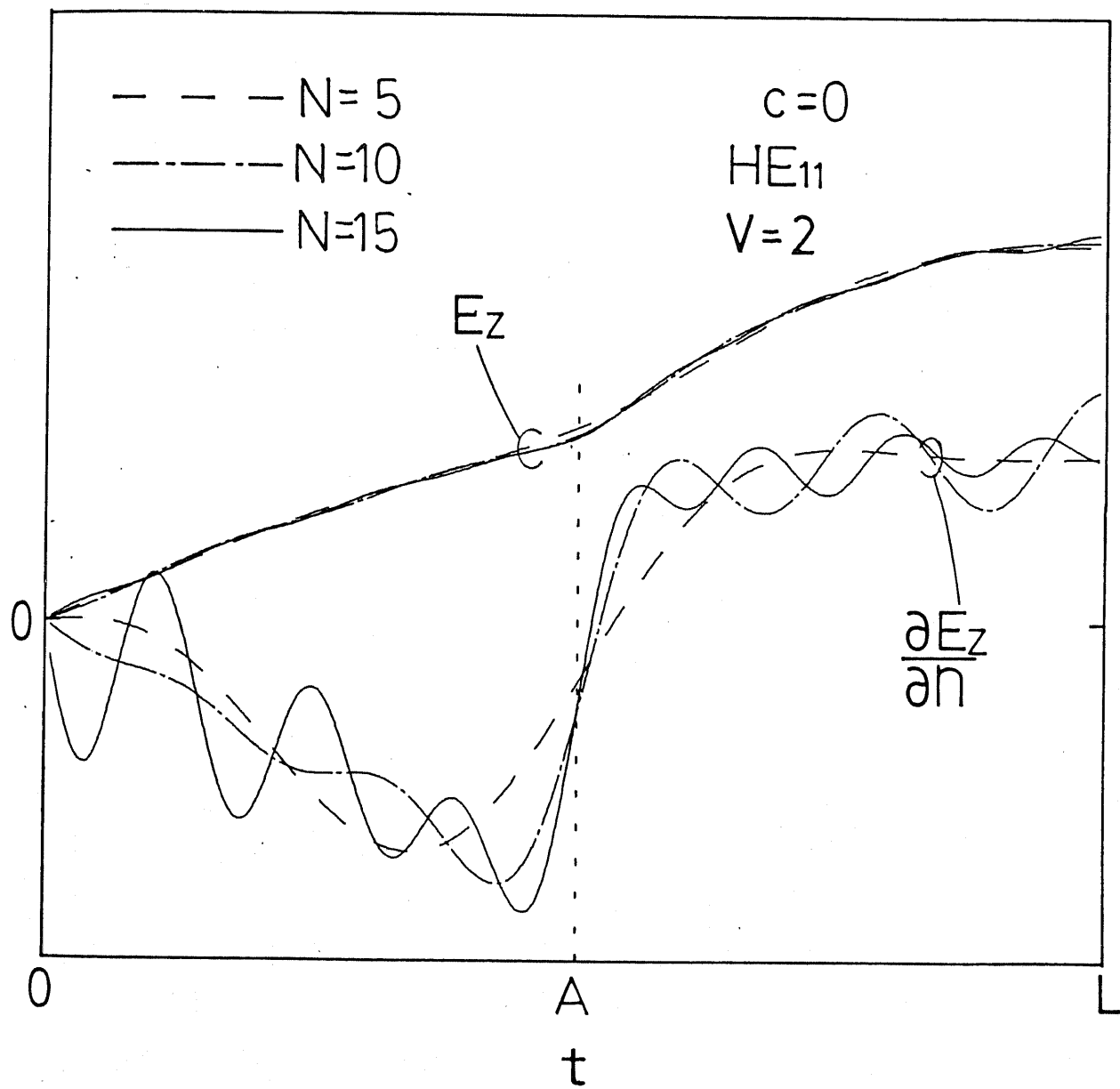
(b) $c/a=0.3$

図4-13 HE_{11} モードの電界の境界上とその法線方向微分の値



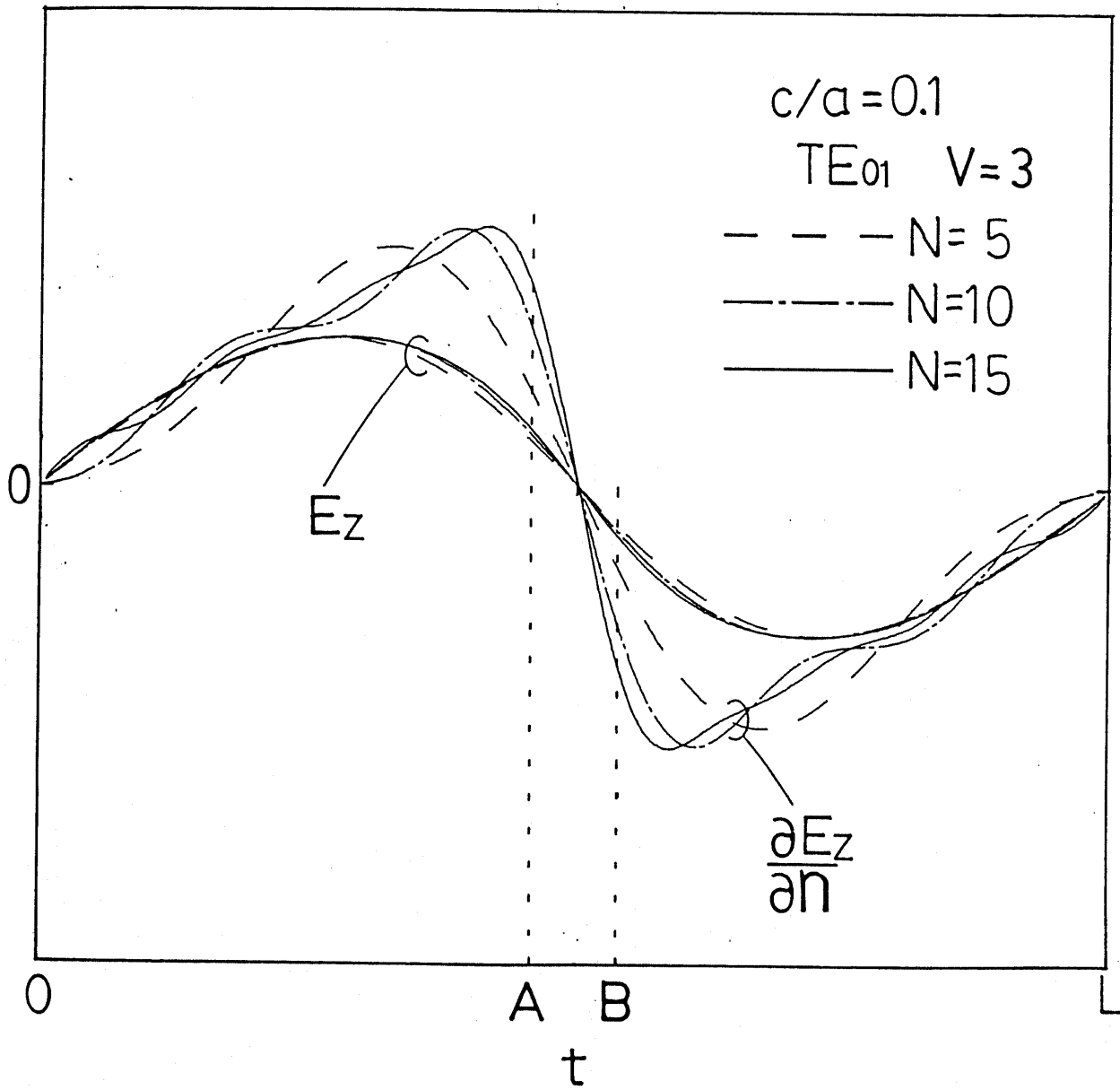
(c) $c/a=0.1$

図4-13 HE_{11} モードの電界の境界上とその法線方向微分の値



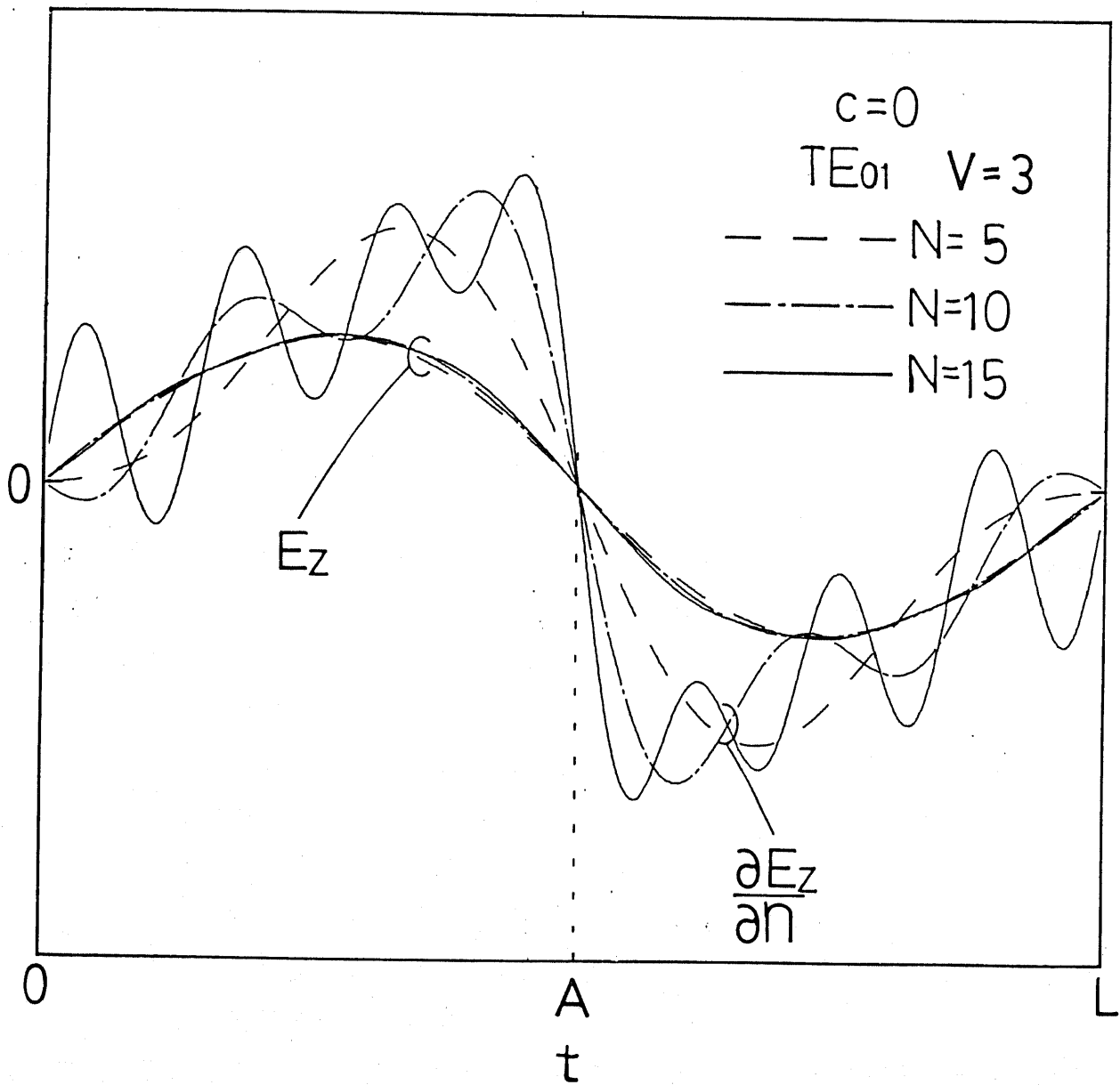
(d) $c=0$

図4-13 HE₁₁モードの電界の境界上とその法線方向微分の値



(a) $c/a=0.1$

図4-14 TE_{01} モードの電界の境界上とその法線方向微分の値



(b) $c=0$

図4-14 TE_{01} モードの電界の境界上とその法線方向微分の値

4-6 むすび

本章では、グリーン関数を用いない境界積分法による、均一コア光ファイバの固有伝搬モード解析のための境界積分法の定式化を示した。この方法においては、境界上の電磁界を三角関数のフーリエ級数で表しているのので、3節で示したようにコア形状が円形の場合は、電磁界はその一項のみで表され、解析的な解を与える。また、前章においては円形境界の固有値問題において多重円柱座標における重み関数の選択法を用いた場合には、スプリアス解が発生したが、本章3節の軸対称均一コア光ファイバの固有値方程式の導出においてはスプリアス解を含まない固有値方程式が得られている。これは、式(4-13)'における行列の反転によって、前章ではスプリアス解の原因となった関数の零点が相殺されるためであると考えられる。

実際の数値解析においては、コア形状が円形から遠ざかるにつれて、電磁界を表すためのフーリエ級数の項数を多くとらねばならないことは4,5節に示した数値解析結果より明らかである。このようにフーリエ級数の項数を多くとることにより、それに対応して重み関数を多数取る必要がでてくるが、2節において述べたふたとおりの重み関数の選択法のうち、本章で数値解析に用いた a)の方法においては関数の変化の仕方が急激な高次の第二種ベッセル関数の数値積分を行わねばならず、楕円断面において $\varepsilon > 0.5$ となる形状の解析においては高い計算精度を得ることが困難となる。

グリーン関数を用いない境界積分法による均一コア光ファイバの固有モード解析の持つ特徴は、次のようにまとめることができる。

- I 従来の境界要素法と同様に無限領域の扱いが容易である。
- II スプリアス解は解析を行った範囲においては発生しない。円形断面の場合にはこのことが解析的に証明できる。
- III 電磁界の近似関数を三角関数のフーリエ級数で表しているのので、境界上の $\partial E_{z1}/\partial t$, $\partial H_{z1}/\partial t$ もまた三角関数となり、境界条件の適用は極めて容易である。
- IV グリーン関数を用いないため、定式化が従来の境界要素法よりやや容易である。
- V 複雑な境界形状の解析は、数値積分の精度の点において困難になる。
- VI 境界上に端点がある場合のように、 E_{z1} と H_{z1} が境界上で微分不可能な場合においても計算精度はやや劣化するが、適用は可能である。

第5章 複合媒質光ファイバの固有モード解析

5-1	まえがき	88
5-2	複合媒質解析のための境界積分法の定式化	89
5-3	絶対単一偏波光ファイバの解析	94
5-4	むすび	103

5-1 まえがき

前章では、グリーン関数を用いない境界積分法を任意のコア断面形状を持つ均一コア光ファイバの固有モード解析に適用して、その数値解析法としての有効性を確かめた。しかるに、単一偏波光ファイバにおいてより高いモード複屈折を得たい場合や、片方の HE_{11} モードが遮断状態となる絶対単一偏波特性を得たい場合には、屈折率分布を非軸対称複合化する必要がある。本章では、そのような複合媒質光ファイバの固有伝搬モード解析のためのグリーン関数を用いない境界積分法の定式化を前章で行った定式化の基礎に立つて行う。複合媒質中の境界の取り方と、それらの境界上における電磁界のフーリエ級数展開法、各領域の重み関数の選択法について検討する。そして、この定式化を最も単純な構造の複合媒質光ファイバ[39]の解析に適用し、絶対単一偏波光ファイバとしての基礎的な特性を明らかにする。

5-2 複合媒質解析のための境界積分法の定式化

解析の対象とする複合媒質光ファイバは、図5-1のように単一のコア、それを囲む無限媒質のクラッド、クラッドの中にコアとは独立に存在する複数個のトンネルまたはビットと呼ばれる屈折率の低い部分の3媒質により構成される[19-25, 28, 29, 37-39]。以後、これらの領域は、添え字 "I", "C", "T" で表す。コア、クラッド、トンネルの屈折率 n_1, n_c, n_T の間には次の大小関係が成立しているものとする。

$$n_1 > n_c > n_T \quad (5-1)$$

各領域において、伝搬モードの電磁界のz軸方向成分 $E_{zI}, H_{zI} (I=1, C, T)$ は式(4-1)のヘルムホルツ方程式を満足する。コア・クラッド境界、およびトンネル・クラッド境界上では、式(4-3)と同様な境界条件を満足する。

前章と同様にグリーン関数を用いない境界積分法においては、式(4-5)の積分方程式を、各領域の境界において用いる。これにより、境界上の電磁界の値とその法線方向微分とを数値的に関係づけることができる。前章と異なり、構造が三媒質から構成されているのでこれに対する考慮を行う必要がある。

境界上の電磁界の近似関数および重み関数は以下のように選ぶ。

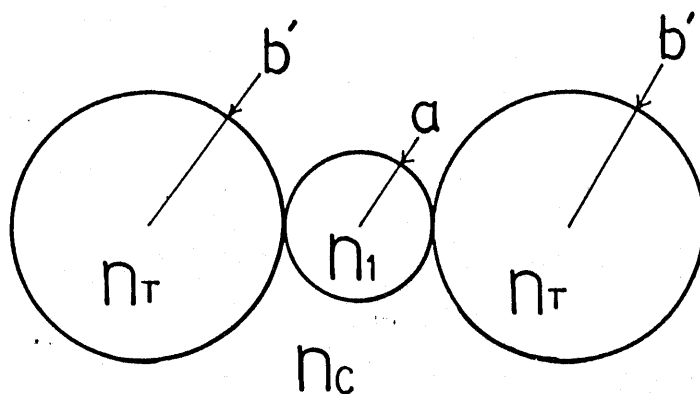


図5-1 複合媒質光ファイバ

◎ 境界上の電磁界

境界上の電磁界は、前章と同様に境界上の曲線座標上でフーリエ三角級数によって表す。ただし、境界を図5-2のように、コア・クラッド境界 Γ_1 とトンネル・クラッド境界 Γ_T に分離して考え、それぞれの曲線座標 t_1, t_T 上で次のように電磁界を表現する。

$$E_z = \begin{cases} \sum_j a_{1j} \cos\left(\frac{j\pi t_1}{2L_1} + \rho\right) & (\text{コア・クラッド境界}) \\ \sum_j a_{Tj} \cos\left(\frac{j\pi t_T}{2L_T} + \rho\right) & (\text{トンネル・クラッド境界}) \end{cases} \quad (5-2-a)$$

$$H_z = \begin{cases} \sum_j b_{1j} \sin\left(\frac{j\pi t_1}{2L_1} + \rho\right) & (\text{コア・クラッド境界}) \\ \sum_j b_{Tj} \sin\left(\frac{j\pi t_T}{2L_T} + \rho\right) & (\text{トンネル・クラッド境界}) \end{cases} \quad (5-2-b)$$

電磁界の法線方向微分についても同様に次のように表す。

$$\frac{\partial E_z}{\partial n} = \begin{cases} \sum_j c_{1j}^J \cos\left(\frac{j\pi t_1}{2L_1} + \rho\right) & (\text{コア・クラッド境界}) \\ \sum_j c_{Tj}^K \cos\left(\frac{j\pi t_T}{2L_T} + \rho\right) & (\text{トンネル・クラッド境界}) \end{cases} \quad (5-3-a)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial n} = \begin{cases} \sum_j d_{1j}^J \sin\left(\frac{j\pi t_1}{2L_1} + \rho\right) & (\text{コア・クラッド境界}) \\ \sum_j d_{Tj}^K \sin\left(\frac{j\pi t_T}{2L_T} + \rho\right) & (\text{トンネル・クラッド境界}) \end{cases} \quad (5-3-b)$$

ただし、添え字 $J=1, C$, $K=C, T$ で、これらによってコア, クラッド, トンネルの各領域に関する量であることを表す。

◎ 重み関数

電界、磁界それぞれに対応する重み関数 ψ_{Ei} , ψ_{Hi} は、各領域において円柱調和関数として、図5-2の多重円柱座標によって次のように表す。

$$\psi_{Ei} = \begin{cases} J_i(\chi_1 r_1) \cos(i\theta_1 + \rho) & (\text{コア領域}) \\ K_i(\chi_c r_1) \cos(i\theta_1 + \rho) & (\text{クラッド領域}) \\ K_i(\chi_c r_T) \cos(i\theta_T + \rho) \\ + \rho K_i(\chi_c r_T) \cos(i\theta_T + \rho) & (\text{クラッド領域}) \\ I_i(\chi_T r_T) \cos(i\theta_T + \rho) & (\text{トンネル領域}) \end{cases} \quad (5-4-a)$$

$$\psi_{Hi} = \begin{cases} J_i(\chi_1 r_1) \sin(i\theta_1 + \rho) & (\text{コア領域}) \\ K_i(\chi_c r_1) \sin(i\theta_1 + \rho) & (\text{クラッド領域}) \\ K_i(\chi_c r_T) \sin(i\theta_T + \rho) \\ + \rho K_i(\chi_c r_T) \sin(i\theta_T + \rho) & (\text{クラッド領域}) \\ I_i(\chi_c r_T) \sin(i\theta_T + \rho) & (\text{トンネル領域}) \end{cases} \quad (5-4-b)$$

$$\chi_1 = (k_1^2 - \beta^2)^{\frac{1}{2}} \quad (5-4-c)$$

$$\chi_c = (\beta^2 - k_c^2)^{\frac{1}{2}} \quad (5-4-d)$$

$$\chi_T = (\beta^2 - k_T^2)^{\frac{1}{2}} \quad (5-4-e)$$

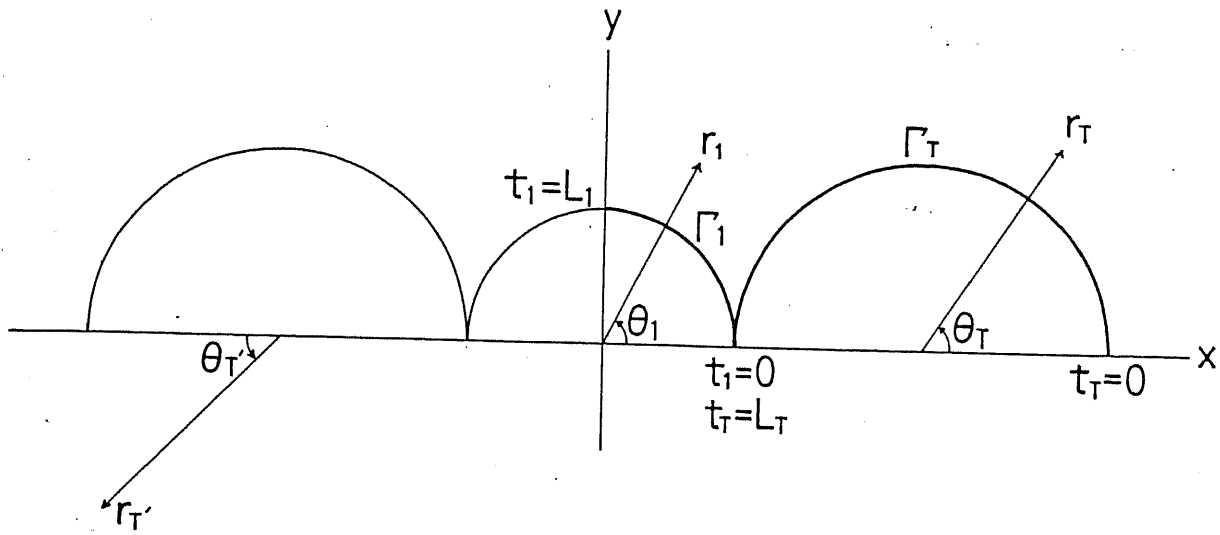


図5-2 解析に用いる境界と座標系

式(5-3), (5-4)においてフーリエ級数あるいは重み関数の次数、三角関数の位相角 ρ 、および p の値は、構造の二軸対称性による固有モードの電磁界の対称性に対応して表5-1のように選ぶ。ただし、式(5-3)のなかで、トンネル・クラッド境界の電磁界を表すフーリエ級数と式(5-4)の中でふたつのトンネルの円形の中心を原点とする円柱座標で記述された重み関数表現にある次数は、 $0, 1, 2, \dots$ と取ることとする。

これらの式を用いて式(4-5)を計算するとフーリエ係数ベクトル間の関係が正方行列により次のように書ける。

表5-1 対称性に関するパラメータの選び方

E_z の対称性		モード例	パラメータ		
x軸	y軸		i, j	ρ	p
対称	対称	TM_{0m}	偶数	0	1
対称	反対称	HE_{11}^x	奇数	0	-1
反対称	対称	HE_{11}^y	奇数	$\pi/2$	-1
反対称	反対称	TE_{0m}	偶数	$\pi/2$	1

$$[A^I] \mathbf{a}_I = [C^I] \mathbf{c}_{I^1} \quad (5-5-a)$$

$$[B^I] \mathbf{b}_I = [D^I] \mathbf{d}_{I^1} \quad (5-5-b)$$

$$[A^C] \begin{pmatrix} \mathbf{a}_I \\ \mathbf{a}_T \end{pmatrix} = [C^C] \begin{pmatrix} \mathbf{c}_{I^C} \\ \mathbf{c}_{T^C} \end{pmatrix} \quad (5-5-c)$$

$$[B^C] \begin{pmatrix} \mathbf{b}_I \\ \mathbf{b}_T \end{pmatrix} = [D^C] \begin{pmatrix} \mathbf{d}_{I^C} \\ \mathbf{d}_{T^C} \end{pmatrix} \quad (5-5-d)$$

$$[A^T] \mathbf{a}_T = [C^T] \mathbf{c}_{T^T} \quad (5-5-e)$$

$$[B^T] \mathbf{b}_T = [D^T] \mathbf{d}_{T^T} \quad (5-5-f)$$

境界における各領域の横断面電磁界の境界における接線成分 $\mathbf{t} \cdot \mathbf{E}_{tI}, \mathbf{t} \cdot \mathbf{H}_{tI} (I=1, C, T)$ は、前章の式(4-6)の関係から求められる。この式中の電磁界の法線方向微分については式(5-5)を用いることにより、接線方向微分については曲線座標上で直接微分することにより $\mathbf{t} \cdot \mathbf{E}_{tI}, \mathbf{t} \cdot \mathbf{H}_{tI}$ のフーリエ係数ベクトルは、 $\mathbf{a}_I, \mathbf{a}_T, \mathbf{b}_I, \mathbf{b}_T$ のみで表すことができる。これより前章と同様に各境界両側の $\mathbf{t} \cdot \mathbf{E}_{tI}, \mathbf{t} \cdot \mathbf{H}_{tI}$ のフーリエ成分を一致させることにより境界条件を適用できる。すると、次の形の同次方程式を得る。

$$[M] \begin{pmatrix} \mathbf{a}_I \\ \mathbf{a}_T \\ \mathbf{b}_I \\ \mathbf{b}_T \end{pmatrix} = 0 \quad (5-6)$$

ここで $[M]$ は、 $2(N_I + N_T)$ 次の正方行列である。ただし N_I, N_T はそれぞれコア・クラッド境界、トンネル・クラッド境界上の電磁界のフーリエ級数の項数である。これより、固有値方程式は次の形を取る。

$$\det [M] = 0 \quad (5-6')$$

5-3 絶対単一偏波光ファイバの解析

一般の軸対称屈折率分布を持つ光ファイバにおいて、屈折率が均質無限媒質のクラッドと異なる最も外側の領域までをコアと定義し、コアの半径を a 、コアの屈折率分布を中心からの距離 r の関数として $n(r)$ 、クラッドの屈折率を n_c とすると、次の式が成立する場合には HE_{11} モードが遮断周波数を持つことが証明されている[20, 21]。

$$\int_0^a \{n^2(r) - n_c^2\} r dr < 0 \quad (5-7)$$

式(5-7)は「コアの平均誘電率がクラッドの誘電率よりも小さい」ことを表している。したがって、この原理を非軸対称光ファイバの場合にあてはめると、複合媒質化した領域の誘電率の平均値をクラッドの誘電率よりも小さくすれば、ふたつの HE_{11} モードが遮断波長を持つということが予想できる。このことは、非軸対称光ファイバの場合にはまだ証明されていないが、クラッドよりも十分に屈折率の低い部分の存在によりふたつの HE_{11} モードが遮断周波数を持つようにすることができると考えてよい。そしてこの場合、屈折率分布の非軸対称性によりふたつの HE_{11} モードの遮断波長に差が生じ、その間の波長帯ではどちらかのモードのみが伝搬する絶対単一偏波が実現できる。このことを図5-1のような構造の光ファイバについて考えると、絶対単一偏波実現のためには次式のような条件が必要となる。

$$a \leq b' \quad (5-8-a)$$

$$n_1 - n_c \ll n_c - n_1 \quad (5-8-b)$$

本節においては前節で述べた複合媒質光ファイバ解析のための境界積分法の定式化により、図5-1の構造を持つ単一偏波光ファイバの解析を、その絶対単一偏波特性を中心として行う。

境界はすべて円形なので積分方程式(4-5)におけるベッセル関数と三角関数の積分はすべて解析的に実行できる。なぜならば、コア、トンネル領域については、積分境界上におけるベッセル関数の値は一定であり、三角関数の積の積分は解析的に実行できる。クラッド領域については、コアの中心とトンネルの中心を原点とする重み関数に対するそれぞれの境界上の積分の場合は上と同じ理由により、その他の場合は付録A-3に示すように解析的に実行できるからである。

解析に用いるパラメータの中で正規化周波数 V 、正規化伝搬定数 P 、正規化複屈折 B

については前章の式(4-25)で定義したものをを用いる。本章ではそれらの他に次の式で定義される絶対単一偏波比帯域 S [21, 22]

$$S = \frac{|V_{cx} - V_{cy}|}{(V_{cx} + V_{cy})/2} \quad (5-9)$$

を用いる。ここで V_{cx}, V_{cy} はそれぞれ HE_{11}^* , HE_{11}^y モードの遮断周波数である。

図5-3にコア・クラッド境界 Γ_1 とトンネル・クラッド境界 Γ_T の電磁界を表すフーリエ級数の項数の和 $N=N_1+N_T$ を増加させたときの HE_{11}^y モードの伝搬定数 P および複屈折 B の収束特性を示す。トンネル径が大きいほど、そして P と比較すると B の方が収束が遅くなっているが、いずれの場合も極めて良好な収束特性を示している。

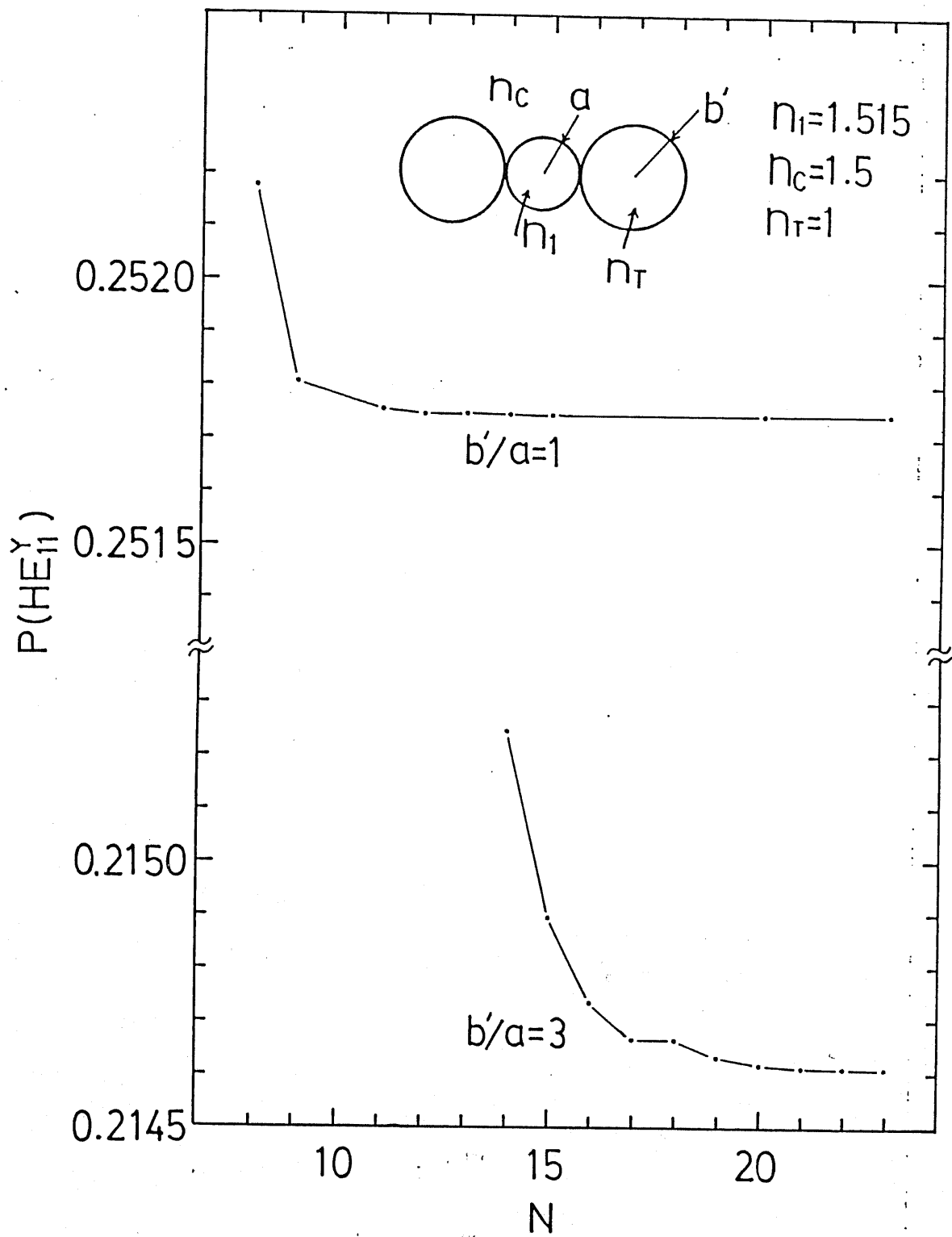
図5-4は、複屈折 B の周波数特性の点整合法[39]による結果との比較を示す。これによると、本論文の結果と点整合法による結果は良い一致を示していることがわかる。

図5-5にコア径とトンネル径が等しいときの分散特性を示す。トンネル部分の屈折率が1.5(クラッドと等しい)の場合(真円コアファイバ)と、1.0の場合との比較により、トンネル部分の屈折率を下げることによって、ふたつの HE_{11} モードの伝搬定数に大きな差が生じている。このような大きな差は、前章の図4-6の楕円コアの場合のようにコア形状の変形のみでは得られないものである。さらにこの場合は、式(5-8)の関係を満足しているので、 HE_{11}^y モードのみが伝搬しうる絶対単一偏波帯域が生じていることがわかる。

図5-6に、トンネル半径のコア半径に対する比 a/b' を1, 2, 3と取った場合の複屈折の周波数特性を示す。ただし、図中の矢印(↓)は、 HE_{11}^* モードの遮断周波数の位置を表す。この図によると、各トンネル径をについて、複屈折は HE_{11}^* モードの遮断周波数付近で最大値を取ることがわかる。そしてトンネル径を大きくすることによりその最大値はゆるやかに増加する。また、複屈折の値は楕円コアの場合の図4-8と比較すると1桁程度大きくなっている。

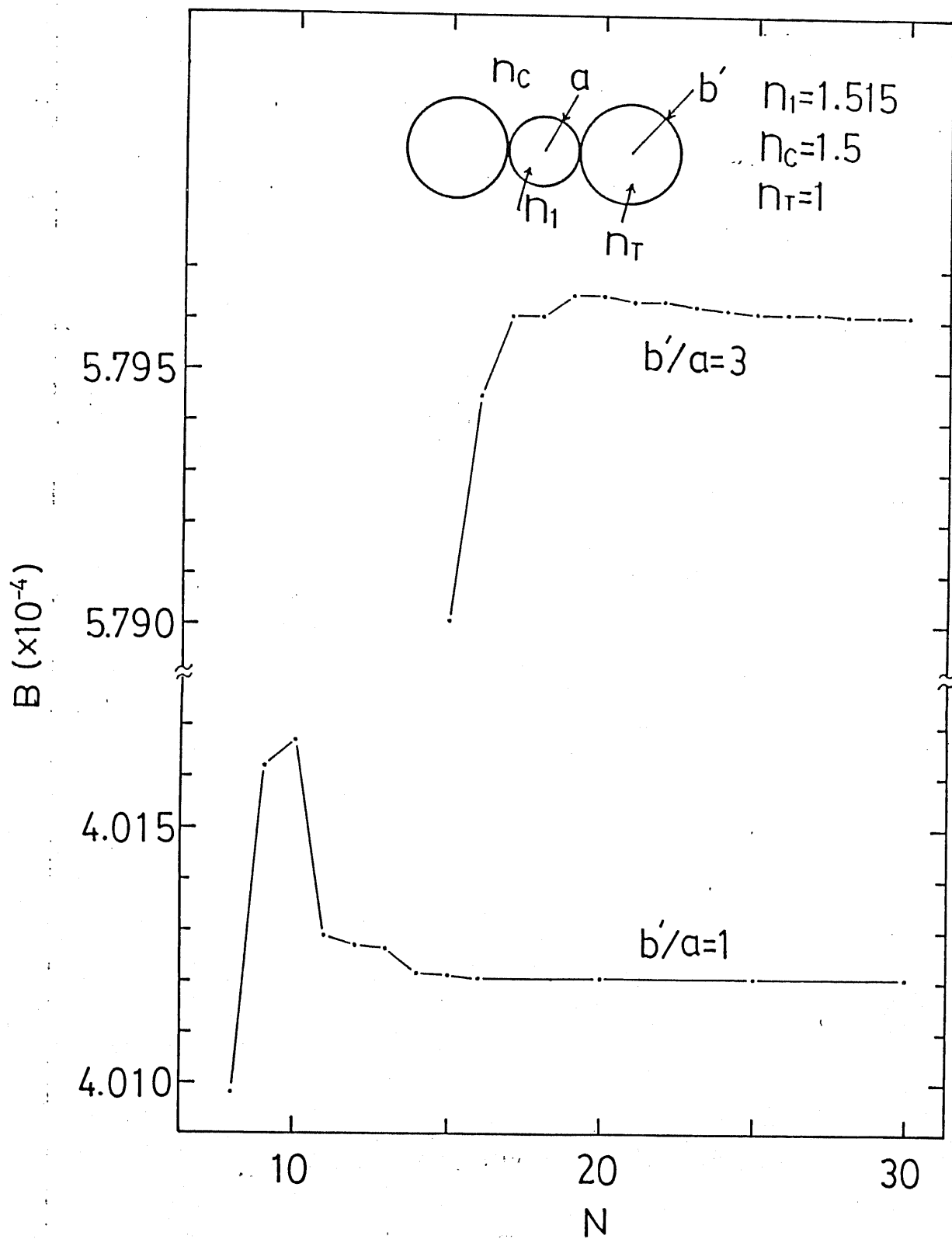
図5-7に、絶対単一偏波比帯域のトンネル径に対する依存性を示す。トンネル径を大きくすることにより比帯域は複屈折と同様にゆるやかに増加することがわかる。

図5-8に、 HE_{11}^* モードの遮断周波数における正規化複屈折と、比帯域のコアとクラッドの屈折率差 Δ に対する依存性を示す。この図より、複屈折と比帯域は、図示の Δ の範囲内ではそれぞれ Δ の1.5乗、0.5乗に比例することがわかる。



(a) HE₁₁モードの伝搬定数

図5-3 収束特性



(b) 正規化複屈折

图5-3 収束特性

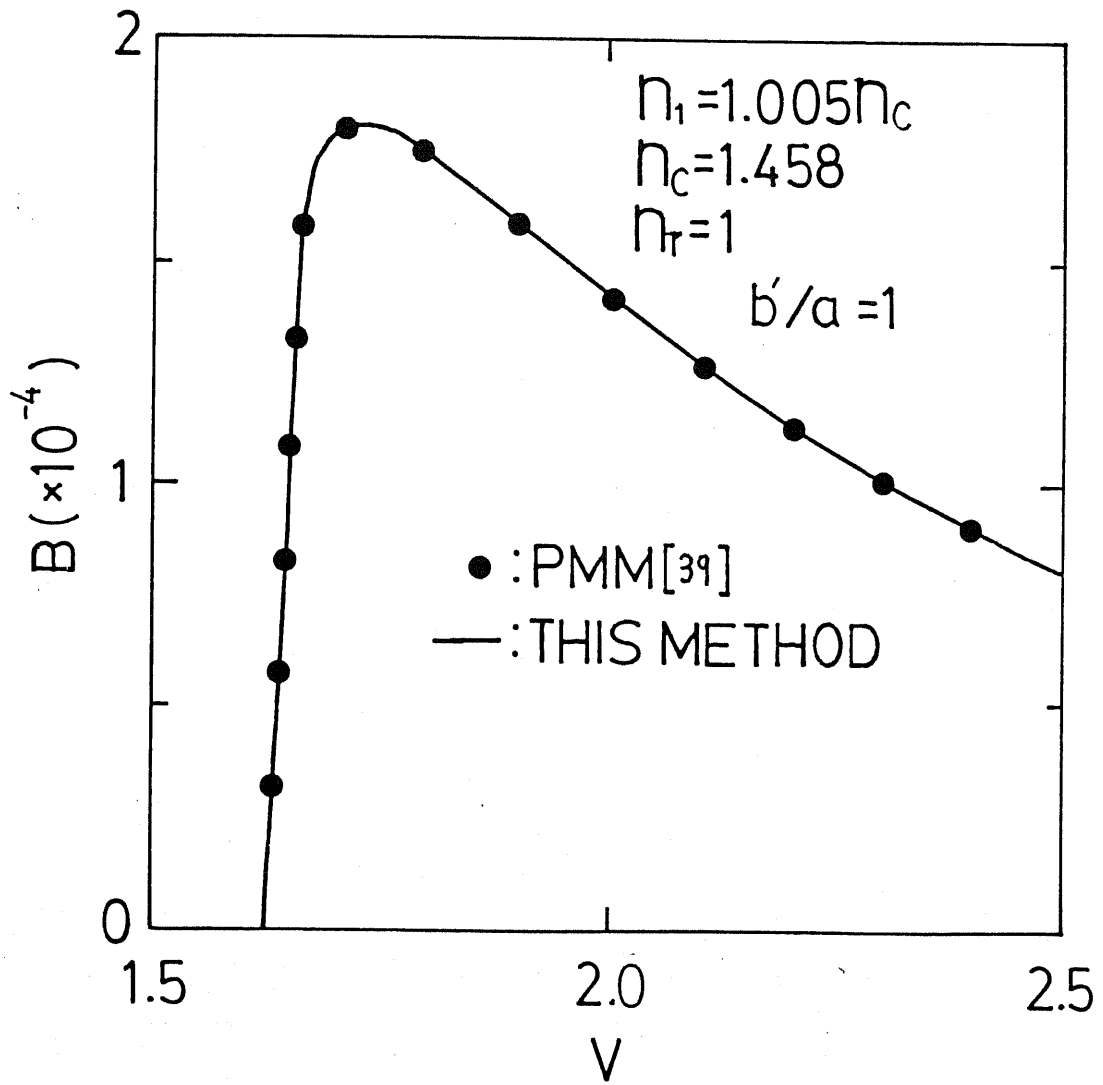


図5-4 複屈折特性の点整合法による解析結果[39]との比較

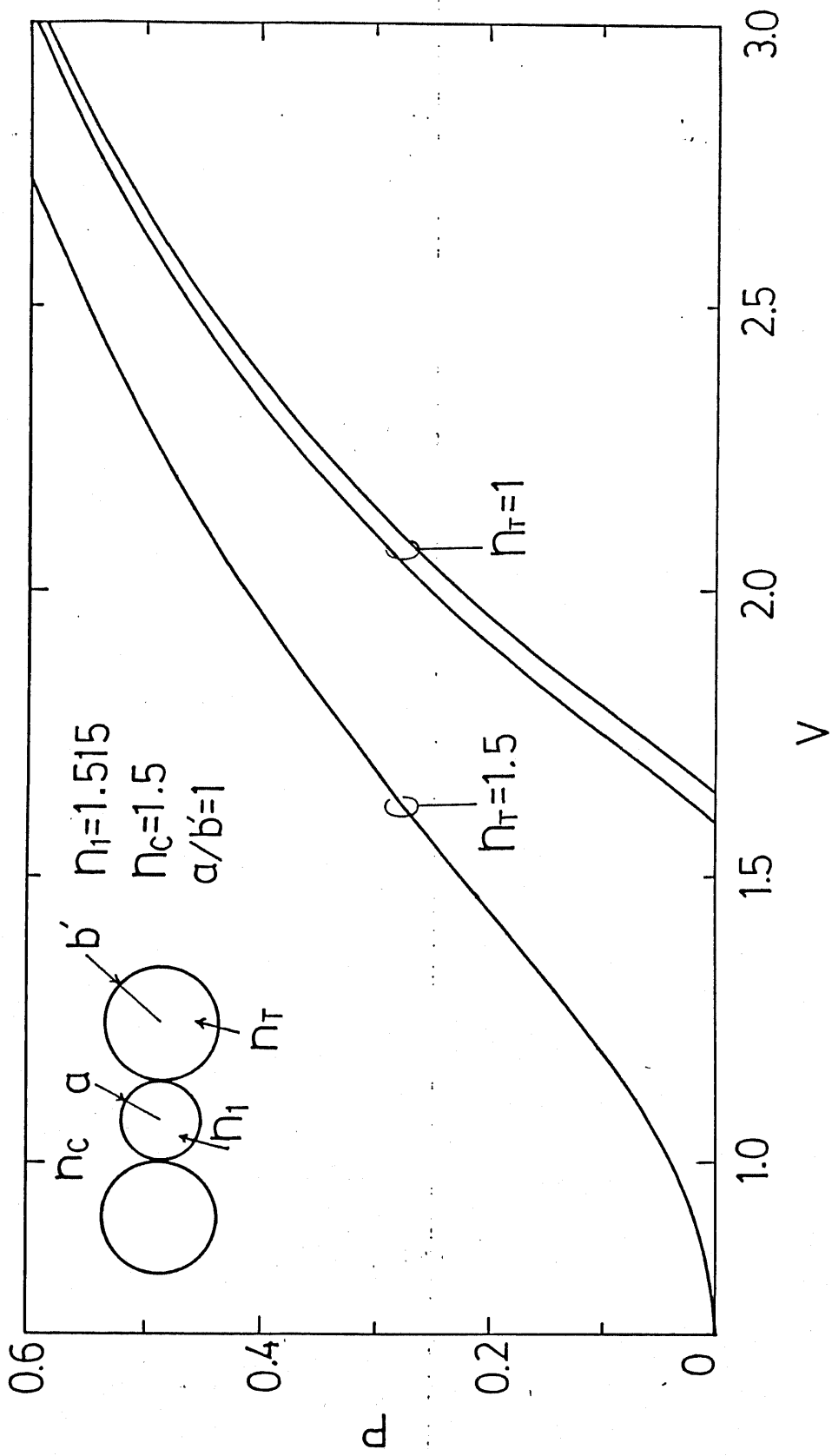


图5-5 分散特性

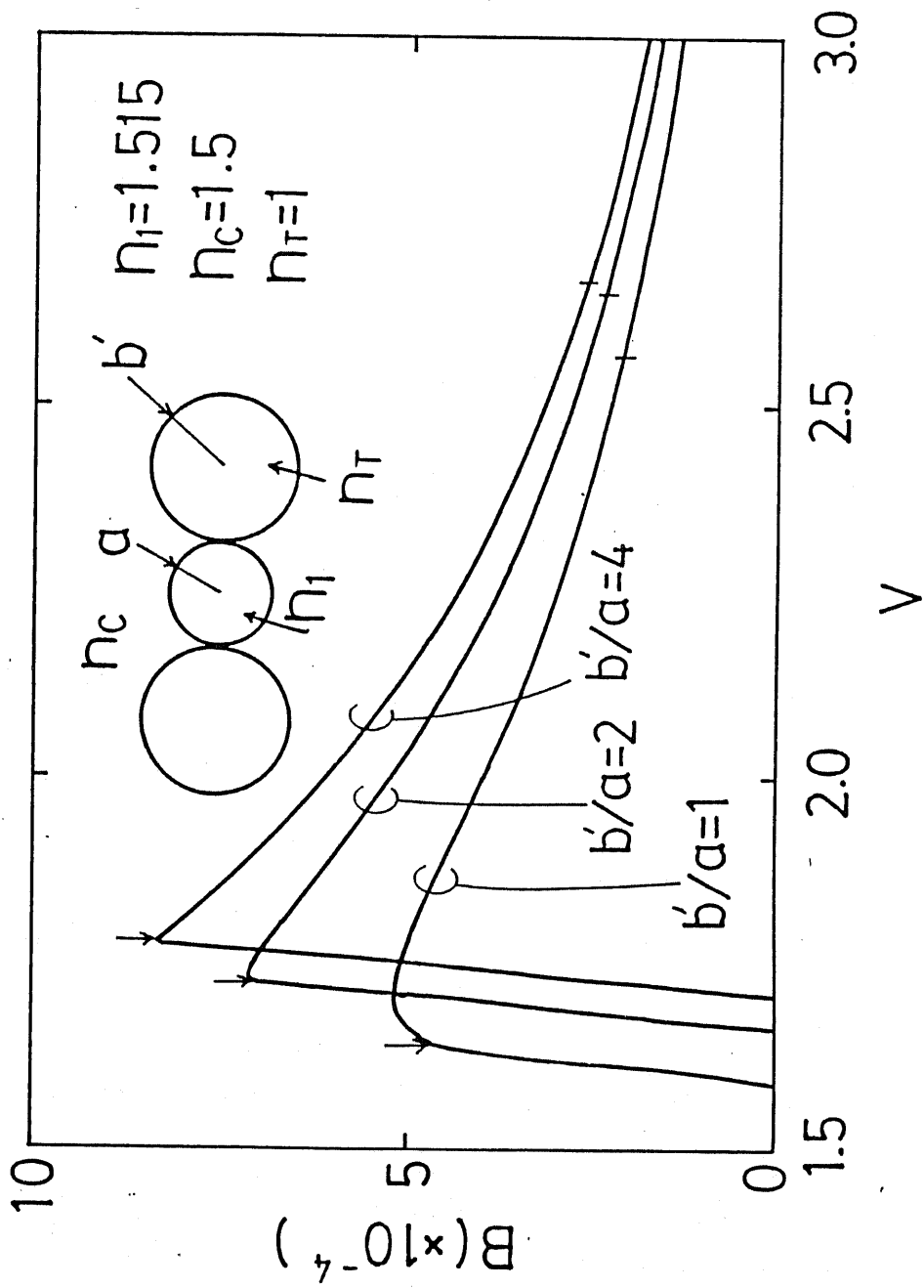


图 5-6 複屈折特性

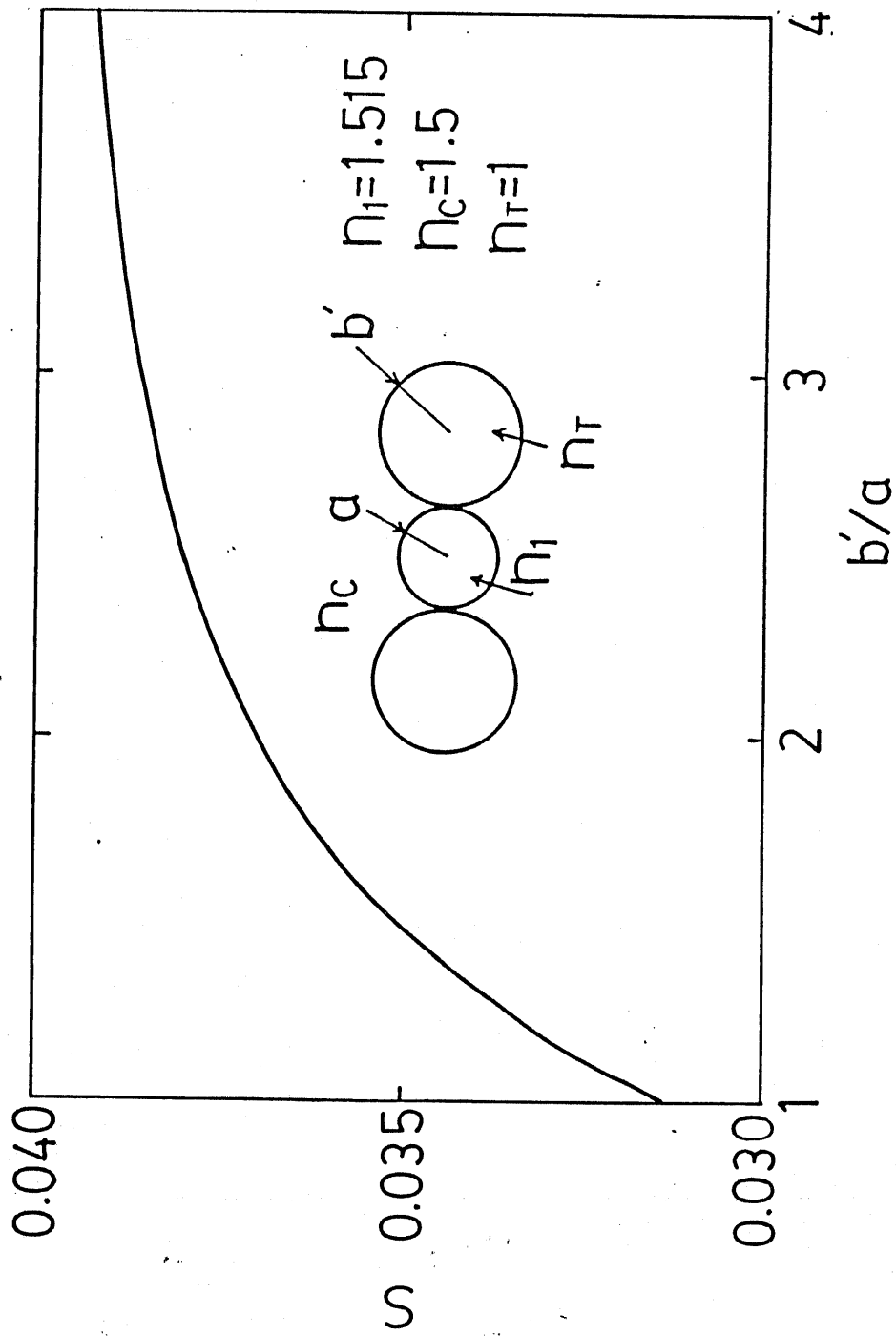


図5-7 比帯域のトンネル径依存性

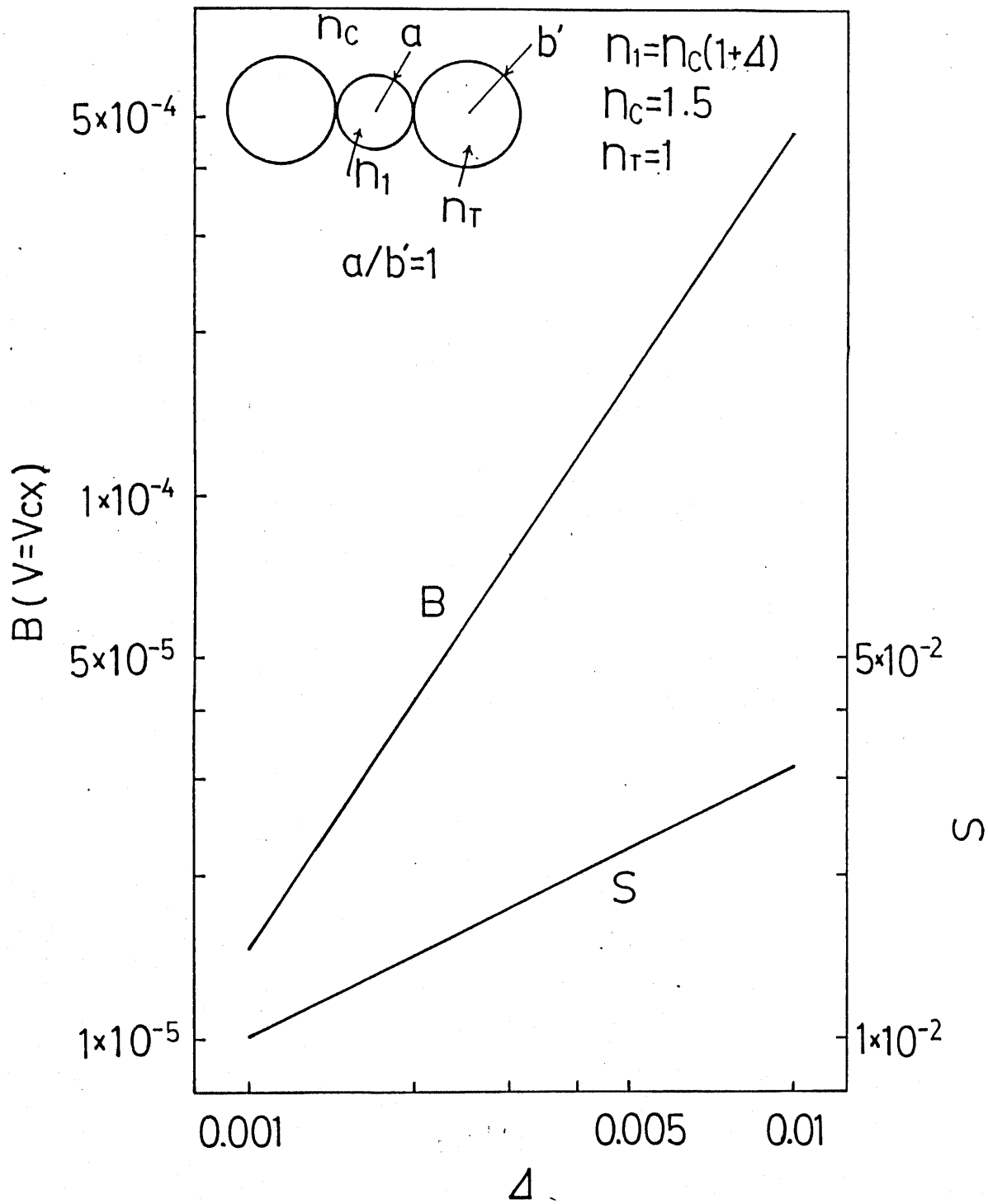


図5-8 複屈折と比帯域のコアとクラッドの屈折率差依存性

5-4 むすび

本章では、グリーン関数を用いない境界積分法定式化を複合媒質光ファイバの固有モード解析に適用し、その応用例として、図5-1のような最も単純な構造の複合媒質光ファイバの解析を主として絶対単一偏波特性について行った。その結果、この解析方法が複合媒質構造に対しても極めて有効であることがわかった。

解析の結果から、図5-1の構造の複合媒質光ファイバにおける絶対単一偏波特性を確認した。複屈折特性は、多くの非軸対称光ファイバ[6,20-24,37-39]において見られるように、コアとクラッドの屈折率差 Δ の巾乗(この場合は1.5乗)に比例することがわかった。また、絶対単一偏波の比帯域は、複屈折の場合よりも1だけ低い Δ の巾乗(この場合は0.5乗)に比例することもわかった。このように、複屈折と比帯域の Δ 依存性が Δ の1乗だけ異なることは、複屈折の定義式(4-25-d)と比帯域の定義式(5-9)を比較するとわかるように、比帯域は屈折率量に関しては無名数であるが複屈折の屈折率に関する次元は1であることから理解できる。

4章における楕円コア光ファイバにおいては、絶対単一偏波特性の実現はできないが、コア形状の変形による複屈折特性は有する。したがって、本章で解析した構造はコア形状が円形であるが、この構造においてさらにコア形状を非円形にすれば、より良い絶対単一偏波特性を得られることが予想できる。

第6章 サイドトンネル型絶対単一偏波光ファイバの解析

6-1	まえがき	105
6-2	サイドトンネル型絶対単一偏波光ファイバ	106
6-3	境界条件の考え方	108
6-4	数値解析結果	110
6-5	高次モードの異常接近現象	129
6-6	最適構造の決定	137
6-7	むすび	146

6-1 まえがき

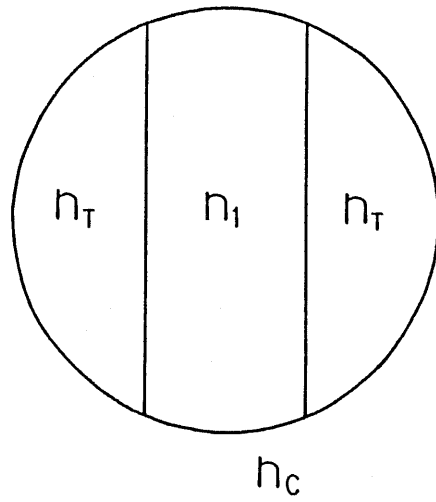
非軸対称光ファイバにおいて、より良い単一偏波特性を得るためには、4,5章の数値解析結果から、コア形状を非円形化することと、媒質を非軸対称複合化することを併用するのが望ましいことが推測される。このふたつの単一偏波特性の向上方法を併用した非軸対称光ファイバの代表的なものが、サイドトンネル型絶対単一偏波光ファイバ[8,13,14,19-25,27-29,38,62]である。過去のいくつかの解析によると、サイドトンネル型光ファイバは良好な複屈折特性を示すことが明らかにされている[19-25,27-29,38,62]。しかし、これが提案された当初の目的である絶対単一偏波光ファイバとしての特性[22]と、絶対単一偏波特性よる構造の最適化、性能の劣化の原因となる高次モードの異常接近現象[24,25,28,29]などについての定量的な解析はほとんどなされていない。

本章では、サイドトンネル型絶対単一偏波光ファイバの固有モード解析を、その絶対単一偏波特性を中心として行う。そして高次モードの異常接近現象を定量的に解明し、それをふまえたうえで最適な構造を決定する。固有モード解析の手法としては、前章で行った複合媒質光ファイバの解析のためのグリーン関数を用いない境界積分法の定式化を応用する。

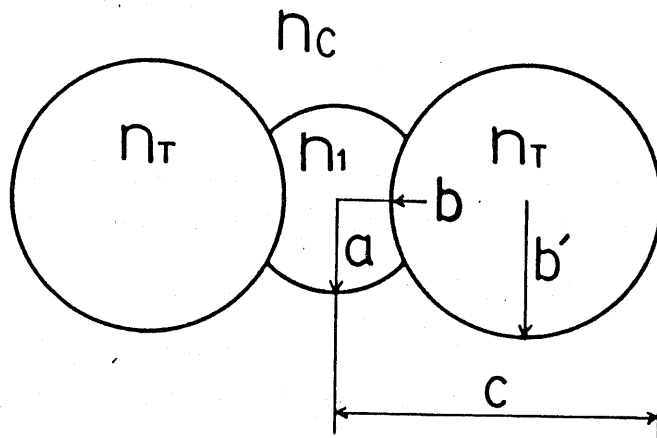
6-2 サイドトンネル型絶対単一偏波光ファイバ

サイドトンネル型絶対単一偏波光ファイバとは、図6-1のように、コアの両側にトンネルと呼ばれる屈折率が1(真空に等しい)の部分を持つ光ファイバである[8,13,14,22,23]。トンネルの存在により、前章で解析した複合媒質光ファイバと同様に高い複屈折特性を有し、トンネル部分の断面積が十分大きい場合には絶対単一偏波特性を持たせることができる。この光ファイバの構造は、当初は同図-(a)のようなものとして提案された[22]が、ファイバの線引中に生ずるトンネル内面の表面張力によってトンネル形状が丸くなるので、実際に製造される構造は同図-(b)のようになる[8,22,23]。そのような理由から現在では同図のような構造のものとして製造している[13,14]。すなわち、前章で解析した複合媒質光ファイバにおいて、トンネルがコアに食い込んだ構造となっている。

サイドトンネル型光ファイバの構造を記述する際には、従来は、図6-1-(b)における最外径に対するコア半径の比 q/c と、最外径に対する中心からトンネルまでの距離の比 b/c が用いられてきたが、これらのパラメータはそもそもが有限要素法解析に便利のために用いられてきてものであり[23-25,28,29]、構造を直感的に把握するためのパラメータとしては不適當である。したがって本章の解析においてはコア半径に対するトンネル半径の比 b'/q と、トンネルのコアへの食い込み比 b/q のふたつのパラメータを中心として用いる。



(a) 提案された当初の構造



(b) 実際の構造

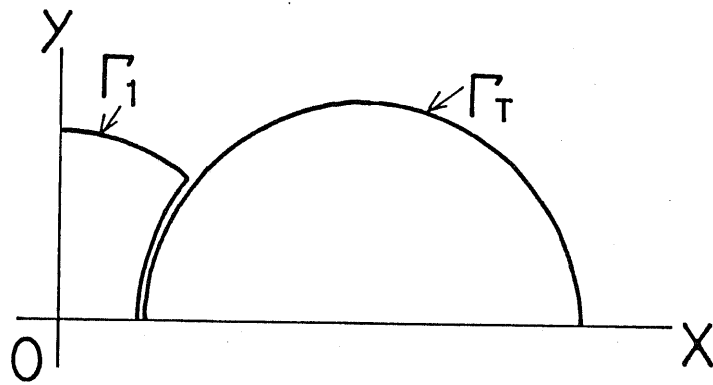
図6-1 サイドトンネル型絶対単一偏波光ファイバ

6-3 境界条件の考え方

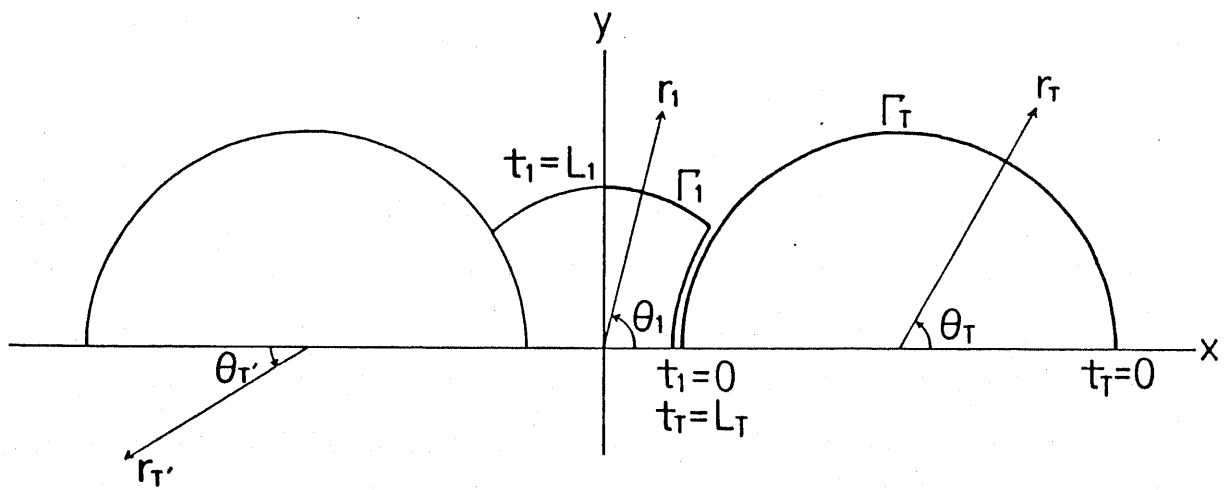
前章で解析を行った複合媒質光ファイバの構造においてはコア・クラッド、トンネル・クラッドのふたつの境界が独立して存在しているので、それぞれの境界上で電磁界を独立にフーリエ級数展開して境界積分方程式(2-8)に適用することができる。一方、図6-1-(b)のサイドトンネル型光ファイバの構造においては、コア・クラッド、コア・トンネル、トンネル・クラッドの三つの境界は一点で接続されている。したがって各境界上で電磁界をフーリエ展開した場合、各境界上の電磁界をその点で接続する必要が生じ、これを含めた境界条件の総数と電磁界の展開に用いた係数の総数が一致しなくなるので、数値解析が複雑になる。そこで本章では解析を簡単に行うために、前章で行った定式化をそのまま適用することを考える。すなわち、図6-2-(a)に示すように、コア・トンネル境界においては、コアとトンネルが無限小の距離を隔てて存在していると考えて、コア・クラッド、トンネル・クラッドのふたつの境界が独立して存在しているとみなしてしまう。このようにすれば、前章で行った定式化が適用できる。

ここで注意すべきことは、コア・クラッド境界とトンネル・クラッド境界が無限小の距離を隔てて接している部分においては、ふたつの境界上の電磁界は境界条件を満足する必要があるが、ここでの境界条件は直接は適用していない。すなわちふたつの境界上の電磁界の接線成分が互いに等しいという条件は考慮していない。このことについては、次節で改めて考察する。

解析のための座標系は、前章の図5-2-(b)に対応して、図6-2-(b)のように境界上の曲線座標および重み関数のための多重円柱座標をとる。境界上の z 軸方向電磁界と、その法線方向微分のフーリエ級数展開、および重み関数の選択の方法は前章の式(5-2)~(5-4)と表5-1に示されているものと全く同様であり、最終的に求められる固有値方程式も式(5-6)と同様な形式をとる。



(a) 無限小の距離を隔てて接しているふたつの境界



(b) 座標系

図6-2 解析に用いる境界と座標系

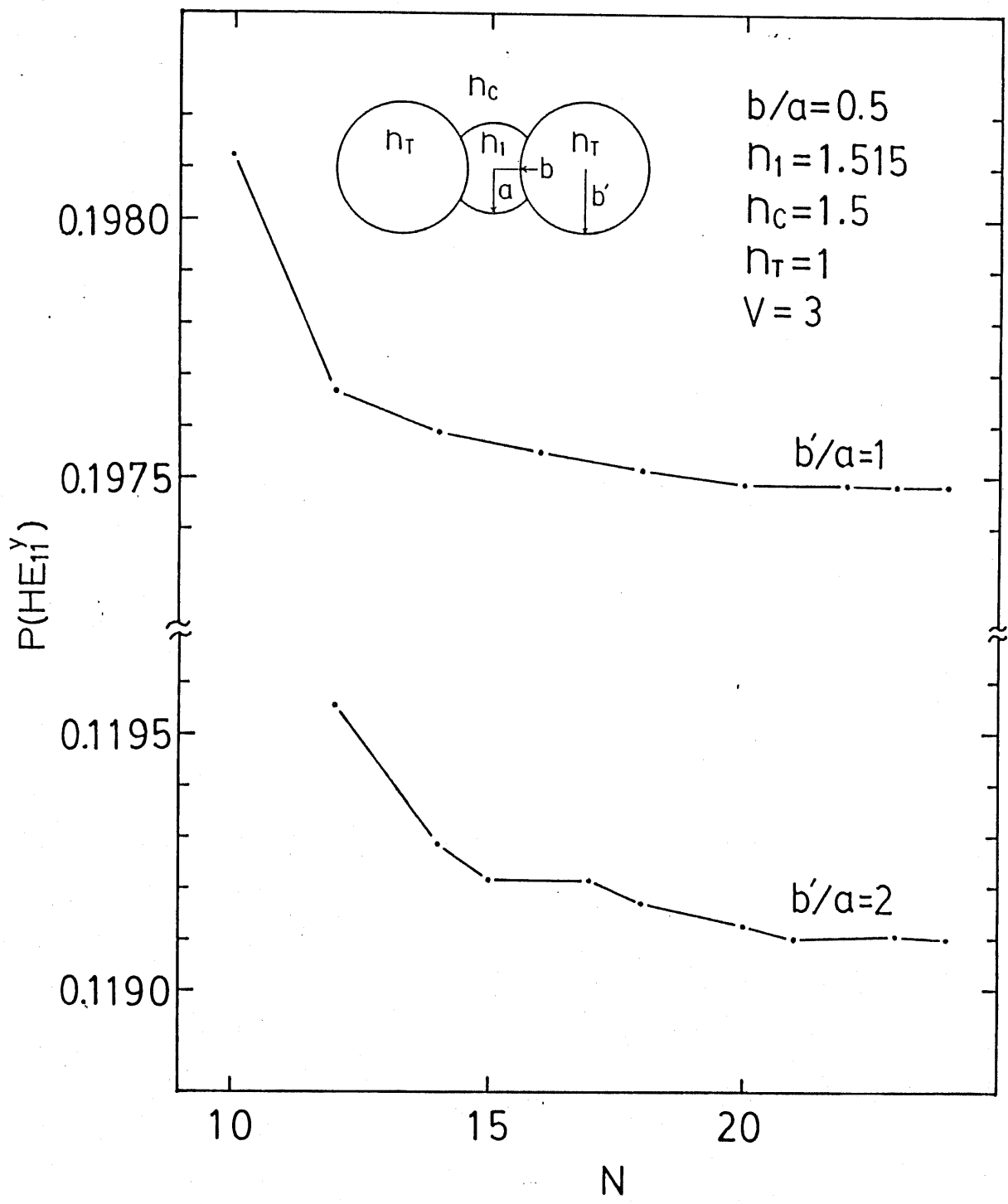
6-4 数値解析結果

本節では、グリーン関数を用いない境界積分法によるサイドトンネル型単一偏波光ファイバの固有モード解析の有効性について示す。解析に用いるパラメータのなかで、構造を記述するもの以外については式(5-9)で定義したものをを用いる。

まず、図6-3,4に境界上の電磁界のフーリエ級数の項を増やしたときのいくつかの固有値の収束特性を示す。図6-3は図5-3と同様な HE_{11} モードの伝搬定数 P と複屈折 B の収束特性である。図5-3と比較すると、コア上にある端点、およびコア境界とトンネル境界の共通部分の存在によって収束がやや遅くなっていることがわかる。図6-4は、 HE_{11} モードの遮断周波数 V_{cy} と、絶対単一偏波の比帯域 S の収束特性である。これらの図から、コアとクラッド境界上の電磁界のフーリエ展開の項数の和 $N=N_1+N_2=20$ とすることにより、伝搬定数と遮断周波数は4桁、複屈折と比帯域は3桁程度の精度で計算できることがわかる。すなわち、コア境界上の端点の存在、コア境界とトンネル境界の共通部分の存在にもかかわらず、かなり高い精度で固有値が計算できる。ここで、各モードの遮断周波数は正規化伝搬定数の値が0.001となる正規化周波数の値[21]として求めた。

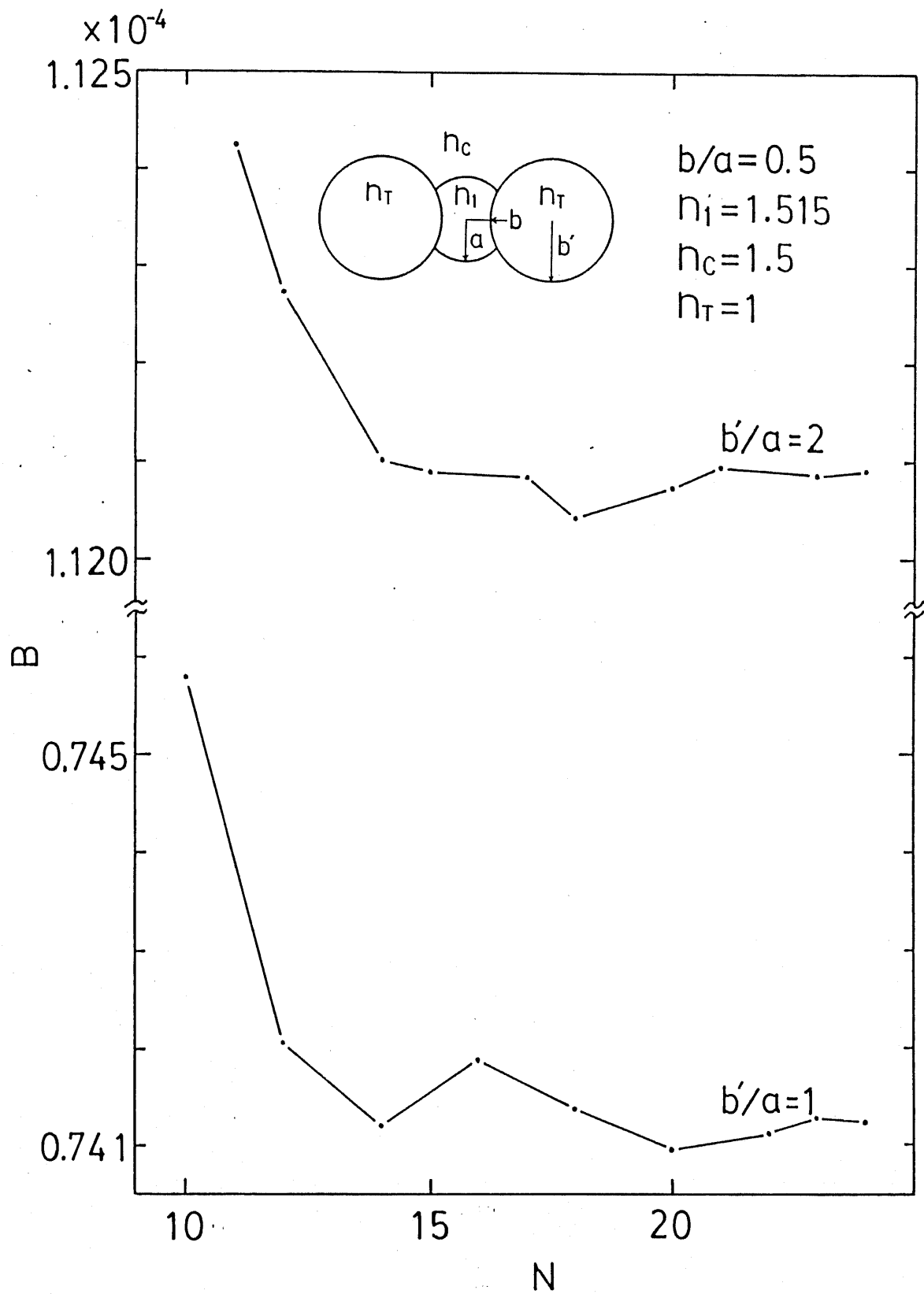
以上のように固有値については境界条件の適用の方法にかかわらず高い精度で計算できることが示されたが、境界上の電磁界についてはどのようなになっているかということをも以下に考察する。

コア境界とトンネル境界の共通部分における両境界上の電磁界は境界条件を満足していなければならない。しかし、前節で述べたように、本章の数値解析においてはそのような境界条件は直接は課しておらず、コア・クラッド、トンネル・クラッドそれぞれの境界の両側で電磁界が連続であるという条件のみが課されている。図6-5は、境界上の電磁界がふたつの境界の共通部分において連続になっていることを確かめるために、低次の4モードの電磁界の z 軸方向成分の境界上における値を計算してある。図中において縦の破線の左側がコア境界とトンネル境界の共通部分を示している。その部分においては、いずれのモードにおいてもコア境界とトンネル境界上の電磁界の値は良い一致を示しているため、図6-2のような境界の取り方を行えば、ふたつの境界の共通部分における境界条件も自動的に満足されることが示された。



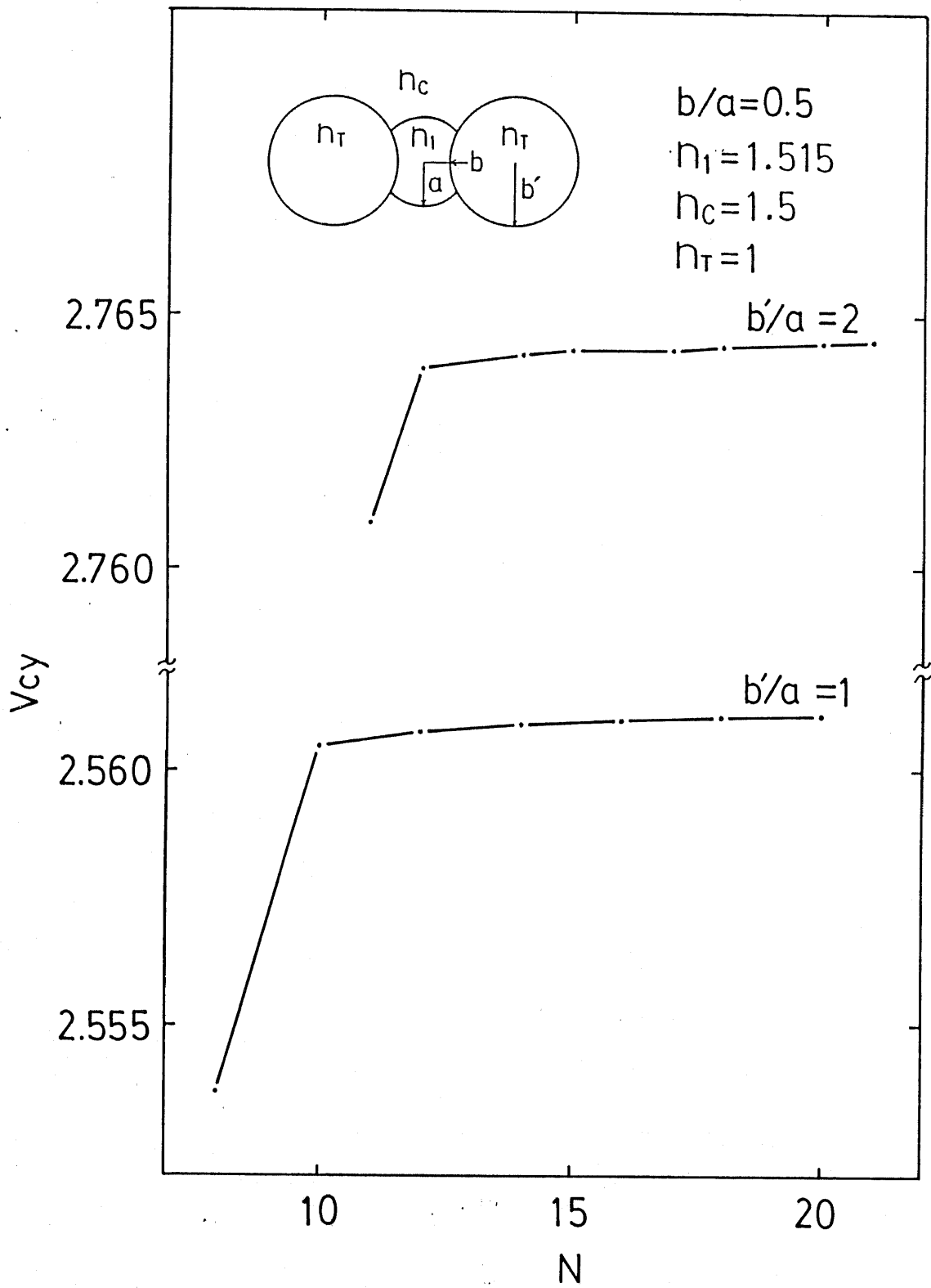
(a) HE₁₁モードの伝搬定数

図6-3 伝搬定数に関する量の収束特性



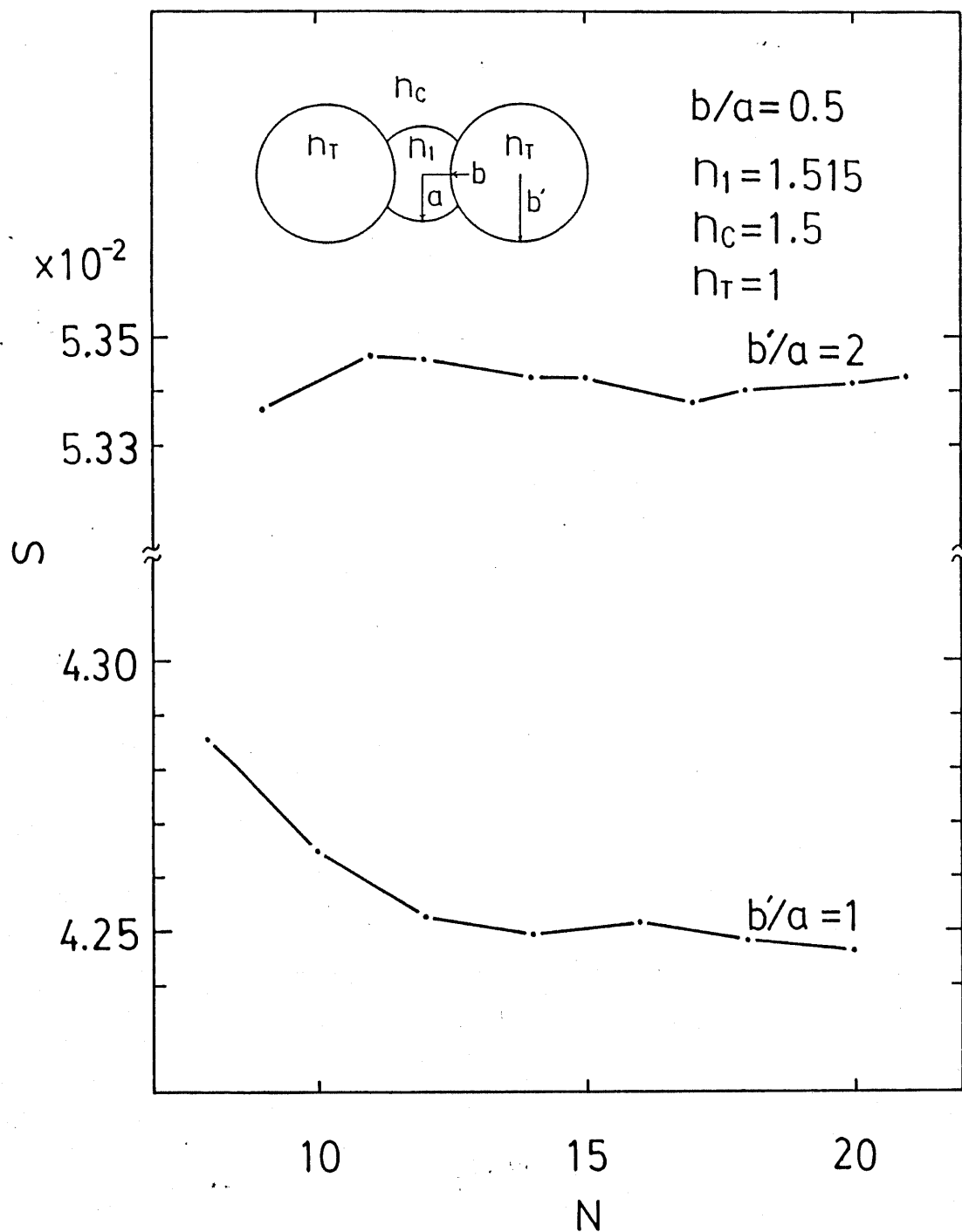
(b) 正規化複屈折

図6-3 伝搬定数に関する量の収束特性



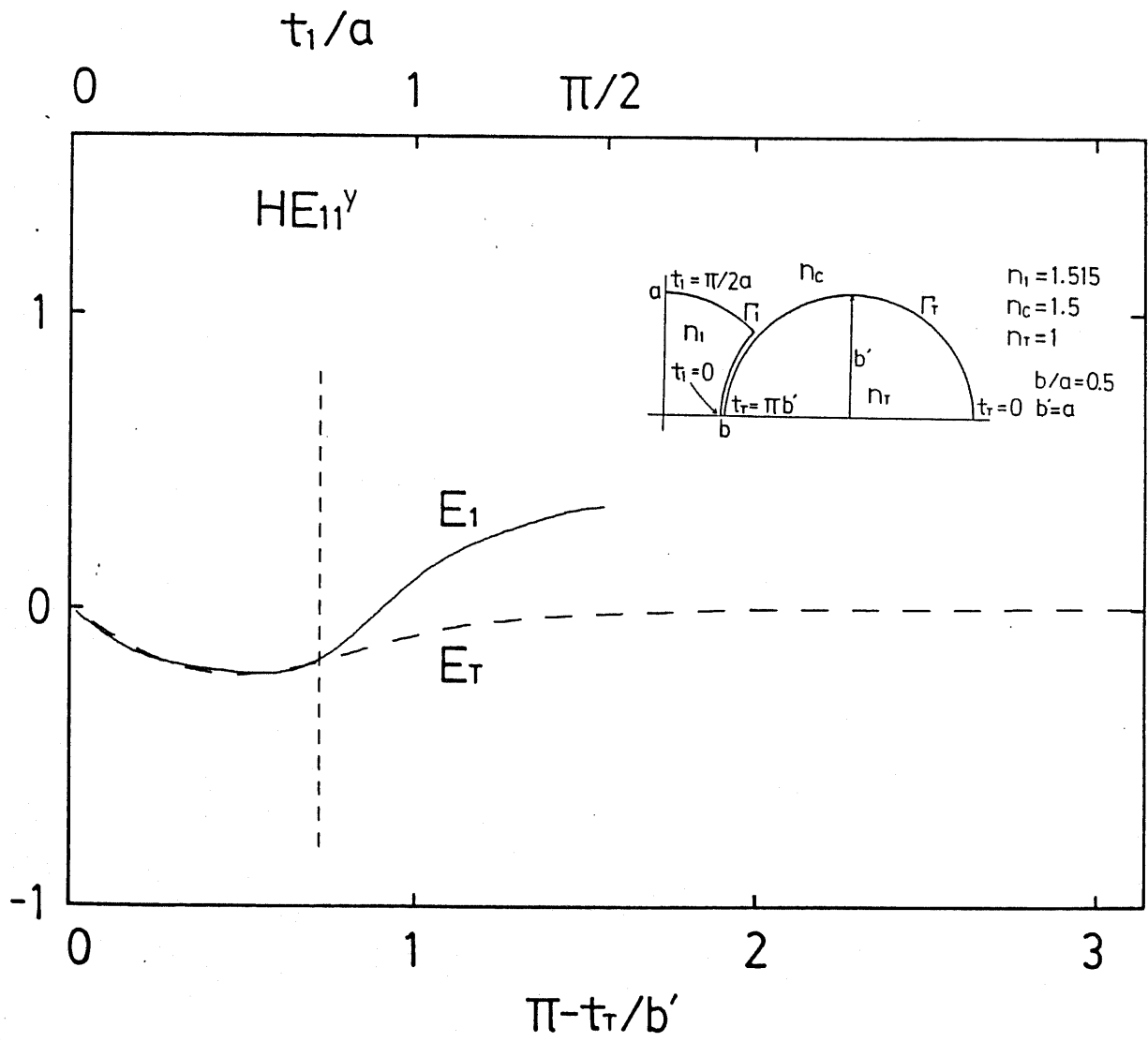
(a) HE₁₁モードの遮断周波数

図6-4 周波数に関する量の収束特性



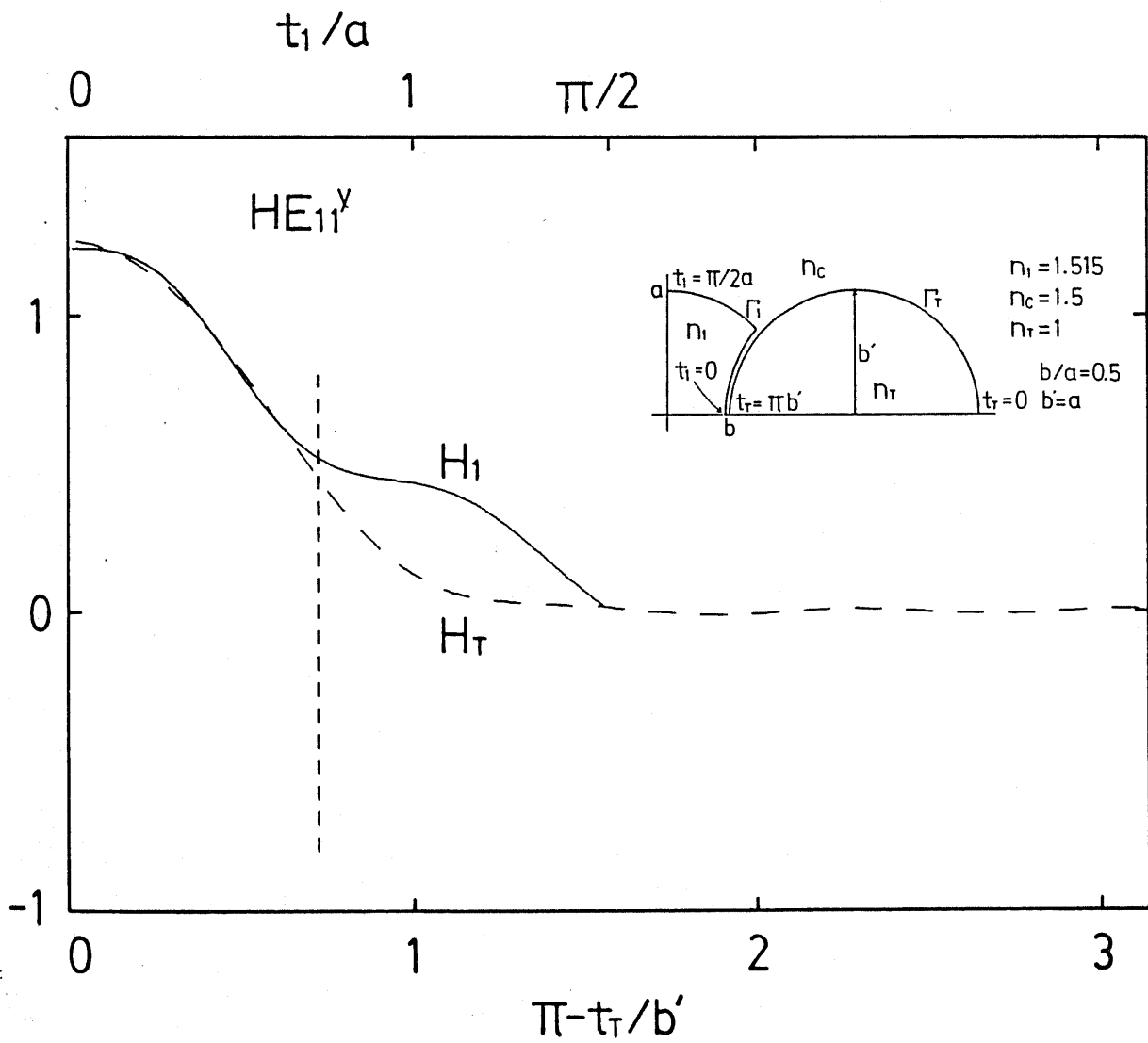
(b) 絶対単一偏波の比帯域

図6-4 周波数に関する量の収束特性



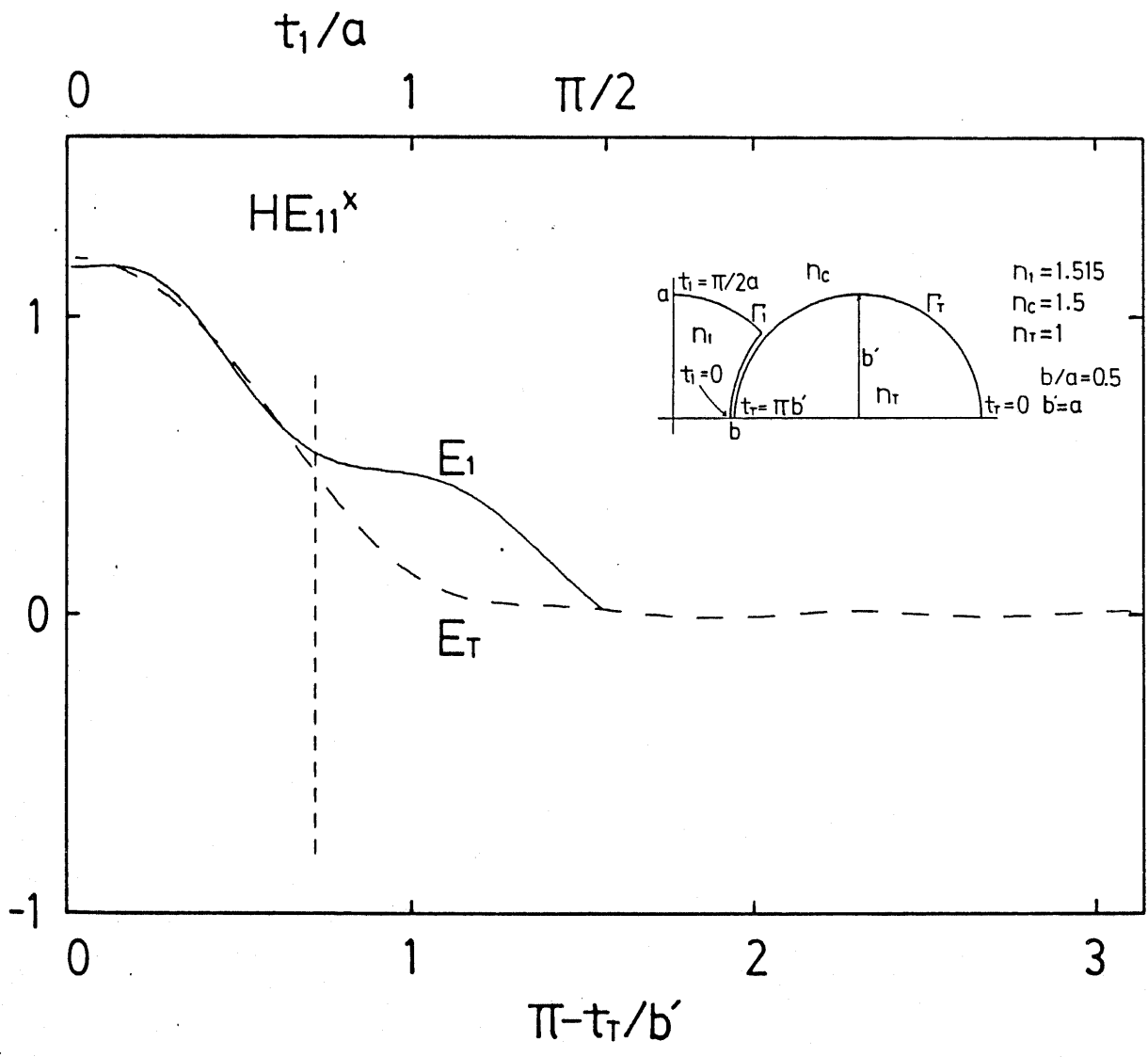
(a) HE_{11} モードの電界

図6-5 境界上の電磁界の値



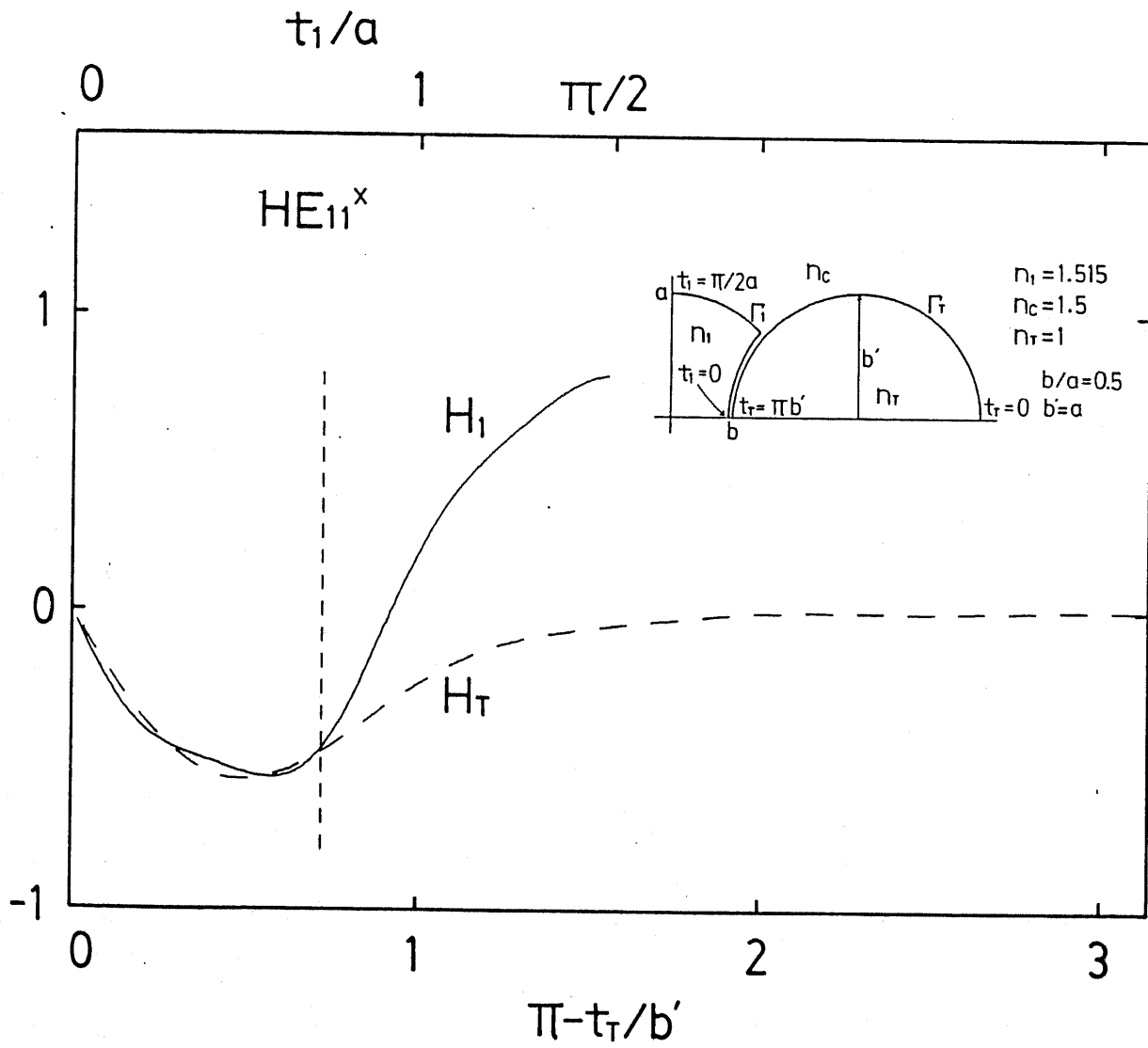
(b) HE_{11} モードの磁界

図6-5 境界上の電磁界の値



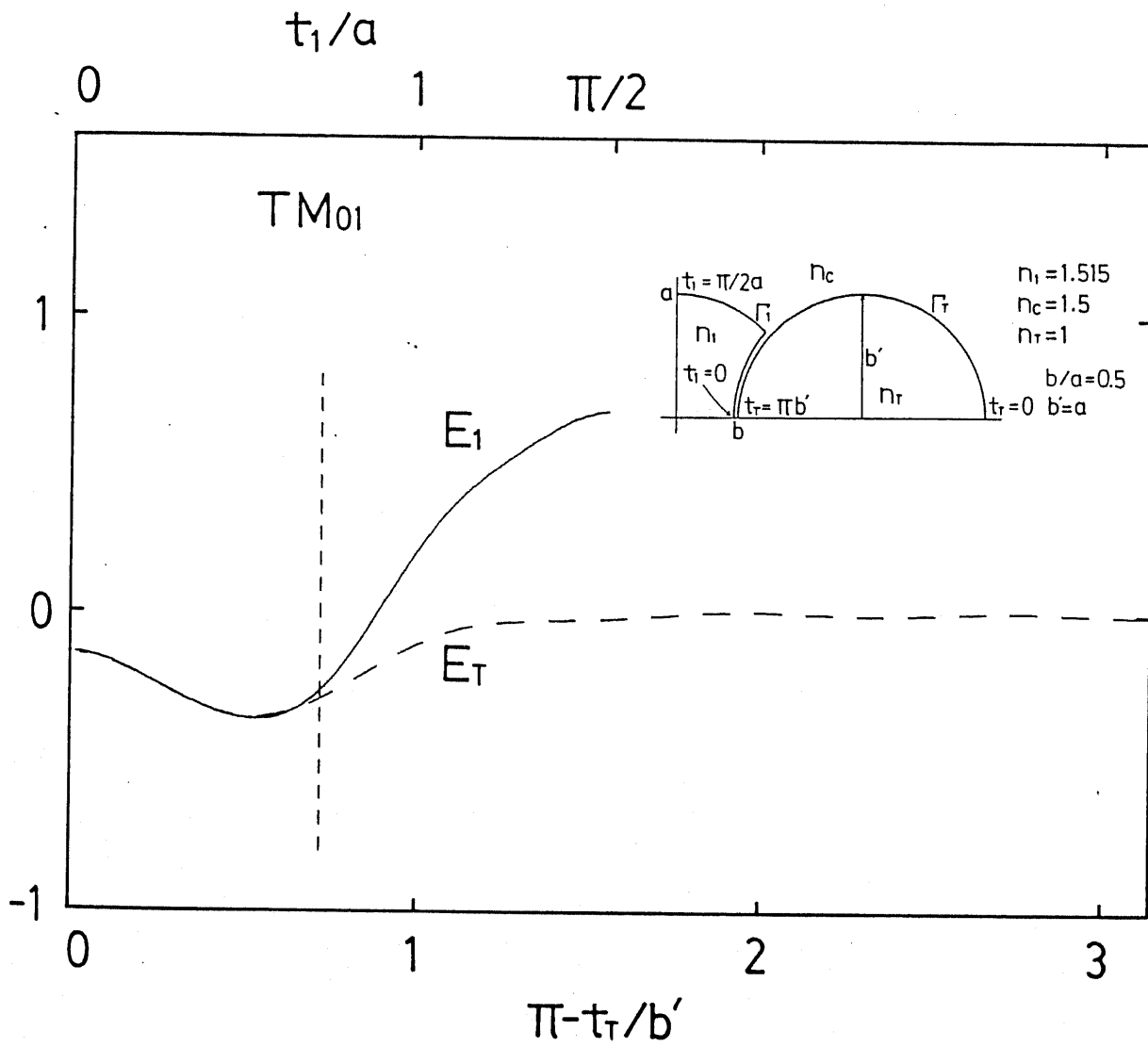
(c) HE_{11}^* モードの電界

図6-5 境界上の電磁界の値



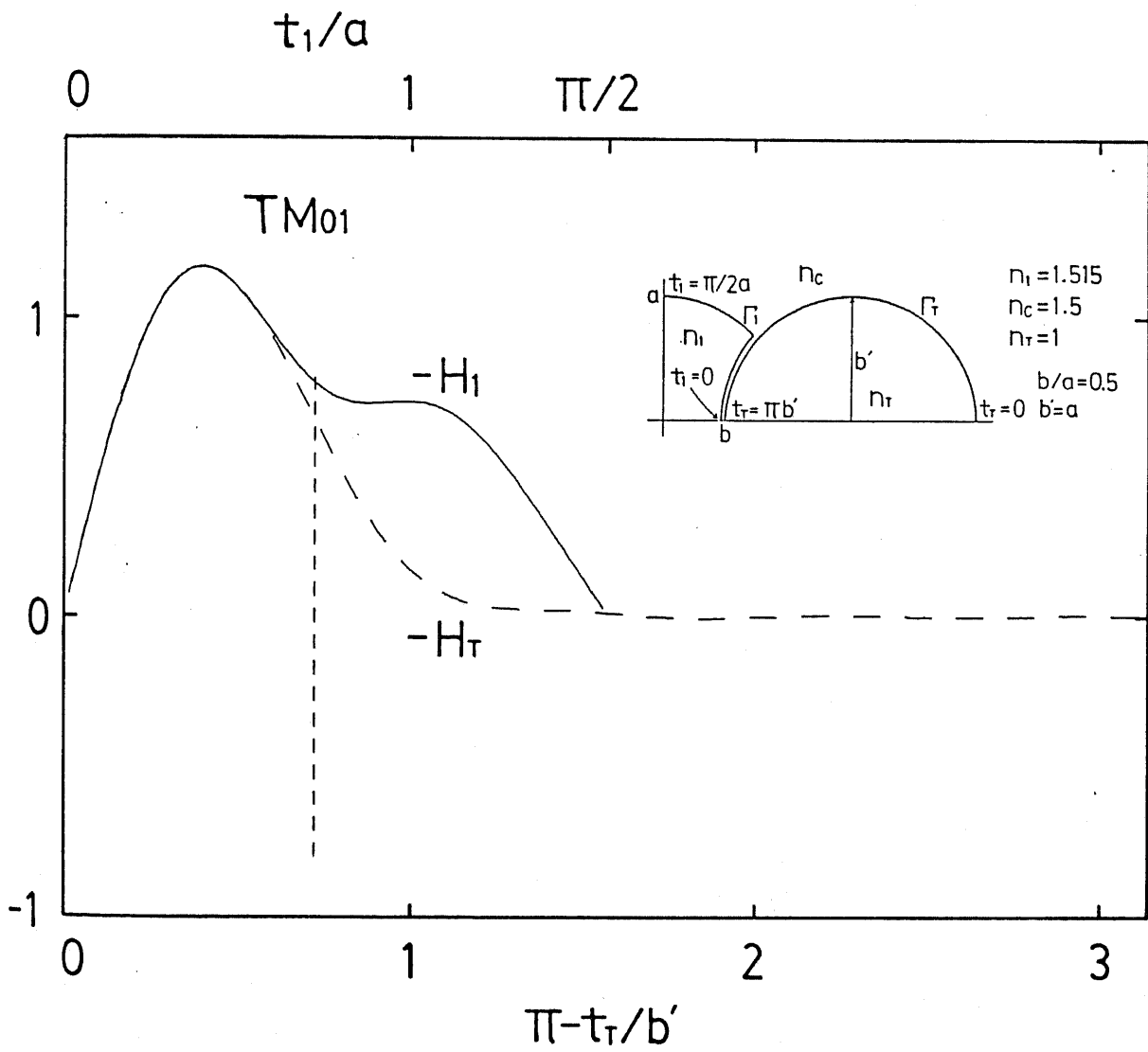
(d) HE_{11}^* モードの磁界

図6-5 境界上の電磁界の値



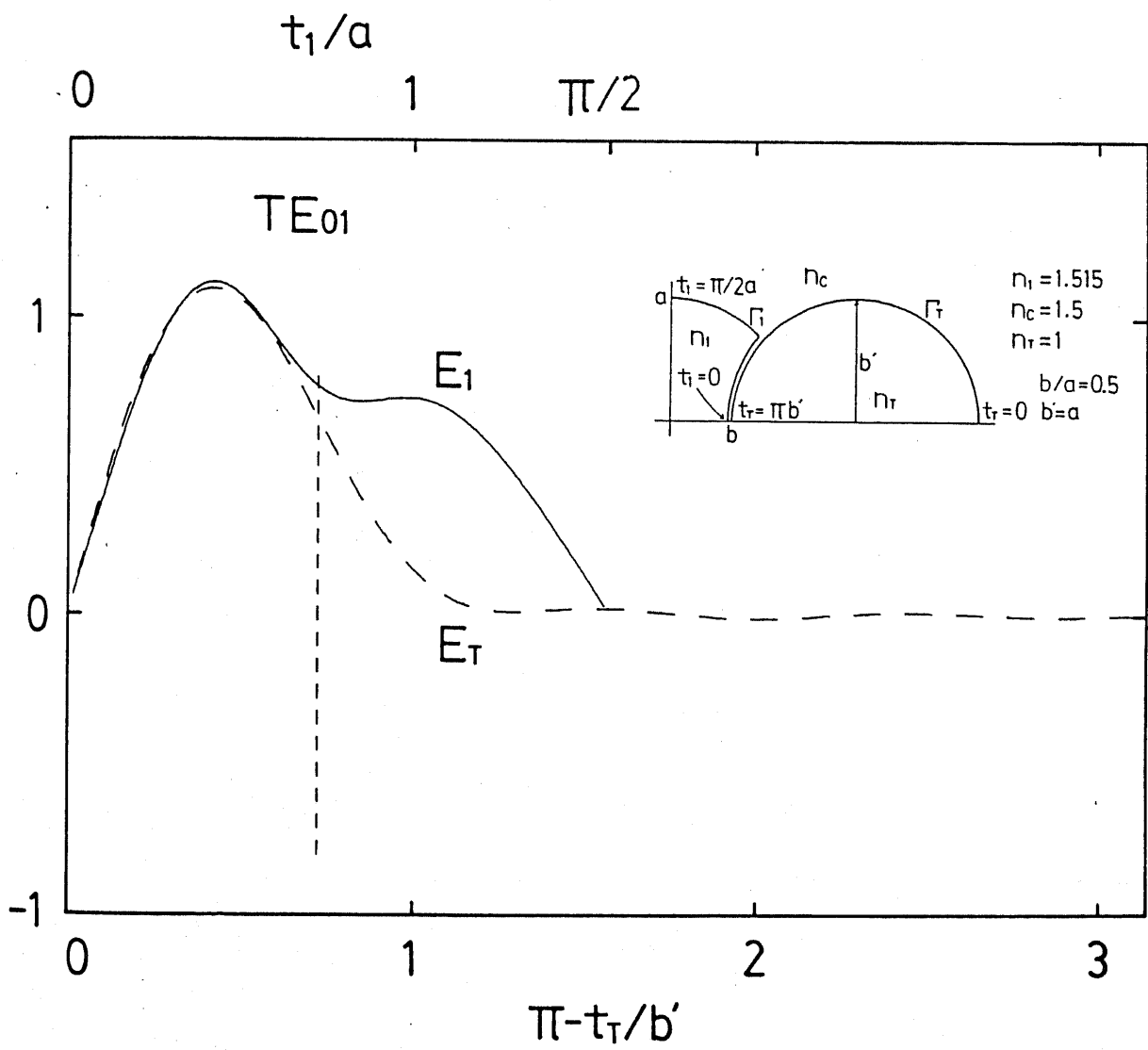
(e) TM_{01} モードの電界

図6-5 境界上の電磁界の値



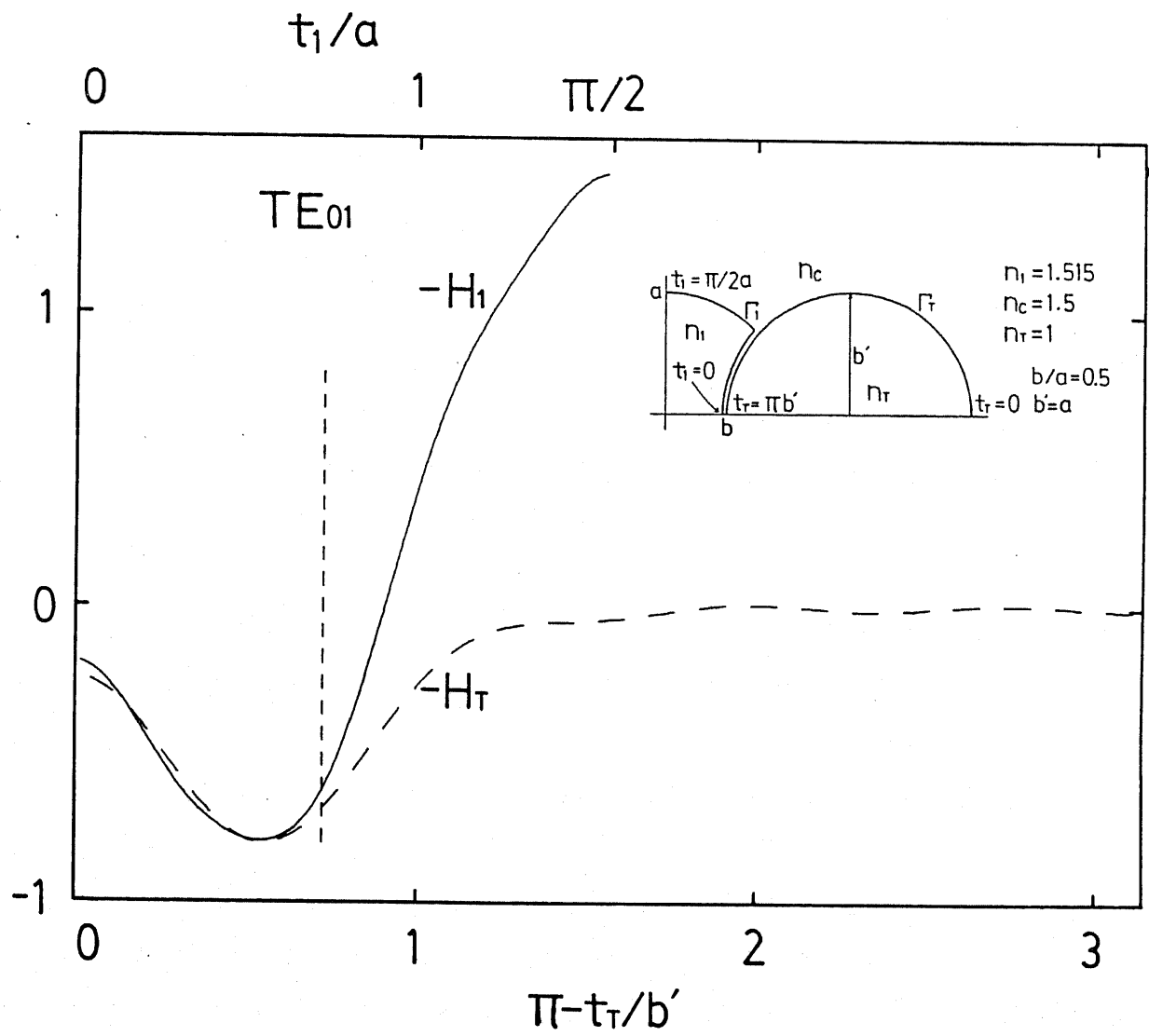
(f) TM_{01} モードの磁界

図6-5 境界上の電磁界の値



(g) TE_{01} モードの電界

図6-5 境界上の電磁界の値



(h) TE₀₁モードの磁界

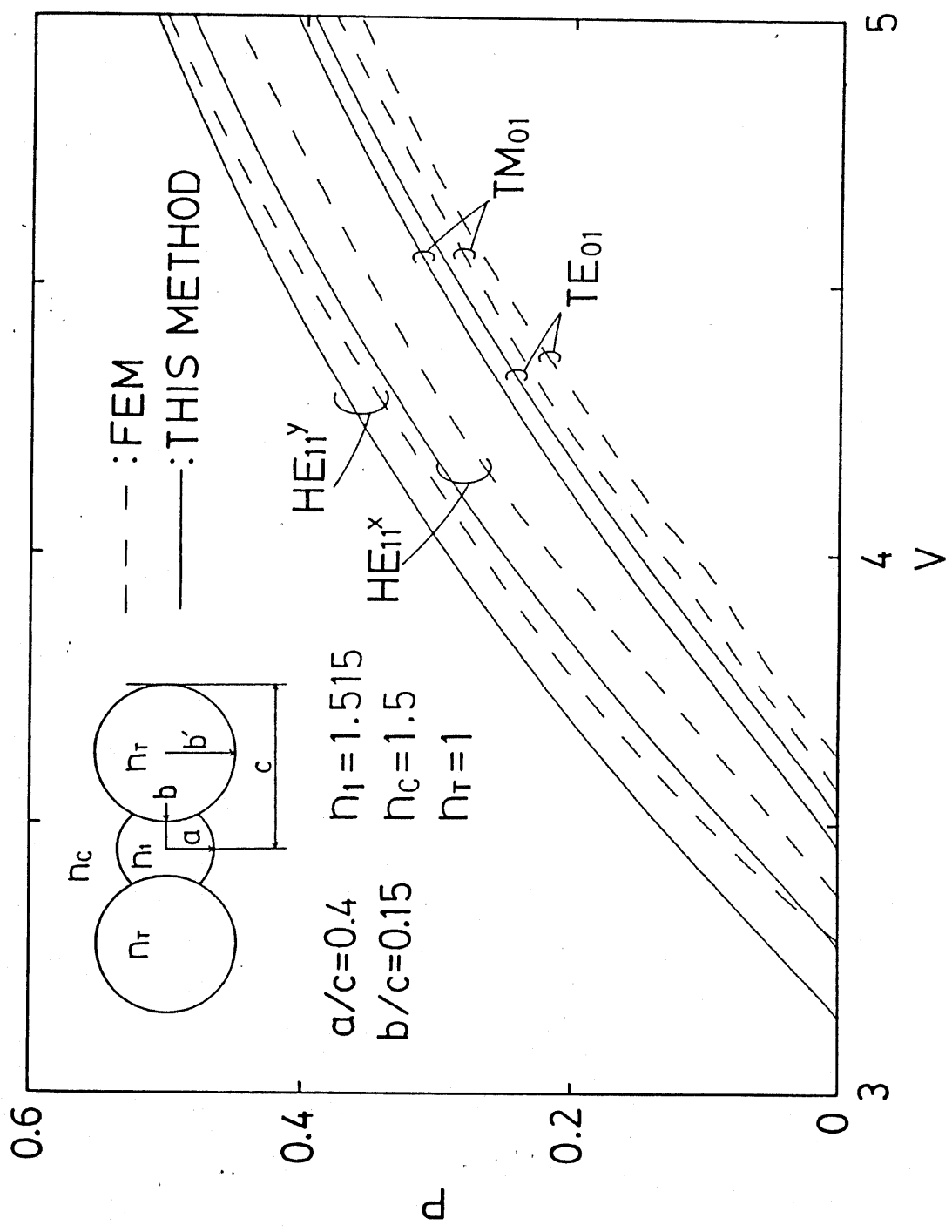
図6-5 境界上の電磁界の値

図6-6と図6-7には他の数値解析法による結果との比較を示す。図6-6は、二種類の構造についての有限要素法による分散特性の数値結果[25]との比較である。両者を比較すると、遮断周波数の大きさやモードの順序などの分散特性の定性的な傾向は良く一致しているが、数値的にはかなりの違いがある。本章の方法においては、先に述べたように固有値は3桁以上の精度で計算できるが、有限要素法においては要素分割の方法によって固有値が変動するので、本章で行った境界積分法による解析結果がより有効であると言える。図6-7には、トンネルのコアへの食い込み比 b/a を変化させたときの複屈折の最大値と、それを与える周波数の値の点整合法による数値結果[38]との比較を示す。両者は良く一致していることがわかる。

図6-8は、形状パラメータが $a/c=0.4$, $b/c=0.15$ の場合(文献[23-25]における形状 "N")において、 HE_{11} *モードの遮断周波数における複屈折と比帯域のコアとクラッドの比屈折率差 Δ に対する依存性を示す。前章の図5-7と同様に、複屈折と比帯域はそれぞれ Δ の3/2乗と1/2乗に比例している。後に図6-15にも示すように、サイドトンネル型光ファイバの場合には、この比例関係は構造によらずに成立する。一方、図6-8同じ構造の光ファイバにおいて、複屈折と比帯域がそれぞれ Δ の1乗と0乗に比例するという有限要素法による数値結果[24]があるが、これは誤りであることがわかる。

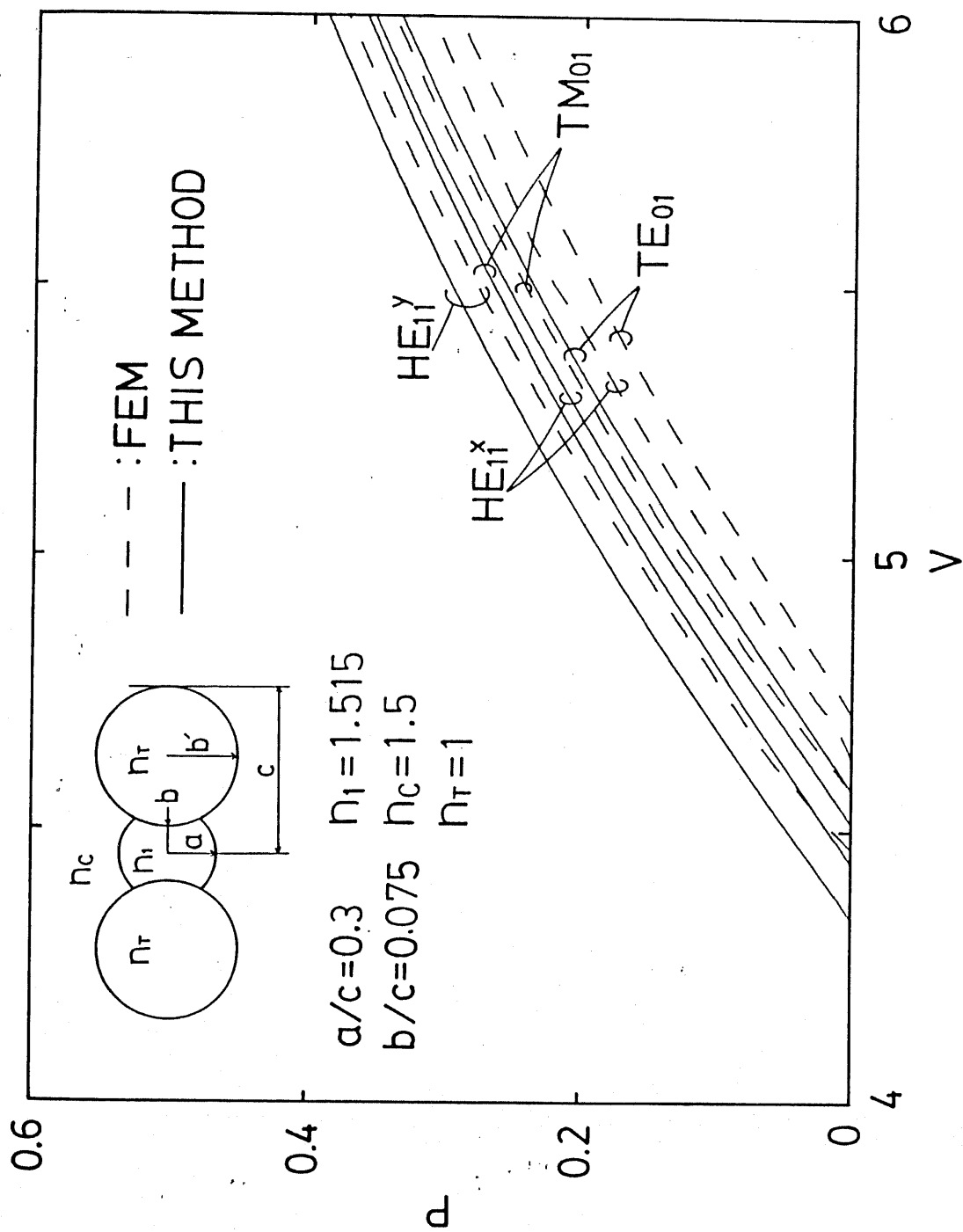
図6-9は、トンネルのコアへの食い込み比 b/a を変化させたときの比帯域の値を示す。これによると比帯域は、トンネル半径を増すとゆるやかに増加し、図6-7の複屈折と同様に、適当な食い込み比 b/a において最大値を持つことがわかる。また、一般に周波数(波長)を変化させたときの複屈折の最大値は、前章で示した図5-6からもわかるように HE_{11} *モードの遮断周波数付近において最大値を取る。また、 HE_{11} *モードの遮断周波数における複屈折と比帯域はほぼ比例関係にあるので、比帯域を最大にすることによって複屈折もほぼ最大にすることができる。したがって、比帯域をサイドトンネル型光ファイバの構造の最適化のためのパラメータとして用いることができる。

なお、式(5-6)の形式の固有値方程式を解く際には左辺の行列式を計算する必要があるが、これを1回計算するために要した大型計算機(東京大学大型計算機センターの HITAC M-680H)のCPU時間は $N=20$ において約0.2秒であり、固有値を1個求めるためのCPU時間は同じ N の値において約2秒である。これは会話型計算を行うことが十分可能な程度に短時間である。



(a) $a/c=0.4, b/c=0.15$

図6-6 分散特性の有限要素法による解析結果[25]との比較



(b) $a/c=0.3, b/c=0.075$

図6-6 分散特性の有限要素法による解析結果[25]との比較

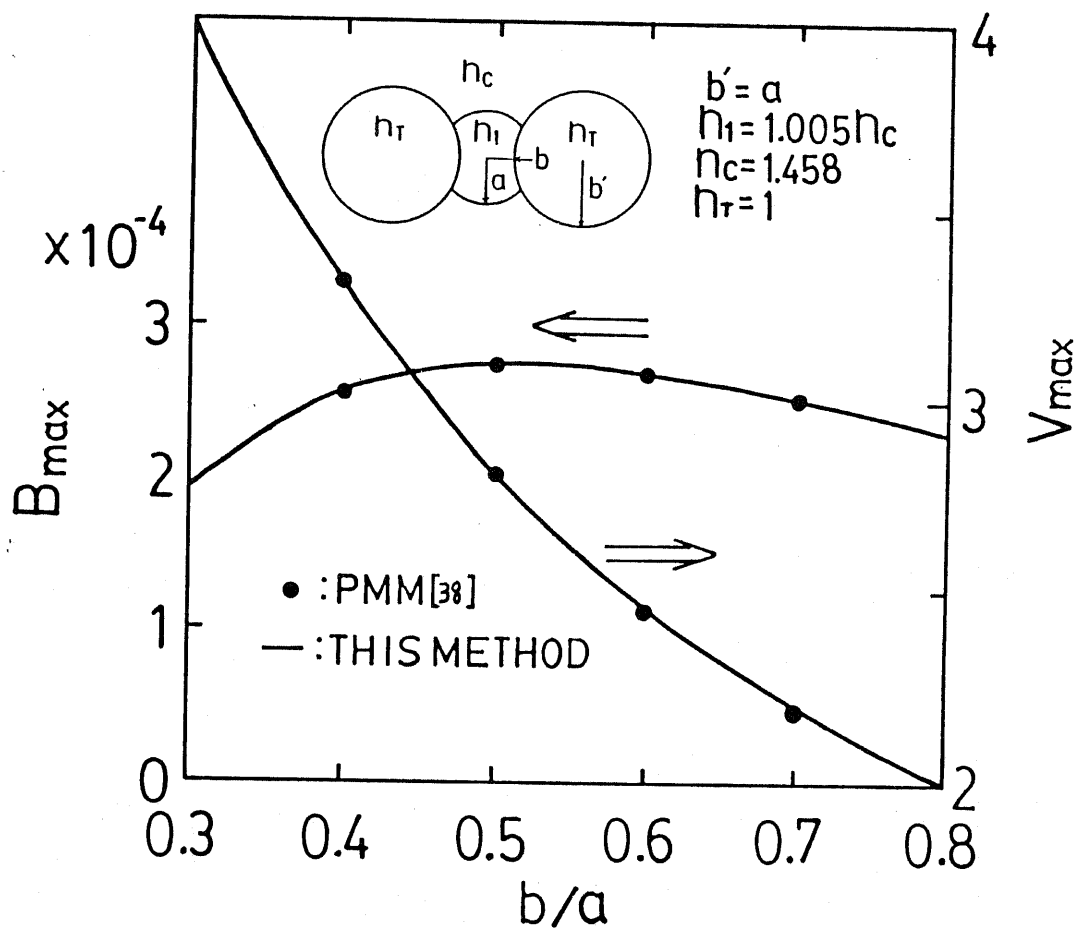


図6-7 複屈折特性の点整合法による解析結果[38]との比較

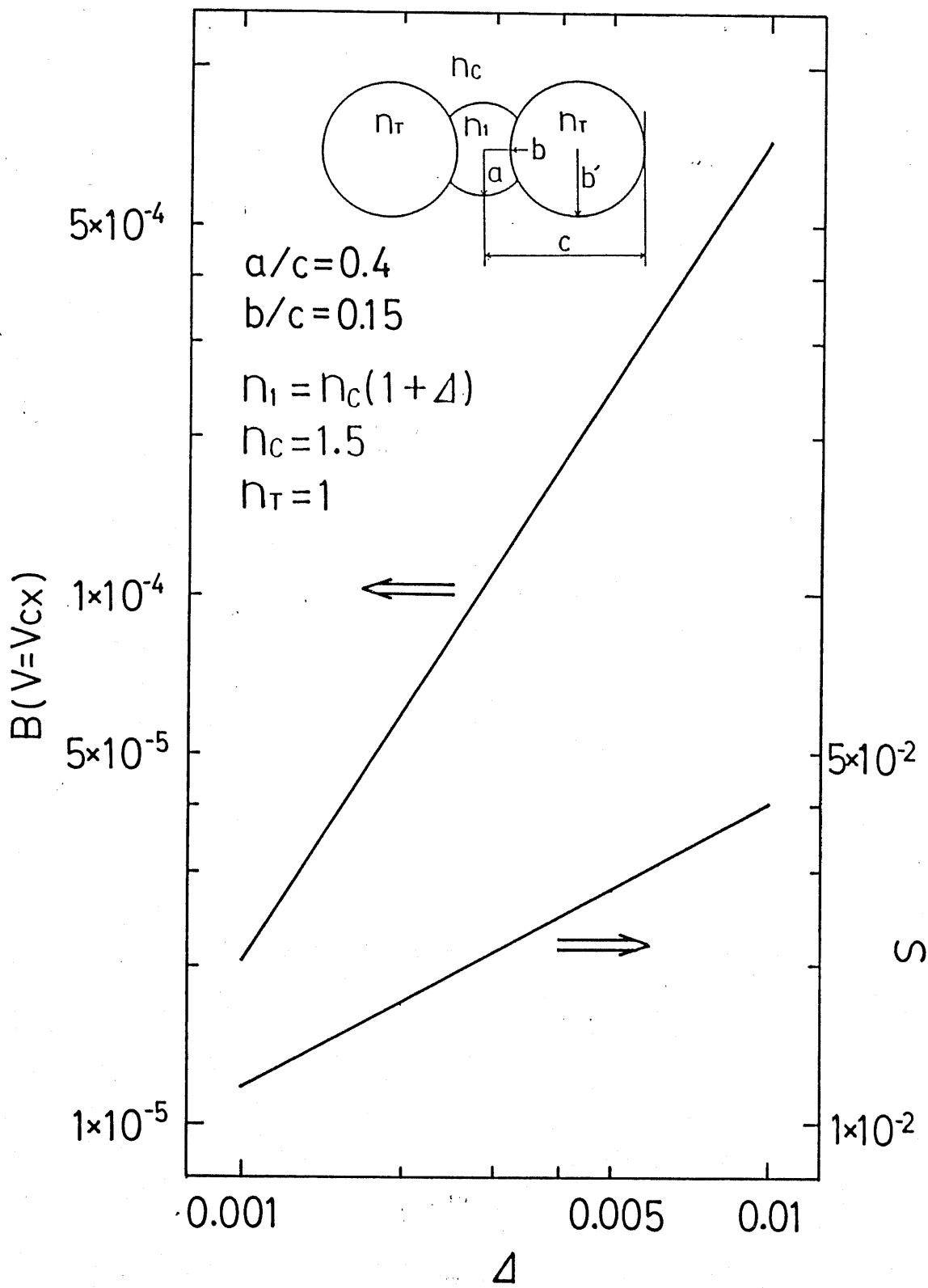


図6-8 複屈折と比帯域のコアとクラッドの屈折率差依存性

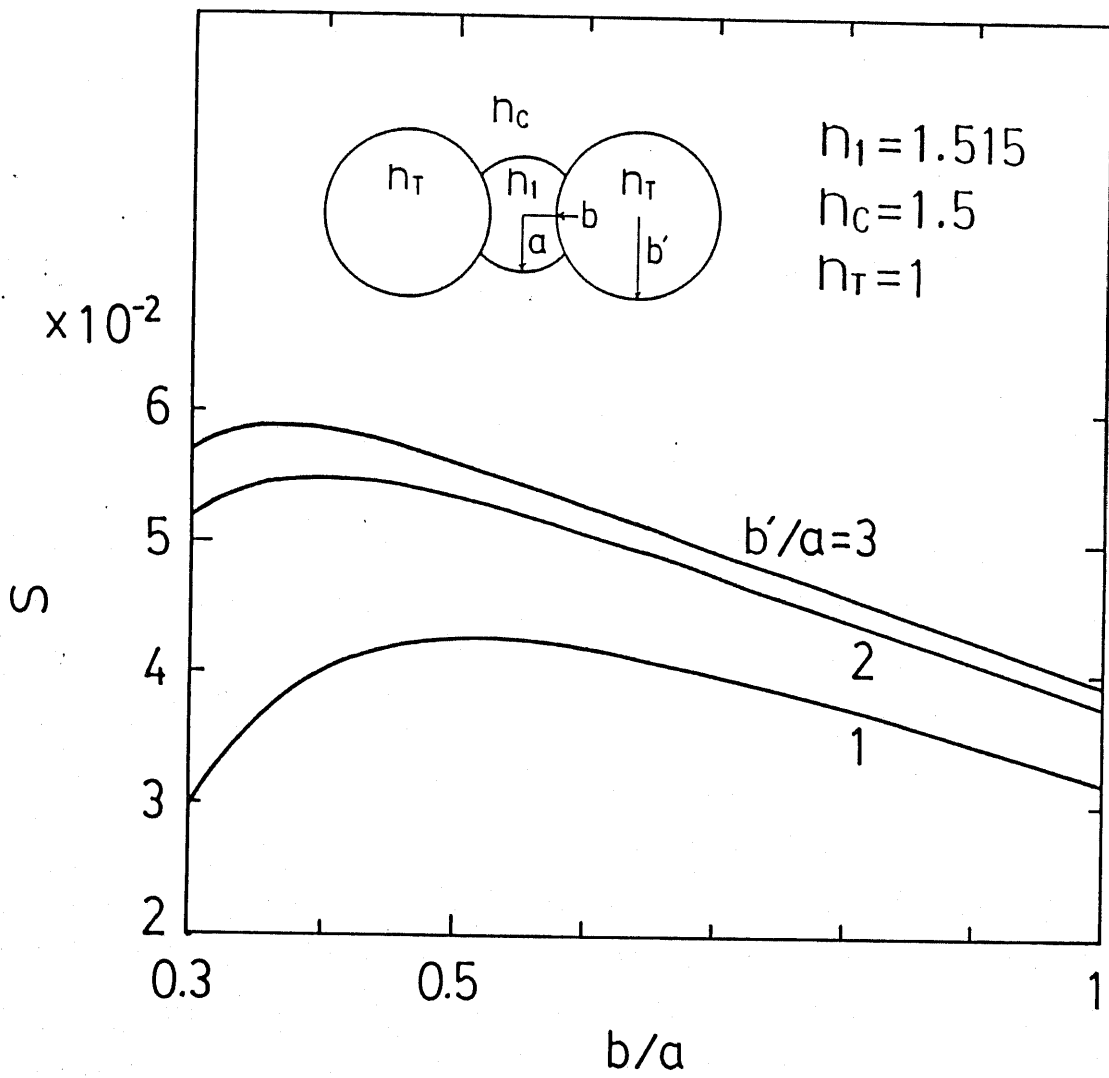


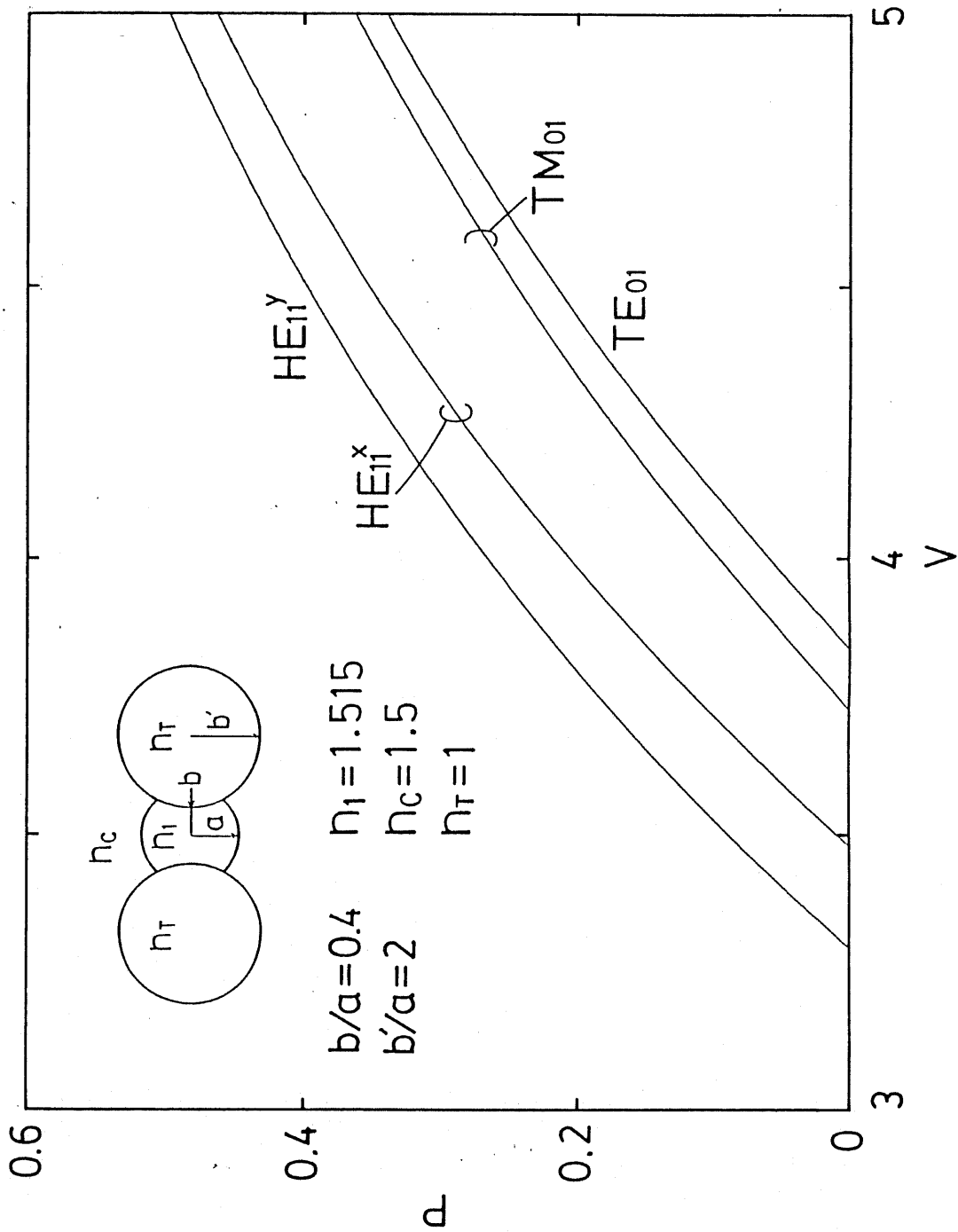
図6-9 比帯域の b/a 依存性

6-5 高次モードの異常接近現象

サイドトンネル型光ファイバにおいて、トンネルのコアへの食い込みを深くする、すなわち食い込み比 b/a を小さくすることによって、第一、第二高次モードの分散曲線が低周波数(長波長)領域に移動していき、ふたつの HE_{11} モードの分散曲線の間に入ってしまうという現象がある。これは高次モードの異常接近現象[24,25,28,29]と呼ばれており、サイドトンネル型光ファイバの単一偏波特性を劣化させる原因となる。この現象は、トンネルのコアへの食い込みが深くなると、基本モードと高次モードの電磁界が類似の分布を取り、その結果として固有値(伝搬定数)も類似の値を取ることに原因があるとされている[25,29]。

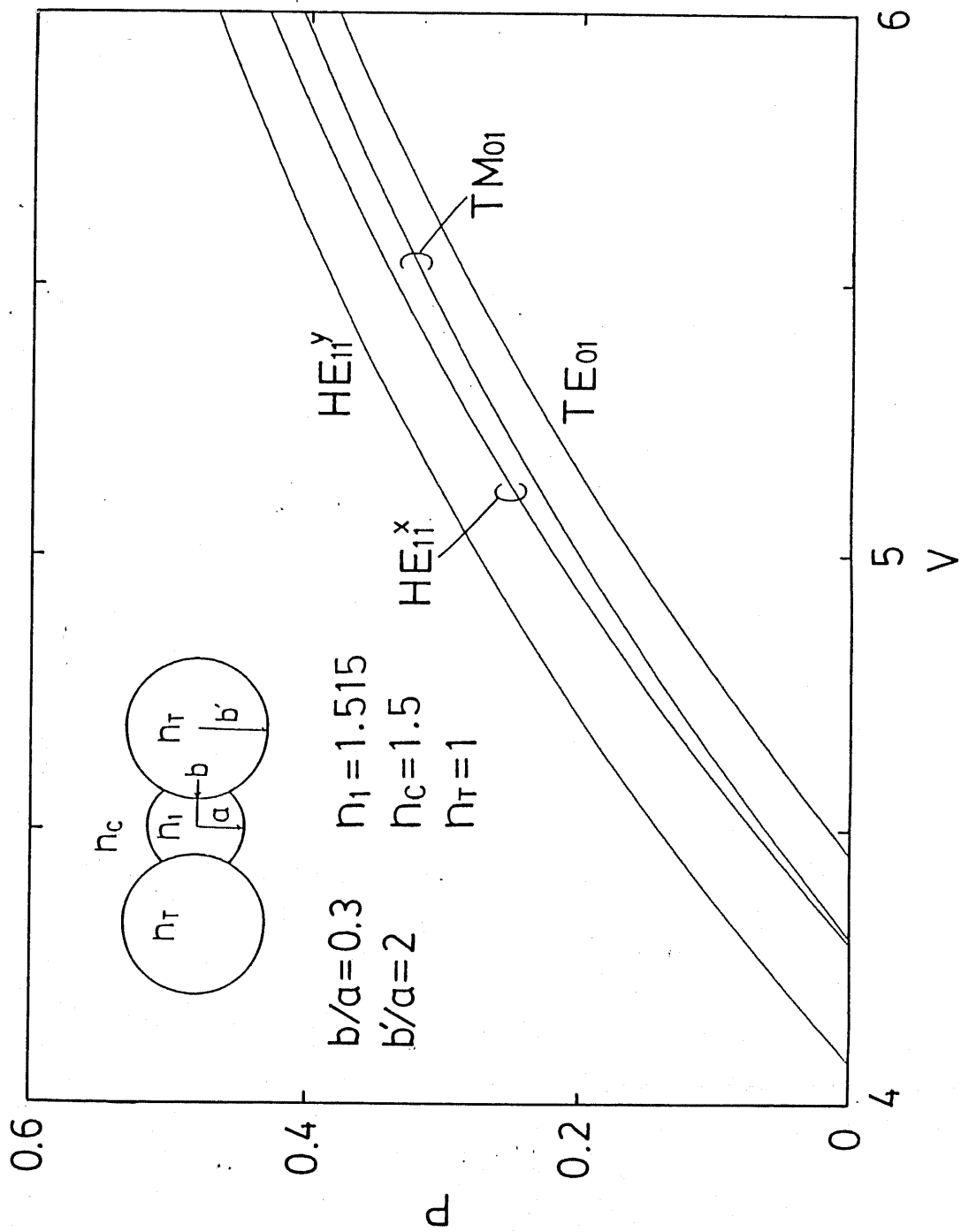
異常接近現象については、このようなごく定性的な解析は行われているが、この現象がおこる構造についての定量的な解析はまだ行われていないので、本節では異常接近現象の定量的な解析を行う。

図6-10に、コア半径に対するトンネル半径の比 $b'/a = 2$ の場合についての分散特性を示す。同図-(a)は、図6-9からわかるように比帯域が最大値を取る場合(食い込み比 $b/a = 0.4$)における分散特性であり、基本モードと高次モードの分散曲線は十分離れている。食い込み比 b/a を0.3にした同図-(b)においては HE_{11}^* モードと TM_{01} モードが極めて接近し、さらに同図-(c)のように b/a を0.25と小さくした場合にはこれらのモードの分散曲線が完全に逆転していることがわかる。このように b/a を小さくしたときに起こる「最適構造→高次モードの接近→ HE_{11}^* モードと TM_{01} モードの逆転」、という現象を b/a を横軸に取って各モードの遮断周波数によって示したのが図6-11である。この図によると、食い込み比 b/a を小さくしていった場合のふたつの HE_{11} モードの遮断周波数の増加割合が高次モードの遮断周波数のそれよりも大きいためにこのような現象が起こることがわかる。



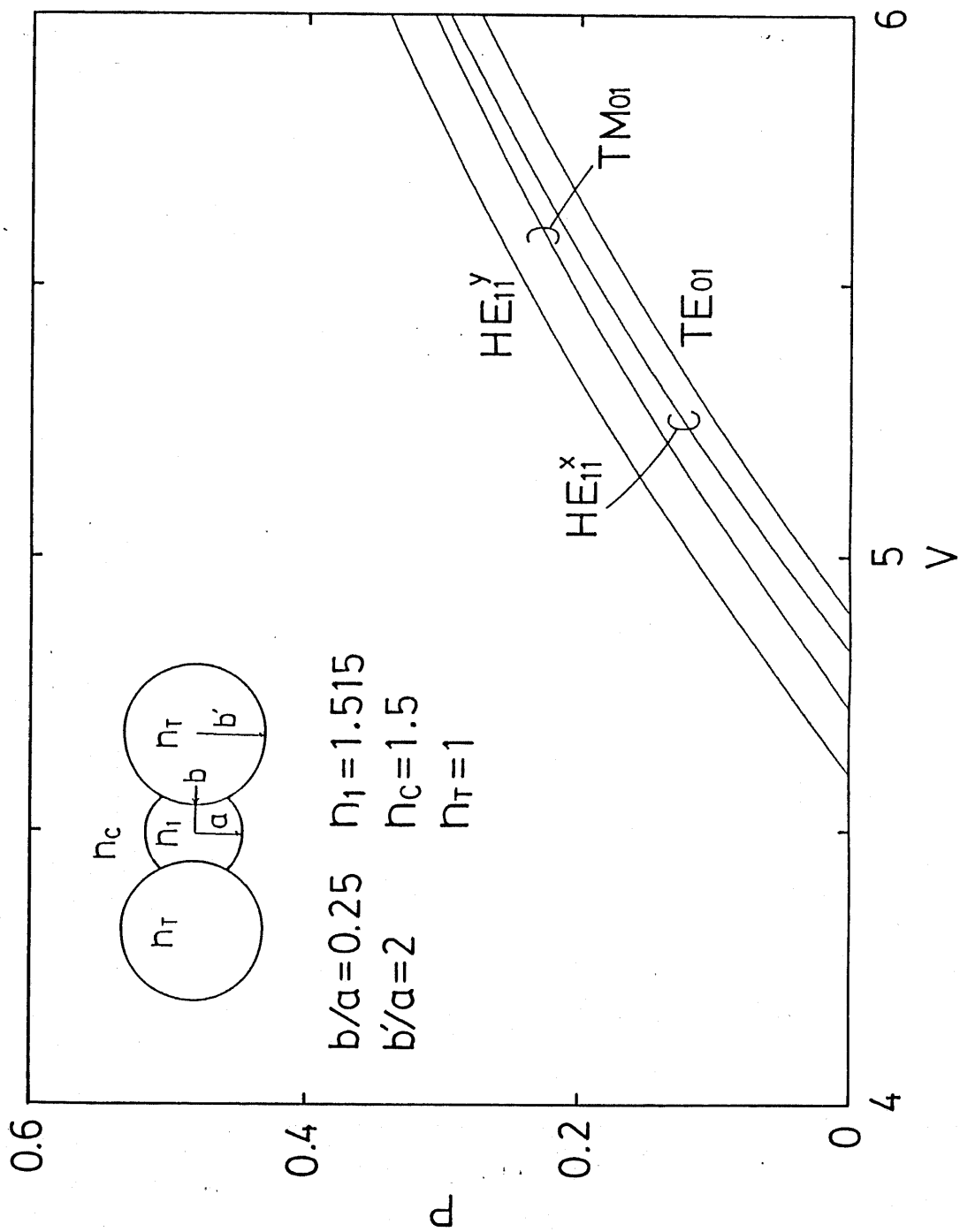
(a) $b/a=0.4$ (比帯域最大)

図6-10 分散特性の b/a 依存性



(b) $b/a=0.3$ (高次モードの接近)

図6-10 分散特性の b/a 依存性



(c) $b/a=0.25$ (TM_{01} モードと HE_{11}^x モードの順序の逆転)

図6-10 分散特性の b/a 依存性

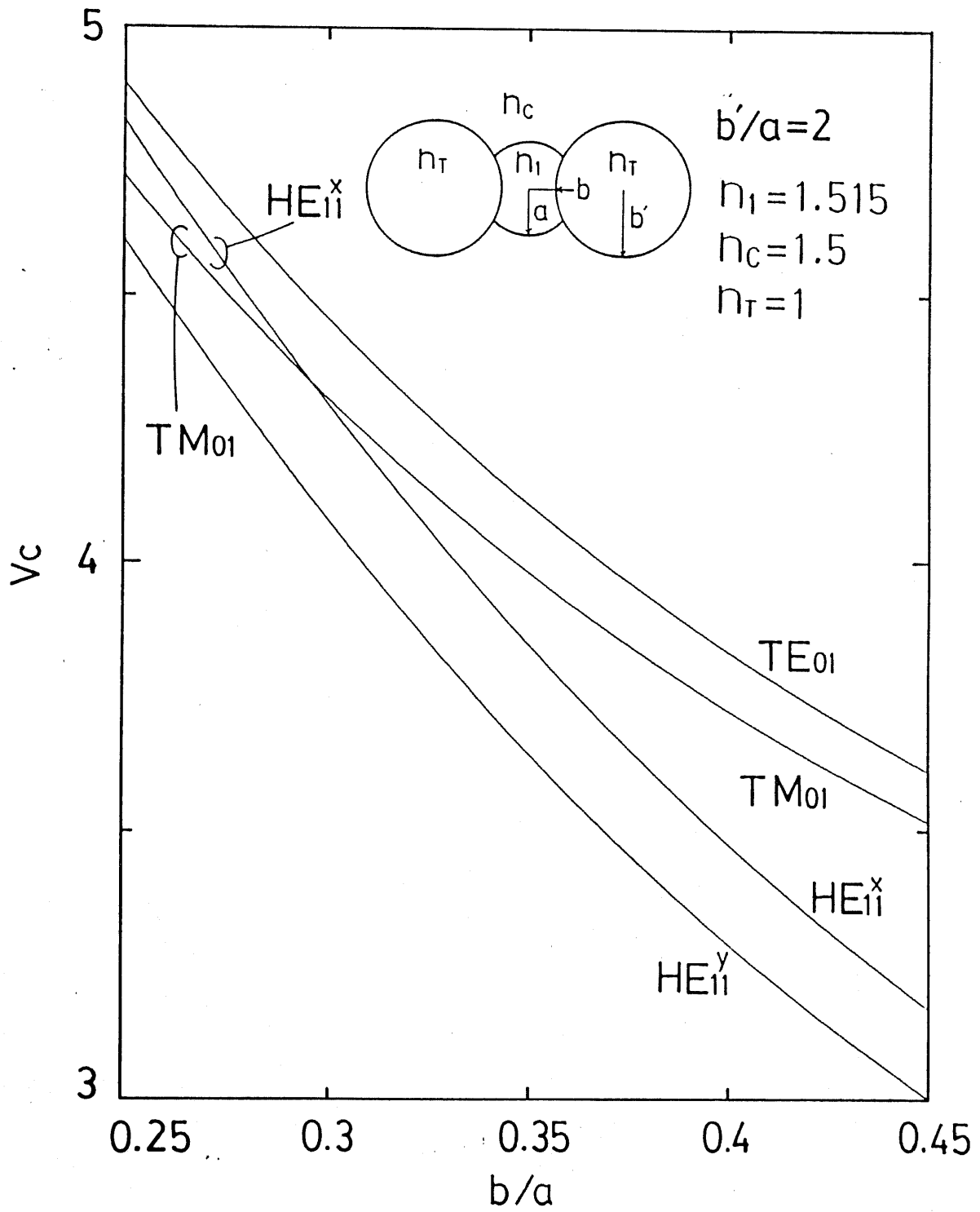


図6-11 遮断周波数の b/a 依存性

異常接近現象の定量的解析のためには、この現象が起こる状態を定義する必要がある。ここでは高次モードの異常接近が起こるということを、食い込み比 b/a を小さくしていったときに HE_{11} モードと TM_{01} モードの遮断周波数が一致した状態を以て定義する。

異常接近の起こる食い込み比 b/a のトンネル半径の大きさに対する依存性を示したのが図6-12である。同図の横軸はコア半径に対するトンネル半径の比 b'/a 、縦軸は異常接近が起こる食い込み比 b/a である。これによると異常接近は、 $0.25 < b/a < 0.3$ の範囲で起こり、 b'/a には大きく依存しないことがわかる。この図によって、以前に行われた解析[23]において $a/c = 0.3$, $b/c = 0.05$ すなわち $b/a \approx 0.167$, $b'/a \approx 1.58$ という構造において、最高の複屈折と比帯域の値が得られるという結果が示されているが、この場合は $b/a < 0.3$ であるので高次モードの異常接近が起こり、明らかに最適構造にはなり得ない。図6-12には最大の比帯域を与える食い込み比 b/a の値も示してあるが、この図の範囲においては比帯域が最大値を取るときには異常接近は起こり得ない。しかし、トンネル半径 b' を大きくしていった場合は、最大の比帯域を与える食い込み比の値は小さく、すなわち食い込みが深くなっていき、異常接近が起こる食い込み比の値の方に漸近して行く。

図6-13は、コア半径に対するトンネル半径の比 $b'/a = 2$ のときに、コアとクラッドの比屈折率差 Δ を変化させたときの異常接近が起こる食い込み比 b/a の値を示す。 Δ が大きいほど異常接近が起こる食い込み比 b/a は大きくなるが、この図の Δ の値の範囲においては大きく変化しないことがわかる。同図には、図6-12のように最大の比帯域を与える食い込み比 b/a の値は示していないが、前節の図6-8に示したように比帯域は Δ の1/2乗に比例することを考慮すれば、その値は Δ に依存しないことがわかる。

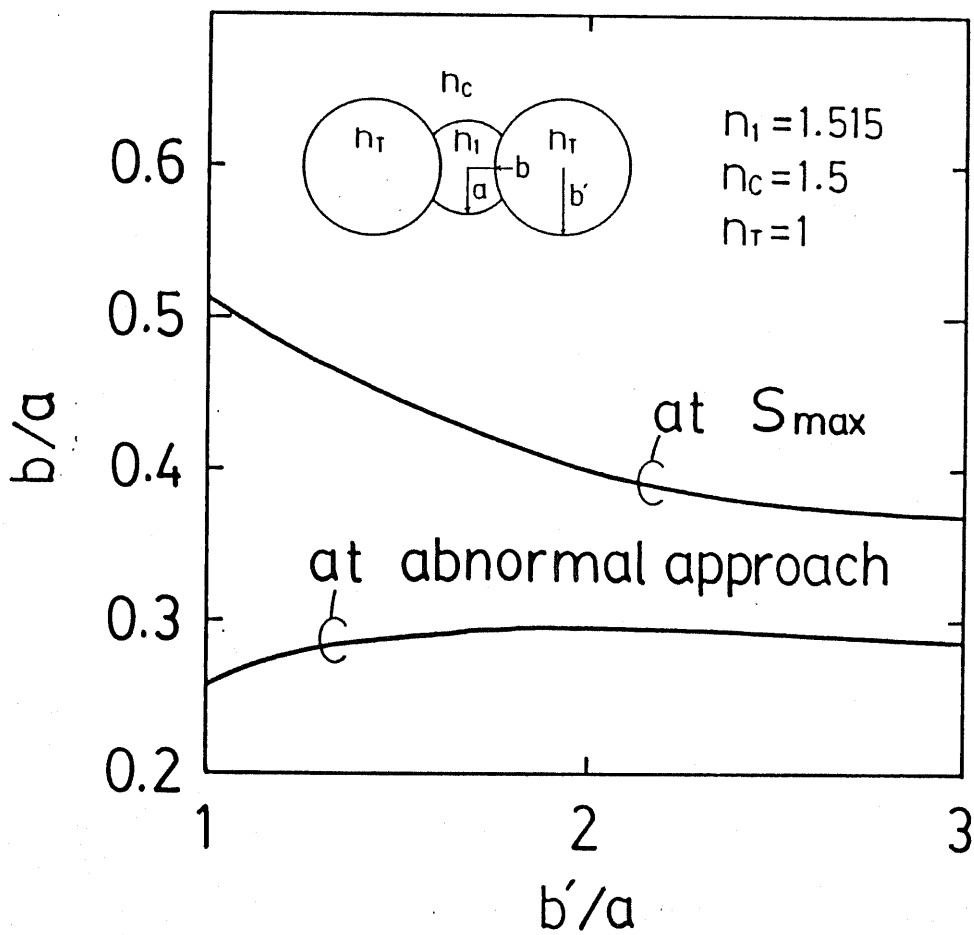


図6-12 異常接近が起こる b/a と比帯域を最大にする b/a

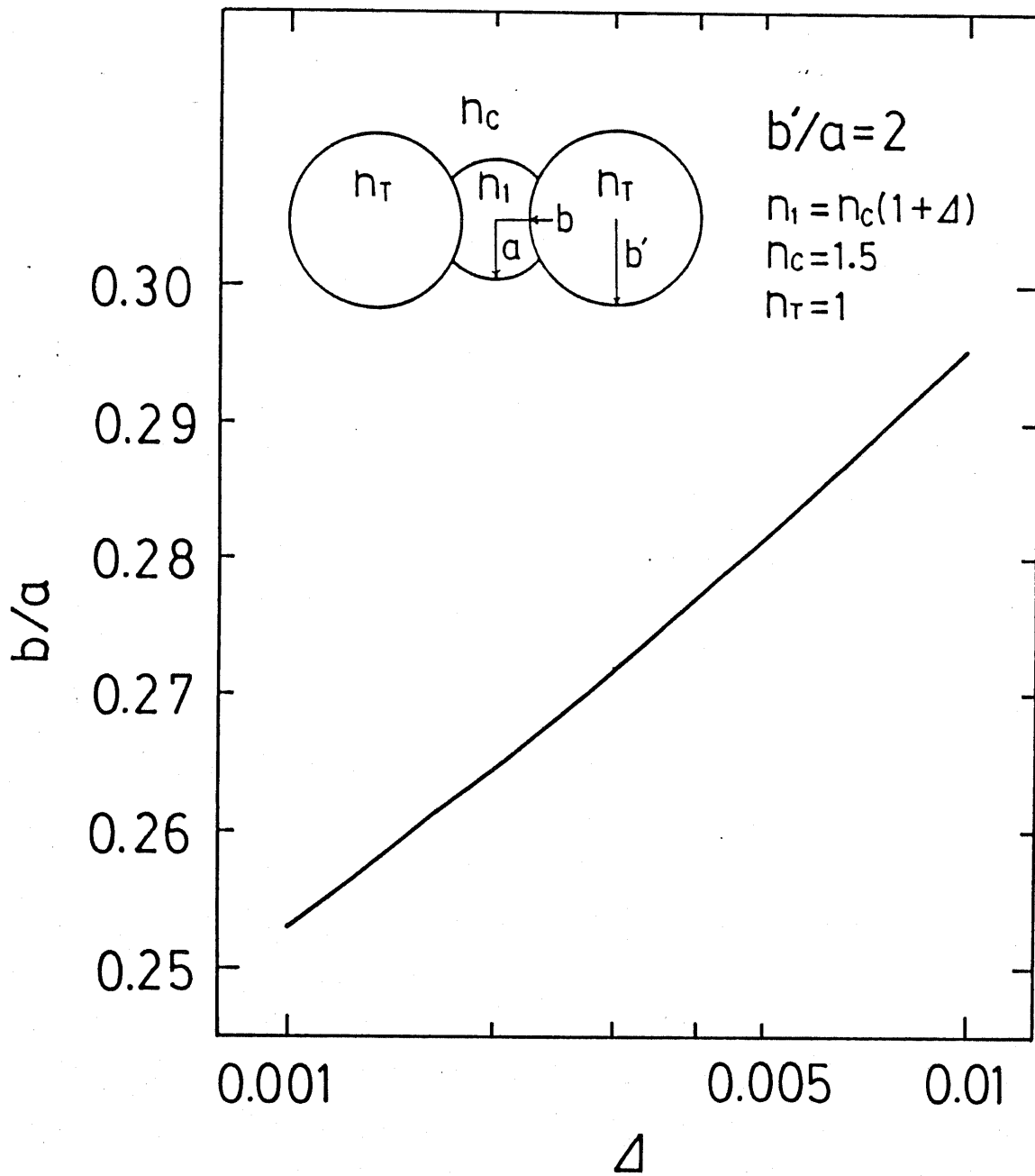


図6-13 異常接近が起こる b/a のコアとクラッドの屈折率差依存性

6-6 最適構造の決定

本節では前節までの結果をふまえて、サイドトンネル型単一偏波光ファイバの最適構造を決定する。すなわち、本章の4節で述べたように、比帯域を最大にできる構造を決定する。

図6-9により、食い込み比 b/q を変化させたときの比帯域の最大値はトンネル半径を大きくすることによって高くすることができる。このことをより具体的に示したのが図6-14である。同図-(a)には比帯域の最大値と、そのときの構造における HE_{11}^* モードの遮断周波数における複屈折の値を、コア半径に対するトンネル半径の比 b'/q を横軸に取って示してある。これによると b'/q を増やすと比帯域と複屈折はゆるやかに増加するが、その増加の割合は減少していく。そこでこの図を b'/q の逆数の q/b' を横軸に取って示したのが同図-(b)である。これを見ると、比帯域と複屈折が共に q/b' に対してほぼ直線的な関係をとっていることがわかる。これらの直線を最小二乗法により求めると、次のような式となる。

$$S_{\max} \approx (6.72 - 2.49 \cdot q/b') \times 10^{-2} \quad (6-1-a)$$

$$B(V = V_{cx}) \approx (1.68 - 0.93 \cdot q/b') \times 10^{-3} \quad (6-1-b)$$

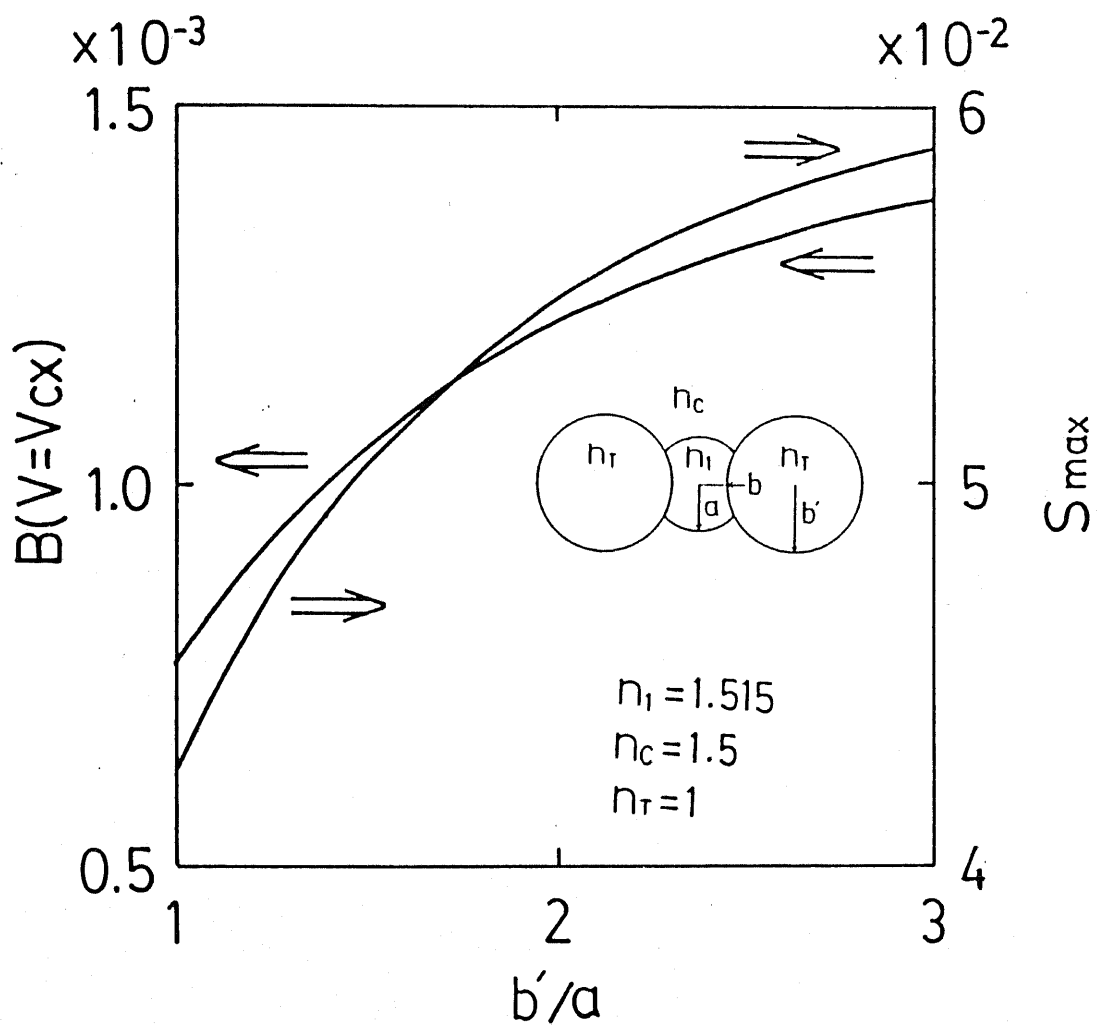
従ってトンネル半径を無限に大きくした極限においては、

$$S_{\max} \rightarrow 6.72 \times 10^{-2}$$

$$B(V = V_{cx}) \rightarrow 1.68 \times 10^{-3}$$

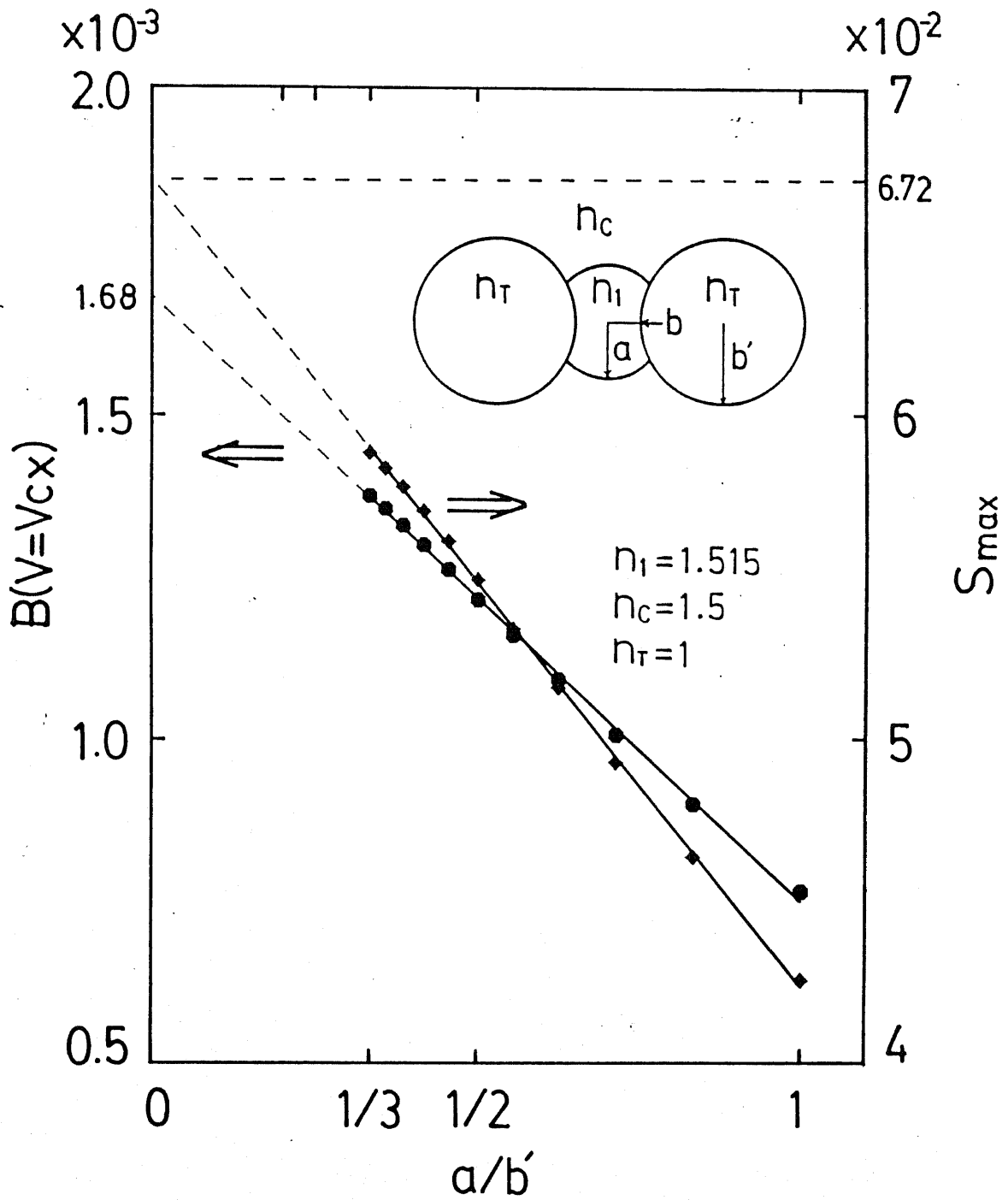
となり、これらの値がサイドトンネル型絶対単一偏波光ファイバが $\Delta = 0.01$ においてとりうる比帯域と複屈折の最大値となる。

ところで、前節でも示したように、トンネル半径を大きくしていくと、最大の比帯域を与える食い込み比が小さくなり、異常接近現象のおこる食い込み比に接近していく傾向がある。また、ファイバの線引過程において屈折率分布が乱されることなどを考慮すると、実際には最適値より大きな食い込み比を設定する、すなわち食い込みを浅くすることが望ましい。図6-15は、比帯域の最大値と、食い込み比 b/q を 0.5 とした場合の比帯域の比較を示す。これによると、食い込み比を最適値より大きくしても比帯域の値はあまり小さくならないことがわかる。



(a) 横軸 b'/a

図6-14 比帯域の最大値とその構造における複屈折



(b) 横軸 a/b'

図6-14 比帯域の最大値とその構造における複屈折

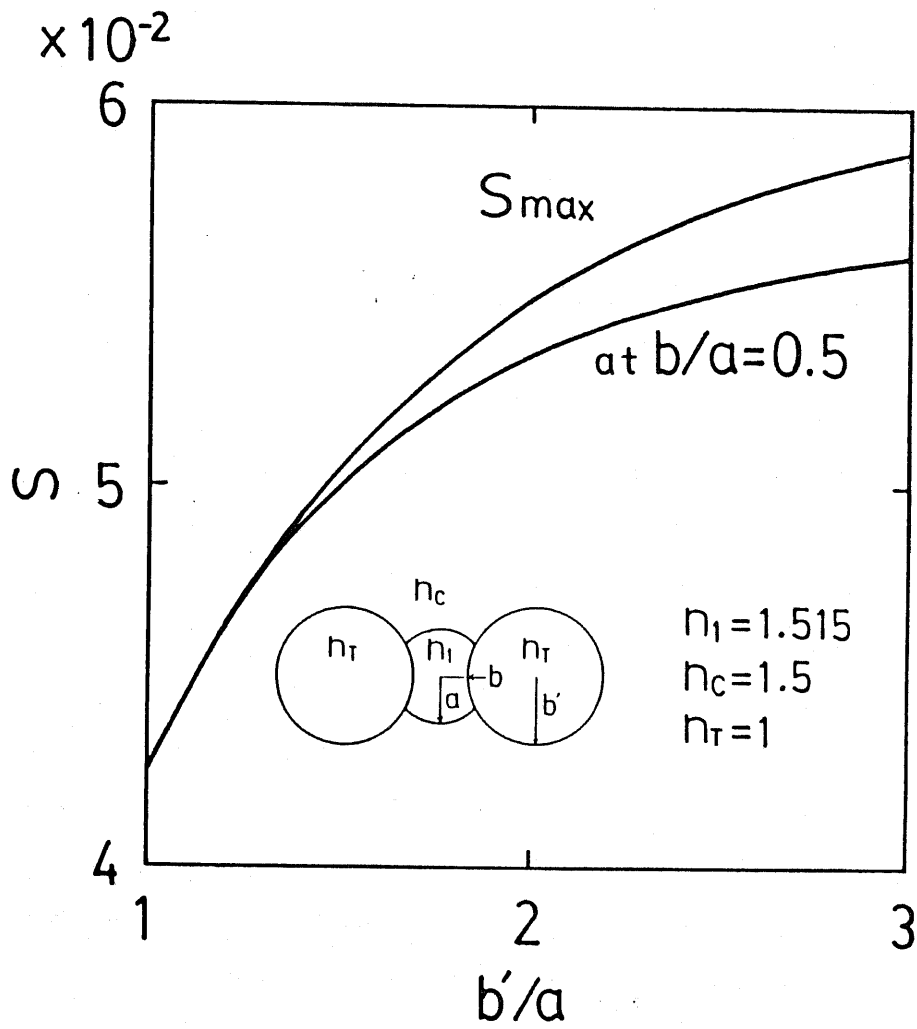


図6-15 比帯域の最大値と $b/a=0.5$ のときの値との比較

図6-16には、コア半径に対するトンネル半径の比 $b'/a = 2$ の場合の、 HE_{11} *モードの遮断周波数における複屈折と比帯域コアとクラッドの比屈折率差 Δ に対する依存性を示す。同図-(a)は最大の比帯域を与える構造($b/a = 0.4$)について、(b)は $b/a = 0.5$ の場合についてであるが、両者を比較すると、複屈折の値もあまり小さくならないことがわかる。

以上より、サイドトンネル型絶対単一偏波光ファイバは、 b/a を 0.5 に設定すればほぼ最適な特性を持つと考えてよい。図6-17に、 $b/a = 0.5$ における比帯域と HE_{11} *モードの遮断周波数における複屈折を示す。この図の複屈折と比帯域の値を最小二乗法解析し、コアとクラッドの比屈折率差に対する依存性を考慮に入れると、これらの値は次の近似式で表せる。

$$S \approx (6.08 - 1.14 \cdot a/b' - 0.69 \cdot (a/b')^2) \cdot (100\Delta)^{1/2} \times 10^{-2} \quad (6-2-a)$$

$$B(V = V_{cx}) \approx (1.57 - 0.81 \cdot a/b') \cdot (100\Delta)^{3/2} \times 10^{-3} \quad (6-2-b)$$

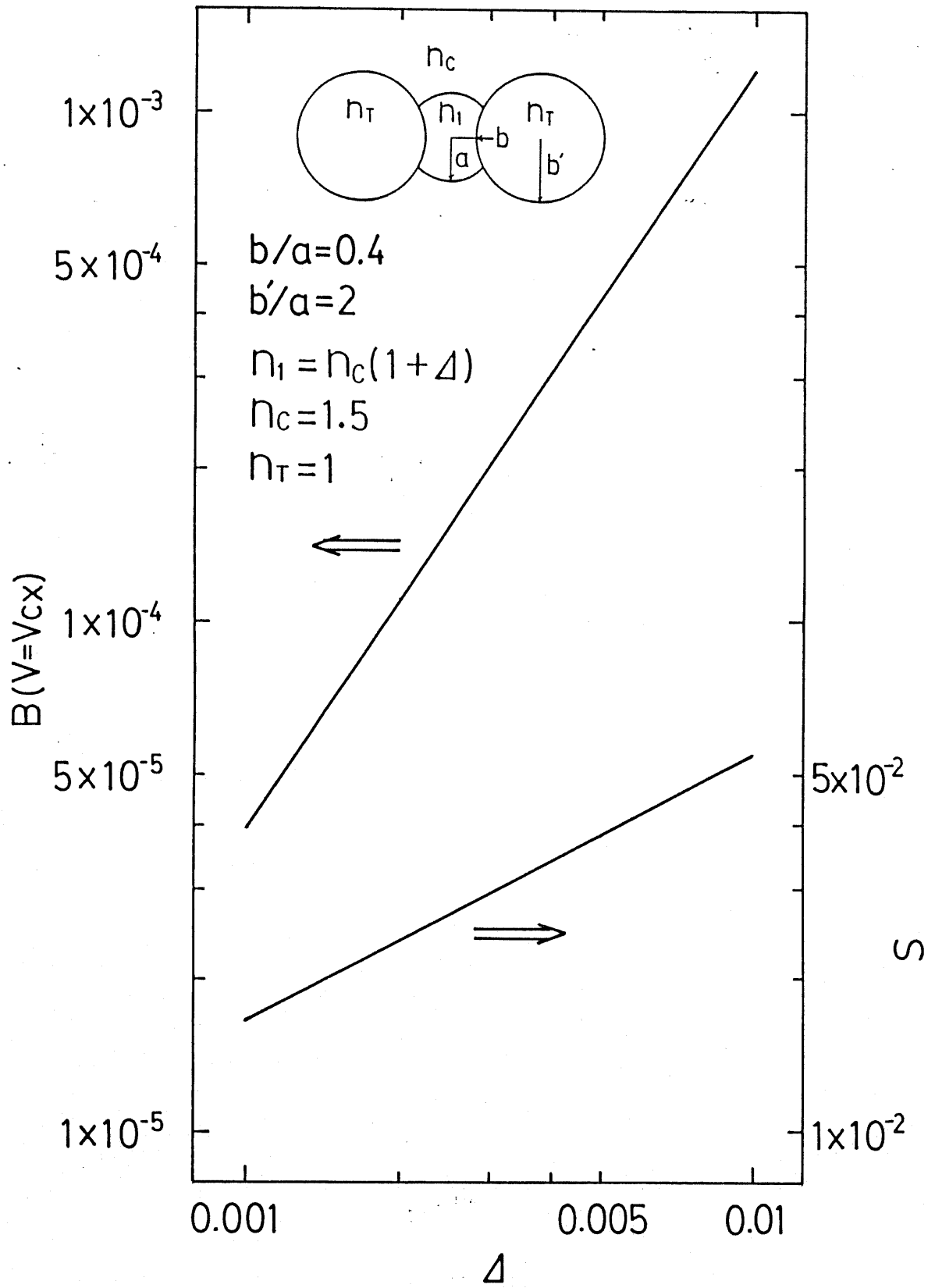
ところで、光ファイバの全複屈折は以上に解析してきた導波路構造複屈折と熱応力誘起複屈折の和によって表される[3]ので、一般的には後者の熱応力誘起複屈折も考慮する必要がある。しかしサイドトンネル型光ファイバの場合についてこのことを考えると、導波路構造複屈折のほうが支配的であるという実験結果[14]や、トンネルのコアへの食い込みが浅い($b/a = 0.5$)場合には導波路構造複屈折が熱応力誘起複屈折よりも一桁程度高いという数値解析結果[27]が報告されている。したがって熱応力の影響は無視できると考えられるので式(6-2)の近似式は妥当である。

以上の結果を用いたサイドトンネル型絶対単一偏波光ファイバの設計例を示す。絶対単一偏波の波長帯域を $1.3 \mu m$ 帯、コアとクラッドの比屈折率差 Δ としては 0.01 と 0.004 (それぞれ 1%, 0.4%) の二種類を考える。トンネル半径がコア半径と比較して十分に大きいとすると、これを無限大にした極限について考えればよい。 $b/a = 0.5$ におけるふたつの HE_{11} モードの遮断周波数はトンネル半径を無限大にした極限においては

$$V_{cx} = 3.226(\Delta = 1\%), 3.277(\Delta = 0.4\%)$$

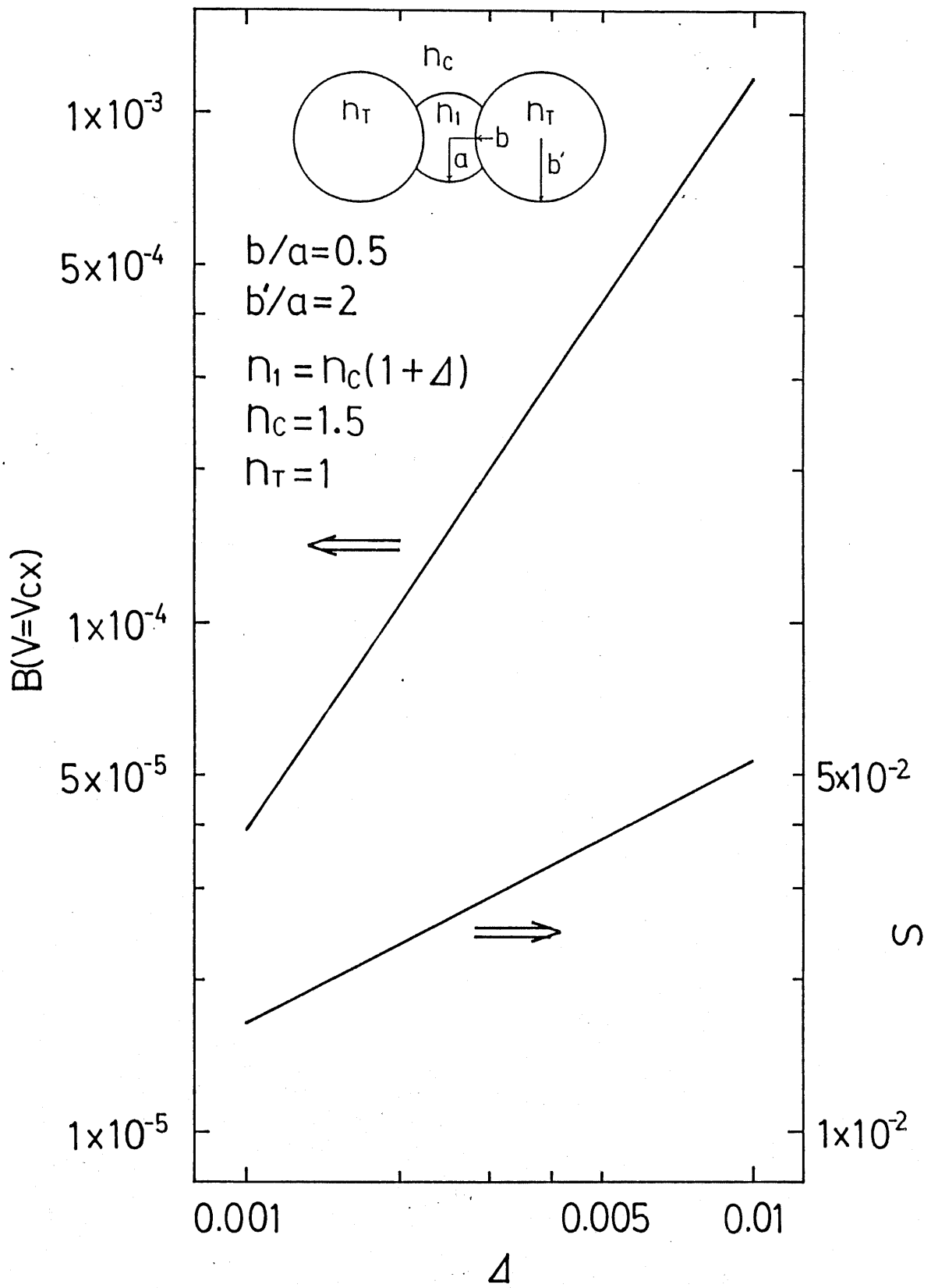
$$V_{cy} = 3.036(\Delta = 1\%), 3.155(\Delta = 0.4\%)$$

となる。ただし、これらの値は図6-14や図6-17に示したような最小二乗法解析により求められる。これらの値を $1.3 \mu m$ 帯における具体的な数値に変換すると、これらのサイドトンネル型絶対単一偏波光ファイバの諸元は表6-1のようにまとめられる。



(a) $b/a=0.4$ (比帯域最大)

図6-16 複屈折と比帯域のコアとクラッドの屈折率差依存性



(b) $b/a=0.5$

図6-16 複屈折と比帯域のコアとクラッドの屈折率差依存性

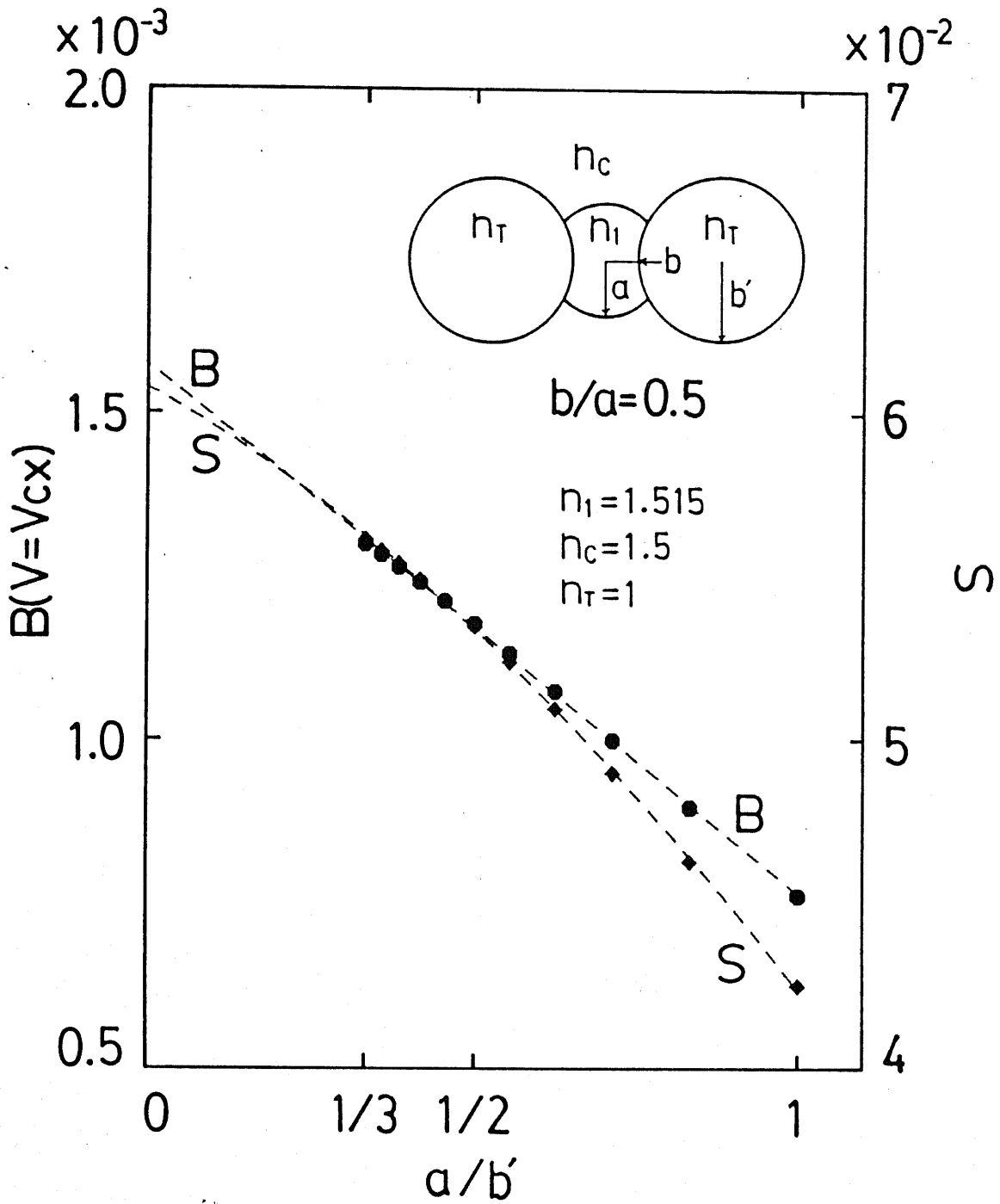


図6-17 $b/a=0.5$ における複屈折と比帯域

表6-1 1.3 μm 帯における最適構造のサイドトンネル型光ファイバの諸元

	ファイバA	ファイバB
a	3.1 μm	5.0 μm
b/a	0.5	0.5
Δ	1%	0.4%
λ_{cx}	1.28 μm	1.29 μm
λ_{cy}	1.36 μm	1.34 μm
B	1.6×10^{-3}	0.4×10^{-3}
S	6.1×10^{-2}	3.8×10^{-2}

本章ではサイドトンネル型絶対単一偏波光ファイバの固有モード解析を、グリーン関数を用いない境界積分法により行った。数値解析における定式化を簡単にするために、前章で行った複合媒質光ファイバのための定式化を境界条件の考え方を工夫することによって応用した。図6-2に示されている境界の取り方におけるふたつの境界の共通部分やコア境界上の端点などのような、数値計算精度の劣化要因があるにもかかわらず、高精度の解析ができたので、図6-2のような境界条件の考え方の有効性が確認できた。すなわち、3~5章と同様にグリーン関数を用いない境界積分法の数値解析法としての有効性を確認することができた。

サイドトンネル型絶対単一偏波光ファイバの固有モード解析においては、過去に行われていなかった異常接近現象の定量的解析を行った。その結果、この現象はトンネル半径やコアとクラッドの比屈折率差などの値に大きく依存せず、トンネルのコアへの食い込み比 b/a が0.3付近において起こることが明らかになった。さらに、最適構造の決定のために、絶対単一偏波の比帯域を最大にする構造を決定し、その構造における比帯域と複屈折を与える近似式を導出し、サイドトンネル型光ファイバにおけるそれらの値の理論限界値を見積った。そして、トンネル半径を大きくしていった極限において高次モードの異常接近現象が起こることを避けるためにトンネルのコアへの食い込み比の値を大きく、すなわち食い込みを浅くして $b/a=0.5$ とした構造においても比帯域を最大にする構造とほぼ同等の特性が得られることが明らかになった。よって、 $b/a=0.5$ の構造を最適構造と決定した。この場合、トンネル径を無限大にした極限における複屈折と比帯域の値は $\Delta=0.01$ の場合に $B \approx 1.57 \times 10^{-3}$, $S \approx 6.08 \times 10^{-2}$ となることを見積った。これらの値は図6-1-(a)の構造のサイドトンネル型光ファイバ[22]における値($B \approx 1.95 \times 10^{-3}$, $S \approx 7 \times 10^{-2}$)のそれぞれ 90%, 76%程度である。

第7章 非軸対称光ファイバの損失測定

7-1	まえがき	148
7-2	測定系の構成	149
7-3	絶対単一偏波光ファイバの測定	154
7-4	考察	157
7-5	むすび	158

7-1 まえがき

本論文の第2章から第6章にわたって、非軸対称光ファイバの伝搬特性の数値解析手法について論じてきた。特に前章においては、それらの章で発展させてきた数値解析法を応用して、サイドトンネル型光ファイバの絶対単一偏波特性についての詳細な数値的検討を行った。このような伝搬特性の理論解析と同様に、実際に製造された非軸対称光ファイバの単一偏波特性の測定ということも極めて重要な課題である。現に非軸対称光ファイバの特性記述のための重要なパラメータであるモード複屈折については頻りに測定が行われている[8,9,13,14,21]。しかし、複屈折と同様に絶対単一偏波光ファイバにおいて重要なパラメータである絶対単一偏波の比帯域についての測定はほとんど行われていないのが現状である。また、非軸対称光ファイバに対して行われている多くの伝送特性測定は偏波依存性を考慮しない伝送損失特性のみである[13]。

本章では、このように測定対象となることの少ない非軸対称光ファイバの偏波依存伝送特性の測定について論じる。非軸対称光ファイバの偏波、波長依存損失特性を測定するための実験装置を開発し、製造された非軸対称光ファイバの偏波依存伝送特性を測定し、絶対単一偏波帯域を測定する。

7-2 実験系の構成

図7-1に、測定のための実験系を示す。ハロゲンランプによる白色光源(アンリツ: MG922A 出力波長域 0.6~1.6 μm)の光を多モード光ファイバで分光器(日本光学:G250)に導く。白色光源を分光すると、その光電力は微弱になるので、後で狭帯域同期検波を行うために分光器の手前で800Hzのチョッパにより ON-OFF する。分光器の出力光を偏光子を介して被測定光ファイバに入射する。その出力光を液体窒素温度(77K)に冷却した InAs 赤外光検出器(浜松ホトニクス:P838)で検出し、その光の電力に比例した光電流をプリアンプ(電流-電圧変換器)により電圧に変換し、ロックインアンプによって狭帯域同期検波する。分光器とロックインアンプに接続されたデジタル電圧計はマイクロコンピュータ(日本電気:PC-9801)によって制御され、自動測定が可能となっている。分光器の光入射側のフィルタは、分光器の回折格子における高調波の回折光の透過を防ぐものであり、0.8 μm より長波長の光のみ透過させる。したがって0.8 μm より短波長帯で測定を行う場合にはこれを除去する必要がある。

この実験系の性能を評価するために、測定のダイナミックレンジ(S/N比)を見積もってみる。まず、実験系が発生する雑音について考える。ただし簡単のため、雑音は光検出器とプリアンプの発生する雑音のみとする。プリアンプの回路およびその雑音等価回路は図7-2-(a),(b)に示すとおりである。雑音源としては光検出器(液体窒素温度における1 M Ω の内部抵抗)と帰還抵抗(1 M Ω)が発生する熱雑音、演算増幅器(アナログデバイス:AD503)の入力換算雑音(15 $\mu\text{V}/\sqrt{100\text{kHz}}$)という三つを考えればよい。これらによるプリアンプの出力における帯域1 Hzあたりの雑音電圧の二乗平均値は、図7-2中の記号を用いると、

$$\begin{aligned} \overline{V_{no}^2} &= \left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right)^2 \overline{V_{nA}^2} / 10^5 + \left(\frac{R_f}{R_i}\right)^2 \overline{V_{ni}^2} + \overline{V_{mf}^2} \\ &= 4 \overline{V_{nA}^2} + 4k(T_i + T_f)R_i \end{aligned} \quad (7-1)$$

のように書くことができる。ここで、 k はボルツマン定数($1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$)、 T_i, T_f はそれぞれ雑音源の温度(77Kと300K)である。

式(7-1)に数値を代入して計算すると、これは約 $3 \times 10^{-14} \text{ V}^2/\text{Hz}$ となる。すなわちこれはロックインアンプの入力において約 $\sqrt{3 \times 10^{-14}} \text{ V}/\sqrt{\text{Hz}}$ の雑音となる。一方、

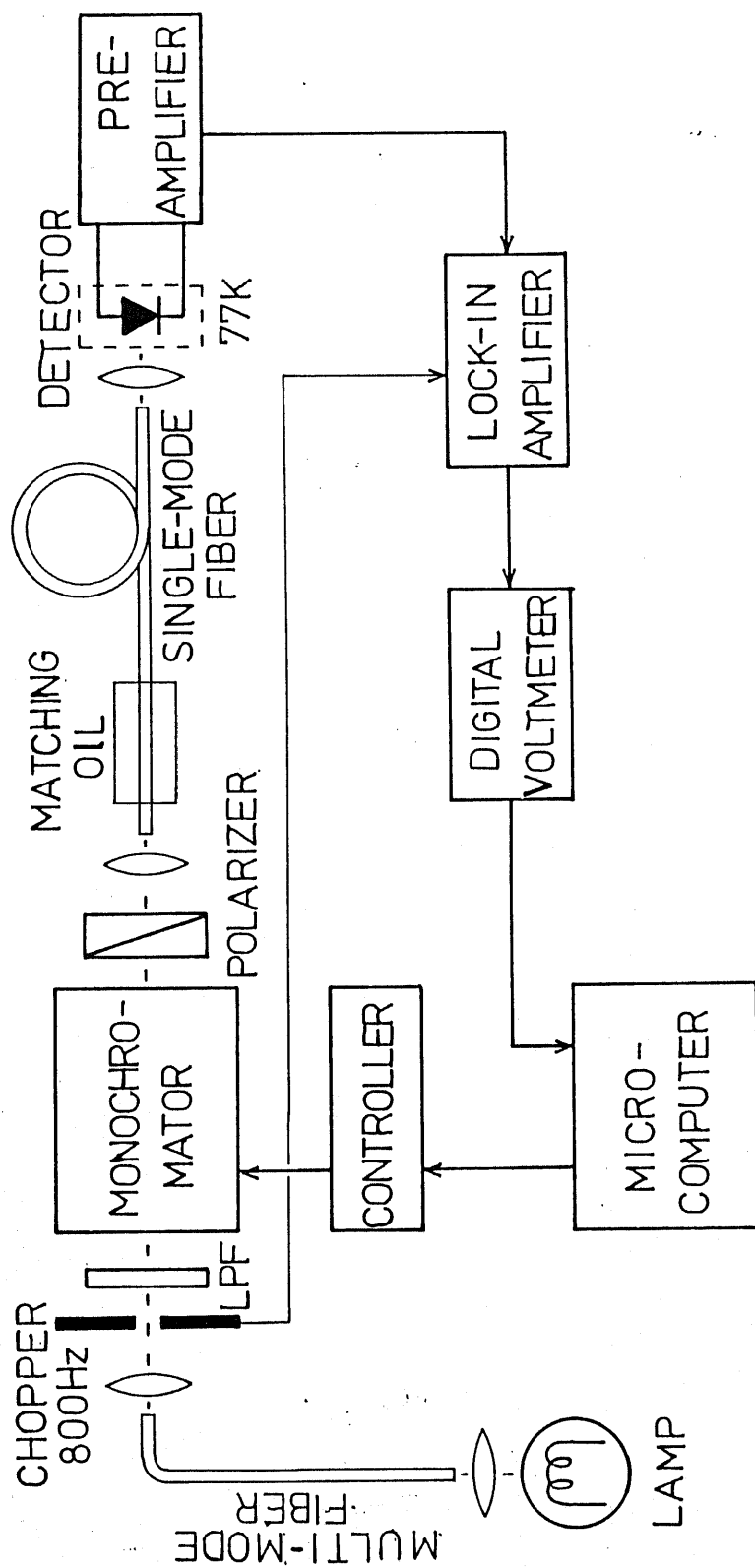
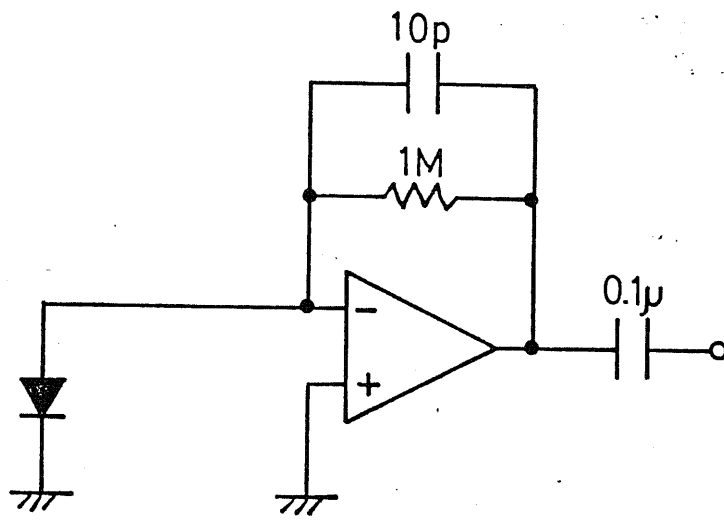
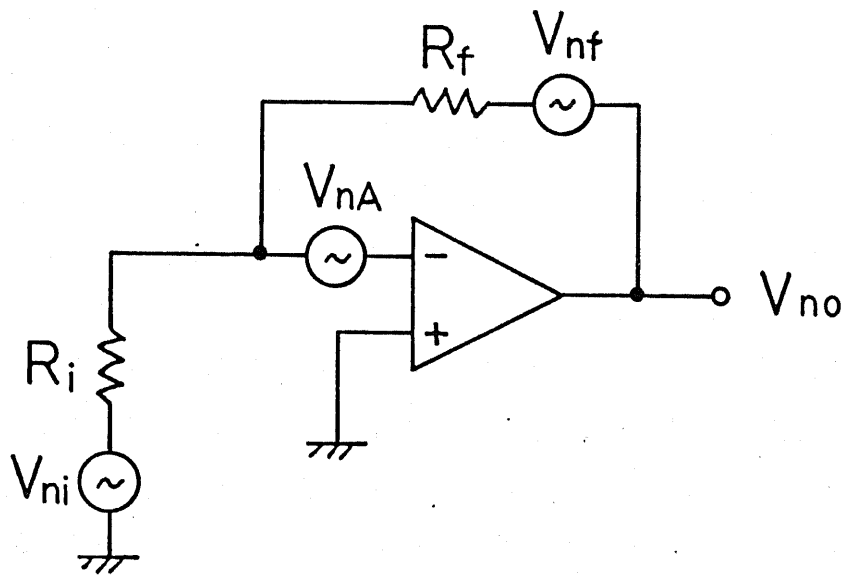


図7-1 非軸対称光ファイバの偏波依存損失測定のための実験系



(a) 回路図



(b) 雑音等価回路

図7-2 プリアンプの回路

光を検出器に入力しない状態においては雑音の測定値として $1.9 \times 10^{-7} \text{ V}/\sqrt{\text{Hz}}$ を得たので上記の見積りはほぼ正しいことになる。

次に、測定感度を調べるために分光器の出力部の偏光子をとり除き、光を長さ約 1 m の単一モード光ファイバを通して検出器に入射して、検出器の出力電圧を測定したところ、 $1.3 \mu\text{m}$ において $120 \mu\text{V}$ の出力を得た。これより、帯域が 1 Hz のときのダイナミックレンジは、 $10 \log(120 \times 10^{-6} / 1.9 \times 10^{-7}) \approx 28$ より最大で 28 dB となる。非軸対称光ファイバの偏波依存伝送特性測定の場合には偏光子を分光器の出力部に挿入しなければならず、そのうえ分光器の回折効率が偏波依存性を有するので、ダイナミックレンジは上記のものよりは劣化するが、20 dB 程度は取れると考えられる。また、狭帯域同期検波の帯域を狭くすることによってダイナミックレンジを改善することができる。

上記のダイナミックレンジの計算においては光電流によるショット雑音は考慮しなかったのは、熱雑音と演算増幅器の雑音が支配的であることによる。試みに、 $120 \mu\text{V}$ のプリアンプ出力を得るための入力光電流のショット雑音による出力換算雑音電圧を計算すると、

$$V_{\text{shot}}^2 = 2 e \times I (= 120 \times 10^{-6} / 1 \times 10^6) \times (1 \times 10^6)^2 \approx (6.2 \times 10^{-9})^2 \text{ V}^2/\text{Hz}$$

となり、上記の計算における雑音電圧 $(\sqrt{3} \times 10^{-7})^2 \text{ V}^2/\text{Hz}$ よりも十分小さいことがわかる。

この測定装置の動作の確認のために、分光器の出力部の偏光子を取り除いて長さ 3.2 km の通常の軸対称単一モード光ファイバの波長依存損失特性をカットバック法(光ファイバの長さが 3.2 km と 1 m の場合の出力電力を比較する)[3]によって測定した。測定結果を図 7-3 に示す。 $1.1 \mu\text{m}$ 付近において損失のピークがあるが、これは高次モードの遮断波長がこの付近にあるための高次モードへの結合による損失の増加である。これはカットバック法において光ファイバの長さが短いときにはこのように測定されてしまう。図中の……は製造会社(古河電工)の提供した測定データである。両者は高次モードの遮断波長付近以外では良く一致しており、測定装置が正常に動作していることを確認した。

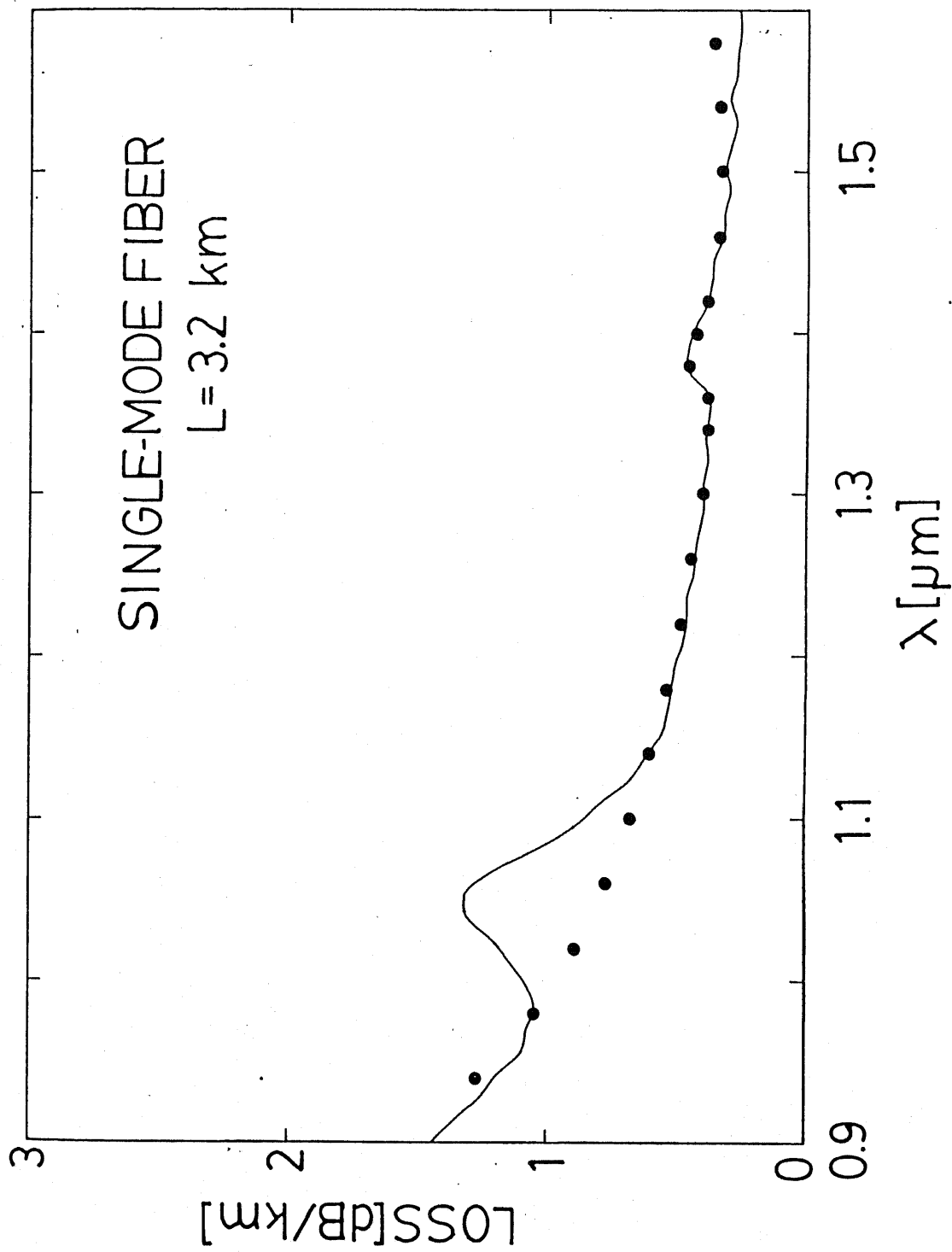


図7-3 軸対称単一モード光ファイバの損失特性

7-3 絶対単一偏波光ファイバの測定

本節では前節の測定装置による絶対単一偏波光ファイバの偏波依存伝送特性の測定について述べる。

偏波依存伝送特性を測定するためには被測定光ファイバの主軸を定めなければならない。非軸対称光ファイバの主軸は、光ファイバにレーザなどのコヒーレンスの高い光波の直線偏波を入射して、その偏波の方向を可変して出力の偏波状態も直線偏波となる偏波方向によって定めることができるが、測定対象とする光ファイバを絶対単一偏波光ファイバに限定すると図7-1の実験系を用いてもこれを行うことができる。すなわち、分光器を掃引して適当な波長に設定したときに光出力が0となるような偏光方向を見つければよい。

図7-4にPANDA型単一偏波光ファイバ[12]の測定結果を示す。この光ファイバはクラッド内の B_2O_3 をドープしてある円形の熱応力付与部によって応力誘起複屈折を得ているが、 B_2O_3 をドープした部分の屈折率がクラッドよりも低いために絶対単一偏波特性を示す。同図-(a)に長さ1mの光ファイバのふたつの主軸に対する光の伝送特性を示す。長波長側においては出力が0となり、ふたつの偏波の伝搬モードが異なる遮断波長を持っている様子がわかる。

図7-4-(b)に、長さ85mの同じ光ファイバの偏波依存損失特性のカットバック法による測定結果を示す。これによってふたつのモードが遮断波長を持つ様子が同図-(a)よりも明確にわかる。これにより、被測定光ファイバの絶対単一偏波の比帯域を求めてみる。同図より、ふたつのモードの遮断波長は

$$\lambda_{cx} = 1.08 \mu\text{m}$$

$$\lambda_{cy} = 1.25 \mu\text{m}$$

となる。よってこの光ファイバの比帯域 S は式(5-9)より、

$$S \approx 0.15$$

となる。

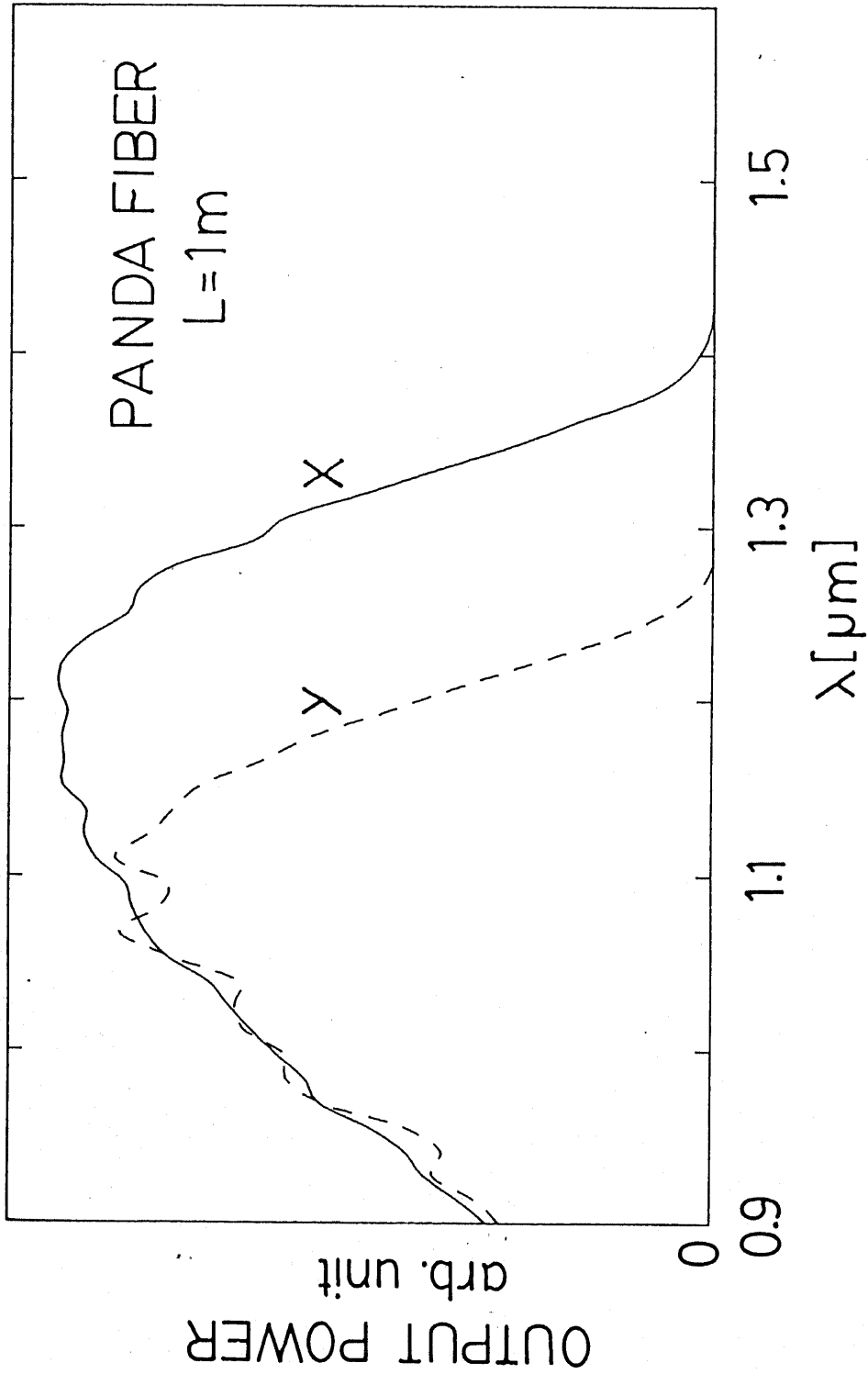


図7-4 PANDA型単一偏波光ファイバの伝送特性

(a) 長さ1mの光ファイバの伝送特性

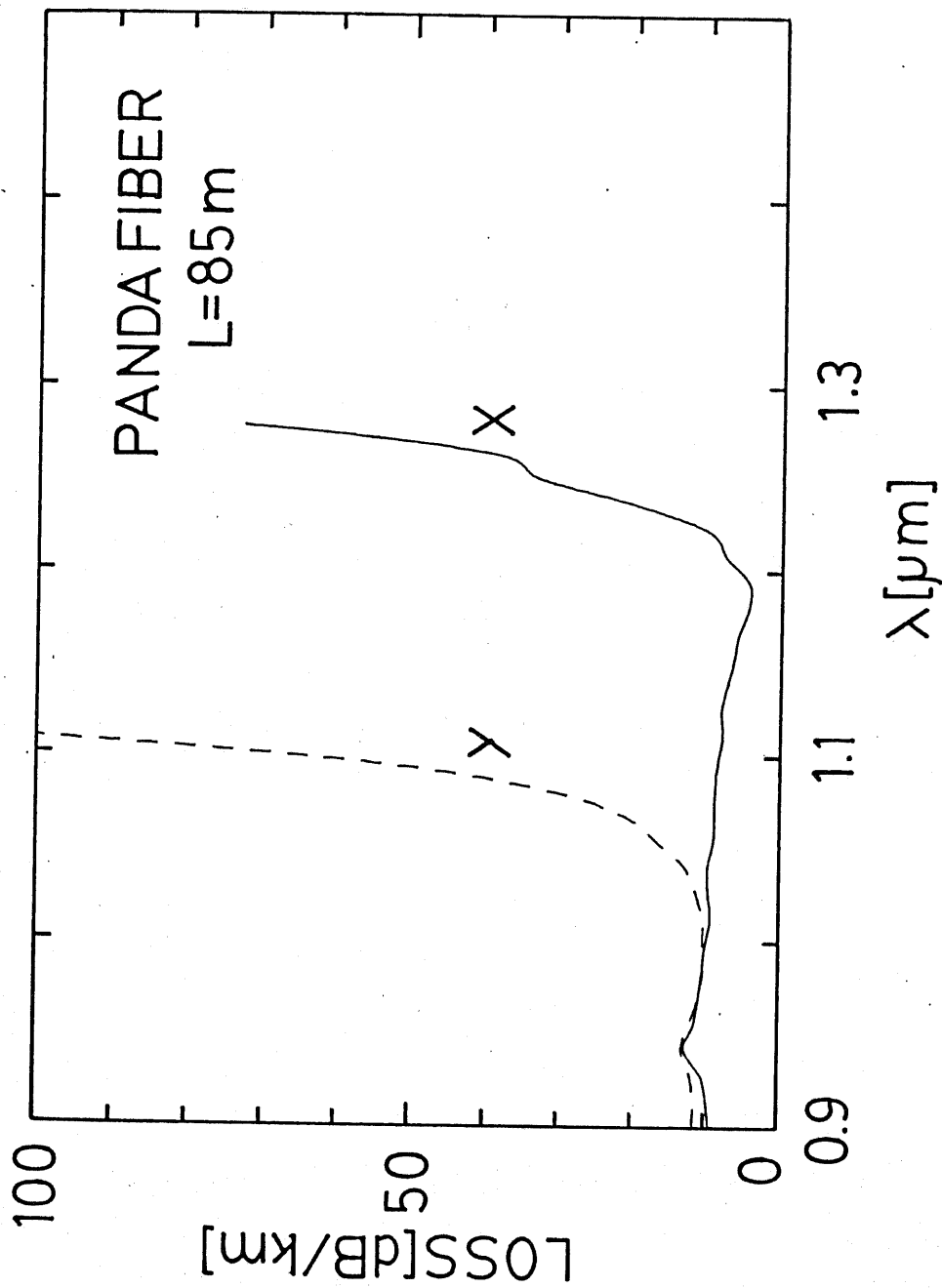


図7-4 PANDA型単一偏波光ファイバの伝送特性

(b) 偏波依存損失特性

7-4 考察

前節で行ったPANDA型単一偏波光ファイバの絶対単一偏波特性の測定においては絶対単一偏波の比帯域として、0.15という値が得られている。この値は、第6章におけるサイドトンネル型絶対単一偏波光ファイバの解析においても見られなかった大きな値である。これはPANDA型単一偏波光ファイバにおいては単一偏波特性は、主として第6章で解析したような構造誘起複屈折ではなくて熱応力誘起複屈折によるもので、これが大きいことに伴って比帯域も大きくなるためと考えられる。また、この光ファイバにおいては曲げの助けを借りることなく図7-4に示すような絶対単一偏波特性を測定できたので、この光ファイバは絶対単一偏波光ファイバとして極めて良好な特性を持つといえる。このような曲げの助けを借りることなく絶対単一偏波を実現できる光ファイバの例としては、PANDA型単一偏波光ファイバと同様な熱応力付与型のBow-Tie型絶対単一偏波光ファイバ[9]がある。

この光ファイバにおいてもPANDA型とほぼ同程度の比帯域が得られている[5]。

PANDA型単一偏波光ファイバの測定の他に、表7-1の諸元(記号の定義は第6章と同様)を持つサイドトンネル型絶対単一偏波光ファイバの測定も試みたが、この測定装置において測定可能な0.5~1.5 μm の波長領域において光が伝搬しなかった。第6章で行った数値解析を利用してファイバAの遮断周波数を見積もってみると、

$$V_{cx} \approx 7.74$$

$$V_{cy} \approx 7.53$$

より、

$$\lambda_{cx} \approx 0.54 \mu\text{m}$$

$$\lambda_{cy} \approx 0.56 \mu\text{m}$$

を得る。したがって0.54 μm 以上の波長帯においても光は伝搬するはずだが、これらの光ファイバにおいてはコアよりも屈折率が0.4%低いクラッドの外側に、コアよりも屈折率が0.1%低いもうひとつのクラッドが存在するので、このことによって実効的な遮断波長がさらに短波長側にずれているために光が伝搬しないと考えられる。ファイバBについては、その諸元をファイバAと比較すれば遮断波長がさらに短波長側にずれていることは明らかである。

表7-1 サイドトンネル型絶対単一偏波光ファイバの諸元

	ファイバA	ファイバB
a	10 μ m	10 μ m
b/a	0.17	0.09
Δ	0.4%	0.4%

7-5 むすび

本章では非軸対称光ファイバの偏波依存伝送特性測定装置の開発を行い、これを用いた絶対単一偏波光ファイバの波長と偏波に依存した損失特性の測定を行った。測定装置に関しては、そのダイナミックレンジが20dB程度取れるので、非軸対称光ファイバの偏波依存損失が十分測定可能である。実際の測定においてはPANDA型絶対単一偏波光ファイバの偏波依存損失特性を測定した。このような熱応力付与型の光ファイバにおいては曲げの助けを借りることなく広い絶対単一偏波の比帯域が得られることを確認した。また、曲げの助けを借りなければ絶対単一偏波特性を示さない光ファイバについては測定する機会がなかったが、これについても十分測定が可能であると考えられる。サイドトンネル型絶対単一偏波光ファイバの測定も試みたが、その諸元がこの測定装置の測定可能波長範囲から外れているために測定ができなかった。前章で設計したような諸元を持つサイドトンネル型光ファイバが製造されることを期待したい。

第8章 結論

以上の7章にわたって非軸対称光ファイバの伝搬特性の解析、測定手法について論じてきた。

第2章において提案し、第3～6章にわたって応用範囲を広げていったグリーン関数を用いない境界積分法は、それらの章における解析結果が示すように、一般の区分的均質媒質における二次元ヘルムホルツ方程式の境界値問題の数値解法として極めて有効であり、従来の何種類かの電磁界数値解析法と比較しても遜色ない解析法であることを確認した。特に通常の境界要素法との比較においては、その持つ高精度な解析ができるという性質をそのまま受け継ぎ、なおかつ定式化が容易になるという利点を持っていることがわかった。特に第4章以降の光ファイバの固有モード解析においては、境界上の未知関数をフーリエ三角級数展開することによって境界条件の扱いが極めて容易になることも明らかになった。このような電磁界のフーリエ級数展開法は、境界上に端点が存在する場合、境界が複合媒質中に複数個存在する場合にも容易に適用できることがわかった。しかし、この解析法については、境界上の端点による電磁界の不連続性を考慮できるような電磁界の展開法、三つの境界が一点で接続されている場合の境界条件の適用法、および伝搬モードの遮断周波数を正確に求めるための定式化などの改良の余地が残されている。

非軸対称光ファイバの伝搬特性解析については、第6章のサイドトンネル型絶対単一偏波光ファイバを中心として行った。ここにおいてはサイドトンネル型光ファイバの絶対単一偏波光ファイバとしての詳細な特性が明らかになった。問題となっていた高次モードの異常接近現象は、構造を適当に変化させることによって性能を大きく劣化させることなく回避できることが明らかになった。しかし、サイドトンネル型光ファイバが以前に報告されているほどは高い単一偏波特性は持っていないことも明らかになった。

第7章において構成した非軸対称光ファイバの偏波依存伝送特性測定装置は、いくつかの測定結果によって有効に動作することがわかった。そして、この装置による測定によって絶対単一偏波光ファイバの比帯域を見積もることが可能となった。この装置について今後改善されるべき点は、測定精度の向上のためにダイナミックレンジを広く取れるようにすることであろう。

本論文が、光ファイバ通信および計測、電磁界の数値解析などの研究分野において役に立つことがあれば、筆者にとって望外の喜びである。

謝 辞

本論文は、筆者が昭和59(1984)年4月1日から昭和62(1987)年3月31日にわたって、東京大学大学院工学系研究科第一種博士課程電子工学専門課程に在学中に行った研究をまとめたものである。

本論文の研究を進めるにあたって、その端緒を与えられ、終始懇切丁寧な御指導と有益な御討論、御助言を頂いた大越孝敬教授に感謝の意を表す。実験装置について御助言を頂いた菊池和朗助教授(現在、米国ベル研究所に出張中)に感謝の意を表す。実験装置の製作に御協力頂いた大越研究室の石橋隆一氏、ならびに電気電子工学科工作室の香取昌氏と渋谷武夫氏に感謝の意を表す。

研究室が近いよしみで通学途中の電車の中で度々御討論頂いた本学電子工学科の神谷武志助教授、大越研究室OBで工学部境界領域研究施設の保立和夫講師に感謝の意を表す。同じく大越研究室OBで、榎古河電工中央研究所の張栄基氏には、光ファイバの測定実験についてのさまざまなノウハウを伝授して頂いた。ここに感謝の意を表す。

本論文における数値解析において用いた有限要素法解析のデータを提供して下さった大越研究室大学院生の石田修氏、ならびに単一モード光ファイバの長さの測定をOTDRによって行って頂いた菊地研究室大学院生の内藤崇男氏に感謝の意を表す。

本論文において測定を行ったPANDA型光ファイバは榎日本電信電話茨城電気通信研究所の岡本勝就氏に、サイドトンネル型光ファイバは榎住友電工の星川政雄氏、西村正幸氏にそれぞれ御提供頂いた。ここに感謝の意を表す。

本学外においては、積分方程式を用いた数値解法について貴重な御討論と御助言を頂いた大阪大学工学部の森田長吉氏、ならびに大阪電気通信大学の橋本正弘教授に感謝の意を表す。誘電体導波路の数値解析法全般について御討論頂いた北海道大学工学部の小柴正則助教授ならびに早田和弥氏、福岡大学工学部の宮本徳男夫教授、九州大学工学部の青木和男教授をはじめとする電気/電子通信学会電磁界理論研究会関係の諸氏、筆者が電気通信大学修士課程在学中の指導教官の電気通信大学山下栄吉教授ならびに厚木和彦助教授に感謝の意を表す。

最後に、研究以外の事務や行事などにおいても多大な援助を頂いた大越研究室の北沢清子氏、基礎実験室の田宮寿美子氏をはじめとする東京大学電子工学科大越・菊池研究室の各位に感謝の意を表す。

なお、本論文にて行った数値計算は東京大学大型計算機センターの HITAC M-280H,
M-680H を利用した。本論文の研究は文部省特別推進研究の援助を受けた。

1986.12.20

來住 直人

來住直人

参考文献

総論

- [1] T.Okoshi:"Recent progress in heterodyne/coherent optical-fiber communications",IEEE/OSA Journal of Lightwave Tech.,
LT-2,pp.341-346,Aug.1984
- [2] T.Miya,Y.Terunuma,T.Hosaka and T.Miyashita:"Ultimate low-Loss single-mode fiber at $1.55\mu\text{m}$ ",Electron.Lett.,15,pp.106-108,Feb.1979
- [3] 大越,岡本,保立:"光ファイバ",オーム社,1983
- [4] 大越 編:"光ファイバセンサ",オーム社,1986
- [5] 大越:"光ファイバにおける偏波の諸問題",
第1回応用物理学会光ファイバセンサワークショップ,1985.7

非軸対称光ファイバ

- [6] T.Okoshi:"Single-polarization single mode optical fibers",
IEEE Journal Quantum Electron.,QE-17,pp.879-884,June 1981
- [7] K.Okamoto,T.Hosaka and Y.Sasaki:"Linearly single polarization fibers with zero polarization mode dispersion",
IEEE Journal Quantum Electron.,QE-18,pp.496-503,April 1982
- [8] 横田,西村,鈴木,矢野,星川:"サイドトンネル型単一偏波光ファイバの製作",
電子通信学会光量子エレクトロニクス研究会,0QE82-39,1982.7
- [9] R.D.Birch,D.N.Payne and M.P.Varnham:"Fabrication of polarisation-maintaining fibres using gas-phase etching",
Electron.Lett.,18,pp.1036-1038,Nov.1982
- [10] N.Shibata,Y.Sasaki,K.Okamoto and T.Hosaka,"Fabrication of polarisation maintaining and absorption reducing fibers",
IEEE/OSA Journal of Lightwave Tech.,LT-1,pp.38-43,March 1983
- [11] J.R.Simpson,R.H.Stolen,F.M.Sears,W.Pleibel,J.B.Macchensney,
and R.E.Howard:"A single-polarization fibers",
IEEE/OSA Journal of Lightwave Tech.,LT-1,2,pp.370-374,June 1983

- [12] Y.Sasaki, T.Hosaka, K.Takada and J.Noda: "8 km-long polarisation-Maintaining fibre with highly stable polarisation state",
Electron.Lett.19, 19, Sept.1983
- [13] 菅沼, 横田, 弾塚, 茗荷谷, 清水: "サイドトンネル型定偏波ファイバの製作",
昭和60年電子通信学会全国大会, 1081
- [14] M.Tsubokawa, N, shibata, T.abe, T.Higashi and S.Seikai: "Polarisation characteristics of a side-tunnel fibre",
Electron.Lett., 22, pp.1280-1281, Nov.1986

数値解析法総論

- [15] 小西: "電磁波問題へのアタックの仕方", 電子通信学会編, 1977
- [16] S.M.Saad: "Review of numerical methods for the analysis of arbitrarily-shaped microwave and optical dielectric waveguides",
IEEE Trans.Microwave Theory Tech., MTT-33, pp.894-899, Oct.1985

有限要素法(変分法)

- [17] R.M.Bulley and J.B.Davies: "Computation of approximate solution to TE modes in arbitraly shaped waveguides",
IEEE Trans.Microwave Theory Tech., MTT-17, pp.440-446, Aug.1969
- [18] C.Yeh, K.Ha, S.B.Dong and W.P.Brown: "Single-mode optical waveguides",
Appl.Opt., 18, pp.1490-1504, May 1979
- [19] T.Okoshi and K.Oyamada, : "Single polarisation single mode optical fibre with refractive-index pit on both sides of core",
Electron.Lett. 16, pp.712-713, Aug.1980
- [20] K.Oyamada and T.Okoshi: "Two-dimensional finite element method calculations of propagation characteristics of axially nonsymmetrical Optical fibers", Radio Science, 17, pp.109-116, Jan.-Feb.1982
- [21] 小山田: "非軸対称光ファイバの伝搬特性に関する研究",
東京大学電子工学科, 学位論文, 1982.3
- [22] T.Okoshi, K.Oyamada, M.Nishimura, and H.Yokota: "Side-tunnel fibre :an approach to polarisation-maintaining optical waveguding scheme.",
Electron.Lett., 18, pp.824-826, July 1982

- [23] T.Okoshi, T.Aihara and K.Kikuchi: "Prediction of the ultimate performance of side-tunnel single-polarisation fibre",
Electron.Lett., 19, pp.1080-1082, Dec.1983
- [24] 大越, 進藤, 菊池, 府川: "有限要素法によるサイドトンネル型単一偏波光ファイバの解析", 信学技報, MW85-19, 1985.6
- [25] 大越, 石田, 菊池: "サイドトンネル型光ファイバの有限要素法解析 - 電磁界分布と伝搬特性", 信学技報, 0QE86-36, 1986.6
- [26] M.Koshiha, K.Hayata and M.Suzuki: "Vectorial finite element formulation without spurious modes for dielectric waveguides",
Trans. IEECE Japan, E-67, pp.191-196, April 1984
- [27] K.Hayata, M.Koshiha, M.Suzuki: "Stress-induced birefringence of side-tunnel type polarization-maintaining fibers",
IEEE/OSA Journal of Lightwave Tech., LT-4, pp.601-607, June 1986
- [28] K.Hayata, M.Eguchi, M.Koshiha and M.Suzuki: "Anomaly of modal field in side-Tunnel single-polarisation fibre",
Electron.Lett., 22, pp.838-839, July 1986
- [29] K.Hayata, M.Eguchi, M.Koshiha and M.Suzuki: "Vectorial wave analysis of side-tunnel type polarization-maintaining optical fibers by variational Finite elements",
IEEE/OSA Journal of Lightwave Tech., LT-4, pp.1090-1096, Aug.1986
- [30] B.M.Rahman and J.B.Davies: "Penalty function improvement of waveguides solution by finite elements",
IEEE Trans.Microwave Theory Tech., MTT-32, pp.922-928, Aug.1984
- [31] B.M.Rahman and J.B.Davies: "Finite-Element solution of integrated optical waveguides", IEEE/OSA Journal of Lightwave Tech.,
LT-2, pp.682-687, Oct.1984
- [32] K.Okamoto, T.Hosaka and T.Edahiro: "Stress analysis of optical fibers by a finite element method",
IEEE Journal Quantum Electron., QE-17, pp.2123-2129, Oct.1981

点整合法

- [33] J.E.Goell:"A circular-harmonic computer analysis of rectangular dielectric waveguides",Bell System Technical Journal,51, pp.2133-2160,Sept.1969
- [34] E.Yamashita,K.Atsumi,O.Hashimoto and K.Kamijo:"Modal analysis of homogeneous optical fibers with deformed boundaries", IEEE Trans.Microwave Theory Tech.,MTT-27,pp.352-356,April 1979
- [35] E.Yamashita,K.Atsumi and R.Kuzuya:"Composite dielectric waveguides", IEEE Trans.Microwave Theory Tech.,MTT-28,pp.986-990,Sept.1980
- [36] K.Atsumi,T.Aslam and E.Yamashita,:"Modal analysis of composite dielectric waveguides with multi-boundaries in radial directions", Trans.IECE Japan,E65,pp.189-193,April 1982
- [37] 細野,日向,吉川:"円形ピットを持つ偏波面保存単一モード光ファイバの数値解析",電子通信学会論文誌(B),J66-B,pp.399-407,1983.3
- [38] 吉川,日向,細野,鷹野:"コアとクラッドにまたがる中空の円形ピットを持つ偏波面保存単一モード光ファイバの解析",電子通信学会論文誌(B), J67-B,1,pp.70-77,1984.1
- [39] 日向,吉川,黒岩,細野:"円形コアの外部に円形ピットを持つ偏波面保存光ファイバの解析",電子通信学会論文誌(C),J68-C,11,pp.893-900,1985.11
- [40] C.C.Su:"Cutoff frequency of a homogeneous optical fiber with arbitrary cross section",IEEE Trans.Microwave Theory Tech., MTT-33,pp.1101-1105,Nov.1985

モード整合法

- [41] 辻,繁沢,滝山:"任意形状断面を有する誘電体導波路の新しい数値解法について", 電子通信学会技術研究報告,MW81-13,1981.5
- [42] 宮本,安浦:"モード整合法による偏波保存用楕円コア光ファイバの高精度数値解析":電子通信学会論文誌(B),J68-B,9,pp.1003-1010,1985.9

積分方程式を用いた解法

- [43] 森田: "電磁界問題における積分方程式の数値解法",
電子通信学会誌, 68, pp.266-270, 1985.3
- [44] P.C.Waterman: "Matrix formulation of electromagnetic scattering",
Proc. IEEE, 53, pp.805-812, Aug.1965
- [45] R.F.Harrington: "Field computation by moment method",
Macmillan Company, 1968
- [46] N.Okamoto: "Matrix formulation of scattering by a homogeneous gyrotropic cylinder", IEEE Trans. Antennas Propagat., Ap-8, pp.642-649, Sept.1970
- [47] N.Okamoto: "Reciprocity of electromagnetic waves scattered by anisotropic Composite obstacles", Journal of Applied Physics, 42, No.13,
pp.5465-5468, Dec.1971
- [48] R.Mitra: "Computer techniques for electromagnetics", Pergamon Press, 1973
- [49] N.Morita: "A method extending the boundary condition for analyzing guided modes of dielectric waveguides of arbitrary cross-sectional shape",
IEEE Trans.Microwave Theory Tech., MTT-30, pp.6-13, Jan.1982

境界要素法

- [50] C.A.Brebbia: "The boundary element method for engineers",
Pentech Press, 1978
- [51] T.Okoshi: "Planar circuits-for microwaves and lightwaves", Springer, 1985
- [52] T.Okoshi and N.Miyoshi: "The planar circuit-an approach
to microwave integrated circuitry",
IEEE Trans., Microwave Theory Tech., MTT-20, No4, pp.245-252, April 1972
- [53] Y.Ayasli: "Analysis of wide-band stripline circulators
by integral equation technique",
IEEE Trans., Microwave Theory Tech., MTT-28, No3, pp.200-209, March 1980
- [54] 鷲巢, 深井: "境界要素法による電磁界開放領域問題の解析",
電子通信学会論文誌(B), J64-B, 12, pp.1359-1365, 1981.12
- [55] 神谷: "有限要素法と境界要素法", サイエンス社, 1982

- [56] S.Kagami and I.Fukai, "Application of boundary-element method to electromagnetic field problem", IEEE Trans., Microwave Theory Tech., MTT-28, pp.455-461, April 1984
- [57] 松原: "偏波保存光ファイバの境界要素法解析", 電子通信学会論文誌(B), J67-B, 9, pp.968-973, 1984.9
- [58] 佐野, 倉藪: "境界要素法による誘電体線路の解析", 電子通信学会論文誌(B), J68-B, 12, pp.1419-1427, 1985.12
- [59] 本間: "境界要素法による導波路解析とスプリアス解", 電気/電子通信学会研究会資料, EMT86-4, 1986.1
- [60] 榎園, 戸高: "補正積分を使用した境界要素解析", 電気学会論文誌A, 106, pp.149-156, 1986.4

その他

- [61] 藤井, 佐野: "だ円断面ファイバの偏波伝送特性", 電子通信学会論文誌(C), J63-C, pp.471-478, 1980.8
- [62] R.K.Varshney and A.Kumar: "Birefringence calculation in side-Tunnel optical fibers: a rectangular-core waveguide model", Opt.Lett., 11, pp.45-47, Jan.1986
- [63] 河野, 宅間: "数値電界計算法", コロナ社, 1980
- [64] 村島: "代用電荷法とその応用" 森北出版社, 1983
- [65] G.N.Watson: "Theory of bessel functions", Camblidge at the University Press, 1922
- [66] 森口, 宇田川, 一松: "数学公式 I, II, III", 岩波全書, 1956

著者発表文献

I 本学位論文に関連する発表文献

学会論文誌

- [1] Naoto KISHI and Takanori OKOSHI: "Proposal for a Boundary Integral Formulation without Using Green's Function Problems", IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques(投稿中)
- [2] Naoto KISHI and Takanori OKOSHI: "Vectorial Wave Analysis of Uniform Core Optical Fibers by Boundary Integral Method without Using Green's Function", IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques(投稿準備中)
- [3] Naoto KISHI and Takanori OKOSHI: "Modal Analysis of Side-Tunnel Type Single-Polarization Single-Mode Optical Fibers by Boundary Integral Method without Using Green's Function", IEEE/OSA Journal of Lightwave Technology(投稿準備中)

研究会

- [1] 來住直人,大越孝敬:"グリーン関数を用いない境界積分法定式化の提案",
電気学会/電子通信学会研究会資料,Vol.85,EMT85-31,1985年 7月25日
- [2] 來住直人,大越孝敬:"グリーン関数を用いない境界積分法(第2報)
- 光ファイバの固有モード解析への適用 -",電気学会/電子通信学会
研究会資料,Vol.85,EMT85-78,1985年10月22日
(電気学会/電子通信学会 電磁界理論シンポジウム)
- [3] 來住直人,大越孝敬:"グリーン関数を用いない境界積分法(第3報)
- 複合媒質光ファイバの固有モード解析 -",電子通信学会技術研究報告,
Vol.85,MW85-100,1985年11月29日
- [4] 來住直人,大越孝敬:"グリーン関数を用いない境界積分法(第4報)
- 境界上の端点による計算精度の劣化 -",電気学会/電子通信学会
研究会資料,Vol.86,EMT86-18,1986年 5月23日
- [5] 來住直人,大越孝敬:"サイドトンネル型単一偏波光ファイバの最適構造",
光波利用センシング第1回シンポジウム,1987年1月29日(発表予定)

II その他の発表文献

- [1] 厚木和彦, 來住直人, 山下栄吉: "平面回路のポイントマッチング解析法", 昭和58年度電子通信学会総合全国大会一般講演, No. 822, 1983年 4月 3日, 東北大学

- [2] 來住直人, 山下栄吉, 厚木和彦: "多重コア光ファイバ結合特性の群論・ポイントマッチング法による解析", 電子通信学会技術研究報告, Vol. 84, No. 55, MW84-15, 1984年 6月18日

- [3] 來住直人, 山下栄吉, 厚木和彦: "多重コア光ファイバ結合特性のヒュッケル近似法による解析", 電子通信学会技術研究報告, Vol. 84, No. 55, MW84-16, 1984年 6月18日

- [4] 來住直人, 厚木和彦, 山下栄吉, 小手川賢二: "複合媒質平面回路のポイントマッチング法による解析", 電子通信学会論文誌, Vol. J-67-b, No. 9, pp994-995, 1984年 9月

- [5] Eikichi YAMASHITA, Naoto KISHI and Kazuhiko ATSUKI, "Modal Analysis of Optical Fibers with Circularly Distributed Cores and a Central Core", SINO-JAPANESE JOINT MEETING ON OPTICAL FIBER SCIENCE AND ELECTROMAGNETIC THEORY, Beijing, China, May 16-19, 1985

- [6] Naoto KISHI, Eikichi YAMASHITA and Kazuhiko ATSUKI: "Modal and Coupling Field Analysis of Optical Fibers with Circularly Distributed Multiple Cores and a Central Core", IEEE/OSA Journal of Lightwave Technology, vol. LT-4, Special Issue on Fiber, Cable and Splicing Technology, Aug. 1986

付 録

A 円柱調和関数の円周上における線積分の解析的表示 173
B プログラムリスト 183

A 円柱調和関数の円周上における線積分の解析的表示

A-1 Grafの加法定理による円柱調和関数の表現

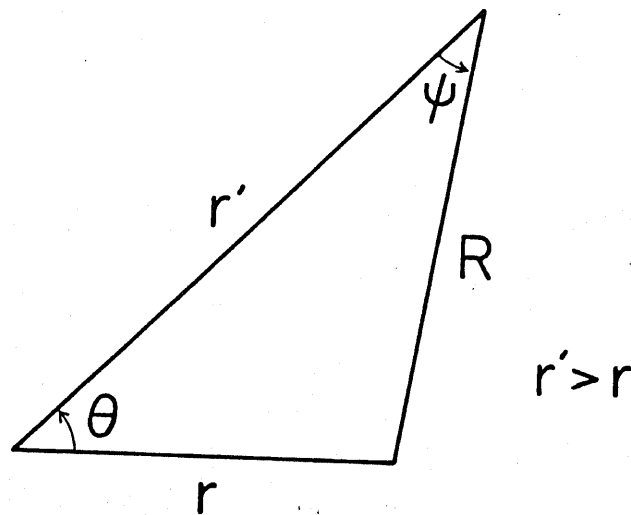
円柱調和関数はGrafの加法定理[65]により、次式の形式で表すことができる(注)。

$$J_\nu(R) \frac{\cos \nu \psi}{\sin \nu \psi} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_{\nu+m}(r') J_m(r) \frac{\cos m \theta}{\sin m \theta} \quad (\text{A-1-a})$$

$$Y_\nu(R) \frac{\cos \nu \psi}{\sin \nu \psi} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_{\nu+m}(r') J_m(r) \frac{\cos m \theta}{\sin m \theta} \quad (\text{A-1-b})$$

$$I_\nu(R) \frac{\cos \nu \psi}{\sin \nu \psi} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m I_{\nu+m}(r') I_m(r) \frac{\cos m \theta}{\sin m \theta} \quad (\text{A-1-c})$$

$$K_\nu(R) \frac{\cos \nu \psi}{\sin \nu \psi} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} K_{\nu+m}(r') I_m(r) \frac{\cos m \theta}{\sin m \theta} \quad (\text{A-1-d})$$



図A-1 Grafの加法定理における三角形

これらは、次のように表すこともできる。

$$J_\nu(R) e^{\pm j\nu\psi} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_{\nu+m}(r') J_m(r) e^{\pm jm\theta} \quad (\text{A-1-a})'$$

$$Y_\nu(R) e^{\pm j\nu\psi} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_{\nu+m}(r') J_m(r) e^{\pm jm\theta} \quad (\text{A-1-b})'$$

$$I_\nu(R) e^{\pm j\nu\psi} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m I_{\nu+m}(r') I_m(r) e^{\pm jm\theta} \quad (\text{A-1-c})'$$

$$K_\nu(R) e^{\pm j\nu\psi} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} K_{\nu+m}(r') I_m(r) e^{\pm jm\theta} \quad (\text{A-1-d})'$$

これらの式中の R, r, r', θ, ψ は図A-1の三角形において定義される。

式(A-1)の両辺を r で偏微分することを考えると、一般に右辺のような無限級数の項別微分可能性は保証されていないので、直接左辺を微分して式(A-1)を利用して式変形を行うことにより右辺の偏微分を求めることにする。たとえば式(A-1-a)'の場合は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \{ J_\nu(R) e^{j\nu\psi} \} &= \left\{ -\cos(\theta+\psi) J'_\nu(R) + \sin(\theta+\psi) \frac{J_\nu(R)}{R} \cdot j\nu \right\} e^{j\nu\psi} \\ &= J'_\nu(R) e^{j\nu\psi} \frac{e^{j(\theta+\psi)} + e^{-j(\theta+\psi)}}{2} + \frac{j\nu}{R} J_\nu(R) e^{j\nu\psi} \frac{e^{j(\theta+\psi)} - e^{-j(\theta+\psi)}}{2} \\ &= e^{j\theta} e^{j(\nu+1)\psi} \cdot \frac{1}{2} \left\{ \frac{j\nu}{R} J_\nu(R) - J'_\nu(R) \right\} - e^{-j\theta} e^{j(\nu-1)\psi} \cdot \frac{1}{2} \left\{ \frac{j\nu}{R} J_\nu(R) + J'_\nu(R) \right\} \\ &= e^{j\theta} e^{j(\nu+1)\psi} \cdot \frac{1}{2} J_{\nu+1}(R) - e^{-j\theta} e^{j(\nu-1)\psi} \cdot \frac{1}{2} J_{\nu-1}(R) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_{\nu+1+m}(r') J_m(r) e^{j(m+1)\theta} - \frac{1}{2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_{\nu-1+m}(r') J_m(r) e^{j(m-1)\theta} \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_{\nu+m}(r') \frac{J_{m-1}(r) - J_{m+1}(r)}{2} e^{jm\theta} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_{\nu+m}(r') J'_m(r) e^{jm\theta} \end{aligned}$$

となる。他の式についても同様に計算すると、

$$\frac{\partial}{\partial r} \left\{ J_\nu(R) \frac{\cos \nu \psi}{\sin \nu \psi} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_{\nu+m}(r') J'_m(r) \frac{\cos m \theta}{\sin m \theta} \quad (\text{A-2-a})$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left\{ Y_\nu(R) \frac{\cos \nu \psi}{\sin \nu \psi} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_{\nu+m}(r') J'_m(r) \frac{\cos m \theta}{\sin m \theta} \quad (\text{A-2-b})$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left\{ I_\nu(R) \frac{\cos \nu \psi}{\sin \nu \psi} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m I_{\nu+m}(r') I'_m(r) \frac{\cos m \theta}{\sin m \theta} \quad (\text{A-2-c})$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left\{ K_\nu(R) \frac{\cos \nu \psi}{\sin \nu \psi} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} K_{\nu+m}(r') I'_m(r) \frac{\cos m \theta}{\sin m \theta} \quad (\text{A-2-d})$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left\{ J_\nu(R) e^{\pm j \nu \psi} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_{\nu+m}(r') J'_m(r) e^{\pm j m \theta} \quad (\text{A-2-a})'$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left\{ Y_\nu(R) e^{\pm j \nu \psi} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_{\nu+m}(r') J'_m(r) e^{\pm j m \theta} \quad (\text{A-2-b})'$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left\{ I_\nu(R) e^{\pm j \nu \psi} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m I_{\nu+m}(r') I'_m(r) e^{\pm j m \theta} \quad (\text{A-2-c})'$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left\{ K_\nu(R) e^{\pm j \nu \psi} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} K_{\nu+m}(r') I'_m(r) e^{\pm j m \theta} \quad (\text{A-2-d})'$$

となる。

r' による偏微分についても同様に

$$\frac{\partial}{\partial r'} \left\{ J_\nu(R) \frac{\cos \nu \psi}{\sin \nu \psi} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_{\nu+m}'(r') J_m(r) \frac{\cos m \theta}{\sin m \theta} \quad (\text{A-3-a})$$

$$\frac{\partial}{\partial r'} \left\{ Y_\nu(R) \frac{\cos \nu \psi}{\sin \nu \psi} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_{\nu+m}'(r') J_m(r) \frac{\cos m \theta}{\sin m \theta} \quad (\text{A-3-b})$$

$$\frac{\partial}{\partial r'} \left\{ I_\nu(R) \frac{\cos \nu \psi}{\sin \nu \psi} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m I_{\nu+m}'(r') I_m(r) \frac{\cos m \theta}{\sin m \theta} \quad (\text{A-3-c})$$

$$\frac{\partial}{\partial r'} \left\{ K_\nu(R) \frac{\cos \nu \psi}{\sin \nu \psi} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} K_{\nu+m}'(r') I_m(r) \frac{\cos m \theta}{\sin m \theta} \quad (\text{A-3-d})$$

$$\frac{\partial}{\partial r'} \left\{ J_\nu(R) e^{\pm j \nu \psi} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_{\nu+m}'(r') J_m(r) e^{\pm j m \theta} \quad (\text{A-3-a})'$$

$$\frac{\partial}{\partial r'} \left\{ Y_\nu(R) e^{\pm j \nu \psi} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_{\nu+m}'(r') J_m(r) e^{\pm j m \theta} \quad (\text{A-3-b})'$$

$$\frac{\partial}{\partial r'} \left\{ I_\nu(R) e^{\pm j \nu \psi} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m I_{\nu+m}'(r') I_m(r) e^{\pm j m \theta} \quad (\text{A-3-c})'$$

$$\frac{\partial}{\partial r'} \left\{ K_\nu(R) e^{\pm j \nu \psi} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} K_{\nu+m}'(r') I_m(r) e^{\pm j m \theta} \quad (\text{A-3-d})'$$

と求まる。

(注)文献[66]第Ⅲ巻(第1~19刷)のp219の Grafの加法定理の式は誤りである。

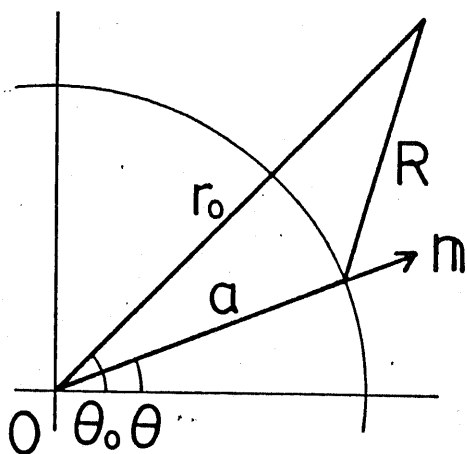
A-2 0 次の円柱調和関数の線積分

前節のように表示された円柱調和関数において $\nu = 0$ の場合のもの、あるいはその法線方向偏微分と、 θ 座標で定義された三角関数との積を単位円周上において線積分した値を計算する。その場合の座標系は図 A-2 のように取り、円柱調和関数の原点 ($R = 0$) が円周外にある場合 (同図-(a)) と円周内にある場合 (同図-(b)) のふたとおりの場合を考える。

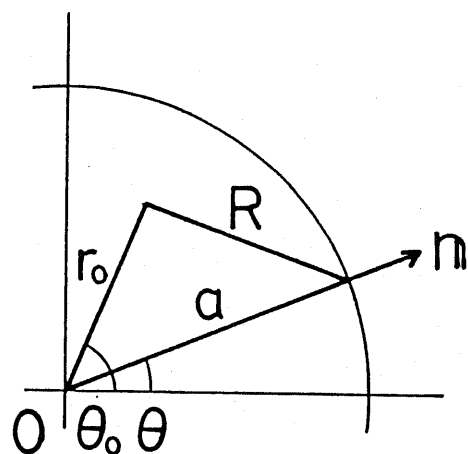
i) 原点が円周外にある場合

式(A-1-a)より、

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} J_0(R) \cos m\theta \, d\theta &= \int_0^{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(r_0) J_m(a) \cos m(\theta_0 - \theta) \cos m\theta \, d\theta \\ &= \pi \left\{ J_{-m}(r_0) J_{-m}(a) + J_m(r_0) J_m(a) \right\} \cos m\theta_0 \\ &= 2\pi J_m(r_0) J_m(a) \cos n\theta_0 \end{aligned}$$



(a) 原点が円周外にある場合



(b) 原点が円周内にある場合

図 A-2 線積分のための座標系

となる。他の場合についても同様にして計算すると。

$$\int_0^{2\pi} J_0(R) \frac{\cos}{\sin} n\theta d\theta = 2\pi J_m(r_0) J_m(a) \frac{\cos}{\sin} n\theta_0 \quad (\text{A-4-a})$$

$$\int_0^{2\pi} Y_0(R) \frac{\cos}{\sin} n\theta d\theta = 2\pi Y_m(r_0) J_m(a) \frac{\cos}{\sin} n\theta_0 \quad (\text{A-4-b})$$

$$\int_0^{2\pi} I_0(R) \frac{\cos}{\sin} n\theta d\theta = 2\pi (-1)^m I_m(r_0) I_m(a) \frac{\cos}{\sin} n\theta_0 \quad (\text{A-4-c})$$

$$\int_0^{2\pi} K_0(R) \frac{\cos}{\sin} n\theta d\theta = 2\pi K_m(r_0) I_m(a) \frac{\cos}{\sin} n\theta_0 \quad (\text{A-4-d})$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial n} \{J_0(R)\} \frac{\cos}{\sin} n\theta d\theta = 2\pi J_m(r_0) J_m'(a) \frac{\cos}{\sin} n\theta_0 \quad (\text{A-4-e})$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial n} \{Y_0(R)\} \frac{\cos}{\sin} n\theta d\theta = 2\pi Y_m(r_0) J_m'(a) \frac{\cos}{\sin} n\theta_0 \quad (\text{A-4-f})$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial n} \{I_0(R)\} \frac{\cos}{\sin} n\theta d\theta = 2\pi (-1)^m I_m(r_0) I_m'(a) \frac{\cos}{\sin} n\theta_0 \quad (\text{A-4-g})$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial n} \{K_0(R)\} \frac{\cos}{\sin} n\theta d\theta = 2\pi K_m(r_0) I_m'(a) \frac{\cos}{\sin} n\theta_0 \quad (\text{A-4-h})$$

となる。

ii) 原点が円周内にある場合

i)と同様にして

$$\int_0^{2\pi} J_0(R) \frac{\cos n\theta}{\sin n\theta_0} d\theta = 2\pi J_m(a) J_m(r_0) \frac{\cos n\theta_0}{\sin n\theta_0} \quad (\text{A-5-a})$$

$$\int_0^{2\pi} Y_0(R) \frac{\cos n\theta}{\sin n\theta_0} d\theta = 2\pi Y_m(a) J_m(r_0) \frac{\cos n\theta_0}{\sin n\theta_0} \quad (\text{A-5-b})$$

$$\int_0^{2\pi} I_0(R) \frac{\cos n\theta}{\sin n\theta_0} d\theta = 2\pi (-1)^m I_m(a) I_m(r_0) \frac{\cos n\theta_0}{\sin n\theta_0} \quad (\text{A-5-c})$$

$$\int_0^{2\pi} K_0(R) \frac{\cos n\theta}{\sin n\theta_0} d\theta = 2\pi K_m(a) I_m(r_0) \frac{\cos n\theta_0}{\sin n\theta_0} \quad (\text{A-5-d})$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial n} \{J_0(R)\} \frac{\cos n\theta}{\sin n\theta_0} d\theta = 2\pi J_m'(a) J_m(r_0) \frac{\cos n\theta_0}{\sin n\theta_0} \quad (\text{A-5-e})$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial n} \{Y_0(R)\} \frac{\cos n\theta}{\sin n\theta_0} d\theta = 2\pi Y_m'(a) J_m(r_0) \frac{\cos n\theta_0}{\sin n\theta_0} \quad (\text{A-5-f})$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial n} \{I_0(R)\} \frac{\cos n\theta}{\sin n\theta_0} d\theta = 2\pi (-1)^m I_m'(a) I_m(r_0) \frac{\cos n\theta_0}{\sin n\theta_0} \quad (\text{A-5-g})$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial n} \{K_0(R)\} \frac{\cos n\theta}{\sin n\theta_0} d\theta = 2\pi K_m'(a) I_m(r_0) \frac{\cos n\theta_0}{\sin n\theta_0} \quad (\text{A-5-h})$$

となる。

A-3 第二種変形ベッセル関数の線積分

本節では、第二種変形ベッセル関数と三角関数との積からなる円柱調和関数と、円周の中心でを原点とする座標で定義された三角関数との積を、その円周上において線積分した値を計算する。線積分を行うための座標系は図A-3のように、ふたつの円柱座標が同じ方向に配列している場合(同図-(a))と逆方向に配列している場合(同図-(b))のふたとおりの場合を考える。

i) 円柱座標が同じ方向に配列している場合

式(A-1-d)は図A-3-(a)においては、

$$\begin{aligned} K_\nu(r_1) \cos \nu \theta_1 &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} K_{\nu+m}(c) I_m(b) \cos m(\pi - \theta_T) \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m K_{\nu+m}(c) I_m(b) \cos m \theta_T \end{aligned}$$

となる。法線方向微分についても同様にして、これらをまとめると、

$$K_\nu(r_1) \cos(\nu \theta_1 + \rho) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m K_{\nu+m}(c) I_m(b) \cos(m \theta_T - \rho) \quad (\text{A-6-a})$$

$$\frac{\partial}{\partial n} \{ K_\nu(r_1) \cos(\nu \theta_1 + \rho) \} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m K_{\nu+m}(c) I'_m(b) \cos(m \theta_T - \rho) \quad (\text{A-6-b})$$

となる。これらを用いると次式を得る。

$$\begin{aligned} &\int_0^\pi K_\nu(r_1) \cos(\nu \theta_1 + \rho) \cos(n \theta_T + \rho) d\theta_T \\ &= \frac{\pi}{2} (-1)^m \{ \cos 2\rho \cdot K_{\nu+m}(c) + K_{\nu-m}(c) \} I_m(b) \end{aligned} \quad (\text{A-7-a})$$

$$\begin{aligned} &\int_0^\pi \frac{\partial}{\partial n} \{ K_\nu(r_1) \cos(\nu \theta_1 + \rho) \} \cos(n \theta_T + \rho) d\theta_T \\ &= \frac{\pi}{2} (-1)^m \{ \cos 2\rho \cdot K_{\nu+m}(c) + K_{\nu-m}(c) \} I'_m(b) \end{aligned} \quad (\text{A-7-b})$$

ii) 円柱座標が逆方向に配列している場合

i)と同様にして図A-3-(b)においては、

$$K_\nu(r_T) \cos(\nu\theta_T + \rho) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^{\nu+m} K_{\nu+m}(d) I_m(b) \cos(m\theta_T - \rho) \quad (\text{A-8-a})$$

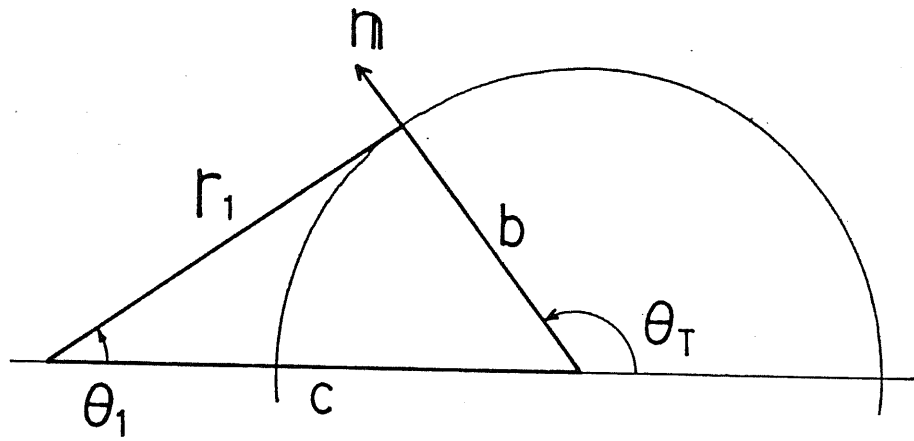
$$\frac{\partial}{\partial m} \{ K_\nu(r_T) \cos(\nu\theta_T + \rho) \} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^{\nu+m} K_{\nu+m}(d) I'_m(b) \cos(m\theta_T - \rho) \quad (\text{A-8-b})$$

を得る。これらを用いると、

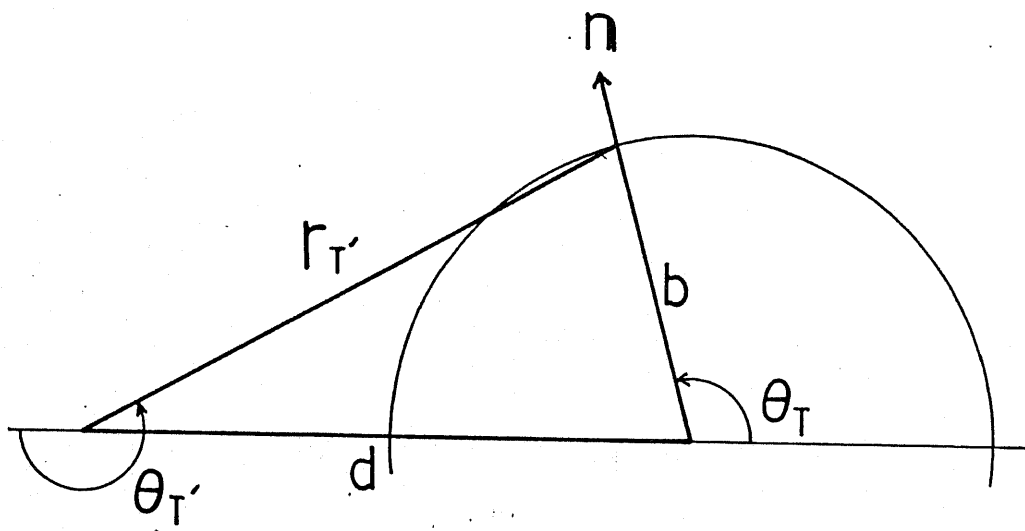
$$\begin{aligned} & \int_0^\pi K_\nu(r_T) \cos(\nu\theta_T + \rho) \cos(m\theta_T + \rho) d\theta_T \\ &= \frac{\pi}{2} (-1)^{\nu+m} \{ \cos 2\rho \cdot K_{\nu+m}(d) + K_{\nu-m}(d) \} I_m(b) \end{aligned} \quad (\text{A-9-a})$$

$$\begin{aligned} & \int_0^\pi \frac{\partial}{\partial m} \{ K_\nu(r_T) \cos(\nu\theta_T + \rho) \} \cos(m\theta_T + \rho) d\theta_T \\ &= \frac{\pi}{2} (-1)^{\nu+m} \{ \cos 2\rho \cdot K_{\nu+m}(d) + K_{\nu-m}(d) \} I'_m(b) \end{aligned} \quad (\text{A-9-b})$$

を得る。



(a) ふたつの円柱座標が同じ方向に配列している場合



(b) ふたつの円柱座標が逆方向に配列している場合

図A-3 線積分のための座標系

B プログラムリスト

B-1 単一媒質問題(通常境界要素法)

B-1-1 ディリクレ型境界値問題解析プログラム

B-1-2 ノイマン型境界値問題解析プログラム

B-2 単一媒質問題(グリーン関数を用いない境界積分法)

B-2-1 ディリクレ型境界値問題解析プログラム

B-2-2 ノイマン型境界値問題解析プログラム

B-3 均一コア光ファイバの固有モード解析

B-3-1 楕円コア光ファイバの固有モード解析プログラム

B-3-2 方形断面導波路の固有モード解析プログラム

B-4 複合媒質光ファイバの固有モード解析プログラム

B-5 サイドトンネル型絶対単一偏波光ファイバの固有モード解析

B-5-1 分散特性解析プログラム

B-5-2 遮断周波数解析のための主および副プログラム

(注) 上記のすべてのプログラムで用いる「SUBROUTINE SIML」と、B-5-2を除くすべてのプログラムで用いる「SUBROUTINE SOLVE」は、B-3-1のものと同様である。

B-1 単一媒質問題(通常境界要素法)

B-1-1 ディリクレ型境界値問題解析プログラム

```

*****
* BEM ANALYSIS(DIRICHLET)
* DATE=86-12-12
*****

```

```

00010 *
00020 *      SOLUTION OF DIRICHLET BOUNDARY VALUE PROBLEMS
00030 *      BY BOUNDARY ELEMENT METHOD
00040 *
00050      PROGRAM DIRIC
00060      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
00070      CHARACTER CL(0:1)*1,CS(0:1)*1
00080      DIMENSION AKK(5)
00090      COMMON
00100      */NN/ND,ND2,ND4,ND4M1,NDIV,NL,NSY
00110      */NA/JM1(80),NCO(4),NEX(0:1,0:1,4),NSLO(0:80),NNUM(4,20)
00120      */AK/AK,BJ
00130      */PA/PAI,DP,EUL
00140      */CO/X(0:80),Y(0:80),DLX(0:80),DLY(0:80),SLO(0:80),SLI
00150      */PI/PI(0:80),PIL(0:80)
00160      */EL/BIJ(0:80),EL(20,20)
00170      DATA CL,CS/'0','1','0','E'/
00180 C
00190      WRITE(6,201) ';'
00200      BJ= 1000
00210      EPS= 1.0D-6
00220 20 WRITE(6,*) 'Input NL, Nsy'
00230      READ(5,*,ERR=20) NL,NSY
00240 21 WRITE(6,*) 'Input Nd, Ndiv, bj, eps'
00250      READ(5,*,ERR=21) ND,NDIV,BJ,NEP
00260      EPS= 10.0**(-NEP)
00270      CALL SETN
00280      CALL COOR
00290 22 JAK= 0
00300      WRITE(6,*) 'Input A1, Ad, Ae'
00310      READ(5,*,ERR=22) A1,AD,AE
00320      IF(A1.LE.0 .OR. AD.LE.0) GOTO 24
00330      Y1= VALUE(A1)
00340      WRITE(6,200) ' A1',A1,Y1
00350 23 A2=A1+AD
00360      IF(A2.GE.AE) GOTO 24
00370      Y2= VALUE(A2)
00380      IF(Y1*Y2.LE.0) THEN
00390      JAK= JAK+1
00400      CALL SOLVE(A1,A2,Y1,Y2,AO,YO,EPS)
00410      WRITE(6,210) ';'AK',AO,YO,CL(NL),CS(NSY),ND,NDIV
00420      AKK(JAK)=AO
00430      ENDIF
00440      WRITE(6,200) ' A2',A2,Y2
00450      A1= A2
00460      Y1= Y2
00470      GOTO 23
00480 24 WRITE(6,201) ' '
00490      IF(JAK.GT.0) THEN
00500      WRITE(6,220) ';' ,CL(NL),CS(NSY),ND,NDIV,BJ,NEP,(AKK(J),J=1,JAK)
00510      ELSE
00520      WRITE(6,220) ' ' ,CL(NL),CS(NSY),ND,NDIV,BJ,NEP
00530      ENDIF
00540 26 WRITE(6,*) '0:Continue 1:Nd,Ndiv 2:NL,Nsy 3:Stop'
00550      READ(5,100,ERR=26) NJ
00560      GOTO (22,21,20,40),NJ+1
00570      GOTO 26
00580 40 STOP 0
00590 100 FORMAT(I1)
00600 200 FORMAT(1H ,A3,'=',F9.6,' Y=',1PE13.3)
00610 201 FORMAT(1H ,A1,' Mode Nd Ndiv bj Nep Ak(DILICLET)')
00620 210 FORMAT(1H ,A3,'=',F9.6,' Y=',1PE13.3,' MODE:',2A1,'(',2I3,')')
00630 220 FORMAT(1H ,A1,2X,2A1,2I5,2X,F10.3,I4,2X,3F9.6)
00640      END

```

BEM ANALYSIS (DIRICHLET)

L861212 PAGE 2

```

00650 C
00660 *   PARAMETER
00670 *
00680   BLOCKDATA VAL
00690   IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
00700   COMMON
00710   */NN/ND,ND2,ND4,ND4M1,NDIV,NL,NSY
00720   */NA/JM1(80),NCO(4),NEX(0:1,0:1,4),NSLO(0:80),NNUM(4,20)
00730   */AK/AK,BJ
00740   */PA/PAI,DP,EUL
00750   */CO/X(0:80),Y(0:80),DLX(0:80),DLY(0:80),SLO(0:80),SLI
00760   */PI/PI(0:80),PIL(0:80)
00770   */EL/BIJ(0:80),EL(20,20)
00780 C
00790   DATA PAI,EUL/3.141592653589393D0,5.772156649015329D-1/
00800   DATA NEX/1,1,1,1, -1,1,1,-1, 1,-1,1,-1, -1,-1,1,1/
00810   END

00820 *
00830 *
00840 *
00850   SUBROUTINE SETN
00860   COMMON
00870   */NN/ND,ND2,ND4,ND4M1,NDIV,NL,NSY
00880   */NA/JM1(80),NCO(4),NEX(0:1,0:1,4),NSLO(0:80),NNUM(4,20)
00890   */AK/AK,BJ
00900   */PA/PAI,DP,EUL
00910   */CO/X(0:80),Y(0:80),DLX(0:80),DLY(0:80),SLO(0:80),SLI
00920   */PI/PI(0:80),PIL(0:80)
00930   */EL/BIJ(0:80),EL(20,20)
00940 C
00950   ND4= 4*ND
00960   ND4M1= ND4-1
00970   ND2= 2*ND
00980   DO 10 K=1,4
00990   10 NCO(K)= NEX(NL,NSY,K)
01000   DO 11 J=1,ND4
01010   11 JM1(J)= J-1
01020   DO 12 J=1,ND
01030   NNUM(1,J)= J
01040   NNUM(2,J)= ND2+1-J
01050   NNUM(3,J)= ND2 +J
01060   NNUM(4,J)= ND4+1-J
01070   12 CONTINUE
01080   RETURN
01090   END

```

```

01100 *
01110 *
01120 *
01130     SUBROUTINE COOR
01140     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
01150     DIMENSION TH(0:80)
01160     COMMON
01170     */NN/ND,ND2,ND4,ND4M1,NDIV,NL,NSY
01180     */NA/JM1(80),NCO(4),NEX(0:1,0:1,4),NSLO(0:80),NNUM(4,20)
01190     */AK/AK,BJ
01200     */PA/PAI,DP,EUL
01210     */CO/X(0:80),Y(0:80),DLX(0:80),DLY(0:80),SLO(0:80),SLI
01220     */PI/PI(0:80),PIL(0:80)
01230     */EL/BIJ(0:80),EL(20,20)
01240 C
01250     PD= PAI/ND2
01260     SLI= 2*SIN(PAI/ND4)
01270     DO 10 I=0,ND4
01280 10 TH(I)= PD*(I-0.5)
01290     DO 11 I=0,ND4
01300     X(I)= COS(TH(I))
01310     Y(I)= SIN(TH(I))
01320 11 CONTINUE
01330 C
01340     DO 12 I=0,ND4M1
01350     DX= X(I+1)-X(I)
01360     DY= Y(I+1)-Y(I)
01370     IF(DX.GT.0) THEN
01380     NSLO(I)= 1
01390     SLO(I)= DY/DX
01400     DLX(I)= 1/SQRT(1+SLO(I)**2)
01410     DLY(I)= DLX(I)*SLO(I)
01420     ELSEIF(DX.EQ.0) THEN
01430     NSLO(I)= 0
01440     DLX(I)= 0
01450     IF(DY.GT.0) DLY(I)= 1
01460     IF(DY.EQ.0) STOP 30
01470     IF(DY.LT.0) DLY(I)=-1
01480     ELSE
01490     NSLO(I)=-1
01500     SLO(I)= DY/DX
01510     DLX(I)=-1/SQRT(1+SLO(I)**2)
01520     DLY(I)= DLX(I)*SLO(I)
01530     ENDIF
01540 12 CONTINUE
01550     RETURN
01560     END

01570 *
01580 *
01590 *
01600     SUBROUTINE ICAL
01610     IMPLICIT REAL*8(A-H;O-Z)
01620     EXTERNAL FUNC,FUNCL
01630     COMMON
01640     */JJ/JJ
01650     */NN/ND,ND2,ND4,ND4M1,NDIV,NL,NSY
01660     */NA/JM1(80),NCO(4),NEX(0:1,0:1,4),NSLO(0:80),NNUM(4,20)
01670     */AK/AK,BJ
01680     */PA/PAI,DP,EUL
01690     */CO/X(0:80),Y(0:80),DLX(0:80),DLY(0:80),SLO(0:80),SLI
01700     */PI/PI(0:80),PIL(0:80)
01710     */EL/BIJ(0:80),EL(20,20)
01720 C
01730     PI(1)= FUNC(SLI)
01740     PIL(1)= FUNCIL(SLI)/SLI
01750     PI(0)= PI(1)
01760     PIL(0)= PI(1)-PIL(1)
01770     DO 10 JJ=2,ND4M1
01780     PI(JJ)= DGAUSP(FUNC,NDIV,0.0D0,SLI)
01790     PIL(JJ)= DGAUSP(FUNCL,NDIV,0.0D0,SLI)/SLI
01800 10 CONTINUE
01810     PI(ND4)= PI(0)
01820     PIL(ND4)= PIL(0)
01830     RETURN
01840     END

```

```

01850 *
01860 *
01870 *
01880     SUBROUTINE ELEM
01890     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
01900     COMMON
01910     */NN/ND,ND2,ND4,ND4M1,NDIV,NL,NSY
01920     */NA/JM1(80),NCO(4),NEX(0:1,0:1,4),NSLO(0:80),NNUM(4,20)
01930     */AK/AK,BJ
01940     */PA/PAI,DP,EUL
01950     */CO/X(0:80),Y(0:80),DLX(0:80),DLY(0:80),SLO(0:80),SLI
01960     */PI/PI(0:80),PIL(0:80)
01970     */EL/BIJ(0:80),EL(20,20)
01980 C
01990     DO 10 J=1,ND4
02000 10 BIJ(J)= PI(J)-PIL(J)+PIL(JM1(J))
02010     BIJ(0)= BIJ(ND4)
02020     DO 11 I=1,ND
02030     I1= JM1(I)
02040     DO 12 J=1,ND
02050     EL(I,J)= 0
02060     DO 13 K=1,4
02070     KK= NNUM(K,J)-I1
02080     IF(KK.LT.0) KK=KK+ND4
02090     EL(I,J)= EL(I,J)+BIJ(KK)*NCO(K)
02100 13 CONTINUE
02110 12 CONTINUE
02120 11 CONTINUE
02130     RETURN
02140     END

02150 *
02160 *
02170 *
02180     FUNCTION VALUE(AKK)
02190     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
02200     DIMENSION DM(1,1)
02210     COMMON
02220     */NN/ND,ND2,ND4,ND4M1,NDIV,NL,NSY
02230     */NA/JM1(80),NCO(4),NEX(0:1,0:1,4),NSLO(0:80),NNUM(4,20)
02240     */AK/AK,BJ
02250     */PA/PAI,DP,EUL
02260     */CO/X(0:80),Y(0:80),DLX(0:80),DLY(0:80),SLO(0:80),SLI
02270     */PI/PI(0:80),PIL(0:80)
02280     */EL/BIJ(0:80),EL(20,20)
02290 C
02300     AK=AKK
02310     CALL ICAL
02320     CALL ELEM
02330     CALL SIML(EL,DM,20,20,1,1,ND,0,0,VALUE)
02340     RETURN
02350     END

02360 *
02370 *
02380 *
02390     FUNCTION FUNC(S)
02400     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
02410     COMMON
02420     */JJ/JJ
02430     */NN/ND,ND2,ND4,ND4M1,NDIV,NL,NSY
02440     */NA/JM1(80),NCO(4),NEX(0:1,0:1,4),NSLO(0:80),NNUM(4,20)
02450     */AK/AK,BJ
02460     */PA/PAI,DP,EUL
02470     */CO/X(0:80),Y(0:80),DLX(0:80),DLY(0:80),SLO(0:80),SLI
02480     */PI/PI(0:80),PIL(0:80)
02490     */EL/BIJ(0:80),EL(20,20)
02500 C
02510     XX= X(JJ)+DLX(JJ)*S
02520     YY= Y(JJ)+DLY(JJ)*S
02530     RS= SQRT((XX-X(1))**2+(YY-Y(1))**2)
02540     ZZ= AK*RS
02550     FUNC=-0.25*DYBES(0,ZZ)+BJ*DJBES(0,ZZ)
02560     RETURN
02570     END

```



```

02580 *
02590 *
02600 *
02610     FUNCTION FUNCL(S)
02620     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
02630     COMMON
02640     */NN/ND,ND2,ND4,ND4M1,NDIV,NL,NSY
02650     */NA/JM1(80),NCO(4),NEX(0:1,0:1,4),NSLO(0:80),NNUM(4,20)
02660     */AK/AK,BJ
02670     */PA/PAI,DP,EUL
02680     */CO/X(0:80),Y(0:80),DLX(0:80),DLY(0:80),SLO(0:80),SLI
02690     */PI/PI(0:80),PIL(0:80)
02700     */EL/BIJ(0:80),EL(20,20)
02710 C
02720     FUNCL= FUNC(S)*S
02730     RETURN
02740     END

02750 *
02760 *
02770 *
02780     FUNCTION FUNC1(S)
02790     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
02800     COMMON
02810     */NN/ND,ND2,ND4,ND4M1,NDIV,NL,NSY
02820     */NA/JM1(80),NCO(4),NEX(0:1,0:1,4),NSLO(0:80),NNUM(4,20)
02830     */AK/AK,BJ
02840     */PA/PAI,DP,EUL
02850     */CO/X(0:80),Y(0:80),DLX(0:80),DLY(0:80),SLO(0:80),SLI
02860     */PI/PI(0:80),PIL(0:80)
02870     */EL/BIJ(0:80),EL(20,20)
02880 C
02890     ZZ= AK*S
02900     FY= 2/(AK*PAI)*((EUL+ALOG(0.5*ZZ)-1)*(ZZ-ZZ**3/12.+ZZ**5/320.)
02910     *   +ZZ**3/36.-ZZ**5*7./3200)
02920     FJ= 1/AK*(ZZ-ZZ**3/12.+ZZ**5/320.)
02930     FUNC1=-0.25*FY+BJ*FJ
02940     RETURN
02950     END

02960 *
02970 *
02980 *
02990     FUNCTION FUNCIL(S)
03000     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
03010     COMMON
03020     */NN/ND,ND2,ND4,ND4M1,NDIV,NL,NSY
03030     */NA/JM1(80),NCO(4),NEX(0:1,0:1,4),NSLO(0:80),NNUM(4,20)
03040     */AK/AK,BJ
03050     */PA/PAI,DP,EUL
03060     */CO/X(0:80),Y(0:80),DLX(0:80),DLY(0:80),SLO(0:80),SLI
03070     */PI/PI(0:80),PIL(0:80)
03080     */EL/BIJ(0:80),EL(20,20)
03090 C
03100     ZZ= AK*S
03110     FUNCIL= S/AK*(-0.25*DYBES(1,ZZ)+BJ*DJBES(1,ZZ))-1./(2*PAI*AK**2)
03120     RETURN
03130     END

```

B-1-2 ノイマン型境界値問題解析プログラム

```

*****
* BEM ANALYSIS(NEUMANN)
* DATE=86-12-12
*****

```

```

00010 *
00020 *      SOLUTION OF NEUMANN BOUNDARY VALUE PROBLEMS
00030 *      BY BOUNDARY ELEMENT METHOD
00040 *
00050      PROGRAM NEUMN
00060      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
00070      CHARACTER CL(0:1)*1,CS(0:1)*1
00080      DIMENSION AKK(5)
00090      COMMON
00100      */NN/ND,ND2,ND4,ND4M1,NDIV,NL,NSY,NEP
00110      */NA/JM1(80),NCO(4),NEX(0:1,0:1,4),NSLO(0:80),NNUM(4,20)
00120      */AK/AK,BJ,
00130      */PA/PAI,DP,EUL
00140      */CO/X(0:80),Y(0:80),DLX(0:80),DLY(0:80),SLO(0:80),SLI,CI
00150      */VN/VNX(0:80),VNY(0:80)
00160      */PI/PI(0:80),PIL(0:80)
00170      */EL/AIJ(0:80),EL(20,20),BX(20)
00180      DATA CL,CS/'0','1','0','E'/
00190 C
00200      WRITE(6,*) ';'
00210      WRITE(6,201) ';'
00220      BJ= 1000
00230      EPS= 1.0D-6
00240 20 WRITE(6,*) 'Input NL,Nsy'
00250      READ(5,*,ERR=20) NL,NSY
00260 21 WRITE(6,*) 'Input Nd,Ndiv,bj,eps'
00270      READ(5,*,ERR=21) ND,NDIV,BJ,NEP
00280      EPS= 10.0**(-NEP)
00290      CALL SETN
00300      CALL COOR
00310 22 JAK= 0
00320      WRITE(6,*) 'Input A1,Ad,Ae'
00330      READ(5,*,ERR=22) A1,AD,AE
00340      IF(A1.LE.0 .OR. AD.LE.0) GOTO 24
00350      Y1= VALUE(A1)
00360      WRITE(6,200) ' A1',A1,Y1
00370 23 A2=A1+AD
00380      IF(A2.GE.AE) GOTO 24
00390      Y2= VALUE(A2)
00400      IF(Y1*Y2.LE.0) THEN
00410          JAK= JAK+1
00420          CALL SOLVE(A1,A2,Y1,Y2,A0,Y0,EPS)
00430          WRITE(6,210) ' ;Ak',A0,Y0,CL(NL),CS(NSY),ND,NDIV
00440          AKK(JAK)=A0
00450      ENDIF
00460      WRITE(6,200) ' A2',A2,Y2
00470      A1= A2
00480      Y1= Y2
00490      GOTO 23
00500 24 WRITE(6,201) ' '
00510      IF(JAK.GT.0) THEN
00520          WRITE(6,220) ' ;',CL(NL),CS(NSY),ND,NDIV,BJ,NEP,(AKK(J),J=1,JAK)
00530      ELSE
00540          WRITE(6,220) ' ;',CL(NL),CS(NSY),ND,NDIV,BJ,NEP
00550      ENDIF
00560 26 WRITE(6,*) '0:Continue 1:Nd,Ndiv 2:NL,Nsy 3:Field 4:Stop'
00570      READ(5,100,ERR=26) NJ
00580      GOTO (22,21,20,28,40),NJ+1
00590 28 CALL FIELD(A0,CL,CS)
00600      GOTO 26
00610 40 STOP 0
00620 100 FORMAT(I1)
00630 200 FORMAT(1H ,A3,'=',F9.6,' Y=',1PE13.3)
00640 201 FORMAT(1H ,A1,' Mode Nd Ndiv bj Nep Ak(NEUMANN)')
00650 210 FORMAT(1H ,A3,'=',F9.6,' Y=',1PE13.3,' MODE:',2A1,'(',2I3,')')
00660 220 FORMAT(1H ,A1,2X,2A1,2I5,2X,F10.3,I4,2X,3F9.6)
00670      END

```

```

00680 *
00690 *      FIELD
00700 *
00710      SUBROUTINE FIELD(AO,CL,CS)
00720      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
00730      CHARACTER CL(0:1)*1,CS(0:1)*1
00740      COMMON
00750      */NN/ND,ND2,ND4,ND4M1,NDIV,NL,NSY,NEP
00760      */NA/JM1(80),NCO(4),NEX(0:1,0:1,4),NSLO(0:80),NNUM(4,20)
00770      */AK/AK,BJ
00780      */PA/PAI,DP,EUL
00790      */CO/X(0:80),Y(0:80),DLX(0:80),DLY(0:80),SLO(0:80),SLI,CI
00800      */VN/VNX(0:80),VNY(0:80)
00810      */PI/PI(0:80),PIL(0:80)
00820      */EL/AIJ(0:80),EL(20,20),BX(20)
00830 C
00840      AK=AO
00850      CALL ICAL
00860      CALL ELEM
00870      CALL SIML(EL,BX,21,21,21,1,ND,0,1,DETM)
00880      BXMAX= 0.
00890      DO 10 I=1,ND
00900      IF(ABS(BX(I)).GT.BXMAX) BXMAX= ABS(BX(I))
00910 10 CONTINUE
00920      IF(BXMAX.EQ.0) THEN
00930      WRITE(6,*) 'Trivial Solution!'
00940      STOP 1
00950      ENDIF
00960      DO 11 I=1,ND
00970 11 BX(I)= BX(I)/BXMAX
00980      WRITE(6,*) ' ; '
00990      WRITE(6,*) ' ; ***** COEFFICIENTS ***** '
01000      WRITE(6,200) ' ; '
01010      WRITE(6,210) ' ; ',CL(NL),CS(NSY),ND,NDIV,BJ,NEP,AO
01020      WRITE(6,*) ' ; '
01030      WRITE(6,220) (BX(I),I=1,ND)
01040      RETURN
01050 200 FORMAT(1H,A1,' Mode Nd Ndiv bj Nep Ak(NEUMANN)')
01060 210 FORMAT(1H,A1,2X,2A1,2I5,2X,F10.3,I4,2X,3F9.6)
01070 220 FORMAT((1H,' ',5(1PE14.4)))
01080      END:

01090 *
01100 *      PARAMETER
01110 *
01120      BLOCKDATA VAL
01130      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
01140      COMMON
01150      */NN/ND,ND2,ND4,ND4M1,NDIV,NL,NSY,NEP
01160      */NA/JM1(80),NCO(4),NEX(0:1,0:1,4),NSLO(0:80),NNUM(4,20)
01170      */AK/AK,BJ
01180      */PA/PAI,DP,EUL
01190      */CO/X(0:80),Y(0:80),DLX(0:80),DLY(0:80),SLO(0:80),SLI,CI
01200      */PI/PI(0:80),PIL(0:80)
01210      */EL/AIJ(0:80),EL(20,20),BX(20)
01220 C
01230      DATA PAI,EUL/3.141592653589393D0,5.772156649015329D-1/
01240      DATA NEX/1,1,1,1, -1,1,1,-1, 1,-1,1,-1, -1,-1,1,1/
01250      END

```

```
01260 *
01270 *
01280 *
01290     SUBROUTINE SETN
01300     COMMON
01310     */NN/ND,ND2,ND4,ND4M1,NDIV,NL,NSY,NEP
01320     */NA/JM1(80),NCO(4),NEX(0:1,0:1,4),NSLO(0:80),NNUM(4,20)
01330     */AK/AK,BJ
01340     */PA/PAI,DP,EUL
01350     */CO/X(0:80),Y(0:80),DLX(0:80),DLY(0:80),SLO(0:80),SLI,CI
01360     */PI/PI(0:80),PIL(0:80)
01370     */EL/AIJ(0:80),EL(20,20),BX(20)
01380 C
01390     ND4= 4*ND
01400     ND4M1= ND4-1
01410     ND2= 2*ND
01420     DO 10 K=1,4
01430 10 NCO(K)= NEX(NL,NSY,K)
01440     DO 11 J=1,ND4
01450 11 JM1(J)= J-1
01460     DO 12 J=1,ND
01470     NNUM(1,J)= J
01480     NNUM(2,J)= ND2+1-J
01490     NNUM(3,J)= ND2+J
01500     NNUM(4,J)= ND4+1-J
01510 12 CONTINUE
01520     RETURN
01530     END
```

```

01540 *
01550 *
01560 *
01570     SUBROUTINE COOR
01580     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
01590     DIMENSION TH(0:80)
01600     COMMON
01610     */NN/ND,ND2,ND4,ND4M1,NDIV,NL,NSY,NEP
01620     */NA/JM1(80),NCO(4),NEX(0:1,0:1,4),NSLO(0:80),NNUM(4,20)
01630     */AK/AK,BJ
01640     */PA/PAI,DP,EUL
01650     */CO/X(0:80),Y(0:80),DLX(0:80),DLY(0:80),SLO(0:80),SLI,CI
01660     */VN/VNX(0:80),VNY(0:80)
01670     */PI/PI(0:80),PIL(0:80)
01680     */EL/AIJ(0:80),EL(20,20),BX(20)
01690 C
01700     PD= PAI/ND2
01710     SLI= 2*SIN(PAI/ND4)
01720     CI= 0.5-1./ND4
01730     DO 10 I=0,ND4
01740 10 TH(I)= PD*(I-0.5)
01750     DO 11 I=0,ND4
01760     X(I)= COS(TH(I))
01770     Y(I)= SIN(TH(I))
01780 11 CONTINUE
01790 C
01800     DO 12 I=0,ND4M1
01810     DX= X(I+1)-X(I)
01820     DY= Y(I+1)-Y(I)
01830     IF(DX.GT.0) THEN
01840     NSLO(I)= 1
01850     SLO(I)= DY/DX
01860     DLX(I)= 1/SQRT(1+SLO(I)**2)
01870     DLY(I)= DLX(I)*SLO(I)
01880     ELSEIF(DX.EQ.0) THEN
01890     NSLO(I)= 0
01900     DLX(I)= 0
01910     IF(DY.GT.0) DLY(I)= 1
01920     IF(DY.EQ.0) STOP 30
01930     IF(DY.LT.0) DLY(I)=-1
01940     ELSE
01950     NSLO(I)=-1
01960     SLO(I)= DY/DX
01970     DLX(I)=-1/SQRT(1+SLO(I)**2)
01980     DLY(I)= DLX(I)*SLO(I)
01990     ENDIF
02000 12 CONTINUE
02010     DO 13 I=1,ND4M1
02020     AVN= SQRT((Y(I+1)-Y(I))**2+(X(I)-X(I+1))**2)
02030     VNX(I)= (Y(I+1)-Y(I))/AVN
02040     VNY(I)= (X(I)-X(I+1))/AVN
02050 13 CONTINUE
02060     AVN= SQRT((Y(1)-Y(ND4))**2+(X(ND4)-X(1))**2)
02070     VNX(ND4)= (Y(1)-Y(ND4))/AVN
02080     VNY(ND4)= (X(ND4)-X(1))/AVN
02090     VNX(0)= VNX(ND4)
02100     VNY(0)= VNY(ND4)
02110     RETURN
02120     END

```

```

02130 *
02140 *
02150 *
02160     SUBROUTINE ICAL
02170     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
02180     EXTERNAL FUNCN, FUNCNL
02190     COMMON
02200     */JJ/JJ
02210     */NN/ND, ND2, ND4, ND4M1, NDIV, NL, NSY, NEP
02220     */NA/JM1(80), NCO(4), NEX(0:1,0:1,4), NSLO(0:80), NNUM(4,20)
02230     */AK/AK, BJ
02240     */PA/PAI, DP, EUL
02250     */CO/X(0:80), Y(0:80), DLX(0:80), DLY(0:80), SLO(0:80), SLI, CI
02260     */PI/PI(0:80), PIL(0:80)
02270     */EL/AIJ(0:80), EL(20,20), BX(20)
02280 C
02290     PI(1) = 0.
02300     PIL(1) = 0.
02310     PI(0) = 0.
02320     PIL(0) = 0.
02330     DO 10 JJ=2, ND4M1
02340     PI(JJ) = DGAUSP(FUNCN, NDIV, 0.0D0, SLI)
02350     PIL(JJ) = DGAUSP(FUNCNL, NDIV, 0.0D0, SLI) / SLI
02360 10 CONTINUE
02370     PI(ND4) = 0.
02380     PIL(ND4) = 0.
02390     RETURN
02400     END

02410 *
02420 *
02430 *
02440     SUBROUTINE ELEM
02450     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
02460     COMMON
02470     */NN/ND, ND2, ND4, ND4M1, NDIV, NL, NSY, NEP
02480     */NA/JM1(80), NCO(4), NEX(0:1,0:1,4), NSLO(0:80), NNUM(4,20)
02490     */AK/AK, BJ
02500     */PA/PAI, DP, EUL
02510     */CO/X(0:80), Y(0:80), DLX(0:80), DLY(0:80), SLO(0:80), SLI, CI
02520     */PI/PI(0:80), PIL(0:80)
02530     */EL/AIJ(0:80), EL(20,20), BX(20)
02540 C
02550     AIJ(1) = CI
02560     DO 10 J=2, ND4
02570 10 AIJ(J) = PI(J) - PIL(J) + PIL(JM1(J))
02580     AIJ(0) = AIJ(ND4)
02590     DO 11 I=1, ND
02600     I1 = JM1(I)
02610     DO 12 J=1, ND
02620     EL(I, J) = 0
02630     DO 13 K=1, 4
02640     KK = NNUM(K, J) - I1
02650     IF(KK.LT.0) KK = KK + ND4
02660     EL(I, J) = EL(I, J) + AIJ(KK) * NCO(K)
02670 13 CONTINUE
02680 12 CONTINUE
02690 11 CONTINUE
02700     RETURN
02710     END

```

```

02720 *
02730 *
02740 *
02750     FUNCTION VALUE(AKK)
02760     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
02770     DIMENSION DM(1,1)
02780     COMMON
02790     */NN/ND,ND2,ND4,ND4M1,NDIV,NL,NSY,NEP
02800     */NA/JM1(80),NCO(4),NEX(0:1,0:1,4),NSLO(0:80),NNUM(4,20)
02810     */AK/AK,BJ
02820     */PA/PAI,DP,EUL
02830     */CO/X(0:80),Y(0:80),DLX(0:80),DLY(0:80),SLO(0:80),SLI,CI
02840     */PI/PI(0:80),PIL(0:80)
02850     */EL/AIJ(0:80),EL(20,20),BX(20)
02860 C
02870     AK=AKK
02880     CALL ICAL
02890     CALL ELEM
02900     CALL SIML(EL,DM,20,20,1,1,ND,0,0,VALUE)
02910     RETURN
02920     END

```

```

02930 *
02940 *
02950 *
02960     FUNCTION FUNCN(S)
02970     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
02980     COMMON
02990     */JJ/JJ
03000     */NN/ND,ND2,ND4,ND4M1,NDIV,NL,NSY,NEP
03010     */NA/JM1(80),NCO(4),NEX(0:1,0:1,4),NSLO(0:80),NNUM(4,20)
03020     */AK/AK,BJ
03030     */PA/PAI,DP,EUL
03040     */CO/X(0:80),Y(0:80),DLX(0:80),DLY(0:80),SLO(0:80),SLI,CI
03050     */VN/VNX(0:80),VNY(0:80)
03060     */PI/PI(0:80),PIL(0:80)
03070     */EL/AIJ(0:80),EL(20,20),BX(20)
03080 C
03090     XX= X(JJ)+DLX(JJ)*S
03100     YY= Y(JJ)+DLY(JJ)*S
03110     RS= SQRT((XX-X(1))**2+(YY-Y(1))**2)
03120     COSTH= ((XX-X(1))*VNX(JJ)+(YY-Y(1))*VNY(JJ))/RS
03130     ZZ= AK*RS
03140     FUNCN= AK*(0.25*DYBES(1,ZZ)-BJ*DJBES(1,ZZ))*COSTH
03150     RETURN
03160     END

```

```

03170 *
03180 *
03190 *
03200     FUNCTION FUNCNL(S)
03210     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
03220     COMMON
03230     */NN/ND,ND2,ND4,ND4M1,NDIV,NL,NSY,NEP
03240     */NA/JM1(80),NCO(4),NEX(0:1,0:1,4),NSLO(0:80),NNUM(4,20)
03250     */AK/AK,BJ
03260     */PA/PAI,DP,EUL
03270     */CO/X(0:80),Y(0:80),DLX(0:80),DLY(0:80),SLO(0:80),SLI,CI
03280     */VN/VNX(0:80),VNY(0:80)
03290     */PI/PI(0:80),PIL(0:80)
03300     */EL/AIJ(0:80),EL(20,20),BX(20)
03310 C
03320     FUNCNL= FUNCN(S)*S
03330     RETURN
03340     END

```


B-2 単一媒質問題(グリーン関数を用いない境界積分法)

B-2-1 ディリクレ型境界値問題解析プログラム

```

*****
* BOUNDARY INTEGRAL ANALYSIS(DIRICHLET)
* DATE=86-12-12
*****

```

```

00010 *
00020 * SOLUTION OF DIRICHLET BOUNDARY VALUE PROBLEMS
00030 * BY BOUNDARY ELEMENT METHOD (MODIFIED ONE)
00040 *
00050 PROGRAM DIRICM
00060 IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
00070 CHARACTER CL(0:1)*1,CS(0:1)*1,SHAP*6
00080 DIMENSION AKK(5)
00090 COMMON
00100 */NN/ND,NDM1,NMAT,NMATM1,NDIV,NL,NSY,NEP,NSHAPE
00110 */NA/JM1(21),NSLO(0:20),NNU(0:1,21)
00120 */AK/AK
00130 */PA/PAI,PAIH,PAID
00140 */PH/PHAI,RA
00150 */CO/X(0:21),Y(0:21),DLX(0:20),DLY(0:20),SLO(0:20),SL(0:20)
00160 */VN/VNX(0:20),VNY(0:20)
00170 */PI/PN(21,0:20),PNL(21,0:20)
00180 */EL/EL(21,21),BX(21),FACT(21)
00190 */CH/SHAP(0:1)
00200 DATA CL,CS/'0','1','0','E'/
00210 PAI= 3.141592653589793
00220 PAIH= 0.5*PAI
00230 PAID= 2.0*PAI
00240 C
00250 44 WRITE(6,*) 'INPUT NSHAPE(0:ELLIPS 1:RECT)'
00260 READ(5,*,ERR=44) NSHAPE
00270 WRITE(6,201) ' ',SHAP(NSHAPE)
00280 NEP= 6
00290 20 WRITE(6,*) 'Input Ra,Nl,Nsy'
00300 READ(5,*,ERR=20) RA,NL,NSY
00310 PHAI= -PAIH*(1-NSY)
00320 21 WRITE(6,*) 'Input Nd,Ndiv,eps'
00330 READ(5,*,ERR=21) ND,NDIV,NEP
00340 EPS= 10.0**(-NEP)
00350 CALL SETN
00360 CALL COOR
00370 22 JAK= 0
00380 WRITE(6,*) 'Input A1,Ad,Ae'
00390 READ(5,*,ERR=22) A1,AD,AE
00400 IF(A1.EQ.0) GOTO 26
00410 CALL CLOCK
00420 Y1= VALUE(A1)
00430 CALL CLOCK(TIME)
00440 WRITE(6,400) TIME
00450 400 FORMAT(1H,'TIME=',1PD13.3,' SEC')
00460 WRITE(6,200) ' A1',A1,Y1
00470 23 A2=A1+AD
00480 IF(A2.GE.AE) GOTO 24
00490 Y2= VALUE(A2)
00500 IF(Y1*Y2.LE.0) THEN
00510 JAK= JAK+1
00520 CALL SOLVE(A1,A2,Y1,Y2,A0,Y0,EPS)
00530 WRITE(6,210) ' AK',A0,Y0,CL(NL),CS(NSY),ND,NDIV
00540 AKK(JAK)=A0
00550 ENDIF
00560 WRITE(6,200) ' A2',A2,Y2
00570 A1= A2
00580 Y1= Y2
00590 GOTO 23
00600 24 WRITE(6,201) ' ',SHAP(NSHAPE)
00610 IF(JAK.GT.0) THEN
00620 WRITE(6,220) ' ',RA,CL(NL),CS(NSY),ND,NDIV,NEP,(AKK(J),J=1,JAK)
00630 ELSE
00640 WRITE(6,220) ' ',RA,CL(NL),CS(NSY),ND,NDIV,NEP
00650 ENDIF
00660 26 WRITE(6,*) '0:Continue 1:Nd,Ndiv 2:Ra,Nl,Nsy 3:Field 4:Stop'
00670 READ(5,100) NJ
00680 GOTO (22,21,20,28,40),NJ+1
00690 28 CALL FIELD(A0,CL,CS)
00700 GOTO 26
00710 40 STOP 0
00720 100 FORMAT(I1)

```

BOUNDARY INTEGRAL ANALYSIS (DIRICHLET)

L861212 PAGE 2

```

00730 200 FORMAT(1H ,A3,'=',F9.6,' Y=',1PD13.3)
00740 201 FORMAT(1H ,A1,' RA Mode Nd Ndiv Nep AK(DIRICM ',A6,')')
00750 210 FORMAT(1H ,A3,'=',F20.15,' Y=',1PD13.3,' MODE:',2A1,'(',2I3,')')
00760 220 FORMAT(1H ,A1,F8.5,2X,2A1,2I5,2X,I4,2X,3F20.15)
00770 END

```

```

00780 *
00790 *
00800 *

```

FIELD

```

00810 SUBROUTINE FIELD(AO,CL,CS)
00820 IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
00830 CHARACTER CL(0:1)*1,CS(0:1)*1,SHAP*6
00840 COMMON
00850 */NN/ND,NDM1,NMAT,NMATM1,NDIV,NL,NSY,NEP,NSHAPE
00860 */AK/AK
00870 */EL/EL(21,21),BX(21),FACT(21)
00880 */PH/PHAI,RA
00890 */CH/SHAP(0:1)
00900 C
00910 AK=AO
00920 CALL INTEG
00930 CALL ELEM
00940 WRITE(6,*) ' '
00950 DO 50 I=1,NMAT
00960 50 WRITE(6,400) (EL(I,J),J=1,NMAT)
00970 400 FORMAT(1H ,10(1PD13.3))
00980 CALL SIML(EL,BX,21,21,1,NMAT,0,1,DETM)
00990 BXMAX= 0.
01000 DO 10 J=1,NMAT
01010 IF(DABS(BX(J)).GT.BXMAX) BXMAX= DABS(BX(J))
01020 10 CONTINUE
01030 IF(BXMAX.EQ.0) THEN
01040 WRITE(6,*) 'Trivial Solution!'
01050 STOP 1
01060 ENDIF
01070 DO 11 J=1,NMAT
01080 11 BX(J)= BX(J)/BXMAX
01090 CALL ELEM
01100 CALL CHKB
01110 WRITE(6,*) ' ';
01120 WRITE(6,200) ' ',SHAP(NSHAPE)
01130 WRITE(6,210) ' ',RA,CL(NL),CS(NSY),ND,NDIV,NEP,AO
01140 WRITE(6,220) (BX(I),I=1,NMAT)
01150 RETURN
01160 200 FORMAT(1H ,A1,' RA Mode Nd Ndiv Nep AK(DIRICM ',A6,')')
01170 210 FORMAT(1H ,A1,F8.5,2X,2A1,2I5,2X,I4,2X,3F9.6)
01180 220 FORMAT((1H ,';',5(1PD14.4)))
01190 END

```

```

01200 *
01210 *
01220 *

```

PARAMETER

```

01230 BLOCKDATA VAL
01240 CHARACTER SHAP*6
01250 COMMON
01260 */NA/JM1(21),NSLO(0:20),NNU(0:1,21)
01270 */CH/SHAP(0:1)
01280 C
01290 DATA JM1/ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
01300 * 10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20/
01310 DATA NNU/ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
01320 * 10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,
01330 * 20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,
01340 * 30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,
01350 * 40,41/
01360 DATA SHAP/'ELLIPS',' RECT '/
01370 END

```

BOUNDARY INTEGRAL ANALYSIS(DIRICHLET)

L861212 PAGE 3

```
01380 *
01390 *
01400 *
01410     FUNCTION VALUE(AKK)
01420     IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
01430     DIMENSION DM(1,1)
01440     COMMON
01450     */NN/ND,NDM1,NMAT,NMATM1,NDIV,NL,NSY,NEP,NSHAPE
01460     */AK/AK
01470     */EL/EL(21,21),BX(21),FACT(21)
01480 C
01490     AK=AKK
01500     CALL INTEG
01510     CALL ELEM
01520     CALL SIML(EL,DM,21,21,1,1,NMAT,0,0,VALUE)
01530     RETURN
01540     END
```

```
01550 *
01560 *
01570 *
01580     SUBROUTINE SETN
01590     COMMON
01600     */IJ/I1,J1,II1(20),JJ1(21)
01610     */NN/ND,NDM1,NMAT,NMATM1,NDIV,NL,NSY,NEP,NSHAPE
01620     */NA/JM1(21),NSLQ(0:20),NNU(0:1,21)
01630 C
01640     NDM1= ND-1
01650     NMAT= ND+(1-NL)*(-1)**(1-NSY)
01660     NMATM1= NMAT-1
01670     DO 10 J=1,NMAT
01680     10 JJ1(J)= J-NSY
01690     RETURN
01700     END
```

BOUNDARY INTEGRAL ANALYSIS(DIRICHLET)

L861212 PAGE 4

```
01710 *
01720 *
01730 *
01740     SUBROUTINE COOR
01750     IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
01760     COMMON
01770     */NN/ND,NDM1,NMAT,NMATM1,NDIV,NL,NSY,NEP,NSHAPE
01780     */NA/JM1(21),NSLO(0:20),NNU(0:1,21)
01790     */CO/X(0:21),Y(0:21),DLX(0:20),DLY(0:20),SLO(0:20),SL(0:20)
01800     */PA/PAI,PAIH,PAID
01810     */PH/PHAI,RA
01820     */VN/VNX(0:20),VNY(0:20)
01830 C
01840     CALL SHAPE
01850     DO 11 I=0,NDM1
01860     DX= X(I+1)-X(I)
01870     DY= Y(I+1)-Y(I)
01880     SL(I)= DSQRT(DX**2+DY**2)
01890     IF(DX.GT.0) THEN
01900     NSLO(I)= 1
01910     SLO(I)= DY/DX
01920     DLX(I)= 1/DSQRT(1+SLO(I)**2)
01930     DLY(I)= DLX(I)*SLO(I)
01940     ELSEIF(DX.EQ.0) THEN
01950     NSLO(I)= 0
01960     DLX(I)= 0
01970     IF(DY.GT.0) DLY(I)= 1
01980     IF(DY.EQ.0) STOP 30
01990     IF(DY.LT.0) DLY(I)=-1
02000     ELSE
02010     NSLO(I)=-1
02020     SLO(I)= DY/DX
02030     DLX(I)=-1/DSQRT(1+SLO(I)**2)
02040     DLY(I)= DLX(I)*SLO(I)
02050     ENDIF
02060     11 CONTINUE
02070     DO 13 I=0,NDM1
02080     AVN= DSQRT((Y(I+1)-Y(I))**2+(X(I)-X(I+1))**2)
02090     VNX(I)= (Y(I+1)-Y(I))/AVN
02100     VNY(I)= (X(I)-X(I+1))/AVN
02110     13 CONTINUE
02120     RETURN
02130     END
```

```

02140 *
02150 *
02160 *
02170     SUBROUTINE SHAPE
02180     IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
02190     DIMENSION TH(0:20)
02200     COMMON
02210     */NN/ND,NDM1,NMAT,NMATM1,NDIV,NL,NSY,NEP,NSHAPE
02220     */NA/JM1(21),NSLO(0:20),NNU(0:1,21)
02230     */CO/X(0:21),Y(0:21),DLX(0:20),DLY(0:20),SLO(0:20),SL(0:20)
02240     */PA/PAI,PAIH,PAID
02250     */PH/PHAI,RA
02260 C
02270     IF(NSHAPE.EQ.0) THEN
02280     PD= PAIH/ND
02290     DO 10 I=0,NDM1
02300     THIO= PD*I
02310     R= DSQRT((RA*DCOS(THIO))**2+DSIN(THIO)**2)
02320     TH(I)= DATAN(1./RA *DTAN(THIO))
02330     X(I)= R*DCOS(TH(I))
02340     Y(I)= R*DSIN(TH(I))
02350     10 CONTINUE
02360     TH(ND)= PAIH
02370     X(ND)= 0.0
02380     Y(ND)= 1.0
02390     ELSE
02400     DO 11 J=0,ND/2
02410     X(J)= RA
02420     Y(J)= J/DFLOAT(ND/2)
02430     11 CONTINUE
02440     DO 12 J=ND/2+1,ND
02450     X(J)= RA*(1-(J-ND/2)/DFLOAT(ND-ND/2))
02460     Y(J)= 1DO
02470     12 CONTINUE
02480     ENDIF
02490     RETURN
02500     END

02510 *
02520 *
02530 *
02540     SUBROUTINE INTEG
02550     IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
02560     EXTERNAL FUNCN,FUNCNL
02570     COMMON
02580     */IJ/I1,J1,II1(20),JJ1(21)
02590     */NN/ND,NDM1,NMAT,NMATM1,NDIV,NL,NSY,NEP,NSHAPE
02600     */NA/JM1(21),NSLO(0:20),NNU(0:1,21)
02610     */CO/X(0:21),Y(0:21),DLX(0:20),DLY(0:20),SLO(0:20),SL(0:20)
02620     */PI/PN(21,0:20),PNL(21,0:20)
02630 C
02640     DO 10 I=1,NMAT
02650     I1= NNU(NL,I+(1-NL)*(1-NSY))
02660     DO 10 J=0,NDM1
02670     J1= J
02680     PN(I,J)= DGAUSP(FUNCN,NDIV,ODO,SL(J1))
02690     PNL(I,J)= DGAUSP(FUNCNL,NDIV,ODO,SL(J1))/SL(J1)
02700     10 CONTINUE
02710     RETURN
02720     END

```

```

02730 *
02740 *
02750 *
02760     SUBROUTINE ELEM
02770     IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
02780     DIMENSION WORK(21,0:20)
02790     COMMON
02800     */IJ/I1,J1,II1(20),JJ1(21)
02810     */NN/ND,NDM1,NMAT,NMATM1,NDIV,NL,NSY,NEP,NSHAPE
02820     */NA/JM1(21),NSLO(0:20),NNU(0:1,21)
02830     */AK/AK
02840     */PI/PN(21,0:20),PNL(21,0:20)
02850     */EL/EL(21,21),BX(21),FACT(21)
02860 C
02870     DO 10 I=1,NMAT
02880     WORK(I,0)= PN(I,0)-PNL(I,0)
02890     DO 11 J=1,NDM1
02900     11 WORK(I,J)= PN(I,J)-PNL(I,J)+PNL(I,JM1(J))
02910     WORK(I,ND)= PNL(I,NDM1)
02920     10 CONTINUE
02930     DO 12 I=1,NMAT
02940     12 FACT(I)= 1./DABS(DJBES(NNU(NL,I),0.9*AK))
02950     DO 13 I=1,NMAT
02960     DO 13 J=1,NMAT
02970     13 EL(I,J)= WORK(I,JJ1(J))*FACT(I)
02980     RETURN
02990     END

```

```

03000 *
03010 *
03020 *
03030     SUBROUTINE CHKB
03040     IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
03050     COMMON
03060     */NN/ND,NDM1,NMAT,NMATM1,NDIV,NL,NSY,NEP,NSHAPE
03070     */EL/EL(21,21),BX(21),FACT(21)
03080 C
03090     NHALFL= NMAT/2
03100     WRITE(6,*) ' '
03110     DO 10 I=1,NMAT
03120     ALEFT= 0
03130     ARIGH= 0
03140     DO 11 J=1,NHALFL
03150     11 ALEFT= ALEFT+EL(I,J)*BX(J)
03160     DO 12 J=NHALFL+1,NMAT
03170     12 ARIGH= ARIGH+EL(I,J)*BX(J)
03180     ERR= 0
03190     IF(ALEFT.NE.0) ERR= DABS((ALEFT+ARIGH)/ALEFT)
03200     WRITE(6,400) ALEFT,ARIGH,ERR
03210     10 CONTINUE
03220     RETURN
03230     400 FORMAT(1H ,3(1PD13.3))
03240     END

```

```

03250 *
03260 *
03270 *
03280     FUNCTION FUNCN(S)
03290     IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
03300     COMMON
03310     */IJ/I1,J1,II1(20),JJ1(21)
03320     */AK/AK
03330     */PH/PHAI,RA
03340     */CO/X(0:21),Y(0:21),DLX(0:20),DLY(0:20),SLO(0:20),SL(0:20)
03350 C
03360     XX= X(J1)+DLX(J1)*S
03370     YY= Y(J1)+DLY(J1)*S
03380     R= DSQRT(XX**2+YY**2)
03390     RK= AK*R
03400     FUNCN= DJBES(I1,RK)*DCOS(I1*THITA(XX,YY)+PHAI)
03410     RETURN
03420     END

```

BOUNDARY INTEGRAL ANALYSIS(DIRICHLET)

```

03430 *
03440 *
03450 *
03460     FUNCTION FUNCNL(S)
03470     IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
03480 C
03490     FUNCNL= FUNCN(S)*S
03500     RETURN
03510     END
    
```

```

03520 *
03530 *
03540 *
03550     FUNCTION THITA(X,Y)
03560     IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
03570     COMMON
03580     */PA/PAI,PAIH,PAID
03590 C
03600     IF(X) 21,22,20
03610 20 THITA= DATAN(Y/X)
03620     RETURN
03630 21 THITA= PAIH*DABS(Y)/Y
03640     RETURN
03650 22 THITA= 0.0
03660     RETURN
03670     END
    
```


B-2-2 ノイマン型境界値問題解析プログラム

```

*****
* BOUNDARY INTEGRAL ANALYSIS (NEUMANN)
* DATE=86-12-12
*****

```

```

00010 *
00020 *      SOLUTION OF NEUMANN BOUNDARY VALUE PROBLEMS
00030 *      BY BOUNDARY ELEMENT METHOD (MODIFIED ONE)
00040 *
00050      PROGRAM NEUMNM
00060      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
00070      CHARACTER CL(0:1)*1,CS(0:1)*1,SHAP*6
00080      DIMENSION AKK(5)
00090      COMMON
00100      */NN/ND,NDM1,NMAT,NMATM1,NDIV,NL,NSY,NEP,NSHAPE
00110      */NA/JM1(21),NSLO(0:20),NNU(0:1,21)
00120      */AK/AK
00130      */PA/PAI,PAIH,PAID
00140      */PH/PHAI,RA
00150      */CO/X(0:21),Y(0:21),DLX(0:20),DLY(0:20),SLO(0:20),SL(0:20)
00160      */VN/VNX(0:20),VNY(0:20)
00170      */PI/PN(21,0:20),PNL(21,0:20)
00180      */EL/EL(21,21),BX(21),FACT(21)
00190      */CH/SHAP(0:1)
00200      DATA CL,CS/'0','1','0','E'/
00210      PAI= 3.141592653589793
00220      PAIH= 0.5*PAI
00230      PAID= 2.0*PAI
00240 C
00250      44 WRITE(6,*) 'INPUT NSHAPE(0:ELLIPS 1:RECT)'
00260      READ(5,*,ERR=44) NSHAPE
00270      WRITE(6,201) ';',SHAP(NSHAPE)
00280      NEP= 6
00290      20 WRITE(6,*) 'Input Ra,NL,Nsy'
00300      READ(5,*,ERR=20) RA,NL,NSY
00310      PHAI= -PAIH*(1-NSY)
00320      21 WRITE(6,*) 'Input Nd,Ndiv,eps'
00330      READ(5,*,ERR=21) ND,NDIV,NEP
00340      EPS= 10.0**(-NEP)
00350      CALL SETN
00360      CALL COOR
00370      22 JAK= 0
00380      WRITE(6,*) 'Input A1,Ad,Ae'
00390      READ(5,*,ERR=22) A1,AD,AE
00400      IF(A1.EQ.0) GOTO 26
00410      CALL CLOCK
00420      Y1= VALUE(A1)
00430      CALL CLOCK(TIME)
00440      WRITE(6,400) TIME
00450      400 FORMAT(1H,'TIME=',1PD13.3,' SEC')
00460      WRITE(6,200) ' A1',A1,Y1
00470      23 A2=A1+AD
00480      IF(A2.GE.AE) GOTO 24
00490      Y2= VALUE(A2)
00500      IF(Y1*Y2.LE.0) THEN
00510      JAK= JAK+1
00520      CALL SOLVE(A1,A2,Y1,Y2,AO,YO,EPS)
00530      WRITE(6,210) ';AK',AO,YO,CL(NL),CS(NSY),ND,NDIV
00540      AKK(JAK)=AO
00550      ENDIF
00560      WRITE(6,200) ' A2',A2,Y2
00570      A1= A2
00580      Y1= Y2
00590      GOTO 23
00600      24 WRITE(6,201) ';',SHAP(NSHAPE)
00610      IF(JAK.GT.0) THEN
00620      WRITE(6,220) ';',RA,CL(NL),CS(NSY),ND,NDIV,NEP,(AKK(J),J=1,JAK)
00630      ELSE
00640      WRITE(6,220) ';',RA,CL(NL),CS(NSY),ND,NDIV,NEP
00650      ENDIF
00660      26 WRITE(6,*) '0:Continue 1:Nd,Ndiv 2:Ra,NL,Nsy 3:Field 4:Stop'
00670      READ(5,100) NJ
00680      GOTO (22,21,20,28,40),NJ+1
00690      28 CALL FIELD(AO,CL,CS)
00700      GOTO 26
00710      40 STOP 0
00720      100 FORMAT(I1)

```

BOUNDARY INTEGRAL ANALYSIS (NEUMANN)

L861212 PAGE 2

```

00730 200 FORMAT(1H ,A3,'=',F12.9,' Y=',1PD13.3)
00740 201 FORMAT(1H ,A1,' RA Mode Nd Ndiv Nep AK(NEUMNM ',A6,')')
00750 210 FORMAT(1H ,A3,'=',F12.9,' Y=',1PD13.3,' MODE:',2A1,'(',',2I3,')')
00760 220 FORMAT(1H ,A1,F8.5,2X,2A1,2I5,2X,I4,2X,3F12.9)
00770 END

```

```

00780 *
00790 *
00800 *

```

FIELD

```

00810 SUBROUTINE FIELD(AO,CL,CS)
00820 IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
00830 CHARACTER CL(0:1)*1,CS(0:1)*1,SHAP*6
00840 COMMON
00850 */NN/ND,NDM1,NMAT,NMATM1,NDIV,NL,NSY,NEP,NSHAPE
00860 */AK/AK
00870 */EL/EL(21,21),BX(21),FACT(21)
00880 */PH/PHAI,RA
00890 */CH/SHAP(0:1)
00900 C
00910 AK=AO
00920 CALL INTEG
00930 CALL ELEM
00940 WRITE(6,*) ' '
00950 DO 50 I=1,NMAT
00960 50 WRITE(6,400) (EL(I,J),J=1,NMAT)
00970 400 FORMAT(1H ,10(1PD13.3))
00980 CALL SIML(EL,BX,21,21,21,1,NMAT,0,1,DETM)
00990 BXMAX= 0.
01000 DO 10 J=1,NMAT
01010 IF(DABS(BX(J)),GT,BXMAX) BXMAX= DABS(BX(J))
01020 10 CONTINUE
01030 IF(BXMAX.EQ.0) THEN
01040 WRITE(6,*) 'Trivial Solution!'
01050 STOP 1
01060 ENDIF
01070 DO 11 J=1,NMAT
01080 11 BX(J)= BX(J)/BXMAX
01090 CALL ELEM
01100 CALL CHKB
01110 WRITE(6,*) ' '
01120 WRITE(6,200) ' ',SHAP(NSHAPE)
01130 WRITE(6,210) ' ',RA,CL(NL),CS(NSY),ND,NDIV,NEP,AO
01140 WRITE(6,220) (BX(I),I=1,NMAT)
01150 RETURN
01160 200 FORMAT(1H ,A1,' RA Mode Nd Ndiv Nep AK(NEUMNM ',A6,')')
01170 210 FORMAT(1H ,A1,F8.5,2X,2A1,2I5,2X,I4,2X,3F9.6)
01180 220 FORMAT(1H ,',',5(1PD14.4))
01190 END

```

```

01200 *
01210 *
01220 *

```

PARAMETER

BLOCKDATA VAL

CHARACTER SHAP*6

COMMON

*/NA/JM1(21),NSLO(0:20),NNU(0:1,21)

*/CH/SHAP(0:1)

01280 C

```

01290 DATA JM1/ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
01300 * 10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20/
01310 DATA NNU/ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
01320 * 10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,
01330 * 20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,
01340 * 30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,
01350 * 40,41/
01360 DATA SHAP/'ELLIPS', 'RECT '/
01370 END

```

BOUNDARY INTEGRAL ANALYSIS (NEUMANN)

L861212 PAGE 3

```
01380 *
01390 *
01400 *
01410     FUNCTION VALUE(AKK)
01420     IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
01430     DIMENSION DM(1,1)
01440     COMMON
01450     */NN/ND,NDM1,NMAT,NMATM1,NDIV,NL,NSY,NEP,NSHAPE
01460     */AK/AK
01470     */EL/EL(21,21),BX(21),FACT(21)
01480 C
01490     AK=AKK
01500     CALL INTEG
01510     CALL ELEM
01520     CALL SIML(EL,DM,21,21,1,1,NMAT,0,0,VALUE)
01530     RETURN
01540     END
```

```
01550 *
01560 *
01570 *
01580     SUBROUTINE SETN
01590     COMMON
01600     */IJ/I1,J1,II1(20),JJ1(21)
01610     */NN/ND,NDM1,NMAT,NMATM1,NDIV,NL,NSY,NEP,NSHAPE
01620     */NA/JM1(21),NSLO(0:20),NNU(0:1,21)
01630 C
01640     NDM1= ND-1
01650     NMAT= ND+(1-NL)*(-1)**(1-NSY)
01660     NMATM1= NMAT-1
01670     DO 10, J=1,NMAT
01680     10 JJ1(J)= J-NSY
01690     RETURN
01700     END
```

```
01710 *
01720 *
01730 *
01740     SUBROUTINE COOR
01750     IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
01760     COMMON
01770     */NN/ND,NDM1,NMAT,NMATM1,NDIV,NL,NSY,NEP,NSHAPE
01780     */NA/JM1(21),NSLO(0:20),NNU(0:1,21)
01790     */CO/X(0:21),Y(0:21),DLX(0:20),DLY(0:20),SLO(0:20),SL(0:20)
01800     */PA/PAI,PAIH,PAID
01810     */PH/PHAI,RA
01820     */VN/VNX(0:20),VNY(0:20)
01830 C
01840     CALL SHAPE
01850     DO 11 I=0,NDM1
01860     DX= X(I+1)-X(I)
01870     DY= Y(I+1)-Y(I)
01880     SL(I)= DSQRT(DX**2+DY**2)
01890     IF(DX.GT.0) THEN
01900     NSLO(I)= 1
01910     SLO(I)= DY/DX
01920     DLX(I)= 1/DSQRT(1+SLO(I)**2)
01930     DLY(I)= DLX(I)*SLO(I)
01940     ELSEIF(DX.EQ.0) THEN
01950     NSLO(I)= 0
01960     DLX(I)= 0
01970     IF(DY.GT.0) DLY(I)= 1
01980     IF(DY.EQ.0) STOP 30
01990     IF(DY.LT.0) DLY(I)=-1
02000     ELSE
02010     NSLO(I)=-1
02020     SLO(I)= DY/DX
02030     DLX(I)=-1/DSQRT(1+SLO(I)**2)
02040     DLY(I)= DLX(I)*SLO(I)
02050     ENDIF
02060 11 CONTINUE
02070     DO 13 I=0,NDM1
02080     AVN= DSQRT((Y(I+1)-Y(I))**2+(X(I)-X(I+1))**2)
02090     VNX(I)= (Y(I+1)-Y(I))/AVN
02100     VNY(I)= (X(I)-X(I+1))/AVN
02110 13 CONTINUE
02120     RETURN
02130     END
```

```

02140 *
02150 *
02160 *
02170     SUBROUTINE SHAPE
02180     IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
02190     DIMENSION TH(0:20)
02200     COMMON
02210     */NN/ND,NDM1,NMAT,NMATM1,NDIV,NL,NSY,NEP,NSHAPE
02220     */NA/JM1(21),NSLO(0:20),NNU(0:1,21)
02230     */CO/X(0:21),Y(0:21),DLX(0:20),DLY(0:20),SLO(0:20),SL(0:20)
02240     */PA/PAI,PAIH,PAID
02250     */PH/PHAI,RA
02260 C
02270     IF(NSHAPE.EQ.0) THEN
02280     PD= PAIH/ND
02290     DO 10 I=0,NDM1
02300     THIO= PD*I
02310     R= DSQRT((RA*DCOS(THIO))**2+DSIN(THIO)**2)
02320     TH(I)= DATAN(1./RA *DTAN(THIO))
02330     X(I)= R*DCOS(TH(I))
02340     Y(I)= R*DSIN(TH(I))
02350     10 CONTINUE
02360     TH(ND)= PAIH
02370     X(ND)= 0.0
02380     Y(ND)= 1.0
02390     ELSE
02400     DO 11 J=0,ND/2
02410     X(J)= RA
02420     Y(J)= J/DFLOAT(ND/2)
02430     11 CONTINUE
02440     DO 12 J=ND/2+1,ND
02450     X(J)= RA*(1-(J-ND/2)/DFLOAT(ND-ND/2))
02460     Y(J)= 1DO
02470     12 CONTINUE
02480     ENDIF
02490     RETURN
02500     END

```

```

02510 *
02520 *
02530 *
02540     SUBROUTINE INTEG
02550     IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
02560     EXTERNAL FUNCN,FUNCNL
02570     COMMON
02580     */IJ/I1,J1,II1(20),JJ1(21)
02590     */NN/ND,NDM1,NMAT,NMATM1,NDIV,NL,NSY,NEP,NSHAPE
02600     */NA/JM1(21),NSLO(0:20),NNU(0:1,21)
02610     */CO/X(0:21),Y(0:21),DLX(0:20),DLY(0:20),SLO(0:20),SL(0:20)
02620     */PI/PN(21,0:20),PNL(21,0:20)
02630 C
02640     DO 10 I=1,NMAT
02650     I1= NNU(NL,I+(1-NL)*(1-NSY))
02660     DO 10 J=0,NDM1
02670     J1= J
02680     PN(I,J)= DGAUSP(FUNCN,NDIV,ODO,SL(J1))
02690     PNL(I,J)= DGAUSP(FUNCNL,NDIV,ODO,SL(J1))/SL(J1)
02700     10 CONTINUE
02710     RETURN
02720     END

```

BOUNDARY INTEGRAL ANALYSIS (NEUMANN)

L861212 PAGE 6

```

02730 *
02740 *
02750 *
02760     SUBROUTINE ELEM
02770     IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
02780     DIMENSION WORK(21,0:20)
02790     COMMON
02800     */IJ/I1,J1,II1(20),JJ1(21)
02810     */NN/ND,NDM1,NMAT,NMATM1,NDIV,NL,NSY,NEP,NSHAPE
02820     */NA/JM1(21),NSLO(0:20),NNU(0:1,21)
02830     */AK/AK
02840     */PI/PN(21,0:20),PNL(21,0:20)
02850     */EL/EL(21,21),BX(21),FACT(21)
02860 C
02870     DO 10 I=1,NMAT
02880     WORK(I,0)= PN(I,0)-PNL(I,0)
02890     DO 11 J=1,NDM1
02900     11 WORK(I,J)= PN(I,J)-PNL(I,J)+PNL(I,JM1(J))
02910     WORK(I,ND)= PNL(I,NDM1)
02920     10 CONTINUE
02930     DO 12 I=1,NMAT
02940     12 FACT(I)= 1./DABS(DJBES(NNU(NL,I),0.9*AK))
02950     DO 13 I=1,NMAT
02960     DO 13 J=1,NMAT
02970     13 EL(I,J)= WORK(I,JJ1(J))*FACT(I)
02980     RETURN
02990     END

```

```

03000 *
03010 *
03020 *
03030     SUBROUTINE CHKB
03040     IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
03050     COMMON
03060     */NN/ND,NDM1,NMAT,NMATM1,NDIV,NL,NSY,NEP,NSHAPE
03070     */EL/EL(21,21),BX(21),FACT(21)
03080 C
03090     NHALFL= NMAT/2
03100     WRITE(6,*) ' '
03110     DO 10 I=1,NMAT
03120     ALEFT= 0
03130     ARIGH= 0
03140     DO 11 J=1,NHALFL
03150     11 ALEFT= ALEFT+EL(I,J)*BX(J)
03160     DO 12 J=NHALFL+1,NMAT
03170     12 ARIGH= ARIGH+EL(I,J)*BX(J)
03180     ERR= 0
03190     IF(ALEFT.NE.0) ERR= DABS((ALEFT+ARIGH)/ALEFT)
03200     WRITE(6,400) ALEFT,ARIGH,ERR
03210     10 CONTINUE
03220     RETURN
03230     400 FORMAT(1H ,3(1PD13.3))
03240     END

```

```

03250 *
03260 *
03270 *
03280   ,FUNCTION FUNCN(S)
03290   IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
03300   COMMON
03310   */IJ/I1,J1,II1(20),JJ1(21)
03320   */AK/AK
03330   */PH/PHAI,RA
03340   */CO/X(0:21),Y(0:21),DLX(0:20),DLY(0:20),SLO(0:20),SL(0:20)
03350   */VN/VNX(0:20),VNY(0:20)
03360 C
03370   XX= X(J1)+DLX(J1)*S
03380   YY= Y(J1)+DLY(J1)*S
03390   R= DSQRT(XX**2+YY**2)
03400   RK= AK*R
03410   TH= THITA(XX,YY)
03420   CO= DCOS(TH)
03430   SI= DSIN(TH)
03440   BEJ= DJBES(I1,RK)
03450   BEJP= DJBES(I1+1,RK)
03460   FR= AK*(I1/RK *BEJ-BEJP)*DCOS(I1*TH+PHAI)
03470   FT= 1./R *BEJ*(-I1)*DSIN(I1*TH+PHAI)
03480   FUNCN= VNX(J1)*(CO*FR-SI*FT)+VNY(J1)*(SI*FR+CO*FT)
03490   RETURN
03500   END

```

```

03510 *
03520 *
03530 *
03540   FUNCTION FUNCNL(S)
03550   IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
03560 C
03570   FUNCNL= FUNCN(S)*S
03580   RETURN
03590   END

```

```

03600 *
03610 *
03620 *
03630   FUNCTION THITA(X,Y)
03640   IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
03650   COMMON
03660   */PA/PAI,PAIH,PAID
03670 C
03680   IF(X) 21,22,20
03690 20 THITA= DATAN(Y/X)
03700   RETURN
03710 21 THITA= PAIH*DABS(Y)/Y
03720   RETURN
03730 22 THITA= 0.0
03740   RETURN
03750   END

```


B-3 均一コア光ファイバの固有モード解析

B-3-1 楕円コア光ファイバの固有モード解析プログラム

```
*****
* ANALYSIS OF ELLIPTICAL CORE FIBERS
* DATE=86-12-12
*****
```

85.

```
00010 *
00020 * ANALYSIS OF ELLIPTICAL CORE OPTICAL FIBERS
00030 * BY MODIFIED BOUNARY INTEGRAL METHOD (M-B.I.M)
00040 *
00050 PROGRAM ELPSBI
00060 IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
00070 CHARACTER CL(0:1)*1,CS(0:1)*1
00080 DIMENSION AKK(5),BKK(5)
00090 COMMON
00100 */NA/JM1(21),NNU(0:1,21),JE(21),JH(21)
00110 */NN/N,NE,NH,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
00120 */NS/NL,NSY
00130 */AK/AK,BK
00140 */EL/EL(41,41),BX(41),FACT(21)
00150 */NR/RN1,RNC,RN12,RNC2
00160 */PA/PAI,PAIH,PAID,PHAI
00170 */SH/RRA
00180 DATA CL,CS/'0','1','0','E'/
00190 PAI= 3.141592653589793D0
00200 PAIH= 0.5*PAI
00210 PAID= 2.0*PAI
00220 C
00230 WRITE(6,201) ' ; '
00240 EPS= 1.0D-6
00250 20 WRITE(6,*) 'Input Ra,Nr1,Nrc,NL,NSy'
00260 READ(5,*,ERR=20) RRA,RN1,RNC,NL,NSY
00270 RN12= RN1*RN1
00280 RNC2= RNC*RNC
00290 PHAI= -PAIH*(1-NSY)
00300 21 WRITE(6,*) 'Input Ndiv0,Ndiv,eps'
00310 READ(5,*,ERR=21) NDIVO,NDIV,NEP
00320 EPS= 10.0**(-NEP)
00330 22 WRITE(6,*) 'Input N'
00340 READ(5,*,ERR=22) N
00350 CALL COOR
00360 CALL SETN
00370 CALL TANF
00380 JAK= 0
00390 23 WRITE(6,*) 'Input V'
00400 READ(5,*,ERR=23) V
00410 IF(V .LE.0) GOTO 23
00420 AK= V/DSQRT(RN12-RNC2)
00430 24 WRITE(6,*) 'Input B1,Bd,Be'
00440 READ(5,*,ERR=24) B1,BD,BE
00450 IF(B1.EQ.0.OR.BD.LE.0.OR.BE.GE.RN1) GOTO 27
00460 CALL CLOCK
00470 Y1= VALUE(B1)
00480 CALL CLOCK(TIME)
00490 WRITE(6,400) TIME
00500 400 FORMAT(1H , 'TIME=',1PD13.3, ' SEC')
00510 WRITE(6,200) V, ' B1',B1,Y1
00520 25 B2=B1+BD
00530 IF(B2.GE.BE.OR.JAK.EQ.3) GOTO 26
00540 Y2= VALUE(B2)
00550 IF(Y1*Y2.LE.0) THEN
00560 JAK= JAK+1
00570 CALL SOLVE(B1,B2,Y1,Y2,B0,Y0,EPS)
00580 WRITE(6,200) V, ' ;B0',B0,Y0
00590 AKK(JAK)= V
00600 BKK(JAK)= B0
00610 ENDIF
00620 WRITE(6,200) V, ' B2',B2,Y2
00630 B1= B2
00640 Y1= Y2
00650 GOTO 25
00660 26 WRITE(6,201) ' ; '
00670 IF(JAK.GT.0) THEN
00680 WRITE(6,220) ' ; ',RRA,RN1,RNC,CL(NL),CS(NSY),N,NEP,NDIVO,NDIVP,
00690 * (AKK(J),BKK(J),J=1,JAK)
00700 JAK= 0
00710 ELSE
00720 WRITE(6,220) ' ; ',RRA,RN1,RNC,CL(NL),CS(NSY),N,NEP,NDIVO,NDIVP
```

```

00730     ENDIF
00740     27 WRITE(6,*) '0:BK 1:AK 2:N 3:Ndiv, EPS 4:Ra, NL, Nsy 5:Field 6:Stop'
00750     READ(5,100) NJ
00760     GOTO (24,23,22,21,20,28,40), NJ+1
00770     28 CALL FIELD(BO,CL,CS)
00780     GOTO 27
00790     40 STOP 0
00800     100 FORMAT(I1)
00810     200 FORMAT(1H, 'AK=', F10.5, 3X, A3, '=', F12.9, ' Y=', 1PD13.3)
00820     201 FORMAT(1H, A1, ' RA NR1 NRC Mode N Nep Np0 Np ',
00830     * 'AK BK')
00840     220 FORMAT(1H, A1, 3F6.3, 2X, 2A1, 4I5, 2X, 3(F14.10, F19.15))
00850     END

```

```

00860 *
00870 *     FIELD
00880 *
00890     SUBROUTINE FIELD(BO,CL,CS)
00900     IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
00910     CHARACTER CL(0:1)*1, CS(0:1)*1
00920     DIMENSION BE(21), BH(21)
00930     COMMON
00940     */NA/JM1(21), NNU(0:1,21), JE(21), JH(21)
00950     */NN/N, NE, NH, NMAT, NEP, NDIV0, NDIV, NDIVP
00960     */NS/NL, NSY
00970     */AK/AK, BK
00980     */EL/EL(41,41), BX(41), FACT(21)
00990     */NR/RN1, RNC, RN12, RNC2
01000     */SH/RA,
01010 C
01020     BK= DSQRT(BO *(RN12-RNC2)+RNC2)
01030     CALL PARAM
01040     CALL BESSEL
01050     CALL FUNC1
01060     CALL ELEM
01070     CALL SIML(EL, BX, 41, 41, 41, 1, NMAT, 0, 1, DETM)
01080     BXMAX= 0.
01090     DO 10 J=1, NMAT
01100     IF(DABS(BX(J)).GT. BXMAX) BXMAX= DABS(BX(J))
01110     10 CONTINUE
01120     IF(BXMAX.EQ.0) THEN
01130     WRITE(6,*) 'Trivial solution!'
01140     STOP 1
01150     ENDIF
01160     DO 11 J=1, NMAT
01170     11 BX(J)= BX(J)/BXMAX
01180     DO 12 J=1, 21
01190     BE(J)= 0.
01200     BH(J)= 0.
01210     12 CONTINUE
01220     DO 13 J=1, NE
01230     13 BE(JE(J))= BX(J)
01240     DO 14 J=1, NH
01250     14 BH(JH(J))= BX(J+NE)
01260 C
01270     CALL FUNC1
01280     CALL ELEM
01290     CALL CHKB
01300     WRITE(6,*) ' ';
01310     WRITE(6,201) ' ';
01320     WRITE(6,210) ' '; RRA, RN1, RNC, CL(NL), CS(NSY), N, NEP, NDIVP, AK, BO
01330     WRITE(6,*) ' ';
01340     WRITE(6,*) ' J E H'
01350     WRITE(6,220) ((NNU(NL, J), BE(J), BH(J)), J=1, N)
01360     RETURN
01370     201 FORMAT(1H, A1, ' RA NR1 NRC Mode N Nep Np ',
01380     * 'AK BK')
01390     210 FORMAT(1H, A1, 3F6.3, 2X, 2A1, 3I5, 2X, 3(F7.3, F12.9))
01400     220 FORMAT((1H, ' ', I3, 3X, 2(1PD14.4)))
01410     END

```

ANALYSIS OF ELLIPTICAL CORE FIBERS

```

01420 *
01430 *
01440 *
01450     FUNCTION VALUE(BKK)
01460     IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
01470     DIMENSION DM(1,1)
01480     COMMON
01490     */NN/N,NE,NH,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
01500     */AK/AK,BK
01510     */EL/EL(41,41),BX(41),FACT(21)
01520     */NR/RN1,RNC,RN12,RNC2
01530     */TS/PEM1(20,20),PEMC(20,20),PHM1(20,20),PHMC(20,20)
01540 C
01550     BK= DSQRT(BKK*(RN12-RNC2)+RNC2)
01560     CALL PARAM
01570     CALL BESSEL
01580     CALL FUNC1
01590     CALL ELEM
01600     CALL SIML(EL,DM,41,41,1,1,NMAT,0,0,VALUE)
01610     RETURN
01620     END

01630 *
01640 *     PARAMETER
01650 *
01660     BLOCKDATA VAL
01670     COMMON
01680     */NA/JM1(21),NNU(0:1,21),JE(21),JH(21)
01690 C
01700     DATA JM1/ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
01710     *           10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20/
01720     DATA NNU/ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
01730     *           10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,
01740     *           20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,
01750     *           30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,
01760     *           40,41/
01770     END

01780 *
01790 *
01800 *
01810     SUBROUTINE SETN
01820     COMMON
01830     */NN/N,NE,NH,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
01840     */NS/NL,NSY
01850     */NA/JM1(21),NNU(0:1,21),JE(21),JH(21)
01860 C
01870     NE= N-(1-NL)*(1-NSY)
01880     NH= N-(1-NL)*   NSY
01890     NMAT= NH+NE
01900 C
01910     DO 10 J=1,N
01920     JE(J)= J+(1-NL)*(1-NSY)
01930     JH(J)= J+(1-NL)*   NSY
01940     10 CONTINUE
01950     RETURN
01960     END

```

```
01970 *
01980 *
01990 *
02000     SUBROUTINE TANF
02010     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
02020     COMMON
02030     */NA/JM1(21),NNU(0:1,21),JE(21),JH(21)
02040     */NN/N,NE,NH,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
02050     */NS/NL,NSY
02060     */TA/TE(20,21),TH(21,20)
02070 C
02080     DO 10 I=1,20
02090     DO 10 J=1,21
02100     TE(I,J)= 0.
02110     TH(J,I)= 0.
02120 10 CONTINUE
02130     DO 11 I=1,N
02140     IF(NL.EQ.1 ) TE(I ,I )= NNU(1,I )*(-1)** NSY
02150     IF(NL.EQ.0.AND.NSY.EQ.1) TE(I ,I+1)=-NNU(0,I+1)
02160     IF(NL.EQ.0.AND.NSY.EQ.0) TE(I+1, I)= NNU(0,I+1)
02170 11 CONTINUE
02180     DO 12 I=1,N
02190     IF(NL.EQ.1 ) TH(I ,I )= NNU(1,I )*(-1)**(1-NSY)
02200     IF(NL.EQ.0.AND.NSY.EQ.1) TH(I+1,I )= NNU(0,I+1)
02210     IF(NL.EQ.0.AND.NSY.EQ.0) TH(I ,I+1)=-NNU(0,I+1)
02220 12 CONTINUE
02230     RETURN
02240     END
```

```

02250 *
02260 *
02270 *
02280     SUBROUTINE COOR
02290     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
02300     DIMENSION RLPHO(0:10)
02310     COMMON
02320     */NA/JM1(21),NNU(0:1,21),JE(21),JH(21)
02330     */NN/N,NE,NH,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
02340     */NS/NL,NSY
02350     */CO/RD(10,24),XC(20,10,24),XS(20,10,24)
02360     */FH/FACTPH
02370     */PA/PAI,PAIH,PAID,PHAI
02380     */PH/PHAIE(20,10,24),PHAIH(20,10,24)
02390     */GA/RGO(24),WEO(24)
02400     */RL/RLPH,RLG(10,24),WE(10,24),TH(10,24),THL(10,24),S2(10)
02410     */SH/RAA
02420     */VN/VNR(10,24),VNT(10,24)
02430 C
02440     CALL CLOCK
02450     RLPH= 0.000
02460     DO 30 I=1,10
02470         TT1= PAIH/10.000*(I-1)
02480         TT2= PAIH/10.000* I
02490         RLPH= RLPH+RLEN(TT1,TT2,RAA,1.000,6)
02500     30 CONTINUE
02510     FACTPH= PAIH/RLPH
02520     DO 10 L=0,NDIVO
02530     10 RLPHO(L)= RLPH*L/NDIVO
02540     DO 11 L=1,NDIVO
02550         CALL DGAUSP(NDIV,NDIVP,RLPHO(L-1),RLPHO(L),S2(L),RGO,WEO)
02560     DO 11 K=1,NDIVP
02570         RLG(L,K)= RGO(K)
02580         WE(L,K)= WEO(K)
02590     11 CONTINUE
02600 C
02610     DO 12 L=1,NDIVO
02620     DO 13 K=1,NDIVP
02630         TH(L,K)= THITA(RLG(L,K),RAA,1.000)
02640         THL(L,K)= PAIH*RLG(L,K)/RLPH
02650         RD(L,K)= RR(TH(L,K),RAA,1.000)
02660         VNR(L,K)= RR(TH(L,K),RAA,1.000)/SQR(TH(L,K),RAA,1.000)
02670         VNT(L,K)=-DRR(TH(L,K),RAA,1.000)/SQR(TH(L,K),RAA,1.000)
02680     13 CONTINUE
02690     DO 14 I=1,N
02700     DO 14 K=1,NDIVP
02710         XC(I,L,K)= DCOS(NNU(NL,I)*TH(L,K)+PHAI)
02720         XS(I,L,K)= DSIN(NNU(NL,I)*TH(L,K)+PHAI)
02730     14 CONTINUE
02740     DO 15 J=1,N
02750     DO 15 K=1,NDIVP
02760         PHAIE(J,L,K)= DCOS(NNU(NL,J)*THL(L,K)+PHAI)
02770         PHAIH(J,L,K)= DSIN(NNU(NL,J)*THL(L,K)+PHAI)
02780     15 CONTINUE
02790     12 CONTINUE
02800     CALL CLOCK(TIME)
02810     WRITE(6,400) TIME
02820     400 FORMAT(1H,'qTIME(COOR)=' ,1PE13.3,' SEC')
02830 C
02840 C     DO 50 K=1,NDIVP
02850 C     RLP= RLEN(0.000,TH(K),RAA,1.000,6)
02860 C     ERR= DABS((RLG(K)-RLP)/RLG(K))
02870 C     WRITE(6,200) RLG(K),RLP,ERR
02880 C 200 FORMAT(1H,' RL=' ,F13.10,' RLP=' ,F13.10,' ERR=' ,1PE10.3)
02880 C 50 CONTINUE
02890     RETURN
02900     END

```

ANALYSIS OF ELLIPTICAL CORE FIBERS

L861212 PAGE 6

```

02910 *
02920 *   PREP. OF STHITA
02930 *
02940   SUBROUTINE CALTH
02950   IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
02960   COMMON
02970   */SH/RRR
02980   */TH/TH(0:10),RLL(0:10)
02990 C
03000   PAI= 3.141592653589793D0
03010   PAIH= 0.5*PAI
03020   TH(0)= 0.
03030   TH(10)= PAIH
03040   RLTA= RLEN(0.0D0,PAIH,RRR,1.0D0,6)
03050 C
03060   DO 10 I=0,10
03070   10 RLL(I)= I*0.1*RLTA
03080   DO 11 I=1,9
03090   11 TH(I)= STHITA(TH(I-1),RLL(I-1),RLL(I),RRR,1.0D0)
03100   RLT= 0.
03110   DO 12 I=1,10
03120   12 RLT= RLT+RLEN(TH(I-1),TH(I),RRR,1.0D0,6)
03130   RETURN
03140   END

03150 *
03160 *   CALC. OF THITA FROM RL
03170 *
03180   FUNCTION THITA(RL,A,B)
03190   IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
03200   COMMON
03210   */TH/TH(0:10),RLL(0:10)
03220 C
03230   DO 10 I=0,9
03240   IF(RL.GT.RLL(I)) THEN
03250   THITA= STHITA(TH(I),RLL(I),RL,A,B)
03260   RETURN
03270   ENDIF
03280   10 CONTINUE
03290   WRITE(6,*) 'ERROR !'
03300   STOP
03310   END

```

```

03320 *
03330 *   SLAVE OF THITA
03340 *
03350   FUNCTION STHITA(TH0,RLO,RL,A,B)
03360   IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
03370   COMMON
03380   */TH/TH(0:10),RLL(0:10)
03390   F(XL,XB,YL,YB)= (XB*YL-XL*YB)/(YL-YB)
03400 C
03410   TH1= TH0
03420   Y1=RL-RLO
03430   20 TH2= TH1+0.1
03440   Y2= RL-RLEN(TH0,TH2,A,B,6)-RLO
03450   IF(Y1*Y2.LE.0) GOTO 21
03460   TH1= TH2
03470   Y1= Y2
03480   GOTO 20
03490 C
03500   21 THQ=-1.0D0
03510   TH0= F(TH1,TH2,Y1,Y2)
03520   22 IF(THQ.NE.0) THEN
03530     ERR= DABS( (TH0-THQ)/THQ )
03540     ELSE
03550     ERR= DABS( (TH0-THQ)/TH0 )
03560     ENDIF
03570     IF(ERR.LE.1.0D-15) GOTO 40
03580     Y0= RL-RLEN(TH0,TH0,A,B,6)-RLO
03590     THQ= TH0
03600     YY= Y0/Y1
03610     IF(YY) 23,40,24
03620 C
03630   23 IF(ABS(Y2)-ABS(Y0).LE.0) GOTO 27
03640     THP= F(TH0,TH2,Y0,Y2)
03650     TH2= TH0
03660     Y2= Y0
03670     IF(THP-TH1) 25,25,26
03680 C
03690   24 IF(ABS(Y1)-ABS(Y0).LE.0) GOTO 28
03700     THP= F(TH1,TH0,Y1,Y0)
03710     TH1= TH0
03720     Y1= Y0
03730     IF(TH2-THP) 25,25,26
03740 C
03750   25 TH0= TH1+0.5D0*(TH2-TH1)
03760     GOTO 22
03770   26 TH0= THP
03780     GOTO 22
03790   27 TH2= TH0
03800     Y2= Y0
03810     GOTO 25
03820   28 TH1= TH0
03830     Y1= Y0
03840     GOTO 25
03850 C
03860   40 STHITA= TH0
03870     RETURN
03880     END

```

```

03890 *
03900 *   CALC. OF RL BETWEEN TH1 AND TH2
03910 *
03920   FUNCTION RLEN(TH1,TH2,A,B,N)
03930   IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
03940   DIMENSION T(24),W(24)
03950 C
03960   CALL DGAUSP(N,NDIV,TH1,TH2,C2,T,W)
03970   RLEN= 0.0D0
03980   DO 10 I=1,NDIV
03990   10 RLEN= RLEN+W(I)*SQR(T(I),A,B)
04000   RLEN= RLEN*C2
04010   RETURN
04020   END

```


ANALYSIS OF ELLIPTICAL CORE FIBERS

L861212 PAGE 8

```

04030 *
04040 *      (R**2+dR/dT**2)**0.5 OF ELLIPSE
04050 *
04060      FUNCTION SQR(T,A,B)
04070      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
04080 C
04090      SQR= ( RR(T,A,B)**2+DRR(T,A,B)**2 )**0.5D0
04100      RETURN
04110      END

04120 *
04130 *      R OF ELLIPSE
04140 *
04150      FUNCTION RR(T,A,B)
04160      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
04170 C
04180      RR= ( (DCOS(T)/A)**2+(DSIN(T)/B)**2 )**(-0.5D0)
04190      RETURN
04200      END

04210 *
04220 *      dR/dT OF ELLIPSE
04230 *
04240      FUNCTION DRR(T,A,B)
04250      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
04260 C
04270      DRR=- ( 0.5D0*( (DCOS(T)/A)**2+(DSIN(T)/B)**2 )**(-1.5D0) ) *
04280 *      2*COS(T)*SIN(T)*( 1.0D0/(B**2)-1.0D0/(A**2) )
04290      RETURN
04300      END

04310 *
04320 *
04330 *
04340      SUBROUTINE CHKB
04350      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
04360      COMMON
04370      */NN/N,NE,NH,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
04380      */EL/EL(41,41),BX(41),FACT(21)
04390 C
04400      NHALFL= NMAT/2
04410      WRITE(6,*) ' '
04420      WRITE(6,*) ' LEFT           RIGH           ERR'
04430      DO 10 I=1,NMAT
04440      ALEFT= 0
04450      ARIGH= 0
04460      DO 11 J=1,NHALFL
04470      11 ALEFT= ALEFT+EL(I,J)*BX(J)
04480      DO 12 J=NHALFL+1,NMAT
04490      12 ARIGH= ARIGH+EL(I,J)*BX(J)
04500      IF(ALEFT.NE.0) ERR= DABS((ALEFT+ARIGH)/ALEFT)
04510      WRITE(6,400) ALEFT,ARIGH,ERR
04520      10 CONTINUE
04530      RETURN
04540      400 FORMAT(1H ,3(1PD13.3))
04550      END

```

ANALYSIS OF ELLIPTICAL CORE FIBERS

L861212 PAGE 9

```

04560 *
04570 *
04580 *
04590     SUBROUTINE PARAM
04600     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
04610     COMMON
04620     */AK/AK,BK
04630     */NR/RN1,RNC,RN12,RNC2
04640     */PP/PI1,PIC,AP1,APC,RNP1,RNPC,PAT
04650 C
04660     BK2=BK*BK
04670     P12= RN12-BK2
04680     PC2= BK2-RNC2
04690     P1= DSQRT(P12)
04700     PC= DSQRT(PC2)
04710     PI12= 1/P12
04720     PIC2= 1/PC2
04730     PI1= 1/P1
04740     PIC= 1/PC
04750     RNP1= RN12*PI1
04760     RNPC= RNC2*PIC
04770     PAT=-BK/AK *(PI12+PIC2)
04780     AP1= AK*P1
04790     APC= AK*PC
04800     RETURN
04810     END

04820 *
04830 *
04840 *
04850     SUBROUTINE BESSEL
04860     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
04870     COMMON
04880     */NA/JM1(21),NNU(0:1,21),JE(21),JH(21)
04890     */NN/N,NE,NH,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
04900     */NS/NL,NSY
04910     */BE/BEJ(20,10,24),BEK(20,10,24),DIJ(20,10,24),DIK(20,10,24),
04920     *     XJ1(20,10,24),XKC(20,10,24)
04930     */CO/RD(10,24),XC(20,10,24),XS(20,10,24)
04940     */PP/PI1,PIC,AP1,APC,RNP1,RNPC,PAT
04950 C
04960     DO 10 L=1,NDIVO
04970     DO 10 K=1,NDIVP
04980     X1R= AP1*RD(L,K)
04990     XCR= APC*RD(L,K)
05000     DO 10 I=1,N
05010     I1=NNU(NL,I)
05020     BEJ(I,L,K)= DJBES(I1,X1R)
05030     XJ1(I,L,K)= I1/X1R
05040     DIJ(I,L,K)= XJ1(I,L,K)*BEJ(I,L,K)-DJBES(I1+1,X1R)
05050     BEK(I,L,K)= DKBES(I1,XCR)
05060     XKC(I,L,K)= I1/XCR
05070     DIK(I,L,K)= XKC(I,L,K)*BEK(I,L,K)-DKBES(I1+1,XCR)
05080 10 CONTINUE
05090     RETURN
05100     END

```

```

05110 *
05120 *
05130 *
05140     SUBROUTINE FUNC1
05150     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
05160     COMMON
05170     */NN/N,NE,NH,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
05180     */NA/JM1(21),NNU(0:1,21),JE(21),JH(21)
05190     */BE/BEJ(20,10,24),BEK(20,10,24),DIJ(20,10,24),DIK(20,10,24),
05200     *     XJ1(20,10,24),XKC(20,10,24)
05210     */CO/RD(10,24),XC(20,10,24),XS(20,10,24)
05220     */EJ/PEJ(20,20),PEJN(20,20)
05230     */EK/PEK(20,20),PEKN(20,20)
05240     */HJ/PHJ(20,20),PHJN(20,20)
05250     */HK/PHK(20,20),PHKN(20,20)
05260     */PH/PHAIE(20,10,24),PHAIH(20,10,24)
05270     */RL/RLPH,RLG(10,24),WE(10,24),TH(10,24),THL(10,24),S2(10)
05280     */VN/VNR(10,24),VNT(10,24)
05290 C
05300     DO 10 I=1,N
05310     DO 10 J=1,N
05320     IIE= JE(I)
05330     JJE= JE(J)
05340     IIH= JH(I)
05350     JJH= JH(J)
05360     PEJ (I,J)= 0.0D0
05370     PEK (I,J)= 0.0D0
05380     PHJ (I,J)= 0.0D0
05390     PHK (I,J)= 0.0D0
05400     PEJN(I,J)= 0.0D0
05410     PEKN(I,J)= 0.0D0
05420     PHJN(I,J)= 0.0D0
05430     PHKN(I,J)= 0.0D0
05440     DO 10 L=1,NDIV0
05450     PEJ IJ = 0.0D0
05460     PEK IJ = 0.0D0
05470     PHJ IJ = 0.0D0
05480     PHK IJ = 0.0D0
05490     PEJNIJ = 0.0D0
05500     PEKNIJ = 0.0D0
05510     PHJNIJ = 0.0D0
05520     PHKNIJ = 0.0D0
05530     DO 11 K=1,NDIVP
05540     PEJIJ= PEJIJ+WE(L,K)*BEJ(IIE,L,K)*XC(IIE,L,K)*PHAIE(JJE,L,K)
05550     PEKIJ= PEKIJ+WE(L,K)*BEK(IIE,L,K)*XC(IIE,L,K)*PHAIE(JJE,L,K)
05560     PHJIJ= PHJIJ+WE(L,K)*BEJ(IIH,L,K)*XS(IIH,L,K)*PHAIH(JJH,L,K)
05570     PHKIJ= PHKIJ+WE(L,K)*BEK(IIH,L,K)*XS(IIH,L,K)*PHAIH(JJH,L,K)
05580     PEJR= DIJ(IIE,L,K)*XC(IIE,L,K)
05590     PEJT=-XJ1(IIE,L,K)*BEJ(IIE,L,K)*XS(IIE,L,K)
05600     PEKR= DIK(IIE,L,K)*XC(IIE,L,K)
05610     PEKT=-XKC(IIE,L,K)*BEK(IIE,L,K)*XS(IIE,L,K)
05620     PHJR= DIJ(IIH,L,K)*XS(IIH,L,K)
05630     PHJT= XJ1(IIH,L,K)*BEJ(IIH,L,K)*XC(IIH,L,K)
05640     PHKR= DIK(IIH,L,K)*XS(IIH,L,K)
05650     PHKT= XKC(IIH,L,K)*BEK(IIH,L,K)*XC(IIH,L,K)
05660     FEJ= VNR(L,K)*PEJR+VNT(L,K)*PEJT
05670     FEK= VNR(L,K)*PEKR+VNT(L,K)*PEKT
05680     FHJ= VNR(L,K)*PHJR+VNT(L,K)*PHJT
05690     FHK= VNR(L,K)*PHKR+VNT(L,K)*PHKT
05700     PEJNIJ= PEJNIJ+WE(L,K)*FEJ*PHAIE(JJE,L,K)
05710     PEKNIJ= PEKNIJ+WE(L,K)*FEK*PHAIE(JJE,L,K)
05720     PHJNIJ= PHJNIJ+WE(L,K)*FHJ*PHAIH(JJH,L,K)
05730     PHKNIJ= PHKNIJ+WE(L,K)*FHK*PHAIH(JJH,L,K)
05740 11 CONTINUE
05750     PEJ (I,J)= PEJ (I,J)+S2(L)*PEJ IJ
05760     PEK (I,J)= PEK (I,J)+S2(L)*PEK IJ
05770     PHJ (I,J)= PHJ (I,J)+S2(L)*PHJ IJ
05780     PHK (I,J)= PHK (I,J)+S2(L)*PHK IJ
05790     PEJN(I,J)= PEJN(I,J)+S2(L)*PEJNIJ
05800     PEKN(I,J)= PEKN(I,J)+S2(L)*PEKNIJ
05810     PHJN(I,J)= PHJN(I,J)+S2(L)*PHJNIJ
05820     PHKN(I,J)= PHKN(I,J)+S2(L)*PHKNIJ
05830 10 CONTINUE
05840     RETURN
05850     END

```

ANALYSIS OF ELLIPTICAL CORE FIBERS

L861212 PAGE 11

```

05860 *
05870 *
05880 *
05890     SUBROUTINE ELEM
05900     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
05910     COMMON
05920     */NN/N,NE,NH,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
05930     */NS/NL,NSY
05940     */NA/JM1(21),NNU(0:1,21),JE(21),JH(21)
05950     */EL/EL(41,41),BX(41),FACT(21)
05960     */EJ/PEJ(20,20),PEJN(20,20)
05970     */EK/PEK(20,20),PEKN(20,20)
05980     */HJ/PHJ(20,20),PHJN(20,20)
05990     */HK/PHK(20,20),PHKN(20,20)
06000     */FH/FACTPH
06010     */PP/PI1,PIC,AP1,APC,RNP1,RNPC,PAT
06020     */TA/TE(20,21),TH(21,20)
06030     */TS/PEM1(20,20),PEMC(20,20),PHM1(20,20),PHMC(20,20)
06040 C
06050     CALL MATID(PEJ,20,NE)
06060     CALL MATID(PEK,20,NE)
06070     CALL MATID(PHJ,20,NH)
06080     CALL MATID(PHK,20,NH)
06090     CALL MUL (PEJ,PEJN,PEM1,20,20,20,20,20,20,NE,NE,NE,1,1)
06100     CALL MUL (PEK,PEKN,PEMC,20,20,20,20,20,20,NE,NE,NE,1,1)
06110     CALL MUL (PHJ,PHJN,PHM1,20,20,20,20,20,20,NH,NH,NH,1,1)
06120     CALL MUL (PHK,PHKN,PHMC,20,20,20,20,20,20,NH,NH,NH,1,1)
06130     DO 10 I=1,NE
06140     DO 10 J=1,NE
06150 10 EL(I,J)=- (RNP1*PEM1(I,J)+RNPC*PEMC(I,J))
06160     DO 11 I=1,NE
06170     DO 11 J=1,NH
06180 11 EL(I,J+NE)= TH(I,J)*PAT*FACTPH
06190     DO 12 I=1,NH
06200     DO 12 J=1,NE
06210 12 EL(I+NE,J) = TE(I,J)*PAT*FACTPH
06220     DO 13 I=1,NH
06230     DO 13 J=1,NH
06240 13 EL(I+NE,J+NE)= PI1*PHM1(I,J)+PIC*PHMC(I,J)
06250     RETURN
06260     END

```

ANALYSIS OF ELLIPTICAL CORE FIBERS

L861212 PAGE 12

```
06270 *
06280 *      SOLUTION OF TRANSCENDENTAL EQUATION
06290 *
06300      SUBROUTINE SOLVE(XSM,XBI,YSM,YBI,XO,YO,EPS)
06310      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
06320 C
06330      F(XL,XB,YL,YB)= (XB*YL-XL*YB)/(YL-YB)
06340      XQ=-1.0
06350      X1= XSM
06360      X2= XBI
06370      Y1= YSM
06380      Y2= YBI
06390      XO= F(X1,X2,Y1,Y2)
06400 20 IF(DABS(XO-XQ).LT.EPS) RETURN
06410      YO=VALUE(XO)
06420      XQ= XO
06430      YY= YO/Y1
06440      IF(YY) 21,27,22
06450 C
06460 21 IF(DABS(Y2)-DABS(YO).LE.0) GOTO 25
06470      XP= F(XO,X2,YO,Y2)
06480      X2= XO
06490      Y2= YO
06500      IF(XP-X1) 23,23,24
06510 C
06520 22 IF(DABS(Y1)-DABS(YO).LE.0) GOTO 26
06530      XP= F(X1,XO,Y1,YO)
06540      X1= XO
06550      Y1= YO
06560      IF(X2-XP) 23,23,24
06570 C
06580 23 XO= X1+0.5*(X2-X1)
06590      GOTO 20
06600 C
06610 24 XO= XP
06620      GOTO 20
06630 C
06640 25 X2= XO
06650      Y2= YO
06660      GOTO 23
06670 26 X1= XO
06680      Y1= YO
06690      GOTO 23
06700 C
06710 27 WRITE(6,*) ' YO= 0 (Y-AJ ?YL)'
06720      RETURN
06730      END
```

```

06740 *
06750 *      SOLUTION OF LINEAR SIMULTANEOUS EQUATIONS
06760 *
06770      SUBROUTINE SIML(A,B,IA,JA,IB,JB,N,M,NDET,DET)
06780      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
06790      DIMENSION A(IA,JA),B(IB,JB),PIVOT(160),NANS(160)
06800      DATA ZERO/0.0D0/,ONE/1.0D0/
06810 C
06820      NM= N-1
06830      DET= ONE
06840      DO 10 K=1,N
06850      AMAX= ZERO
06860      DO 11 I=K,N
06870      AX= A(I,K)
06880      IF(DABS(AMAX).GE.DABS(AX)) GOTO 11
06890      IROW= I
06900      AMAX= AX
06910 11 CONTINUE
06920 C
06930      PIVOT(K)= AMAX
06940      IF(DABS(AMAX).EQ.0) THEN
06950      DET= ZERO
06960      WRITE(6,*) ' This equation can't be solved by this method!'
06970      RETURN
06980      ENDIF
06990 C
07000      IF(K.EQ.N) GOTO 10
07010 C
07020      NANS(K)= IROW
07030      IF(NANS(K).NE.K) THEN
07040      A(IROW,K)= A(K,K)
07050      A(K ,K)= AMAX
07060      DET=-DET
07070      ENDIF
07080 C
07090      DET= DET*PIVOT(K)
07100      ABSD= DABS(DET)
07110      IF(ABSD.GT.1D+30) THEN
07120      DET= (DET/ABSD)*1D+30
07130      ELSEIF(ABSD.LT.1D-30) THEN
07140      DET= (DET/ABSD)*1D-30
07150      ENDIF
07160      W=-ONE/ PIVOT(K)
07170      K1=K+1
07180      DO 12 J=K1,N
07190      T= A(IROW,J)*W
07200      A(IROW,J)= A(K,J)
07210      A(K,J)=-T
07220 C
07230      DO 13 I=K1,N
07240 13 A(I,J)= A(I,J)+T*A(I,K)
07250 12 CONTINUE
07260      IF(M.EQ.0) GOTO 10
07270 C
07280      DO 14 L=1,M
07290      T= B(IROW,L)*W
07300      B(IROW,L)= B(K,L)
07310      B(K ,L)=-T
07320      DO 15 I=K1,N
07330 15 B(I,L)= B(I,L)+T*A(I,K)
07340 14 CONTINUE
07350 10 CONTINUE
07360 C
07370      NANS(N)= N
07380      ANN= A(N,N)
07390      DET= DET*ANN
07400      IF(NDET.EQ.0) RETURN
07410 C
07420      DO 16 L=1,M
07430 16 B(N,L)= B(N,L)/ANN
07440      IF(N.EQ.1) RETURN
07450      MB= M
07460      IF(M.EQ.0) THEN
07470      MB= 1
07480      DO 17 I=1,NM
07490 17 B(I,1)= 0
07500      B(N,1)= 1
07510      ENDIF

```

ANALYSIS OF ELLIPTICAL CORE FIBERS

L861212 PAGE 14

```
07520      DO 18 L=1,MB
07530      DO 18 J=1,NM
07540      JJ= N-J+1
07550      JJJ= JJ-1
07560      T=-B(JJ,L)
07570      DO 19 I=1,JJJ
07580      19 B(I,L)= B(I,L)+T*A(I,JJ)
07590      18 CONTINUE
07600      RETURN
07610      END
```

ANALYSIS OF ELLIPTICAL CORE FIBERS

```

07620 SUBROUTINE DGAUSP(N,NN,C,D,C2,U,AA)
07630 C U:COORDINATES AA:WEIGHT FUNCTION
07640 C S=0.DO
07650 C DO 2 J=1,NN
07660 C 2 S=S+AA(J)*FUNC(U(J))
07670 C DGAUSP=C2*S
07680 IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
07690 DIMENSION A(6,12),X(6,12),AA(24),U(24)
07700 1,A1(19),A2(19),A3(19),A4(15)
07710 2,X1(19),X2(19),X3(19),X4(15)
07720 EQUIVALENCE (A(1),A1(1)),(A(20),A2(1)),(A(39),A3(1)),(A(58),A4(1))
07730 1, (X(1),X1(1)),(X(20),X2(1)),(X(39),X3(1)),(X(58),X4(1))
07740 DATA X1 / 0.86113631159405260D+00
07750 1, 0.96028985649753620D+00, 0.98156063424671920D+00
07760 2, 0.98940093499164990D+00, 0.99312859918509490D+00
07770 3, 0.99518721999702140D+00, 0.33998104358485630D+00
07780 4, 0.79666647741362670D+00, 0.90411725637047490D+00
07790 5, 0.94457502307323260D+00, 0.96397192727791380D+00
07800 6, 0.97472855597130950D+00, 0.0000000000000000D-40
07810 7, 0.52553240991632900D+00, 0.76990267419430470D+00
07820 8, 0.86563120238783170D+00, 0.91223442825132590D+00
07830 9, 0.93827455200273280D+00, 0.0000000000000000D-40
07840 DATA X2 / 0.18343464249564980D+00
07850 1, 0.58731795428661740D+00, 0.75540440835500300D+00
07860 2, 0.83911697182221880D+00, 0.88641552700440100D+00
07870 3, 0.0000000000000000D-40, 0.0000000000000000D-40
07880 4, 0.36783149899818020D+00, 0.61787624440264370D+00
07890 5, 0.74633190646015080D+00, 0.82000198597390290D+00
07900 6, 0.0000000000000000D-40, 0.0000000000000000D-40
07910 7, 0.12523340851146890D+00, 0.45801677765722740D+00
07920 8, 0.63605368072651500D+00, 0.74012419157855440D+00
07930 9, 0.0000000000000000D-40, 0.0000000000000000D-40
07940 DATA X3 / 0.51086700195082710D+00
07950 1, 0.28160355077925890D+00, 0.0000000000000000D-40
07960 2, 0.64809365193697560D+00, 0.0000000000000000D-40
07970 3, 0.0000000000000000D-40, 0.0000000000000000D-40
07980 4, 0.95012509837637440D-01, 0.37370608871541960D+00
07990 5, 0.54542147138883950D+00, 0.0000000000000000D-40
08000 6, 0.0000000000000000D-40, 0.0000000000000000D-40
08010 7, 0.0000000000000000D-40, 0.22778585114164510D+00
08020 8, 0.43379350762604510D+00, 0.0000000000000000D-40
08030 9, 0.0000000000000000D-40, 0.0000000000000000D-40
08040 DATA X4 / 0.51086700195082710D+00
08050 1, 0.76526521133497330D-01, 0.31504267969616340D+00
08060 2, 0.0000000000000000D-40, 0.0000000000000000D-40
08070 3, 0.0000000000000000D-40, 0.0000000000000000D-40
08080 4, 0.0000000000000000D-40, 0.19111886747361630D+00
08090 5, 0.0000000000000000D-40, 0.0000000000000000D-40
08100 6, 0.0000000000000000D-40, 0.0000000000000000D-40
08110 7, 0.0000000000000000D-40, 0.64056892862605620D-01
08120 DATA A1 / 0.34785484513745390D+00
08130 1, 0.10122853629037630D+00, 0.47175336386511830D-01
08140 2, 0.27152459411754100D-01, 0.17614007139152120D-01
08150 3, 0.12341229799987200D-01, 0.65214515486254620D+00
08160 4, 0.22238103445337450D+00, 0.10693932599531840D+00
08170 5, 0.62253523938647890D-01, 0.40601429800386940D-01
08180 6, 0.28531388628933660D-01, 0.0000000000000000D-40
08190 7, 0.31370664587788730D+00, 0.16007832854334620D+00
08200 8, 0.95158511682492780D-01, 0.62672048334109070D-01
08210 9, 0.44277438817419810D-01, 0.0000000000000000D-40
08220 DATA A2 / 0.36268378337836200D+00
08230 1, 0.20316742672306590D+00, 0.12462897125553390D+00
08240 2, 0.83276741576704750D-01, 0.59298584915436780D-01
08250 3, 0.0000000000000000D-40, 0.0000000000000000D-40
08260 4, 0.23349253653835480D+00, 0.14959598881657670D+00
08270 5, 0.10193011981724040D+00, 0.73346481411080310D-01
08280 6, 0.0000000000000000D-40, 0.0000000000000000D-40
08290 7, 0.24914704581340280D+00, 0.16915651939500250D+00
08300 8, 0.11819453196151840D+00, 0.86190161531953270D-01
08310 9, 0.0000000000000000D-40, 0.0000000000000000D-40
08320 DATA A3 / 0.0000000000000000D-40
08330 1, 0.18260341504492360D+00, 0.13168863844917660D+00
08340 2, 0.97618652104113890D-01, 0.0000000000000000D-40
08350 3, 0.0000000000000000D-40, 0.0000000000000000D-40
08360 4, 0.18945061045506850D+00, 0.14209610931838210D+00
08370 5, 0.10744427011596560D+00, 0.0000000000000000D-40
08380 6, 0.0000000000000000D-40, 0.0000000000000000D-40
08390 7, 0.0000000000000000D-40, 0.14917298647260380D+00

```


ANALYSIS OF ELLIPTICAL CORE FIBERS

```

08400      8, 0.11550566805372560D+00, 0.0000000000000000D-40
08410      9, 0.0000000000000000D-40, 0.0000000000000000D-40 /
08420      DATA A4 / 0.13168863844917660D+00
08430      1, 0.15275338713072580D+00, 0.12167047292780340D+00
08440      2, 0.0000000000000000D-40, 0.0000000000000000D-40
08450      3, 0.0000000000000000D-40, 0.0000000000000000D-40
08460      4, 0.0000000000000000D-40, 0.12583745634682830D+00
08470      5, 0.0000000000000000D-40, 0.0000000000000000D-40
08480      6, 0.0000000000000000D-40, 0.0000000000000000D-40
08490      7, 0.0000000000000000D-40, 0.12793819534675220D+00 /
08500      K=N
08510      IF(N-1) 600,100,100
08520 100 IF(N-6) 200,200,600
08530 200 NN=4*N
08540      C1=(D+C)/2.D0
08550      C2=(D-C)/2.D0
08560      N2=N+N
08570      DO 1 J=1,N2
08580      U(J)=C1-C2*X(N,J)
08590      U(NN-J+1) = C1+C2*X(N,J)
08600      AA(J)=A(N,J)
08610      1 AA(NN-J+1) = A(N,J)
08620 C      S=0.D0
08630 C      DO 2 J=1,NN
08640 C      2 S=S+AA(J)*FUNC(U(J))
08650 C      DGAUSP=C2*S
08660      N=K
08670      RETURN
08680 600 WRITE(6,700) N
08690 700 FORMAT(1H0,'(SUBR: DGAUSP) N=!',I3,'. N MUST BE LARGER THAN 0 AND
08700 1SMALLER THAN 7.!)
08710      N=6
08720      GO TO 200
08730      END

```

```

08740 *
08750 *
08760 *
08770 SUBROUTINE MATIO(A,IA,N)
08780 IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
08790 DIMENSION A(IA,IA),WORK(60,60)
08800 C
08810 DO 10 I=1,N
08820 DO 10 J=1,N
08830 10 WORK(I,J)= A(I,J)
08840 C
08850 DO 11 I=1,N
08860 DO 12 J=1,N
08870 12 A(I,J)= 0.
08880 A(I,I)= 1.0
08890 11 CONTINUE
08900 CALL SIML(WORK,A,60,60,IA,IA,N,N,1,DET)
08910 IF(DET.EQ.0) THEN
08920 WRITE(6,*) 'THE INVERSE MATRIX DOESN'T EXIST'
08930 DO 13 I=1,N
08940 DO 14 J=1,N
08950 14 A(I,J)= 0.0
08960 A(I,I)= 1.0
08970 13 CONTINUE
08980 ENDIF
08990 RETURN
09000 END

```

ANALYSIS OF ELLIPTICAL CORE FIBERS

```

09010 *
09020 *
09030 *
09040     SUBROUTINE MUL(A,B,C,IA,JA,IB,JB,IC,JC,L,M,N,IO,JO)
09050     IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
09060     DIMENSION A(IA,JA),B(IB,JB),C(IC,JC)
09070 C
09080     IO= IO-1
09090     JO= JO-1
09100     DO 10 I=1,L
09110     DO 10 J=1,N
09120     CIJ= 0.0
09130     DO 11 K=1,M
09140     11 CIJ= CIJ+A(I,K)*B(K,J)
09150     C(I+IO,J+JO)= CIJ
09160     10 CONTINUE
09170     RETURN
09180     END

```

B-3-2 方形断面導波路の固有モード解析プログラム

```
*****
* ANALYSIS OF RECTANGULAR CORE FIBERS *
* DATE=86-12-12 *
*****
```

```
00010 *
00020 * ANALYSIS OF RECTANGULAR DIELECTRIC WAVEGUIDES
00030 * BY MODIFIED BOUNDARY INTEGRAL METHOD (M-B.I.M) 85.11.
00040 *
00050 PROGRAM RECTBI
00060 IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
00070 CHARACTER CL(0:1)*1,CS(0:1)*1
00080 DIMENSION AKK(5),BKK(5)
00090 COMMON
00100 */NA/JM1(21),NNU(0:1,21),IE(21),IH(21),JE(21),JH(21)
00110 */NN/N,N1,N2,NE,NH,KE1,KH1,KE2,KH2,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
00120 */NS/NL,NSY,NYY
00130 */AK/AK,BK
00140 */EL/EL(41,41),BX(41),FACT(21)
00150 */NR/RN1,RNC,RN12,RNC2
00160 */PA/PAI,PAIH,PAID,PHAI,PHAI1,PHAI2
00170 */SH/RRA,RL1,RL2,RLT
00180 DATA CL,CS/'0','1','0','E'/
00190 PAI= 3.141592653589793D0
00200 PAIH= 0.5*PAI
00210 PAID= 2.0*PAI
00220 C
00230 WRITE(6,201) ';'
00240 EPS= 1.0D-6
00250 20 WRITE(6,*) 'Input Ra,Nr1,Nrc,Nl,Nsy'
00260 READ(5,*,ERR=20) RRA,RN1,RNC,NL,NSY
00270 RL1= 1.0D0
00280 RL2= RRA
00290 RLT= RL1+RL2
00300 RN12= RN1*RN1
00310 RNC2= RNC*RNC
00320 NYY= NL*(1-NSY)+(1-NL)*NSY
00330 PHAI= -PAIH*(1-NSY)
00340 PHAI1=-PAIH*(1-NSY)
00350 PHAI2=-PAIH*(1-NYY)
00360 21 WRITE(6,*) 'Input Ndiv0,Ndiv,eps'
00370 READ(5,*,ERR=21) NDIVO,NDIV,NEP
00380 EPS= 10.0**(-NEP)
00390 22 WRITE(6,*) 'Input N1,N2'
00400 READ(5,*,ERR=22) N1,N2
00410 N= N1+N2
00420 CALL SETN
00430 CALL COOR
00440 CALL TANF
00450 JAK= 0
00460 23 WRITE(6,*) 'Input V'
00470 READ(5,*,ERR=23) V
00480 IF(V .LE.0) GOTO 23
00490 AK= V/DSQRT(RN12-RNC2)
00500 24 WRITE(6,*) 'Input B1,Bd,Be'
00510 READ(5,*,ERR=24) B1,BD,BE
00520 IF(B1.EQ.0.OR.BD.LE.0.OR.BE.GE.RN1) GOTO 27
00530 CALL CLOCK
00540 Y1= VALUE(B1)
00550 CALL CLOCK(TIME)
00560 WRITE(6,400) TIME
00570 400 FORMAT(1H,'TIME=',1PD13.3,' SEC')
00580 WRITE(6,200) V,' B1',B1,Y1
00590 25 B2=B1+BD
00600 IF(B2.GE.BE.OR.JAK.EQ.3) GOTO 26
00610 Y2= VALUE(B2)
00620 IF(Y1*Y2.LE.0) THEN
00630 JAK= JAK+1
00640 CALL SOLVE(B1,B2,Y1,Y2,B0,Y0,EPS)
00650 WRITE(6,200) V,';B0',B0,Y0
00660 AKK(JAK)= V
00670 BKK(JAK)= B0
00680 ENDIF
00690 WRITE(6,200) V,' B2',B2,Y2
00700 B1= B2
00710 Y1= Y2
00720 GOTO 25
```

ANALYSIS OF RECTANGULAR CORE FIBERS

L861212 PAGE 2

```
00730 26 WRITE(6,201) ' '
00740 IF(JAK.GT.0) THEN
00750 WRITE(6,220) ' ',RRA,RN1,RNC,CL(NL),CS(NSY),N,NEP,NDIVO,NDIVP,
00760 * (AKK(J),BKK(J),J=1,JAK)
00770 JAK= 0
00780 ELSE
00790 WRITE(6,220) ' ',RRA,RN1,RNC,CL(NL),CS(NSY),N,NEP,NDIVO,NDIVP
00800 ENDIF
00810 27 WRITE(6,*) '0:BK 1:AK 2:N 3:Ndiv, EPS 4:Ra,NL,Nsy 5:Field 6:Stop'
00820 READ(5,100) NJ
00830 GOTO (24,23,22,21,20,28,40),NJ+1
00840 28 CALL FIELD(BO,CL,CS)
00850 GOTO 27
00860 40 STOP 0
00870 100 FORMAT(I1)
00880 200 FORMAT(1H, 'AK=',F10.5,3X,A3, '=' ,F12.9, ' Y=',1PD13.3)
00890 201 FORMAT(1H, A1, ' RA NR1 NRC Mode N Nep Np0 Np ',
00900 * 'AK BK')
00910 220 FORMAT(1H, A1,3F6.3,2X,2A1,4I5,2X,3(F14.10,F19.15))
00920 END
```

ANALYSIS OF RECTANGULAR CORE FIBERS

L861212 PAGE 3

```

00930 *
00940 *   FIELD
00950 *
00960   SUBROUTINE FIELD(BO,CL,CS)
00970   IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
00980   CHARACTER CL(0:1)*1,CS(0:1)*1
00990   DIMENSION BE(21),BH(21)
01000   COMMON
01010   */NA/JM1(21),NNU(0:1,21),IE(21),IH(21),JE(21),JH(21)
01020   */NN/N,N1,N2,NE,NH,KE1,KH1,KE2,KH2,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
01030   */NS/NL,NSY,NYY
01040   */AK/AK,BK
01050   */EL/EL(41,41),BX(41),FACT(21)
01060   */NR/RN1,RNC,RN12,RNC2
01070   */SH/RRA,RL1,RL2,RLT
01080 C
01090   BK= DSQRT(BO *(RN12-RNC2)+RNC2)
01100   CALL PARAM
01110   CALL BESSEL
01120   CALL FUNC1(1,N1,1,NDIVO)
01130   CALL FUNC1(N1+1,N1+N2,NDIVO+1,2*NDIVO)
01140   CALL REFPJ
01150   CALL ELEM
01160   CALL SIML(EL,BX,41,41,41,1,NMAT,0,1,DETM)
01170   BXMAX= 0.
01180   DO 10 J=1,NMAT
01190   IF(DABS(BX(J)).GT.BXMAX) BXMAX= DABS(BX(J))
01200   10 CONTINUE
01210   IF(BXMAX.EQ.0) THEN
01220   WRITE(6,*) 'Trivial Solution!'
01230   STOP 1
01240   ENDIF
01250   DO 11 J=1,NMAT
01260   11 BX(J)= BX(J)/BXMAX
01270   BX(41)= 0.000
01280   DO 12 J=1,21
01290   BE(J)= 0.
01300   BH(J)= 0.
01310   12 CONTINUE
01320   DO 13 J=1,N
01330   BE(J)= BX(JE(J))
01340   BH(J)= BX(JH(J))
01350   13 CONTINUE
01360 C
01370   CALL FUNC1(1,N1,1,NDIVO)
01380   CALL FUNC1(N1+1,N1+N2,NDIVO+1,2*NDIVO)
01390   CALL REFPJ
01400   CALL ELEM
01410   CALL CHKB
01420   WRITE(6,*) ' '
01430   WRITE(6,400) (BX(J),J=1,NMAT)
01440   400 FORMAT((1H ,5(1PE13.3)))
01450   WRITE(6,*) ' ';
01460   WRITE(6,201) ' ';
01470   WRITE(6,210) ' ';',RRA,RN1,RNC,CL(NL),CS(NSY),N,NEP,NDIVP,AK,BO
01480   WRITE(6,*) ' ';
01490   WRITE(6,*) ' '; J           E           H'
01500   DO 14 J=1,N1
01510   14 WRITE(6,220) J-1,BE(J),BH(J)
01520   DO 15 J=1,N2
01530   15 WRITE(6,220) J-1,BE(J+N1),BH(J+N1)
01540   RETURN
01550   201 FORMAT(1H ,A1,' RA      NR1      NRC Mode      N      Nep      Np      ',
01560   *           'AK      BK')
01570   210 FORMAT(1H ,A1,3F6.3,2X,2A1,3I5,2X,3(F7.3,F12.9))
01580   220 FORMAT((1H ,';',I3,3X,2(1PD14.4)))
01590   END

```

ANALYSIS OF RECTANGULAR CORE FIBERS

L861212 PAGE 4

```

01600 *
01610 *
01620 *
01630     FUNCTION VALUE(BKK)
01640     IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
01650     DIMENSION DM(1,1)
01660     COMMON
01670     */NN/N,N1,N2,NE,NH,KE1,KH1,KE2,KH2,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
01680     */AK/AK,BK
01690     */EL/EL(41,41),BX(41),FACT(21)
01700     */NR/RN1,RNC,RN12,RNC2
01710     */TS/PEM1(20,20),PEMC(20,20),PHM1(20,20),PHMC(20,20)
01720 C
01730     BK= DSQRT(BKK*(RN12-RNC2)+RNC2)
01740     CALL PARAM
01750     CALL BESSEL
01760     CALL FUNC1(1,N1,1,NDIVO)
01770     CALL FUNC1(N1+1,N1+N2,NDIVO+1,2*NDIVO)
01780     CALL REFPJ
01790     CALL ELEM
01800     CALL SIML(EL,DM,41,41,1,1,NMAT,0,0,VALUE)
01810     RETURN
01820     END

01830 *
01840 *     PARAMETER
01850 *
01860     BLOCKDATA VAL
01870     COMMON
01880     */NA/JM1(21),NNU(0:1,21),IE(21),IH(21),JE(21),JH(21)
01890 C
01900     DATA JM1/ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
01910     *          10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20/
01920     DATA NNU/ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
01930     *          10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,
01940     *          20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,
01950     *          30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,
01960     *          40,41/
01970     END

01980 *
01990 *
02000 *
02010     SUBROUTINE SETN
02020     COMMON
02030     */NN/N,N1,N2,NE,NH,KE1,KH1,KE2,KH2,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
02040     */NS/NL,NSY,NYY
02050     */NA/JM1(21),NNU(0:1,21),IE(21),IH(21),JE(21),JH(21)
02060 C
02070     KE1= 1-NSY
02080     KE2= 1-NYY
02090     KH1= NSY
02100     KH2= NYY
02110     NE= N-KE1-KE2
02120     NH= N-KH1-KH2
02130     NMAT= NH+NE
02140 C
02150     DO 10 I=1,N
02160     IE(I)= I+(1-NL)*(1-NSY)
02170     IH(I)= I+(1-NL)* NSY
02180     JE(I)= 0
02190     JH(I)= 0
02200     10 CONTINUE
02210     DO 11 J=1,N1-KE1
02220     11 JE(J+KE1)= J
02230     DO 12 J=1,N2-KE2
02240     12 JE(J+KE2+N1)= J+N1-KE1
02250     DO 13 J=1,N1-KH1
02260     13 JH(J+KH1)= J +NE
02270     DO 14 J=1,N2-KH2
02280     14 JH(J+KH2+N1)= J+N1-KH1 +NE
02290     DO 15 I=1,N
02300     IF(JE(I).EQ.0) JE(I)=41
02310     IF(JH(I).EQ.0) JH(I)=41
02320     15 CONTINUE
02330     RETURN
02340     END

```

```
02350 *
02360 *
02370 *
02380     SUBROUTINE TANF
02390     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
02400     COMMON
02410     */NA/JM1(21),NNU(0:1,21),IE(21),IH(21),JE(21),JH(21)
02420     */NN/N,N1,N2,NE,NH,KE1,KH1,KE2,KH2,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
02430     */NS/NL,NSY,NYY
02440     */FH/FAPH1,FAPH2
02450     */TA/TE(20,21),TH(21,20)
02460 C
02470     DO 10 I=1,20
02480     DO 10 J=1,21
02490     TE(I,J)= 0.
02500     TH(J,I)= 0.
02510     10 CONTINUE
02520 C
02530     DO 11 I=1,N1-1
02540     11 TE(      I+KE1,      I+NSY)=-I*FAPH1
02550     DO 12 I=1,N2-1
02560     12 TE(N1-NSY+I+KE2,N1-KE1+I+NYY)=-I*FAPH2
02570 C
02580     DO 13 I=1,N1-1
02590     13 TH(      I+NSY,      I+KE1)= I*FAPH1
02600     DO 14 I=1,N2-1
02610     14 TH(N1-KE1+I+NYY,N1-NSY+I+KE2)= I*FAPH2
02620     RETURN
02630     END
```


ANALYSIS OF RECTANGULAR CORE FIBERS

L861212 PAGE 6

```

02640 *
02650 *
02660 *
02670     SUBROUTINE COOR
02680     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
02690     COMMON
02700     */NA/JM1(21),NNU(0:1,21),IE(21),IH(21),JE(21),JH(21)
02710     */NN/N,N1,N2,NE,NH,KE1,KH1,KE2,KH2,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
02720     */NS/NL,NSY,NYY
02730     */CO/RD(10,24),XC(20,10,24),XS(20,10,24)
02740     */FH/FAPH1,FAPH2
02750     */PA/PAI,PAIH,PAID,PHAI,PHAI1,PHAI2
02760     */PH/PHAIE(20,10,24),PHAIH(20,10,24)
02770     */GA/RGO(24),WEO(24)
02780     */RL/RLPH(0:10),RLG(10,24),WE(10,24),TH(10,24),THL(10,24),S2(10)
02790     */SH/RA,RL1,RL2,RLT
02800     */VN/VNR(10,24),VNT(10,24)
02810 C
02820     FAPH1= PAIH/RLT
02830     FAPH2=-PAIH/RLT
02840     DO 10 L=0,NDIVO
02850     10 RLPH(L)= RL1*L/NDIVO
02860     DO 11 L=NDIVO+1,2*NDIVO
02870     11 RLPH(L)= RL1+RL2*(L-NDIVO)/NDIVO
02880     DO 12 L=1,NDIVO*2
02890     CALL DGAUSP(NDIV,NDIVP,RLPH(L-1),RLPH(L),S2(L),RGO,WEO)
02900     DO 12 K=1,NDIVP
02910     RLG(L,K)= RGO(K)
02920     WE(L,K)= WEO(K)
02930     12 CONTINUE
02940 C
02950     DO 13 L=1,NDIVO
02960     DO 13 K=1,NDIVP
02970     TH(L,K)= DATAN(RLG(L,K)/RA)
02980     THL(L,K)= PAIH*RLG(L,K)/RLT *1.0DO
02990     RD(L,K)= RA/DCOS(TH(L,K))
03000     VNR(L,K)= DCOS(TH(L,K))
03010     VNT(L,K)=-DSIN(TH(L,K))
03020     DO 14 J=1,N1-KE1
03030     14 PHAIE(J,L,K)= DCOS((JM1(J)+KE1)*THL(L,K)+PHAI1)
03040     DO 15 J=1,N1-KH1
03050     15 PHAIH(J,L,K)= DSIN((JM1(J)+KH1)*THL(L,K)+PHAI1)
03060     13 CONTINUE
03070     DO 16 L=NDIVO+1,2*NDIVO
03080     DO 16 K=1,NDIVP
03090     TH(L,K)= DATAN(1.0DO/(RLT-RLG(L,K)))
03100     THL(L,K)= PAIH*(RLT-RLG(L,K))/RLT *1.0DO
03110     RD(L,K)= 1.0DO/DSIN(TH(L,K))
03120     VNR(L,K)= DSIN(TH(L,K))
03130     VNT(L,K)= DCOS(TH(L,K))
03140     DO 17 J=1,N2-KE2
03150     17 PHAIE(J+N1,L,K)= DCOS((JM1(J)+KE2)*THL(L,K)+PHAI2)
03160     DO 18 J=1,N2-KH2
03170     18 PHAIH(J+N1,L,K)= DSIN((JM1(J)+KH2)*THL(L,K)+PHAI2)
03180     16 CONTINUE
03190     DO 19 I=1,N
03200     DO 19 K=1,NDIVP
03210     DO 19 L=1,2*NDIVO
03220     XC(I,L,K)= DCOS(NNU(NL,I)*TH(L,K)+PHAI)
03230     XS(I,L,K)= DSIN(NNU(NL,I)*TH(L,K)+PHAI)
03240     19 CONTINUE
03250     CALL CLOCK(TIME)
03260     WRITE(6,400) TIME
03270     400 FORMAT(1H,'qTIME(COOR)=' ,1PE13.3,' SEC')
03280     RETURN
03290     END

```

ANALYSIS OF RECTANGULAR CORE FIBERS

L861212 PAGE 7

```

03300 *
03310 *
03320 *
03330     SUBROUTINE CHKB
03340     IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
03350     COMMON
03360     */NN/N,N1,N2,NE,NH,KE1,KH1,KE2,KH2,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
03370     */EL/EL(41,41),BX(41),FACT(21)
03380 C
03390     NHALFL= NMAT/2
03400     WRITE(6,*) ' '
03410     WRITE(6,*) '     LEFT           RIGTH           ERR'
03420     DO 10 I=1,NMAT
03430     ALEFT= 0
03440     ARIGH= 0
03450     DO 11 J=1,NHALFL
03460     11 ALEFT= ALEFT+EL(I,J)*BX(J)
03470     DO 12 J=NHALFL+1,NMAT
03480     12 ARIGH= ARIGH+EL(I,J)*BX(J)
03490     IF(ALEFT.NE.0) ERR= DABS((ALEFT+ARIGH)/ALEFT)
03500     WRITE(6,400) ALEFT,ARIGH,ERR
03510     10 CONTINUE
03520     RETURN
03530     400 FORMAT(1H ,3(1PD13.3))
03540     END

```

```

03550 *
03560 *
03570 *
03580     SUBROUTINE PARAM
03590     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
03600     COMMON
03610     */AK/AK,BK
03620     */NR/RN1,RNC,RN12,RNC2
03630     */PP/PI1,PIC,AP1,APC,RNP1,RNPC,PAT
03640 C
03650     BK2=BK*BK
03660     P12= RN12-BK2
03670     PC2= BK2-RNC2
03680     P1= DSQRT(P12)
03690     PC= DSQRT(PC2)
03700     PI12= 1/P12
03710     PIC2= 1/PC2
03720     PI1= 1/P1
03730     PIC= 1/PC
03740     RNP1= RN12*PI1
03750     RNPC= RNC2*PIC
03760     PAT=-BK/AK *(PI12+PIC2)
03770     AP1= AK*P1
03780     APC= AK*PC
03790     RETURN
03800     END

```

ANALYSIS OF RECTANGULAR CORE FIBERS

L861212 PAGE 8

```
03810 *
03820 *
03830 *
03840     SUBROUTINE BESSEL
03850     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
03860     COMMON
03870     */NA/JM1(21),NNU(0:1,21),IE(21),IH(21),JE(21),JH(21)
03880     */NN/N,N1,N2,NE,NH,KE1,KH1,KE2,KH2,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
03890     */NS/NL,NSY,NYY
03900     */BE/BEJ(20,10,24),BEK(20,10,24),DIJ(20,10,24),DIK(20,10,24),
03910     *     XJ1(20,10,24),XKC(20,10,24)
03920     */CD/RD(10,24),XC(20,10,24),XS(20,10,24)
03930     */PP/PI1,PIC,AP1,APC,RNP1,RNPC,PAT
03940 C
03950     DO 10 L=1,NDIVO*2
03960     DO 10 K=1,NDIVP
03970     X1R= AP1*RD(L,K)
03980     XCR= APC*RD(L,K)
03990     DO 10 I=1,N
04000     I1=NNU(NL,I)
04010     BEJ(I,L,K)= DJBES(I1,X1R)
04020     XJ1(I,L,K)= I1/X1R
04030     DIJ(I,L,K)= XJ1(I,L,K)*BEJ(I,L,K)-DJBES(I1+1,X1R)
04040     BEK(I,L,K)= DKBES(I1,XCR)
04050     XKC(I,L,K)= I1/XCR
04060     DIK(I,L,K)= XKC(I,L,K)*BEK(I,L,K)-DKBES(I1+1,XCR)
04070 10 CONTINUE
04080     RETURN
04090     END
```

```

04100 *
04110 *
04120 *
04130     SUBROUTINE FUNC1(J1,J2,L1,L2)
04140     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
04150     COMMON
04160     */NN/N,N1,N2,NE,NH,KE1,KH1,KE2,KH2,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
04170     */NA/JM1(21),NNU(0:1,21),IE(21),IH(21),JE(21),JH(21)
04180     */BE/BEJ(20,10,24),BEK(20,10,24),DIJ(20,10,24),DIK(20,10,24),
04190     *     XJ1(20,10,24),XKC(20,10,24)
04200     */CO/RD(10,24),XC(20,10,24),XS(20,10,24)
04210     */EJ/PEJ(20,20),PEJN(20,20)
04220     */EK/PEK(20,20),PEKN(20,20)
04230     */HJ/PHJ(20,20),PHJN(20,20)
04240     */HK/PHK(20,20),PHKN(20,20)
04250     */PH/PHAIE(20,10,24),PHAIH(20,10,24)
04260     */RL/RLPH(0:10),RLG(10,24),WE(10,24),TH(10,24),THL(10,24),S2(10)
04270     */VN/VNR(10,24),VNT(10,24)
04280 C
04290     DO 10 I=1,N
04300     DO 10 J=J1,J2
04310     IIE= IE(I)
04320     JJE=   J
04330     IIH= IH(I)
04340     JJH=   J
04350     PEJ (I,J)= 0.0D0
04360     PEK (I,J)= 0.0D0
04370     PHJ (I,J)= 0.0D0
04380     PHK (I,J)= 0.0D0
04390     PEJN(I,J)= 0.0D0
04400     PEKN(I,J)= 0.0D0
04410     PHJN(I,J)= 0.0D0
04420     PHKN(I,J)= 0.0D0
04430     DO 10 L=L1,L2
04440     PEJ IJ = 0.0D0
04450     PEK IJ = 0.0D0
04460     PHJ IJ = 0.0D0
04470     PHK IJ = 0.0D0
04480     PEJNIJ = 0.0D0
04490     PEKNIJ = 0.0D0
04500     PHJNIJ = 0.0D0
04510     PHKNIJ = 0.0D0
04520     DO 11 K=1,NDIVP
04530     PEJIJ= PEJIJ+WE(L,K)*BEJ(IIE,L,K)*XC(IIE,L,K)*PHAIE(JJE,L,K)
04540     PEKIJ= PEKIJ+WE(L,K)*BEK(IIE,L,K)*XC(IIE,L,K)*PHAIE(JJE,L,K)
04550     PHJIJ= PHJIJ+WE(L,K)*BEJ(IIH,L,K)*XS(IIH,L,K)*PHAIH(JJH,L,K)
04560     PHKIJ= PHKIJ+WE(L,K)*BEK(IIH,L,K)*XS(IIH,L,K)*PHAIH(JJH,L,K)
04570     PEJR=      DIJ(IIE,L,K)*XC(IIE,L,K)
04580     PEJT=-XJ1(IIE,L,K)*BEJ(IIE,L,K)*XS(IIE,L,K)
04590     PEKR=      DIK(IIE,L,K)*XC(IIE,L,K)
04600     PEKT=-XKC(IIE,L,K)*BEK(IIE,L,K)*XS(IIE,L,K)
04610     PHJR=      DIJ(IIH,L,K)*XS(IIH,L,K)
04620     PHJT= XJ1(IIH,L,K)*BEJ(IIH,L,K)*XC(IIH,L,K)
04630     PHKR=      DIK(IIH,L,K)*XS(IIH,L,K)
04640     PHKT= XKC(IIH,L,K)*BEK(IIH,L,K)*XC(IIH,L,K)
04650     FEJ= VNR(L,K)*PEJR+VNT(L,K)*PEJT
04660     FEK= VNR(L,K)*PEKR+VNT(L,K)*PEKT
04670     FHJ= VNR(L,K)*PHJR+VNT(L,K)*PHJT
04680     FHK= VNR(L,K)*PHKR+VNT(L,K)*PHKT
04690     PEJNIJ= PEJNIJ+WE(L,K)*FEJ*PHAIE(JJE,L,K)
04700     PEKNIJ= PEKNIJ+WE(L,K)*FEK*PHAIE(JJE,L,K)
04710     PHJNIJ= PHJNIJ+WE(L,K)*FHJ*PHAIH(JJH,L,K)
04720     PHKNIJ= PHKNIJ+WE(L,K)*FHK*PHAIH(JJH,L,K)
04730 11 CONTINUE
04740     PEJ (I,J)= PEJ (I,J)+S2(L)*PEJ IJ
04750     PEK (I,J)= PEK (I,J)+S2(L)*PEK IJ
04760     PHJ (I,J)= PHJ (I,J)+S2(L)*PHJ IJ
04770     PHK (I,J)= PHK (I,J)+S2(L)*PHK IJ
04780     PEJN(I,J)= PEJN(I,J)+S2(L)*PEJNIJ
04790     PEKN(I,J)= PEKN(I,J)+S2(L)*PEKNIJ
04800     PHJN(I,J)= PHJN(I,J)+S2(L)*PHJNIJ
04810     PHKN(I,J)= PHKN(I,J)+S2(L)*PHKNIJ
04820 10 CONTINUE
04830     RETURN
04840     END

```

```

04850 *
04860 *
04870 *
04880     SUBROUTINE REFPJ
04890     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
04900     COMMON
04910     */NN/N,N1,N2,NE,NH,KE1,KH1,KE2,KH2,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
04920     */EJ/PEJ(20,20),PEJN(20,20)
04930     */EK/PEK(20,20),PEKN(20,20)
04940     */HJ/PHJ(20,20),PHJN(20,20)
04950     */HK/PHK(20,20),PHKN(20,20)
04960 C
04970     DO 10 I=1,N
04980     DO 11 J=1,N2-KE2
04990     PEJ(I,J+N1-KE1)=PEJ(I,J+N1)
05000     PEK(I,J+N1-KE1)=PEK(I,J+N1)
05010     PEJN(I,J+N1-KE1)=PEJN(I,J+N1)
05020     PEKN(I,J+N1-KE1)=PEKN(I,J+N1)
05030     11 CONTINUE
05040     DO 12 J=1,N2-KH2
05050     PHJ(I,J+N1-KH1)=PHJ(I,J+N1)
05060     PHK(I,J+N1-KH1)=PHK(I,J+N1)
05070     PHJN(I,J+N1-KH1)=PHJN(I,J+N1)
05080     PHKN(I,J+N1-KH1)=PHKN(I,J+N1)
05090     12 CONTINUE
05100     10 CONTINUE
05110     RETURN
05120     END

05130 *
05140 *
05150 *
05160     SUBROUTINE ELEM
05170     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
05180     COMMON
05190     */NN/N,N1,N2,NE,NH,KE1,KH1,KE2,KH2,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
05200     */NS/NL,NSY,NYY
05210     */NA/JM1(KR1),JNU(0:1,21),IE(21),IH(21),JE(21),JH(21)
05220     */EL/EL(41,41),BX(41),FACT(21)
05230     */EJ/PEJ(20,20),PEJN(20,20)
05240     */EK/PEK(20,20),PEKN(20,20)
05250     */HJ/PHJ(20,20),PHJN(20,20)
05260     */HK/PHK(20,20),PHKN(20,20)
05270     */FH/FAPH1,FAPH2
05280     */PP/PI1,PIC,AP1,APC,RNP1,RNPC,PAT
05290     */TA/TE(20,21),TH(21,20)
05300     */TS/PEM1(20,20),PEMC(20,20),PHM1(20,20),PHMC(20,20)
05310 C
05320 C     CALL SHOW(PEJ,'PEJ',20,20,1,NE,1,NE)
05330 C     CALL SHOW(PEK,'PEK',20,20,1,NE,1,NE)
05340 C     CALL SHOW(PHJ,'PHJ',20,20,1,NH,1,NH)
05350 C     CALL SHOW(PHK,'PHK',20,20,1,NH,1,NH)
05360     CALL MATIO(PEJ,20,NE)
05370     CALL MATIO(PEK,20,NE)
05380     CALL MATIO(PHJ,20,NH)
05390     CALL MATIO(PHK,20,NH)
05400     CALL MUL (PEJ,PEJN,PEM1,20,20,20,20,20,20,NE,NE,NE,1,1)
05410     CALL MUL (PEK,PEKN,PEMC,20,20,20,20,20,20,NE,NE,NE,1,1)
05420     CALL MUL (PHJ,PHJN,PHM1,20,20,20,20,20,20,NH,NH,NH,1,1)
05430     CALL MUL (PHK,PHKN,PHMC,20,20,20,20,20,20,NH,NH,NH,1,1)
05440     DO 10 I=1,NE
05450     DO 10 J=1,NE
05460     10 EL(I,J) = -(RNP1*PEM1(I,J)+RNPC*PEMC(I,J))
05470     DO 11 I=1,NE
05480     DO 11 J=1,NH
05490     11 EL(I,J+NE) = TH(I,J)*PAT
05500     DO 12 I=1,NH
05510     DO 12 J=1,NE
05520     12 EL(I+NE,J) = TE(I,J)*PAT
05530     DO 13 I=1,NH
05540     DO 13 J=1,NH
05550     13 EL(I+NE,J+NE) = PI1*PHM1(I,J)+PIC*PHMC(I,J)
05560     RETURN
05570     END

```

B-4 複合媒質光ファイバの固有モード解析プログラム

```

*****
* ANALYSIS OF COMPOSITE FIBERS
* DATE=86-12-12
*****

```

```

00010 *
00020 * ANALYSIS OF CIRCULAR SIDE TUNNEL OPTICAL FIBERS
00030 * BY MODIFIED BOUNDARY INTEGRAL METHOD (M-B.I.M) 85.10.01
00040 *
00050 PROGRAM CSTBI
00060 IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
00070 CHARACTER CL(0:1)*1,CS(0:1)*1
00080 DIMENSION AKK(5),BKK(5)
00090 COMMON
00100 */NA/JM1(30),NNU(0:1,30),JE1(30),JH1(30),JET(30),JHT(30)
00110 */NN/N1,NT,NC,NE1,NH1,NET,NHT,NEC,NHC,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
00120 */NS/NL,NSY
00130 */AK/AK,BK
00140 */EL/EL(60,60),BX(60),FACT(30)
00150 */NR/RN1,RNC,RNT,RN12,RNC2,RNT2
00160 */PA/PAI,PAIH,PAIQ,PAID,PHAI
00170 */SH/RRB,RRC
00180 DATA CL,CS/'0','1','0','E'/
00190 PAI= 3.141592653589793D0
00200 PAIH= 0.5*PAI
00210 PAIQ= 0.5*PAIH
00220 PAID= 2.0*PAI
00230 C
00240 WRITE(6,201) ';'
00250 EPS= 1.0D-6
00260 20 WRITE(6,*) 'Input Rb,Rc,Nr1,Nrc,Nrt,Nl,Nsy'
00270 READ(5,*,ERR=20) RRB,RRC,RN1,RNC,RNT,NL,NSY
00280 RN12= RN1*RN1
00290 RNC2= RNC*RNC
00300 RNT2= RNT*RNT
00310 PHAI= -PAIH*(1-NSY)
00320 21 WRITE(6,*) 'Input Ndiv0,Ndiv,eps'
00330 READ(5,*,ERR=21) NDIVO,NDIV,NEP
00340 EPS= 10.0**(-NEP)
00350 22 WRITE(6,*) 'Input N1,Nt'
00360 READ(5,*,ERR=22) N1,NT
00370 CALL SETN
00380 CALL COOR
00390 CALL TANF
00400 JAK= 0
00410 23 WRITE(6,*) 'Input V'
00420 READ(5,*,ERR=23) V
00430 IF(V.LE.0) GOTO 23
00440 AK= V/DSQRT(RN12-RNC2)
00450 24 WRITE(6,*) 'Input B1,Bd,Be'
00460 READ(5,*,ERR=24) B1,BD,BE
00470 IF(B1.EQ.0.OR.BD.LE.0.OR.BE.GE.RN1) GOTO 27
00480 CALL CLOCK
00490 Y1= VALUE(B1)
00500 CALL CLOCK(TIME)
00510 WRITE(6,400) TIME
00520 400 FORMAT(1H,'TIME=',1PD13.3,' SEC')
00530 WRITE(6,200) V,' B1',B1,Y1
00540 25 B2=B1+BD
00550 IF(B2.GE.BE.OR.JAK.EQ.3) GOTO 26
00560 Y2= VALUE(B2)
00570 IF(Y1*Y2.LE.0) THEN
00580 JAK= JAK+1
00590 CALL SOLVE(B1,B2,Y1,Y2,BO,YO,EPS)
00600 WRITE(6,200) V,';BO',BO,YO
00610 AKK(JAK)= V
00620 BKK(JAK)= BO
00630 ENDIF
00640 WRITE(6,200) V,' B2',B2,Y2
00650 B1= B2
00660 Y1= Y2
00670 GOTO 25
00680 26 WRITE(6,201) ';'
00690 IF(JAK.GT.0) THEN
00700 WRITE(6,220) ';',RRB,RRC,RN1,RNC,RNT,CL(NL),CS(NSY),N1,NT,NEP,
00710 * NDIVO,NDIVP,(AKK(J),BKK(J),J=1,JAK)
00720 JAK= 0

```

ANALYSIS OF COMPOSITE FIBERS

L861212 PAGE 2

```
00730     ELSE
00740     WRITE(6,220) ' ',RRB,RRC,RN1,RNC,RNT,CL(NL),CS(NSY),N1,NT,
00750     *      NEP,NDIV0,NDIVP
00760     ENDIF
00770     27 WRITE(6,*) '0:BK 1:AK 2:N 3:Ndiv, EPS 4:Ra,NL,Nsy 5:Field 6:Stop'
00780     READ(5,100) NJ
00790     GOTO (24,23,22,21,20,28,40),NJ+1
00800     28 CALL FIELD(V,B0,CL,CS)
00810     GOTO 27
00820     40 STOP 0
00830     100 FORMAT(I1)
00840     200 FORMAT(1H , 'AK=',F10.5,3X,A3, '=' ,F12.9, ' Y=',1PD13.3)
00850     201 FORMAT(1H ,A1, ' RB      RC      NR1      NRC      NRT',
00860     *      '      Mode N1 NT Nep Np0 Np  V
00870     220 FORMAT(1H ,A1,5F8.5,2X,2A1,5I4,3(F14.10,F19.15))
00880     END
```

P')


```

00890 *
00900 *   FIELD
00910 *
00920   SUBROUTINE FIELD(V,BO,CL,CS)
00930   IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
00940   CHARACTER CL(0:1)*1,CS(0:1)*1
00950   DIMENSION BE1(30),BH1(30),BET(30),BHT(30)
00960   COMMON
00970   */NA/JM1(30),NNU(0:1,30),JE1(30),JH1(30),JET(30),JHT(30)
00980   */NN/N1,NT,NC,NE1,NH1,NET,NHT,NEC,NHC,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
00990   */NS/NL,NSY
01000   */AK/AK,BK
01010   */EL/EL(60,60),BX(60),FACT(30)
01020   */NR/RN1,RNC,RNT,RN12,RNC2,RNT2
01030   */SH/RRB,RRC
01040 C
01050   BK= DSQRT(BO*(RN12-RNC2)+RNC2)
01060   CALL PARAM
01070   CALL BESSEL
01080   CALL CALP
01090   CALL FUNC1
01100   CALL ELEM
01110   CALL SIML(EL,BX,60,60,60,1,NMAT,0,1,DETM)
01120   BXMAX= 0.
01130   DO 10 J=1,NMAT
01140   IF(DABS(BX(J)).GT.BXMAX) BXMAX= DABS(BX(J))
01150 10 CONTINUE
01160   IF(BXMAX.EQ.0) THEN
01170   WRITE(6,*) 'Trivial Solution!'
01180   STOP 1
01190   ENDIF
01200   DO 11 J=1,NMAT
01210 11 BX(J)= BX(J)/BXMAX
01220   DO 12 J=1,21
01230   BE1(J)= 0.
01240   BH1(J)= 0.
01250   BET(J)= 0.
01260   BHT(J)= 0.
01270 12 CONTINUE
01280   DO 13 J=1,NE1
01290 13 BE1(JE1(J))= BX(J)
01300   DO 14 J=1,NH1
01310 14 BH1(JH1(J))= BX(J+NEC)
01320   DO 15 J=1,NET
01330 15 BET(JET(J))= BX(J+NE1)
01340   DO 16 J=1,NHT
01350 16 BHT(JHT(J))= BX(J+NEC+NH1)
01360 C
01370   CALL PARAM
01380   CALL BESSEL
01390   CALL CALP
01400   CALL FUNC1
01410   CALL ELEM
01420   CALL CHKB(EL,BX,60,NMAT)
01430   WRITE(6,*) ';'
01440   WRITE(6,201) ';'
01450   WRITE(6,210) ';',RRB,RRC,RN1,RNC,RNT,CL(NL),CS(NSY),N1,NT,NEP,
01460   * NDIVO,NDIVP,V,BO
01470   WRITE(6,*) ';'
01480   WRITE(6,*) '; J E1 H1'
01490   WRITE(6,220) ((NNU(NL,J),BE1(J),BH1(J)),J=1,N1)
01500   WRITE(6,*) ';'
01510   WRITE(6,*) '; J ET HT'
01520   WRITE(6,220) ((JM1(J),BET(J),BHT(J)),J=1,NT)
01530   RETURN
01540 201 FORMAT(1H ,A1,' RB RC NR1 NRC NRT Mode N1 NT',
01550   * ' Nep Np0 Np AK BK')
01560 210 FORMAT(1H ,A1,5F6.3,2X,2A1,5I5,2X,3(F14.10,F19.15))
01570 220 FORMAT((1H ,';',I3,3X,2(1PD16.6)))
01580   END

```

```

01590 *
01600 *
01610 *
01620     FUNCTION VALUE(BKK)
01630     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
01640     DIMENSION DM(1,1)
01650     COMMON
01660     */NN/N1,NT,NC,NE1,NH1,NET,NHT,NEC,NHC,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
01670     */AK/AK,BK
01680     */EL/EL(60,60),BX(60),FACT(30)
01690     */NR/RN1,RNC,RNT,RN12,RNC2,RNT2
01700     */TS/PEM1(30,30),PEMC(30,30),PHM1(30,30),PHMC(30,30),
01710     *     PEMT(30,30),PHMT(30,30)
01720 C
01730     BK= DSQRT(BKK*(RN12-RNC2)+RNC2)
01740     CALL PARAM
01750     CALL BESSEL
01760     CALL CALP
01770     CALL FUNC1
01780     CALL ELEM
01790     CALL SIML(EL,DM,60,60,1,1,NMAT,0,0,VALUE)
01800     RETURN
01810     END

01820 *
01830 *     PARAMETER
01840 *
01850     BLOCKDATA VAL
01860     COMMON
01870     */NA/JM1(30),NNU(0:1,30),JE1(30),JH1(30),JET(30),JHT(30)
01880 C
01890     DATA JM1/ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
01900     *          10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,
01910     *          20,21,22,23,24,25,26,27,28,29/
01920     DATA NNU/ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
01930     *          10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,
01940     *          20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,
01950     *          30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,
01960     *          40,41,42,43,44,45,46,47,48,49,
01970     *          50,51,52,53,54,55,56,57,58,59/
01980     END

01990 *
02000 *
02010 *
02020     SUBROUTINE SETN
02030     COMMON
02040     */NN/N1,NT,NC,NE1,NH1,NET,NHT,NEC,NHC,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
02050     */NS/NL,NSY
02060     */NA/JM1(30),NNU(0:1,30),JE1(30),JH1(30),JET(30),JHT(30)
02070 C
02080     NE1= N1-(1-NL)*(1-NSY)
02090     NH1= N1-(1-NL)*  NSY
02100     NET= NT-(1-NSY)
02110     NHT= NT-  NSY
02120     NC= N1+NT
02130     NEC= NE1+NET
02140     NHC= NH1+NHT
02150     NMAT= NH1+NE1+NHT+NET
02160 C
02170     DO 10 J=1,NC
02180     JE1(J)= J+(1-NL)*(1-NSY)
02190     JH1(J)= J+(1-NL)*  NSY
02200 10 CONTINUE
02210     DO 11 J=1,NT
02220     JET(J)= J+(1-NSY)
02230     JHT(J)= J+  NSY
02240 11 CONTINUE
02250     RETURN
02260     END

```

```

02270 *
02280 *
02290 *
02300     SUBROUTINE TANF
02310     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
02320     COMMON
02330     */NA/JM1(30),NNU(0:1,30),JE1(30),JH1(30),JET(30),JHT(30)
02340     */NN/N1,NT,NC,NE1,NH1,NET,NHT,NEC,NHC,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
02350     */NS/NL,NSY
02360     */TA/TE1(30,30),TH1(30,30),TET(30,30),THT(30,30)
02370 C
02380     DO 10 I=1,30
02390     DO 10 J=1,30
02400     TE1(I,J)= 0.
02410     TH1(J,I)= 0.
02420     TET(I,J)= 0.
02430     THT(J,I)= 0.
02440 10 CONTINUE
02450     DO 11 I=1,N1
02460     IF(NL.EQ.1 ) TE1(I ,I )= NNU(1,I )*(-1)** NSY
02470     IF(NL.EQ.0.AND.NSY.EQ.1) TE1(I ,I+1)=-NNU(0,I+1)
02480     IF(NL.EQ.0.AND.NSY.EQ.0) TE1(I+1, I)= NNU(0,I+1)
02490 11 CONTINUE
02500     DO 12 I=1,N1
02510     IF(NL.EQ.1 ) TH1(I ,I )= NNU(1,I )*(-1)**(1-NSY)
02520     IF(NL.EQ.0.AND.NSY.EQ.1) TH1(I+1,I )= NNU(0,I+1)
02530     IF(NL.EQ.0.AND.NSY.EQ.0) TH1(I ,I+1)=-NNU(0,I+1)
02540 12 CONTINUE
02550 C
02560     DO 13 I=1,NT
02570     IF(NSY.EQ.1) TET(I ,I+1)=-JM1( I+1)
02580     IF(NSY.EQ.0) TET(I+1, I)= JM1( I+1)
02590 13 CONTINUE
02600     DO 14 I=1,NT
02610     IF(NSY.EQ.1) THT(I+1,I )= JM1( I+1)
02620     IF(NSY.EQ.0) THT(I ,I+1)=-JM1( I+1)
02630 14 CONTINUE
02640     RETURN
02650     END

02660 *
02670 *
02680 *
02690     SUBROUTINE PARAM
02700     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
02710     COMMON
02720     */AK/AK,BK
02730     */NR/RN1,RNC,RNT,RN12,RNC2,RNT2
02740     */PP/PI1,PIC,PIT,AP1,APC,APT,RNP1,RNPC,RNPT,PA1C,PATC
02750 C
02760     BK2=BK*BK
02770     P12= RN12-BK2
02780     PC2= BK2-RNC2
02790     PT2= BK2-RNT2
02800     P1= DSQRT(P12)
02810     PC= DSQRT(PC2)
02820     PT= DSQRT(PT2)
02830     PI12= 1/P12
02840     PIC2= 1/PC2
02850     PIT2= 1/PT2
02860     PI1= 1/P1
02870     PIC= 1/PC
02880     PIT= 1/PT
02890     RNP1= RN12*PI1
02900     RNPC= RNC2*PIC
02910     RNPT= RNT2*PIT
02920     PA1C=-BK/AK *(PI12+PIC2)
02930     PATC= BK/AK *(PIT2-PIC2)
02940     AP1= AK*P1
02950     APC= AK*PC
02960     APT= AK*PT
02970     RETURN
02980     END

```

```

02990 *
03000 *
03010 *
03020      SUBROUTINE COOR
03030      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
03040      DIMENSION RLPHO(0:4),RLG(4,24),THO(4,24),THL(4,24),TH2(4,24)
03050      COMMON
03060      */NA/JM1(30),NNU(0:1,30),JE1(30),JH1(30),JET(30),JHT(30)
03070      */NN/N1,NT,NC,NE1,NH1,NET,NHT,NEC,NHC,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
03080      */NS/NL,NSY
03090      */CO/RIT(4,24),XC1T(30,4,24),XS1T(30,4,24),
03100      *      RT1(4,24,2),XCT1(30,4,24,2),XST1(30,4,24,2),
03110      *      RTT(4,24),XCTT(30,4,24),XSTT(30,4,24)
03120      */FH/FACTPH
03130      */PA/PAI,PAIH,PAIQ,PAID,PHAI
03140      */PH/PHE1(30,4,24),PHH1(30,4,24),PHET(30,4,24),PHHT(30,4,24)
03150      */GA/RGO(24),WEO(24)
03160      */RL/RLPH,WE1(4,24),S21(4),WET(4,24),S2T(4)
03170      */SH/RRB,RRC
03180      */VN/VNR1(4,24,2),VNT1(4,24,2),VNRT(4,24),VNRTT(4,24),
03190      *      VNRTT(4,24),VNRTT(4,24)
03200 C
03210      RLPHO(0) = 0.0D0
03220      DO 10 L=1,NDIVO
03230 10 RLPHO(L) = PAIH*L/NDIVO
03240      DO 11 L=1,NDIVO
03250      CALL DGAUSP(NDIV,NDIVP,RLPHO(L-1),RLPHO(L),S21(L),RGO,WEO)
03260      DO 11 K=1,NDIVP
03270      RLG(L,K) = RGO(K)
03280      THO(L,K) = RGO(K)
03290      WE1(L,K) = WEO(K)
03300 11 CONTINUE
03310 C
03320      DO 12 L=1,NDIVO
03330      DO 13 K=1,NDIVP
03340      THL(L,K) = THO(L,K)
03350      RT1(L,K,2) = DSQRT( 1.0D0+RRC**2-2*RRC*DCOS(THO(L,K)) )
03360      TH2(L,K) = PAI-DARSIN( 1.0D0/RT1(L,K,2)*DSIN(THO(L,K)) )
03370      TH20 = THO(L,K)-TH2(L,K)
03380      VNR1(L,K,2) = DCOS(TH20)
03390      VNT1(L,K,2) = DSIN(TH20)
03400      DO 14 I=1,NT
03410      XCT1(I,L,K,2) = DCOS(JM1(I)*TH2(L,K)+PHAI)
03420      XST1(I,L,K,2) = DSIN(JM1(I)*TH2(L,K)+PHAI)
03430 14 CONTINUE
03440      RT1(L,K,1) = DSQRT( 1.0D0+RRC**2+2*RRC*DCOS(THO(L,K)) )
03450      TH2(L,K) = PAI+DARSIN( 1.0D0/RT1(L,K,1)*DSIN(THO(L,K)) )
03460      TH20 = PAI+THO(L,K)-TH2(L,K)
03470      VNR1(L,K,1) = DCOS(TH20)
03480      VNT1(L,K,1) = DSIN(TH20)
03490      DO 15 I=1,NT
03500      XCT1(I,L,K,1) = DCOS(JM1(I)*TH2(L,K)+PHAI)
03510      XST1(I,L,K,1) = DSIN(JM1(I)*TH2(L,K)+PHAI)
03520 15 CONTINUE
03530 13 CONTINUE
03540      DO 16 J=1,N1
03550      DO 16 K=1,NDIVP
03560      PHE1(J,L,K) = DCOS(NNU(NL,J)*THL(L,K)+PHAI)
03570      PHH1(J,L,K) = DSIN(NNU(NL,J)*THL(L,K)+PHAI)
03580 16 CONTINUE
03590 12 CONTINUE
03600 C
03610      RLPH = PAI*RRB
03620      FACTPH = 1.0D0/RRB
03630      RLPHO(0) = 0.0D0
03640      DO 17 L=1,NDIVO
03650 17 RLPHO(L) = RRB*PAI*L/NDIVO
03660      DO 18 L=1,NDIVO
03670      CALL DGAUSP(NDIV,NDIVP,RLPHO(L-1),RLPHO(L),S2T(L),RGO,WEO)
03680      DO 18 K=1,NDIVP
03690      RLG(L,K) = RGO(K)
03700      TH2(L,K) = RGO(K)/RRB
03710      WET(L,K) = WEO(K)
03720 18 CONTINUE
03730 C
03740      DO 19 L=1,NDIVO
03750      DO 30 K=1,NDIVP
03760      THL(L,K) = PAI*RLG(L,K)/RLPH

```

ANALYSIS OF COMPOSITE FIBERS

L861212 PAGE 7

```
03770 R1T(L,K)= DSQRT( RRB**2+RRC**2+2*RRB*RRC*DCOS(TH2(L,K)) )
03780 THO(L,K)= DARSIN( RRB/R1T(L,K)*DSIN(TH2(L,K)) )
03790 THO2= TH2(L,K)-THO(L,K)
03800 VNRT(L,K)= DCOS(THO2)
03810 VNTT(L,K)= DSIN(THO2)
03820 30 CONTINUE
03830 DO 31 I=1,N1
03840 DO 31 K=1,NDIVP
03850 XC1T(I,L,K)= DCOS( NNU(NL,I)*THO(L,K)+PHAI )
03860 XS1T(I,L,K)= DSIN( NNU(NL,I)*THO(L,K)+PHAI )
03870 31 CONTINUE
03880 DO 32 J=1,NT
03890 DO 32 K=1,NDIVP
03900 PHET(J,L,K)= DCOS( JM1(J)*THL(L,K)+PHAI )
03910 PHHT(J,L,K)= DSIN( JM1(J)*THL(L,K)+PHAI )
03920 32 CONTINUE
03930 19 CONTINUE
03940 DO 33 L=1,NDIVO
03950 DO 33 K=1,NDIVP
03960 RTT(L,K)= DSQRT( RRB**2+4*RRC**2+4*RRB*RRC*DCOS(TH2(L,K)) )
03970 THO(L,K)= PAI+DARSIN( RRB/RTT(L,K) *DSIN(TH2(L,K)) )
03980 THO2= PAI+TH2(L,K)-THO(L,K)
03990 VNRTT(L,K)= DCOS(THO2)
04000 VNTTT(L,K)= DSIN(THO2)
04010 DO 33 I=1,NT
04020 XCTT(I,L,K)= DCOS( JM1(I)*THO(L,K)+PHAI )
04030 XSTT(I,L,K)= DSIN( JM1(I)*THO(L,K)+PHAI )
04040 33 CONTINUE
04050 RETURN
04060 END
```

```

04070 *
04080 *
04090 *
04100     SUBROUTINE BESSEL
04110     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
04120     COMMON
04130     */NA/JM1(30),NNU(0:1,30),JE1(30),JH1(30),JET(30),JHT(30)
04140     */NN/N1,NT,NC,NE1,NH1,NET,NHT,NEC,NHC,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
04150     */NS/NL,NSY
04160     */BE/BEJ(30),BEK11(30),DIJ(30),DIK11(30),BEI(30),DII(30),
04170     *     BEK(30),DIK(30),BEK1T(30,4,24),DIK1T(30,4,24),
04180     *     BEKT1(30,4,24,2),DIKT1(30,4,24,2),
04190     *     BEKTT(30,4,24),DIKTT(30,4,24),
04200     *     XJ(30),XK11(30),XI(30),XK(30),
04210     *     XK1T(30,4,24),XKT1(30,4,24,2),XKTT(30,4,24)
04220     */CO/R1T(4,24),XC1T(30,4,24),XS1T(30,4,24),
04230     *     RT1(4,24,2),XCT1(30,4,24,2),XST1(30,4,24,2),
04240     *     RTT(4,24),XCTT(30,4,24),XSTT(30,4,24)
04250     */PP/PI1,PI1C,PI1T,AP1,APC,APT,RNP1,RNPC,RNPT,PA1C,PATC
04260     */SH/RRB,RRC
04270 C
04280     DO 10 I=1,N1
04290     I1= NNU(NL,I)
04300     BEJ(I)= DJBES(I1,AP1)
04310     XJ(I)= I1/AP1
04320     DIJ(I)= XJ(I)*BEJ(I)-DJBES(I1+1,AP1)
04330     10 CONTINUE
04340     DO 11 I=1,NT+1
04350     I1= JM1(I)
04360     BEI(I)= DIBES(I1,APT*RRB)
04370     XI(I)= I1/(APT*RRB)
04380     BEK(I)= DKBES(I1,APC*RRB)
04390     XK(I)= I1/(APC*RRB)
04400     DO 12 L=1,NDIVO
04410     DO 12 K=1,NDIVP
04420     XCR= APC*RTT(L,K)
04430     BEKTT(I,L,K)= DKBES(I1,XCR) *(-1)**NL
04440     XKTT(I,L,K)= I1/XCR
04450     DO 12 NS=1,2
04460     XCR= APC*RT1(L,K,NS)
04470     BEKT1(I,L,K,NS)= DKBES(I1,XCR) *(-1)**(NL*NS)
04480     XKT1(I,L,K,NS)= I1/XCR
04490     12 CONTINUE
04500     11 CONTINUE
04510 C
04520     DO 13 I=1,NT
04530     DII(I)= XI(I)*BEI(I)+BEI(I+1)
04540     DIK(I)= XK(I)*BEK(I)-BEK(I+1)
04550     DO 14 L=1,NDIVO
04560     DO 14 K=1,NDIVP
04570     DIKTT(I,L,K)= XKTT(I,L,K)*BEKTT(I,L,K)-BEKTT(I+1,L,K)
04580     DO 14 NS=1,2
04590     DIKT1(I,L,K,NS)= XKT1(I,L,K,NS)*BEKT1(I,L,K,NS)-BEKT1(I+1,L,K,NS)
04600     14 CONTINUE
04610     13 CONTINUE
04620 C
04630     DO 15 I=1,N1
04640     I1= NNU(NL,I)
04650     BEK11(I)= DKBES(I1,APC)
04660     XK11(I)= I1/APC
04670     DIK11(I)= XK11(I)*BEK11(I)-DKBES(I1+1,APC)
04680     DO 16 L=1,NDIVO
04690     DO 16 K=1,NDIVP
04700     XCR= APC*R1T(L,K)
04710     BEK1T(I,L,K)= DKBES(I1,XCR)
04720     XK1T(I,L,K)= I1/XCR
04730     DIK1T(I,L,K)= XK1T(I,L,K)*BEK1T(I,L,K)-DKBES(I1+1,XCR)
04740     16 CONTINUE
04750     15 CONTINUE
04760     RETURN
04770     END

```

```

04780 *
04790 *
04800 *
04810 SUBROUTINE FUNC1
04820 IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
04830 COMMON
04840 */NN/N1,NT,NC,NE1,NH1,NET,NHT,NEC,NHC,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
04850 */NA/JM1(30),NNU(0:1,30),JE1(30),JH1(30),JET(30),JHT(30)
04860 */BE/BEJ(30),BEK11(30),DIJ(30),DIK11(30),BEI(30),DII(30),
04870 * BEK(30),DIK(30),BEK1T(30,4,24),DIK1T(30,4,24),
04880 * BEKT1(30,4,24,2),DIKT1(30,4,24,2),
04890 * BEKTT(30,4,24),DIKTT(30,4,24),
04900 * XJ(30),XK11(30),XI(30),XK(30),
04910 * XK1T(30,4,24),XKT1(30,4,24,2),XKTT(30,4,24)
04920 */CO/R1T(4,24),XC1T(30,4,24),XS1T(30,4,24),
04930 * RT1(4,24,2),XCT1(30,4,24,2),XST1(30,4,24,2),
04940 * RTT(4,24),XCTT(30,4,24),XSTT(30,4,24)
04950 */EK/PEK(30,30),PEKN(30,30)
04960 */HK/PHK(30,30),PHKN(30,30)
04970 */PH/PHE1(30,4,24),PHH1(30,4,24),PHET(30,4,24),PHHT(30,4,24)
04980 */RL/RLPH,WE1(4,24),S21(4),WET(4,24),S2T(4)
04990 */VN/VNR1(4,24,2),VNT1(4,24,2),VNRT(4,24),VNNT(4,24),
05000 * VNRTT(4,24),VNNTT(4,24)
05010 C
05020 DO 10 I=1,NT
05030 DO 10 J=1,N1P
05040 IIE=JET(I)
05050 JJE=JE1(J)
05060 IIH=JHT(I)
05070 JJH=JH1(J)
05080 DO 10 NS=1,2
05090 DO 10 L=1,NDIVO
05100 PEK IJ = 0.0D0
05110 PHK IJ = 0.0D0
05120 PEKNIJ = 0.0D0
05130 PHKNIJ = 0.0D0
05140 DO 11 K=1,NDIVP
05150 PEKIJ= PEKIJ
05160 * +WE1(L,K)*BEKT1(IIE,L,K,NS)*XCT1(IIE,L,K,NS)*PHE1(JJE,L,K)
05170 PHKIJ= PHKIJ
05180 * +WE1(L,K)*BEKT1(IIH,L,K,NS)*XST1(IIH,L,K,NS)*PHH1(JJH,L,K)
05190 PEKR= DIKT1(IIE,L,K,NS)*XCT1(IIE,L,K,NS)
05200 PEKT=-XKT1(IIE,L,K,NS)*BEKT1(IIE,L,K,NS)*XST1(IIE,L,K,NS)
05210 PHKR= DIKT1(IIH,L,K,NS)*XST1(IIH,L,K,NS)
05220 PHKT= XKT1(IIH,L,K,NS)*BEKT1(IIH,L,K,NS)*XCT1(IIH,L,K,NS)
05230 FEK= VNR1(L,K,NS)*PEKR+VNT1(L,K,NS)*PEKT
05240 FHK= VNR1(L,K,NS)*PHKR+VNT1(L,K,NS)*PHKT
05250 PEKNIJ= PEKNIJ+WE1(L,K)*FEK*PHE1(JJE,L,K)
05260 PHKNIJ= PHKNIJ+WE1(L,K)*FHK*PHH1(JJH,L,K)
05270 11 CONTINUE
05280 PEK(I+NE1,J)= PEK(I+NE1,J)+S21(L)*PEK IJ
05290 PHK(I+NH1,J)= PHK(I+NH1,J)+S21(L)*PHK IJ
05300 PEKN(I+NE1,J)= PEKN(I+NE1,J)+S21(L)*PEKNIJ
05310 PHKN(I+NH1,J)= PHKN(I+NH1,J)+S21(L)*PHKNIJ
05320 10 CONTINUE
05330 C
05340 DO 12 I=1,N1
05350 DO 12 J=1,NT
05360 IIE=JE1(I)
05370 JJE=JET(J)
05380 IIH=JH1(I)
05390 JJH=JHT(J)
05400 DO 12 L=1,NDIVO
05410 PEK IJ = 0.0D0
05420 PHK IJ = 0.0D0
05430 PEKNIJ = 0.0D0
05440 PHKNIJ = 0.0D0
05450 DO 13 K=1,NDIVP
05460 PEKIJ= PEKIJ+WET(L,K)*BEK1T(IIE,L,K)*XC1T(IIE,L,K)*PHET(JJE,L,K)
05470 PHKIJ= PHKIJ+WET(L,K)*BEK1T(IIH,L,K)*XS1T(IIH,L,K)*PHHT(JJH,L,K)
05480 PEKR= DIK1T(IIE,L,K)*XC1T(IIE,L,K)
05490 PEKT=-XK1T(IIE,L,K)*BEK1T(IIE,L,K)*XS1T(IIE,L,K)
05500 PHKR= DIK1T(IIH,L,K)*XS1T(IIH,L,K)
05510 PHKT= XK1T(IIH,L,K)*BEK1T(IIH,L,K)*XC1T(IIH,L,K)
05520 FEK= VNRT(L,K)*PEKR+VNNT(L,K)*PEKT
05530 FHK= VNRT(L,K)*PHKR+VNNT(L,K)*PHKT
05540 PEKNIJ= PEKNIJ+WET(L,K)*FEK*PHET(JJE,L,K)
05550 PHKNIJ= PHKNIJ+WET(L,K)*FHK*PHHT(JJH,L,K)

```

ANALYSIS OF COMPOSITE FIBERS

```

05560 13 CONTINUE
05570 PEK (I,J+NE1)= PEK (I,J+NE1)+S2T(L)*PEK IJ
05580 PHK (I,J+NH1)= PHK (I,J+NH1)+S2T(L)*PHK IJ
05590 PEKN(I,J+NE1)= PEKN(I,J+NE1)+S2T(L)*PEKNIJ
05600 PHKN(I,J+NH1)= PHKN(I,J+NH1)+S2T(L)*PHKNIJ
05610 12 CONTINUE
05620 C
05630 DO 14 I=1,NT
05640 DO 14 J=1,NT
05650 IIE= JET(I)
05660 JJE= JET(J)
05670 IIH= JHT(I)
05680 JJH= JHT(J)
05690 DO 14 L=1,NDIV024
05700 PEK IJ = 0.0DO
05710 PHK IJ = 0.0DO
05720 PEKNIJ = 0.0DO
05730 PHKNIJ = 0.0DO
05740 DO 15 K=1,NDIVP
05750 PEKIJ= PEKIJ+WET(L,K)*BEKTT(IIE,L,K)*XCTT(IIE,L,K)*PHET(JJE,L,K)
05760 PHKIJ= PHKIJ+WET(L,K)*BEKTT(IIH,L,K)*XSTT(IIH,L,K)*PHHT(JJH,L,K)
05770 PEKR= DIKTT(IIE,L,K)*XCTT(IIE,L,K)
05780 PEKT=-XKTT(IIE,L,K)*BEKTT(IIE,L,K)*XSTT(IIE,L,K)
05790 PHKR= DIKTT(IIH,L,K)*XSTT(IIH,L,K)
05800 PHKT= XKTT(IIH,L,K)*BEKTT(IIH,L,K)*XCTT(IIH,L,K)
05810 FEK= VNRTT(L,K)*PEKR+VNTTT(L,K)*PEKT
05820 FHK= VNRTT(L,K)*PHKR+VNTTT(L,K)*PHKT
05830 PEKNIJ= PEKNIJ+WET(L,K)*FEK*PHET(JJE,L,K)
05840 PHKNIJ= PHKNIJ+WET(L,K)*FHK*PHHT(JJH,L,K)
05850 15 CONTINUE
05860 PEK (I+NE1,J+NE1)= PEK (I+NE1,J+NE1)+S2T(L)*PEK IJ
05870 PHK (I+NH1,J+NH1)= PHK (I+NH1,J+NH1)+S2T(L)*PHK IJ
05880 PEKN(I+NE1,J+NE1)= PEKN(I+NE1,J+NE1)+S2T(L)*PEKNIJ
05890 PHKN(I+NH1,J+NH1)= PHKN(I+NH1,J+NH1)+S2T(L)*PHKNIJ
05900 14 CONTINUE
05910 RETURN
05920 END

```



```

05930 *
05940 *
05950 *
05960 SUBROUTINE CALP
05970 IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
05980 COMMON
05990 */NN/N1,NT,NC,NE1,NH1,NET,NHT,NEC,NHC,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
06000 */NS/NL,NSY
06010 */NA/JM1(30),NNU(0:1,30),JE1(30),JH1(30),JET(30),JHT(30)
06020 */BE/BEJ(30),BEK11(30),DIJ(30),DIK11(30),BEI(30),DII(30),
06030 * BEK(30),DIK(30),BEK1T(30,4,24),DIK1T(30,4,24),
06040 * BEKT1(30,4,24,2),DIKT1(30,4,24,2),
06050 * BEKTT(30,4,24),DIKTT(30,4,24),
06060 * XJ(30),XK11(30),XI(30),XK(30),
06070 * XK1T(30,4,24),XKT1(30,4,24,2),XKTT(30,4,24)
06080 */EK/PEK(30,30),PEKN(30,30)
06090 */HK/PHK(30,30),PHKN(30,30)
06100 */FH/FACTPH
06110 */PA/PAI,PAIH,PAIQ,PAID,PHAI
06120 */SH/RRB,RRC
06130 */TS/PEM1(30,30),PEMC(30,30),PHM1(30,30),PHMC(30,30),
06140 * PEMT(30,30),PHMT(30,30)
06150 C
06160 DO 10 I=1,N1
06170 DO 10 J=1,N1
06180 PEM1(I,J)= 0.0D0
06190 PHM1(I,J)= 0.0D0
06200 10 CONTINUE
06210 DO 11 I=1,NT
06220 DO 11 J=1,NT
06230 PEMT(I,J)= 0.0D0
06240 PHMT(I,J)= 0.0D0
06250 11 CONTINUE
06260 C
06270 DO 12 I=1,NE1
06280 12 PEM1(I,I)= DIJ(JE1(I))/BEJ(JE1(I))
06290 DO 13 I=1,NH1
06300 13 PHM1(I,I)= DIJ(JH1(I))/BEJ(JH1(I))
06310 DO 14 I=1,NET
06320 14 PEMT(I,I)= DII(JET(I))/BEI(JET(I))
06330 DO 15 I=1,NHT
06340 15 PHMT(I,I)= DII(JHT(I))/BEI(JHT(I))
06350 C
06360 DO 16 I=1,NC
06370 DO 16 J=1,NC
06380 PEK(I,J)= 0.0D0
06390 PEKN(I,J)= 0.0D0
06400 PHK(I,J)= 0.0D0
06410 PHKN(I,J)= 0.0D0
06420 16 CONTINUE
06430 C
06440 DO 17 I=1,NE1
06450 PEK(I,I)= PAIQ*BEK11(JE1(I))
06460 PEKN(I,I)= PAIQ*DIK11(JE1(I))
06470 17 CONTINUE
06480 DO 18 I=1,NH1
06490 PHK(I,I)= PAIQ*BEK11(JH1(I))
06500 PHKN(I,I)= PAIQ*DIK11(JH1(I))
06510 18 CONTINUE
06520 C
06530 IF(NL.EQ.0.AND.NSY.EQ.0) THEN
06540 PHK(1,1)= 2*PHK(1,1)
06550 PHKN(1,1)= 2*PHKN(1,1)
06560 ENDIF
06570 IF(NL.EQ.0.AND.NSY.EQ.1) THEN
06580 PEK(1,1)= 2*PEK(1,1)
06590 PEKN(1,1)= 2*PEKN(1,1)
06600 ENDIF
06610 C
06620 DO 19 I=1,NET
06630 PEK(I+NE1,I+NE1)= PAIH*BEK(JET(I))*RRB
06640 PEKN(I+NE1,I+NE1)= PAIH*DIK(JET(I))*RRB
06650 19 CONTINUE
06660 DO 30 I=1,NHT
06670 PHK(I+NH1,I+NH1)= PAIH*BEK(JHT(I))*RRB
06680 PHKN(I+NH1,I+NH1)= PAIH*DIK(JHT(I))*RRB
06690 30 CONTINUE
06700 C

```

ANALYSIS OF COMPOSITE FIBERS

```
06710 IF(NSY.EQ.0) THEN
06720 PHK (1+NH1,1+NH1)= 2*PHK (1+NH1,1+NH1)
06730 PHKN(1+NH1,1+NH1)= 2*PHKN(1+NH1,1+NH1)
06740 ENDIF
06750 IF(NSY.EQ.1) THEN
06760 PEK (1+NE1,1+NE1)= 2*PEK (1+NE1,1+NE1)
06770 PEKN(1+NE1,1+NE1)= 2*PEKN(1+NE1,1+NE1)
06780 ENDIF
06790 RETURN
06800 END
```

```

06810 *
06820 *
06830 *
06840      SUBROUTINE ELEM
06850      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
06860      COMMON
06870      */NN/N1,NT,NC,NE1,NH1,NET,NHT,NEC,NHC,NMAT,NEP,NDIVO,NDIV,NDIVP
06880      */NS/NL,NSY
06890      */NA/JM1(30),NNU(0:1,30),JE1(30),JH1(30),JET(30),JHT(30)
06900      */EL/EL(60,60),BX(60),FACT(30)
06910      */EK/PEK(30,30),PEKN(30,30)
06920      */HK/PHK(30,30),PHKN(30,30)
06930      */FH/FACTPH
06940      */PP/PI1,PIC,PIT,AP1,APC,APT,RNP1,RNPC,RNPT,PA1C,PATC
06950      */TA/TE1(30,30),TH1(30,30),TET(30,30),THT(30,30)
06960      */TS/PEM1(30,30),PEMC(30,30),PHM1(30,30),PHMC(30,30),
06970      *      PEMT(30,30),PHMT(30,30)
06980 C
06990      CALL MATIO(PEK,30,NEC)
07000      CALL MATIO(PHK,30,NHC)
07010      CALL MUL (PEK,PEKN,PEMC,30,30,30,30,30,30,NEC,NEC,NEC,1,1)
07020      CALL MUL (PHK,PHKN,PHMC,30,30,30,30,30,30,NHC,NHC,NHC,1,1)
07030 C
07040      DO 14 I=1,NE1
07050      DO 14 J=1,NE1
07060      14 EL(I      ,J      )=-(RNP1*PEM1(I,J)+RNPC*PEMC(I      ,J      ))
07070      DO 15 I=1,NE1
07080      DO 15 J=NE1+1,NEC
07090      15 EL(I      ,J      )=-
07100      DO 16 I=NE1+1,NEC
07110      DO 16 J=1,NE1
07120      16 EL(I      ,J      )=-
07130      DO 17 I=1,NET
07140      DO 17 J=1,NET
07150      17 EL(I+NE1,J+NE1)= RNPT*PEMT(I,J)-RNPC*PEMC(I+NE1,J+NE1)
07160 C
07170      DO 18 I=1,NE1
07180      DO 18 J=1,NH1
07190      18 EL(I      ,J+NEC      )= PA1C*TH1(I,J)
07200      DO 19 I=1,NE1
07210      DO 19 J=1,NHT
07220      19 EL(I      ,J+NEC+NH1)= 0.0D0
07230      DO 30 I=1,NET
07240      DO 30 J=1,NH1
07250      30 EL(I+NE1,J+NEC      )= 0.0D0
07260      DO 31 I=1,NET
07270      DO 31 J=1,NHT
07280      31 EL(I+NE1,J+NEC+NH1)= PATC*THT(I,J)*FACTPH
07290 C
07300      DO 32 I=1,NH1
07310      DO 32 J=1,NE1
07320      32 EL(I+NEC      ,J      )= PA1C*TE1(I,J)
07330      DO 33 I=1,NH1
07340      DO 33 J=1,NET
07350      33 EL(I+NEC      ,J+NE1)= 0.0D0
07360      DO 34 I=1,NHT
07370      DO 34 J=1,NE1
07380      34 EL(I+NEC+NH1,J      )= 0.0D0
07390      DO 35 I=1,NHT
07400      DO 35 J=1,NET
07410      35 EL(I+NEC+NH1,J+NE1)= PATC*TET(I,J)*FACTPH
07420 C
07430      DO 36 I=1,NH1
07440      DO 36 J=1,NH1
07450      36 EL(I+NEC      ,J+NEC      )= PI1*PHM1(I,J)+PIC*PHMC(I      ,J      )
07460      DO 37 I=1,NH1
07470      DO 37 J=NH1+1,NHC
07480      37 EL(I+NEC      ,J+NEC      )=
07490      DO 38 I=NH1+1,NHC
07500      DO 38 J=1,NH1
07510      38 EL(I+NEC      ,J+NEC      )=
07520      DO 39 I=1,NHT
07530      DO 39 J=1,NHT
07540      39 EL(I+NEC+NH1,J+NEC+NH1)=-PIT*PHMT(I,J)+PIC*PHMC(I+NH1,J+NH1)
07550      RETURN
07560      END

```

B-5 サイドトンネル型絶対単一偏波光ファイバの固有モード解析

B-5-1 分散特性解析プログラム

```

*****
* ANALYSIS OF SIDE-TUNNEL FIBERS
* DATE=86-12-12
*****

```

```

00010 *
00020 * ANALYSIS OF SIDE TUNNEL OPTICAL FIBERS
00030 * BY MODIFIED BOUNARY INTEGRAL METHOD (M-B.I.M) (86. 7. 7)
00040 *
00050 PROGRAM STFBI
00060 IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
00070 CHARACTER CL(0:1)*1,CS(0:1)*1,CIN(0:1)*31
00080 COMMON
00090 */NN/N1,NT,NC,NE1,NH1,NET,NHT,NEC,NHC,NMAT,NEP
00100 */NS/NL,NSY
00110 */NV/N10,NAO,NBO,NAV,NBV,NAP,NBP,NPO
00120 COMMON
00130 */AK/AK,BK
00140 */NR/RN1,RNC,RNT,RN12,RNC2,RNT2
00150 */PA/PAI,PAIH,PAIQ,PAID,PHAI
00160 */SH/RRB,RRC,THT1,THT3
00170 DATA CL,CS/'0','1','0','E'/
00180 DATA CIN/'Input Rb,Rc,Nr1,Nrc,Nrt,NL,Nsy',
00190 * 'Input a,>b,Nr1,Nrc,Nrt,NL,Nsy'/
00200 PAI= 3.141592653589793D0
00210 PAIH= 0.5*PAI
00220 PAIQ= 0.5*PAIH
00230 PAID= 2.0*PAI
00240 C
00250 90 WRITE(6,*) 'Input NPA(0:RB 1:a)'
00260 READ(5,*,ERR=90) NPA
00270 IF(NPA.EQ.0) WRITE(6,210) ';'
00280 IF(NPA.NE.0) THEN
00290 WRITE(6,211) ';'
00300 NPA= 1
00310 ENDIF
00320 EPS= 1.0D-6
00330 20 WRITE(6,*) CIN(NPA)
00340 READ(5,*,ERR=20) RB,RC,RN1,RNC,RNT,NL,NSY
00350 IF(NPA.EQ.0) THEN
00360 RRB= RB
00370 RRC= RC
00380 ELSE
00390 RRB= (1.0D0-RC)/(2.0D0*RB)
00400 RRC= (1.0D0+RC)/(2.0D0*RB)
00410 ENDIF
00420 RN12= RN1*RN1
00430 RNC2= RNC*RNC
00440 RNT2= RNT*RNT
00450 PHAI= -PAIH*(1-NSY)
00460 21 WRITE(6,*) 'Input Na0,Nav,Nb0,Nbv,Np0,eps'
00470 READ(5,*,ERR=21) NAO,NAV,NBO,NBV,NPO,NEP
00480 EPS= 10.0**(-NEP)
00490 22 WRITE(6,*) 'Input N1,Nt'
00500 READ(5,*,ERR=22) N1,NT
00510 CALL SETN
00520 CALL COOR
00530 CALL TANF
00540 JAK= 0
00550 23 WRITE(6,*) 'Input V'
00560 READ(5,*,ERR=23) V
00570 IF(V.LE.0) GOTO 23
00580 AK= V/DSQRT(RN12-RNC2)
00590 24 WRITE(6,*) 'Input B1,Bd,Be'
00600 READ(5,*,ERR=24) B1,BD,BE
00610 IF(B1.EQ.0.OR.BD.LE.0.OR.BE.GE.RN1) GOTO 27
00620 CALL CLOCK
00630 Y1= VALUE(B1)
00640 CALL CLOCK(TIME)
00650 WRITE(6,400) TIME
00660 400 FORMAT(1H,'TIME=',1PD13.3,' SEC')
00670 WRITE(6,200) V,' B1',B1,Y1
00680 25 B2=B1+BD
00690 IF(B2.GE.BE.OR.JAK.EQ.3) GOTO 26
00700 Y2= VALUE(B2)
00710 IF(Y1.GT.0.AND.Y2.LT.0 .OR. Y1.LT.0.AND.Y2.GT.0
00720 * .OR. Y1.EQ.0 .OR. Y2.EQ.0 ) THEN

```

ANALYSIS OF SIDE-TUNNEL FIBERS

L861212 PAGE 2

```

00730     JAK= 1
00740     CALL SOLVE(B1,B2,Y1,Y2,B0,Y0,EPS)
00750     WRITE(6,200) V,' B0',B0,Y0
00760     ENDIF
00770     WRITE(6,200) V,' B2',B2,Y2
00780     B1= B2
00790     Y1= Y2
00800     GOTO 25
00810 26 IF(NPA.EQ.0) WRITE(6,210) ' '
00820     IF(NPA.EQ.1) WRITE(6,211) ' '
00830     IF(JAK.GT.0) THEN
00840     WRITE(6,220) ' ',RB,RC,RN1,RNC,RNT,CL(NL),CS(NSY),N1,NT,NEP,
00850     *           NAO,NAP,NB0,NBP,NP0,V,B0
00860     JAK= 0
00870     ELSE
00880     WRITE(6,220) ' ',RB,RC,RN1,RNC,RNT,CL(NL),CS(NSY),N1,NT,NEP,
00890     *           NAO,NAP,NB0,NBP,NP0
00900     ENDIF
00910 27 WRITE(6,*) '0:BK 1:AK 2:N 3:Ndiv,EPS 4:Ra,NL,Nsy 5:Field 6:Stop'
00920     READ(5,100,ERR=27) NJ
00930     GOTO (24,23,22,21,20,28,40),NJ+1
00940 28 CALL FIELD(V,B0,CL,CS)
00950     GOTO 27
00960 40 STOP 0
00970 100 FORMAT(I1)
00980 200 FORMAT(1H,' JAK=',F20.15,3X,A3,'=',F12.9,' Y=',1PD25.15)
00990 210 FORMAT(1H,' A1',F10.5,3X,A3,' Mode N1 NT Nep Na0 Nap Nb0 Nbp Np0 ',
01000 *           'RB RC NR1 NRC NRT',
01010 *           ' V P')
01020 211 FORMAT(1H,' A1',F10.5,3X,A3,' Mode N1 NT Nep Na0 Nap Nb0 Nbp Np0 ',
01030 *           'RB RC NR1 NRC NRT',
01040 *           ' V P')
01050 220 FORMAT(1H,' A1,5F8.5,2X,2A1,8I4,F16.10,F19.15)
01060     END

```

ANALYSIS OF SIDE-TUNNEL FIBERS

```

01070 *
01080 *   FIELD
01090 *
01100   SUBROUTINE FIELD(V,BO,CL,CS)
01110   IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
01120   CHARACTER CL(0:1)*1,CS(0:1)*1
01130   DIMENSION BE1(30),BH1(30),BET(30),BHT(30)
01140   COMMON
01150   */NA/JM1(30),NNU(0:1,30),JE1(30),JH1(30),JET(30),JHT(30),NSIG(2)
01160   */NN/N1,NT,NC,NE1,NH1,NET,NHT,NEC,NHC,NMAT,NEP
01170   */NS/NL,NSY
01180   */NV/N10,NAO,NBO,NAV,NBV,NAP,NBP,NPO
01190   COMMON
01200   */AK/AK,BK
01210   */EL/EL(60,60),BX(60)
01220   */NR/RN1,RNC,RNT,RN12,RNC2,RNT2
01230   */SH/RRB,RRC,THT1,THT3
01240 C
01250   BK= DSQRT(BO*(RN12-RNC2)+RNC2)
01260   CALL PARAM
01270   CALL SETP
01280   CALL RIGOR
01290   CALL ELEM
01300   CALL CHAN(EL,60,60,NMAT,1,NMAT)
01310   CALL SIML(EL,BX,60,60,60,1,NMAT,0,1,DETM)
01320   WORK= BX(1)
01330   BX(1)= BX(NMAT)
01340   BX(NMAT)= WORK
01350   BXMAX= 0.
01360   DO 10 J=1,NMAT
01370   IF(DABS(BX(J)).GT.BXMAX) BXMAX= DABS(BX(J))
01380 10 CONTINUE
01390   IF(BXMAX.EQ.0) THEN
01400     WRITE(6,*) 'Trivial Solution!'
01410     STOP 1
01420   ENDIF
01430   DO 11 J=1,NMAT
01440 11 BX(J)= BX(J)/BXMAX
01450     DO 12 J=1,21
01460       BE1(J)= 0.
01470       BH1(J)= 0.
01480       BET(J)= 0.
01490       BHT(J)= 0.
01500 12 CONTINUE
01510     DO 13 J=1,NE1
01520 13 BE1(JE1(J))= BX(J)
01530     DO 14 J=1,NH1
01540 14 BH1(JH1(J))= BX(J+NEC)
01550     DO 15 J=1,NET
01560 15 BET(JET(J))= BX(J+NE1)
01570     DO 16 J=1,NHT
01580 16 BHT(JHT(J))= BX(J+NEC+NH1)
01590 C
01600   CALL PARAM
01610   CALL SETP
01620   CALL RIGOR
01630   CALL ELEM
01640   CALL CHKB(EL,BX,60,NMAT)
01650   WRITE(6,*) ' ; '
01660   WRITE(6,201) ' ; '
01670   WRITE(6,220) ' ; ',RRB,RRC,RN1,RNC,RNT,CL(NL),CS(NSY),N1,NT,NEP,
01680   *   NAO,NAP,NBO,NBP,NPO,V,BO
01690   WRITE(6,*) ' ; '
01700   WRITE(6,*) ' ; J      E1      H1 '
01710   WRITE(6,230) ((NNU(NL,J),BE1(J),BH1(J)),J=1,N1)
01720   WRITE(6,*) ' ; '
01730   WRITE(6,*) ' ; J      ET      HT '
01740   WRITE(6,230) ((JM1(J),BET(J),BHT(J)),J=1,NT)
01750   RETURN
01760 201 FORMAT(1H ,A1,' RB      RC      NR1      NRC      NRT ',
01770   *   '      Mode N1  NT Nep Na0 Nap Nb0 Nbp Np0 ',
01780   *   '      V      P')
01790 220 FORMAT(1H ,A1,5F8.5,2X,2A1,8I4,F16.10,F19.15)
01800 230 FORMAT((1H ,',',I3,3X,2(1PD16.6)))
01810   END

```

```

01820 *
01830 *
01840 *
01850     FUNCTION VALUE(BKK)
01860     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
01870     DIMENSION DM(1,1)
01880     COMMON
01890     */NA/JM1(30),NNU(0:1,30),JE1(30),JH1(30),JET(30),JHT(30),NSIG(2)
01900     */NN/N1,NT,NC,NE1,NH1,NET,NHT,NEC,NHC,NMAT,NEP
01910     */NS/NL,NSY
01920     */NV/N10,NAO,NBO,NAV,NBV,NAP,NBP,NPO
01930     COMMON
01940     */AK/AK,BK
01950     */EL/EL(60,60),BX(60)
01960     */NR/RN1,RNC,RNT,RN12,RNC2,RNT2
01970 C
01980     BK= DSQRT(BKK*(RN12-RNC2)+RNC2)
01990     CALL PARAM
02000     CALL SETP
02010     CALL RIGOR
02020     CALL ELEM
02030     CALL SIML(EL,DM,60,60,1.1,NMAT,0.0,VALUE)
02040     RETURN
02050     END

02060 *
02070 *     INTEGER PARAMETER
02080 *
02090     BLOCKDATA VAL
02100     COMMON
02110     */NA/JM1(30),NNU(0:1,30),JE1(30),JH1(30),JET(30),JHT(30),NSIG(2)
02120 C
02130     DATA JM1/ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
02140     *           10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,
02150     *           20,21,22,23,24,25,26,27,28,29/
02160     DATA NNU/ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
02170     *           10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,
02180     *           20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,
02190     *           30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,
02200     *           40,41,42,43,44,45,46,47,48,49,
02210     *           50,51,52,53,54,55,56,57,58,59/
02220     END

02230 *
02240 *
02250 *
02260     SUBROUTINE SETN
02270     COMMON
02280     */NA/JM1(30),NNU(0:1,30),JE1(30),JH1(30),JET(30),JHT(30),NSIG(2)
02290     */NN/N1,NT,NC,NE1,NH1,NET,NHT,NEC,NHC,NMAT,NEP
02300     */NS/NL,NSY
02310     */NV/N10,NAO,NBO,NAV,NBV,NAP,NBP,NPO
02320 C
02330     NE1= N1-(1-NL)*(1-NSY)
02340     NH1= N1-(1-NL)* NSY
02350     NET= NT-(1-NSY)
02360     NHT= NT- NSY
02370     NC= N1+NT
02380     NEC= NE1+NET
02390     NHC= NH1+NHT
02400     NMAT= NH1+NE1+NHT+NET
02410     N10= NAO+NBO
02420 C
02430     DO 10 J=1,NC
02440     JE1(J)= J+(1-NL)*(1-NSY)
02450     JH1(J)= J+(1-NL)* NSY
02460     10 CONTINUE
02470     DO 11 J=1,NT
02480     JET(J)= J+(1-NSY)
02490     JHT(J)= J+ NSY
02500     11 CONTINUE
02510     DO 12 NS=1,2
02520     NSIG(NS)= (-1)**(NL*NS)
02530     RETURN
02540     END

```



```

02550 *
02560 *
02570 *
02580     SUBROUTINE TANF
02590     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
02600     COMMON
02610     */NA/JM1(30),NNU(0:1,30),JE1(30),JH1(30),JET(30),JHT(30),NSIG(2)
02620     */NN/N1,NT,NC,NE1,NH1,NET,NHT,NEC,NHC,NMAT,NEP
02630     */NS/NL,NSY
02640     */TA/TE1(30,30),TH1(30,30),TET(30,30),THT(30,30)
02650 C
02660     DO 10 I=1,30
02670     DO 10 J=1,30
02680     TE1(I,J)= 0.
02690     TH1(J,I)= 0.
02700     TET(I,J)= 0.
02710     THT(J,I)= 0.
02720 10 CONTINUE
02730     DO 11 I=1,N1
02740     IF(NL.EQ.1) TE1(I,I)= NNU(1,I)*(-1)** NSY
02750     IF(NL.EQ.0.AND.NSY.EQ.1) TE1(I,I+1)=-NNU(0,I+1)
02760     IF(NL.EQ.0.AND.NSY.EQ.0) TE1(I+1,I)= NNU(0,I+1)
02770 11 CONTINUE
02780     DO 12 I=1,N1
02790     IF(NL.EQ.1) TH1(I,I)= NNU(1,I)*(-1)**(1-NSY)
02800     IF(NL.EQ.0.AND.NSY.EQ.1) TH1(I+1,I)= NNU(0,I+1)
02810     IF(NL.EQ.0.AND.NSY.EQ.0) TH1(I,I+1)=-NNU(0,I+1)
02820 12 CONTINUE
02830 C
02840     DO 13 I=1,NT
02850     IF(NSY.EQ.1) TET(I,I+1)=-JM1(I,I+1)
02860     IF(NSY.EQ.0) TET(I+1,I)= JM1(I,I+1)
02870 13 CONTINUE
02880     DO 14 I=1,NT
02890     IF(NSY.EQ.1) THT(I+1,I)= JM1(I,I+1)
02900     IF(NSY.EQ.0) THT(I,I+1)=-JM1(I,I+1)
02910 14 CONTINUE
02920     RETURN
02930     END

```

```

02940 *
02950 *
02960 *
02970      SUBROUTINE COOR
02980      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
02990      DIMENSION RLP(0:10),RLG(10,24)
03000      COMMON
03010      */NA/JM1(30),NNU(0:1,30),JE1(30),JH1(30),JET(30),JHT(30),NSIG(2)
03020      */NN/N1,NT,NC,NE1,NH1,NET,NHT,NEC,NHC,NMAT,NEP
03030      */NS/NL,NSY
03040      */NV/N10,NAO,NBO,NAV,NBV,NAP,NBP,NPO
03050      COMMON
03060      */BE/BE(30,10,24,2),DI(30,10,24,2),X(30,10,24,2)
03070      */C1/R1(10,24),XC1(30,10,24),XS1(30,10,24),VR1(10,24),VT1(10,24)
03080      */CP/RP(10,24),XCP(30,10,24),XSP(30,10,24),VRP(10,24),VTP(10,24)
03090      */CU/RT1(10,24,2),XCT1(30,10,24,2),XST1(30,10,24,2),
03100      *      VRT1(10,24,2),VTT1(10,24,2)
03110      */FH/FACT1,FACTT
03120      COMMON
03130      */PA/PAI,PAIH,PAIQ,PAID,PHAI
03140      */PH/PHE1(30,10,24),PHH1(30,10,24),PPE1(30,10,24),PPH1(30,10,24)
03150      */GA/RGO(24),WEO(24)
03160      */RL/RLA,RLB,RL1,RLT,WE1(10,24),S21(10),WET(10,24),S2T(10)
03170      */RP/WEP(10,24),S2P(10),WEQ(10,24),S2Q(10)
03180      */SH/RRB,RRC,THT1,THT3
03190      */TR/TRE1(30,30),TRH1(30,30),TRET(30,30),TRHT(30,30),
03200      *      TREE(30,30),TRHC(30,30)
03210 C
03220      THT1= DACOS( (1.0+RRC**2-RRB**2)/(2*RRC) )
03230      THT3= DACOS( (RRB**2+RRC**2-1.0)/(2*RRB*RRC) )
03240      RLA= RRB*THT3
03250      RLB= PAIH-THT1
03260      RL1= RLA+RLB
03270      IF(RRB.EQ.1.0) RL1= PAIH
03280      FACT1= PAIH/RL1
03290      FACTT= 1.0/RRB
03300 C
03310      RLP(0)= 0.0
03320      DO 10 L=1,NAO
03330      RLP(L)= RLA*L/NAO
03340      CALL DGAUSP(NAV,NAP,RLP(L-1),RLP(L),S21(L),RGO,WEO)
03350      DO 10 K=1,NAP
03360      RLG(L,K)= RGO(K)
03370      WE1(L,K)= WEO(K)
03380      10 CONTINUE
03390      DO 11 L=NAO+1,N10
03400      RLP(L)= RLA+RLB*(L-NAO)/NBO
03410      CALL DGAUSP(NBV,NBP,RLP(L-1),RLP(L),S21(L),RGO,WEO)
03420      DO 11 K=1,NBP
03430      RLG(L,K)= RGO(K)
03440      WE1(L,K)= WEO(K)
03450      11 CONTINUE
03460 C
03470      DO 12 L=1,NAO
03480      DO 12 K=1,NAP
03490      THL= RLG(L,K)/RL1 *PAIH
03500      DO 13 J=1,N1
03510      PHE1(J,L,K)= DCOS(NNU(NL,J)*THL+PHAI)
03520      PHH1(J,L,K)= DSIN(NNU(NL,J)*THL+PHAI)
03530      13 CONTINUE
03540      THB= RLG(L,K)/RRB
03550      R1(L,K)= DSQRT( RRB**2+RRC**2-2*RRB*RRC*DCOS(THB) )
03560      TH0= DASIN( RRB/R1(L,K) *DSIN(THB) )
03570      THN=-(THB+TH0)
03580      VR1(L,K)= DCOS(THN)
03590      VT1(L,K)= DSIN(THN)
03600      DO 14 I=1,N1
03610      XC1(I,L,K)= DCOS(NNU(NL,I)*TH0+PHAI)
03620      XS1(I,L,K)= DSIN(NNU(NL,I)*TH0+PHAI)
03630      14 CONTINUE
03640      RT1(L,K,2)= RRB
03650      VRT1(L,K,2)=-1.0
03660      VTT1(L,K,2)= 0.0
03670      THRES= R1(L,K)*DCOS(TH0)
03680      IF(THRES.LE.RRC) TH2= PAI-DASIN( R1(L,K)/RRB *DSIN(TH0) )
03690      IF(THRES.GT.RRC) TH2= DASIN( R1(L,K)/RRB *DSIN(TH0) )
03700      RT1(L,K,1)= DSQRT( RRB**2+4*RRC**2+4*RRB*RRC*DCOS(TH2) )
03710      TH1= PAI+DASIN( RRB/RT1(L,K,1) *DSIN(TH2) )

```

```

03720      THN= TH2-TH1
03730      VRT1(L,K,1)= DCOS(THN)
03740      VTT1(L,K,1)= DSIN(THN)
03750      DO 15 I=1,NT
03760          XCT1(I,L,K,1)= DCOS(JM1(I)*TH1+PHAI)
03770          XST1(I,L,K,1)= DSIN(JM1(I)*TH1+PHAI)
03780          XCT1(I,L,K,2)= DCOS(JM1(I)*TH2+PHAI)
03790          XST1(I,L,K,2)= DSIN(JM1(I)*TH2+PHAI)
03800      15 CONTINUE
03810      12 CONTINUE
03820  C
03830          DO 16 L=NA0+1,N10
03840          DO 16 K=1,NBP
03850              THL= RLG(L,K)/RL1 *PAIH
03860              DO 17 J=1,N1
03870                  PHE1(J,L,K)= DCOS(NNU(NL,J)*THL+PHAI)
03880                  PHH1(J,L,K)= DSIN(NNU(NL,J)*THL+PHAI)
03890      17 CONTINUE
03900          R1(L,K)= 1.0
03910          TH0= THT1+RLG(L,K)-RLA
03920          VR1(L,K)= 1.0
03930          VT1(L,K)= 0.0
03940          DO 18 I=1,N1
03950              XC1(I,L,K)= DCOS(NNU(NL,I)*TH0+PHAI)
03960              XS1(I,L,K)= DSIN(NNU(NL,I)*TH0+PHAI)
03970      18 CONTINUE
03980          RT1(L,K,2)= DSQRT( 1.0+RRC**2-2*RRC*DCOS(TH0) )
03990          THRES= DCOS(TH0)
04000          IF(THRES.LE.RRC) TH2= PAI-DASIN( 1.0/RT1(L,K,2) *DSIN(TH0) )
04010          IF(THRES.GT.RRC) TH2= DASIN( 1.0/RT1(L,K,2) *DSIN(TH0) )
04020          THN= TH0-TH2
04030          VRT1(L,K,2)= DCOS(THN)
04040          VTT1(L,K,2)= DSIN(THN)
04050          RT1(L,K,1)= DSQRT( 1.0+RRC**2+2*RRC*DCOS(TH0) )
04060          TH1= PAI+DASIN( 1.0/RT1(L,K,1) *DSIN(TH0) )
04070          THN= PAI+TH0-TH1
04080          VRT1(L,K,1)= DCOS(THN)
04090          VTT1(L,K,1)= DSIN(THN)
04100          DO 19 I=1,NT
04110              XCT1(I,L,K,1)= DCOS(JM1(I)*TH1+PHAI)
04120              XST1(I,L,K,1)= DSIN(JM1(I)*TH1+PHAI)
04130              XCT1(I,L,K,2)= DCOS(JM1(I)*TH2+PHAI)
04140              XST1(I,L,K,2)= DSIN(JM1(I)*TH2+PHAI)
04150      19 CONTINUE
04160      16 CONTINUE
04170  C
04180          RLP(0)= 0.0
04190          DO 50 L=1,NPO
04200              RLP(L)= RLA*L/NPO
04210              RLP(L)= RLA/(NPO-L+1)**(2.0)
04220              CALL DGAUSP(NAV,NAP,RLP(L-1),RLP(L),S2P(L),RGO,WEO)
04230              DO 50 K=1,NAP
04240                  RLG(L,K)= RGO(K)
04250                  WEP(L,K)= WEO(K)
04260      50 CONTINUE
04270          DO 51 L=1,NPD
04280          DO 51 K=1,NAP
04290              THL= RLG(L,K)/RL1 *PAIH
04300              DO 52 J=1,N1
04310                  PPE1(J,L,K)= DCOS(NNU(NL,J)*THL+PHAI)
04320                  PPH1(J,L,K)= DSIN(NNU(NL,J)*THL+PHAI)
04330      52 CONTINUE
04340              THB= RLG(L,K)/RRB
04350              RP(L,K)= DSQRT( RRB**2+RRC**2-2*RRB*RRC*DCOS(THB) )
04360              TH0= DASIN( RRB/RP(L,K) *DSIN(THB) )
04370              THN= -(THB+TH0)
04380              VRP(L,K)= DCOS(THN)
04390              VTP(L,K)= DSIN(THN)
04400              DO 53 I=1,N1
04410                  XCP(I,L,K)= DCOS(NNU(NL,I)*TH0+PHAI)
04420                  XSP(I,L,K)= DSIN(NNU(NL,I)*TH0+PHAI)
04430      53 CONTINUE
04440      51 CONTINUE
04450  C
04460          DO 35 I=1,N1
04470          DO 35 J=1,N1
04480              IE= JE1(I)
04490              IH= JH1(I)

```

```

04500     JE= JE1(J)
04510     JH= JH1(J)
04520     PM1= NNU(NL,IE)
04530     P1= NNU(NL,IE)*(THT1-RLA)+PHAI
04540     PM2= NNU(NL,JE)*PAIH/RL1
04550     P2= PHAI
04560     TRE1(I,J)= TRINT('C',PM1,PM2,P1,P2,RLA,RL1)
04570     PM1= NNU(NL,IH)
04580     P1= NNU(NL,IH)*(THT1-RLA)+PHAI
04590     PM2= NNU(NL,JH)*PAIH/RL1
04600     P2= PHAI
04610     TRH1(I,J)= TRINT('S',PM1,PM2,P1,P2,RLA,RL1)
04620 35 CONTINUE
04630     DO 36 I=1,NT
04640     DO 36 J=1,NT
04650     IE= JET(I)
04660     IH= JHT(I)
04670     JE= JET(J)
04680     JH= JHT(J)
04690     PM1= JM1(IE)
04700     PM2= JM1(JE)
04710     TRET(I,J)= TRINT('C',PM1,PM2,PHAI,PHAI,0.0DO,PAI)*RRB
04720     PM1= JM1(IH)
04730     PM2= JM1(JH)
04740     TRHT(I,J)= TRINT('S',PM1,PM2,PHAI,PHAI,0.0DO,PAI)*RRB
04750 36 CONTINUE
04760     DO 37 I=1,NT
04770     DO 37 J=1,NT
04780     IE= JET(I)
04790     IH= JHT(I)
04800     JE= JET(J)
04810     JH= JHT(J)
04820     PM1= JM1(IE)
04830     PM2= JM1(JE)
04840     TREC(I,J)= TRINT('C',PM1,PM2,PHAI,PHAI,0.0DO,PAI-0.DO)*RRB
04850     PM1= JM1(IH)
04860     PM2= JM1(JH)
04870     TRHC(I,J)= TRINT('S',PM1,PM2,PHAI,PHAI,0.0DO,PAI-0.DO)*RRB
04880 37 CONTINUE
04890     RETURN
04900     END

```

```

04910 *
04920 *
04930 *
04940     SUBROUTINE PARAM
04950     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
04960     COMMON
04970     */AK/AK,BK
04980     */NR/RN1,RNC,RNT,RN12,RNC2,RNT2
04990     */PP/PI1,PIC,PIT,AP1,APC,APT,RNP1,RNPC,RNPT,PA1C,PATC
05000 C
05010     BK2=BK*BK
05020     P12= RN12-BK2
05030     PC2= BK2-RNC2
05040     PT2= BK2-RNT2
05050     P1= DSQRT(P12)
05060     PC= DSQRT(PC2)
05070     PT= DSQRT(PT2)
05080     PI12= 1/P12
05090     PIC2= 1/PC2
05100     PIT2= 1/PT2
05110     PI1= 1/P1
05120     PIC= 1/PC
05130     PIT= 1/PT
05140     RNP1= RN12*PI1
05150     RNPC= RNC2*PIC
05160     RNPT= RNT2*PIT
05170     PA1C=-BK/AK *(PI12+PIC2)
05180     PATC= BK/AK *(PIT2-PIC2)
05190     AP1= AK*P1
05200     APC= AK*PC
05210     APT= AK*PT
05220     RETURN
05230     END

```

```

05240 *
05250 *
05260 *
05270     SUBROUTINE SETP
05280     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
05290     DIMENSION BES(30),DIF(30)
05300     COMMON
05310     */NA/JM1(30),NNU(0:1,30),JE1(30),JH1(30),JET(30),JHT(30),NSIG(2)
05320     */NN/N1,NT,NC,NE1,NH1,NET,NHT,NEC,NHC,NMAT,NEP
05330     */NS/NL,NSY
05340     */NV/N10,NA0,NB0,NAV,NBV,NAP,NBP,NPO
05350     COMMON
05360     */AK/AK,BK
05370     */BE/BE(30,10,24,2),DI(30,10,24,2),X(30,10,24,2)
05380     */C1/R1(10,24),XC1(30,10,24),XS1(30,10,24),VR1(10,24),VT1(10,24)
05390     */CP/CP(10,24),XCP(30,10,24),XSP(30,10,24),VRP(10,24),VTP(10,24)
05400     */CU/RT1(10,24,2),XCT1(30,10,24,2),XST1(30,10,24,2),
05410     *     VRT1(10,24,2),VTT1(10,24,2)
05420     */NR/RN1,RNC,RNT,RN12,RNC2,RNT2
05430     COMMON
05440     */PA/PAI,PAIH,PAIQ,PAID,PHAI
05450     */PP/PI1,PIC,PIT,AP1,APC,APT,RNP1,RNPC,RNPT,PA1C,PATC
05460     */PH/PHE1(30,10,24),PHH1(30,10,24),PPE1(30,10,24),PPH1(30,10,24)
05470     */RL/RLA,RLB,RL1,RLT,WE1(10,24),S21(10),WET(10,24),S2T(10)
05480     */RP/WEP(10,24),S2P(10),WEQ(10,24),S2Q(10)
05490     */SH/RRB,RRC,THT1,THT3
05500     */PI/PEI(30,30),PEIN(30,30),PHI(30,30),PHIN(30,30)
05510     */PJ/PEJ(30,30),PEJN(30,30),PHJ(30,30),PHJN(30,30)
05520     */PK/PEK(30,30),PEKN(30,30),PHK(30,30),PHKN(30,30)
05530     */TR/TRE1(30,30),TRH1(30,30),TRET(30,30),TRHT(30,30),
05540     *     TREC(30,30),TRHC(30,30)
05550 C
05560     DO 10 I=1,N1
05570     I1= NNU(NL,I)
05580     BES(I)= DJBES(I1,AP1)
05590     DIF(I)= I1/AP1 *BES(I)-DJBES(I1+1,AP1)
05600     10 CONTINUE
05610     BES(N1+1)= 0.0
05620     DIF(N1+1)= 0.0
05630     DO 11 I=1,N1
05640     DO 11 J=1,N1
05650     IE= JE1(I)
05660     IH= JH1(I)
05670     PEJ(I,J)= BES(IE)*TRE1(I,J)
05680     PEJN(I,J)= DIF(IE)*TRE1(I,J)
05690     PHJ(I,J)= BES(IH)*TRH1(I,J)
05700     PHJN(I,J)= DIF(IH)*TRH1(I,J)
05710     11 CONTINUE
05720     CALL JBES(NA0,NAP)
05730     CALL FUNC1(N1,N1, 0, 0, 0, 0, 1,NA0,NAP,JE1,JH1,JE1,JH1,
05740     * 1,WE1,S21,XC1,XS1,VR1,VT1,PHE1,PHH1,PEJ,PEJN,PHJ,PHJN)
05750 C
05760     DO 12 I=1,NT+1
05770     I1= JM1(I)
05780     BES(I)= DIBES(I1,APT*RRB)
05790     12 CONTINUE
05800     DO 13 I=1,NT
05810     13 DIF(I)= JM1(I)/(APT*RRB) *BES(I)+BES(I+1)
05820     DO 14 I=1,NT
05830     DO 14 J=1,NT
05840     IE= JET(I)
05850     IH= JHT(I)
05860     PEI(I,J)= BES(IE)*TRET(I,J)
05870     PEIN(I,J)= DIF(IE)*TRET(I,J)
05880     PHI(I,J)= BES(IH)*TRHT(I,J)
05890     PHIN(I,J)= DIF(IH)*TRHT(I,J)
05900     14 CONTINUE
05910 C
05920     CALL ZEROS(PEK,30,30,NC,NC,0,0)
05930     CALL ZEROS(PEKN,30,30,NC,NC,0,0)
05940     CALL ZEROS(PHK,30,30,NC,NC,0,0)
05950     CALL ZEROS(PHKN,30,30,NC,NC,0,0)
05960 C
05970     DO 15 I=1,N1
05980     I1= NNU(NL,I)
05990     BES(I)= DKBES(I1,APC)
06000     DIF(I)= I1/APC *BES(I)-DKBES(I1+1,APC)
06010     15 CONTINUE

```

```

06020     BES(N1+1)= 0.0
06030     DIF(N1+1)= 0.0
06040     DO 16 I=1,N1
06050     DO 16 J=1,N1
06060     IE= JE1(I)
06070     IH= JH1(I)
06080     PEK (I,J)= BES(IE)*TRE1(I,J)
06090     PEKN(I,J)= DIF(IE)*TRE1(I,J)
06100     PHK (I,J)= BES(IH)*TRH1(I,J)
06110     PHKN(I,J)= DIF(IH)*TRH1(I,J)
06120 16 CONTINUE
06130     CALL KBES1(NP0,NAP)
06140     CALL FUNC1(N1,N1, 0, 0, 0, 0, 1,NP0,NAP,JE1,JH1,JE1,JH1,
06150 * 1,WEP,S2P,XCP ,XSP ,VRP ,VTP ,PPE1,PPH1,PEK,PEKN,PHK,PHKN)
06160     CALL ZEROS(PEK,30,30,N1, 1, 0,NE1)
06170     CALL ZEROS(PEKN,30,30,1,N1,NE1, 0)
06180     CALL ZEROS(PHK,30,30,N1, 1, 0,NE1)
06190     CALL ZEROS(PEKN,30,30,1,N1,NE1, 0)
06200     CALL ZEROS(PHK,30,30,N1, 1, 0,NH1)
06210     CALL ZEROS(PHK,30,30,1,N1,NH1, 0)
06220     CALL ZEROS(PHKN,30,30,N1, 1, 0,NH1)
06230     CALL ZEROS(PHKN,30,30,1,N1,NH1, 0)
06240 C
06250     CALL KBEST1(1,NAO,NAP)
06260     CALL FUNC1(NT,N1,NE1, 0,NH1, 0, 1,NAO,NAP,JET,JHT,JE1,JH1,
06270 * 2,WE1,S21,XCT1,XST1,VRT1,VTT1,PHE1,PHH1,PEK,PEKN,PHK,PHKN)
06280     CALL KBEST1(NAO+1,N10,NBP)
06290     CALL FUNC1(NT,N1,NE1, 0,NH1, 0,NAO+1,N10,NBP,JET,JHT,JE1,JH1,
06300 * 2,WE1,S21,XCT1,XST1,VRT1,VTT1,PHE1,PHH1,PEK,PEKN,PHK,PHKN)
06310 C
06320     DO 17 I=1,NT+1
06330     I1= JM1(I)
06340     BES(I)= DKBES(I1,APC*RRB)
06350 17 CONTINUE
06360     DO 18 I=1,NT
06370 18 DIF(I)= JM1(I)/(APC*RRB) *BES(I)-BES(I+1)
06380     DO 19 I=1,NT
06390     DO 19 J=1,NT
06400     IE= JET(I)
06410     IH= JHT(I)
06420     PEK (I+NE1,J+NE1)= BES(IE)*TREC(I,J)
06430     PEKN(I+NE1,J+NE1)= DIF(IE)*TREC(I,J)
06440     PHK (I+NH1,J+NH1)= BES(IH)*TRHC(I,J)
06450     PHKN(I+NH1,J+NH1)= DIF(IH)*TRHC(I,J)
06460 19 CONTINUE
06470     RETURN
06480     END

```

```

06490 *
06500 *
06510 *
06520 SUBROUTINE FUNC1(NI,NJ,IOE,JOE,IOH,JOH,L1,L2,NDP,IE,IH,JE,JH,
06530 * N,WE,S2,XC,XS,VR,VT,PHE,PHH,PE,PEN,PH,PHN)
06540 IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
06550 DIMENSION IE(30),IH(30),JE(30),JH(30),
06560 * WE(10,24),S2(10),XC(30,10,24,N),XS(30,10,24,N),
06570 * VR(10,24,N),VT(10,24,N),PHE(30,10,24),PHH(30,10,24),
06580 * PE(30,30),PEN(30,30),PH(30,30),PHN(30,30)
06590 COMMON
06600 */AK/AK,BK
06610 */BE/BE(30,10,24,2),DI(30,10,24,2),X(30,10,24,2)
06620 C
06630 DO 10 I=1,NI
06640 DO 10 J=1,NJ
06650 IIE= IE(I)
06660 JJE= JE(J)
06670 IIH= IH(I)
06680 JJH= JH(J)
06690 DO 10 NS=1,N
06700 DO 10 L=L1,L2
06710 PE IJ = 0.0D0
06720 PH IJ = 0.0D0
06730 PENIJ = 0.0D0
06740 PHNIJ = 0.0D0
06750 DO 11 K=1,NDP
06760 PEIJ= PEIJ
06770 * +WE(L,K)*BE(IIE,L,K,NS)*XC(IIE,L,K,NS)*PHE(JJE,L,K)
06780 PHIJ= PHIJ
06790 * +WE(L,K)*BE(IIH,L,K,NS)*XS(IIH,L,K,NS)*PHH(JJH,L,K)
06800 PER= DI(IIE,L,K,NS)*XC(IIE,L,K,NS)
06810 PET=-X(IIE,L,K,NS)*BE(IIE,L,K,NS)*XS(IIE,L,K,NS)
06820 PHR= DI(IIH,L,K,NS)*XS(IIH,L,K,NS)
06830 PHT= X(IIH,L,K,NS)*BE(IIH,L,K,NS)*XC(IIH,L,K,NS)
06840 FE= VR(L,K,NS)*PER+VT(L,K,NS)*PET
06850 FH= VR(L,K,NS)*PHR+VT(L,K,NS)*PHT
06860 PENIJ= PENIJ+WE(L,K)*FE*PHE(JJE,L,K)
06870 PHNIJ= PHNIJ+WE(L,K)*FH*PHH(JJH,L,K)
06880 11 CONTINUE
06890 PE (I+IOE,J+JOE)= PE (I+IOE,J+JOE)+S2(L)*PE IJ
06900 PH (I+IOH,J+JOH)= PH (I+IOH,J+JOH)+S2(L)*PH IJ
06910 PEN(I+IOE,J+JOE)= PEN(I+IOE,J+JOE)+S2(L)*PENIJ
06920 PHN(I+IOH,J+JOH)= PHN(I+IOH,J+JOH)+S2(L)*PHNIJ
06930 10 CONTINUE
06940 RETURN
06950 END

06960 *
06970 *
06980 *
06990 FUNCTION TRINT(FUN,M1,M2,P1,P2,R1,R2)
07000 IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
07010 CHARACTER*1 FUN
07020 REAL*8 M1,M2
07030 TRINT= RINDF(FUN,M1,M2,P1,P2,R2)-RINDF(FUN,M1,M2,P1,P2,R1)
07040 RETURN
07050 END

```

```

07060 *
07070 FUNCTION RINDF(FUN,M1,M2,P1,P2,R)
07080 IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
07090 CHARACTER*1 FUN
07100 REAL*8 M1,M2
07110 C
07120 IF(FUN.EQ.'C') NS= 1
07130 IF(FUN.EQ.'S') NS=-1
07140 IF(M1.EQ.0.AND.M2.EQ.0) THEN
07150 RINDF= 0.5*R*(NS*DCOS(P1+P2)+DCOS(P1-P2))
07160 RETURN
07170 ENDIF
07180 C
07190 IF(M1.EQ.M2) THEN
07200 RINDF= 0.5*(NS*1.0/(2*M1) *DSIN(2*M1*R+P1+P2)+R*DCOS(P1-P2))
07210 RETURN
07220 ENDIF
07230 C
07240 IF(M1.EQ.-M2) THEN
07250 RINDF= 0.5*(NS*R*DCOS(P1+P2)+1.0/(2*M1) *DSIN(2*M1*R+P1-P2))
07260 RETURN
07270 ENDIF
07280 C
07290 RINDF= 0.5*(NS*1.0/(M1+M2) *DSIN((M1+M2)*R+P1+P2)+
07300 * 1.0/(M1-M2) *DSIN((M1-M2)*R+P1-P2) )
07310 RETURN
07320 END

07330 *
07340 *
07350 *
07360 SUBROUTINE ZEROS(A,M,N,MX,NX,MOX,NOX)
07370 IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
07380 DIMENSION A(M,N)
07390 C
07400 DO 10 I=1,MX
07410 DO 10 J=1,NX
07420 10 A(I+MOX,J+NOX)= 0.0D0
07430 RETURN
07440 END

07450 *
07460 *
07470 *
07480 SUBROUTINE JBES(NO,NP)
07490 IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
07500 COMMON
07510 */NA/JM1(30),NNU(0:1,30),JE1(30),JH1(30),JET(30),JHT(30),NSIG(2)
07520 */NN/N1,NT,NC,NE1,NH1,NET,NHT,NEC,NHC,NMAT,NEP
07530 */NS/NL,NSY
07540 COMMON
07550 */BE/BE(30,10,24,2),DI(30,10,24,2),X(30,10,24,2)
07560 */C1/R1(10,24),XC1(30,10,24),XS1(30,10,24),VR1(10,24),VT1(10,24)
07570 */PP/PI1,PIC,PIT,AP1,APC,APT,RNP1,RNPC,RNPT,PA1C,PATC
07580 C
07590 DO 10 I=1,N1
07600 I1= NNU(NL,I)
07610 DO 11 L=1,NO
07620 DO 11 K=1,NP
07630 X1= AP1*R1(L,K)
07640 BE(I,L,K,1)= DJBES(I1,X1)
07650 X(I,L,K,1)= I1/X1
07660 DI(I,L,K,1)= X(I,L,K,1)*BE(I,L,K,1)-DJBES(I1+1,X1)
07670 11 CONTINUE
07680 10 CONTINUE
07690 RETURN
07700 END

```



```

07710 *
07720 *
07730 *
07740     SUBROUTINE KBES1(N0,NP)
07750     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
07760     COMMON
07770     */NA/JM1(30),NNU(0:1,30),JE1(30),JH1(30),JET(30),JHT(30),NSIG(2)
07780     */NN/N1,NT,NC,NE1,NH1,NET,NHT,NEC,NHC,NMAT,NEP
07790     */NS/NL,NSY
07800     COMMON
07810     */BE/BE(30,10,24,2),DI(30,10,24,2),X(30,10,24,2)
07820     */CP/CP(10,24),XCP(30,10,24),XSP(30,10,24),VRP(10,24),VTP(10,24)
07830     */PP/PI1,PIC,PIT,AP1,APC,APT,RNP1,RNPC,RNPT,PA1C,PATC
07840 C
07850     DO 10 I=1,N1
07860     I1= NNU(NL,I)
07870     DO 11 L=1,N0
07880     DO 11 K=1,NP
07890     XC= APC*RP(L,K)
07900     BE(I,L,K,1)= DKBES(I1,XC)
07910     X(I,L,K,1)= I1/XC
07920     DI(I,L,K,1)= X(I,L,K,1)*BE(I,L,K,1)-DKBES(I1+1,XC)
07930     11 CONTINUE
07940     10 CONTINUE
07950     RETURN
07960     END

```

```

07970 *
07980 *
07990 *
08000     SUBROUTINE KBEST1(L1,L2,NP)
08010     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
08020     COMMON
08030     */NA/JM1(30),NNU(0:1,30),JE1(30),JH1(30),JET(30),JHT(30),NSIG(2)
08040     */NN/N1,NT,NC,NE1,NH1,NET,NHT,NEC,NHC,NMAT,NEP
08050     */NS/NL,NSY
08060     COMMON
08070     */BE/BE(30,10,24,2),DI(30,10,24,2),X(30,10,24,2)
08080     */CU/RT1(10,24,2),XCT1(30,10,24,2),XST1(30,10,24,2),
08090     *     VRT1(10,24,2),VTT1(10,24,2)
08100     */PP/PI1,PIC,PIT,AP1,APC,APT,RNP1,RNPC,RNPT,PA1C,PATC
08110 C
08120     DO 10 I=1,NT+1
08130     I1= JM1(I)
08140     DO 11 L=L1,L2
08150     DO 11 K=1,NP
08160     DO 11 NS=1,2
08170     XC= APC*RT1(L,K,NS)
08180     BE(I,L,K,NS)= DKBES(I1,XC)*NSIG(NS)
08190     X(I,L,K,NS)= I1/XC
08200     11 CONTINUE
08210     10 CONTINUE
08220     DO 12 I=1,NT
08230     DO 12 L=L1,L2
08240     DO 12 K=1,NP
08250     DO 12 NS=1,2
08260     DI(I,L,K,NS)= X(I,L,K,NS)*BE(I,L,K,NS)-BE(I+1,L,K,NS)
08270     12 CONTINUE
08280     RETURN
08290     END

```

```

08300 *
08310 *
08320 *
08330     SUBROUTINE ELEM
08340     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
08350     COMMON
08360     */NN/N1,NT,NC,NE1,NH1,NET,NHT,NEC,NHC,NMAT,NEP
08370     */EL/EL(60,60),BX(60)
08380     */FH/FACT1,FACTT
08390     */PP/PI1,PIC,PIT,AP1,APC,APT,RNP1,RNPC,RNPT,PA1C,PATC
08400     */PI/PEI(30,30),PEIN(30,30),PHI(30,30),PHIN(30,30)
08410     */PJ/PEJ(30,30),PEJN(30,30),PHJ(30,30),PHJN(30,30)
08420     */PK/PEK(30,30),PEKN(30,30),PHK(30,30),PHKN(30,30)
08430     */TA/TE1(30,30),TH1(30,30),TET(30,30),THT(30,30)
08440     */TS/PEM1(30,30),PEMC(30,30),PHM1(30,30),PHMC(30,30),
08450     *     PEMT(30,30),PHMT(30,30)
08460 C
08470 C     CALL SHOW(PEK , 'PEK ',30,30,    +1,NEC,    +1,NEC)
08480     CALL MATIO(PEJ,30,NE1)
08490     CALL MATIO(PHJ,30,NH1)
08500     CALL MATIO(PEI,30,NET)
08510     CALL MATIO(PHI,30,NHT)
08520     CALL MATIO(PEK,30,NEC)
08530     CALL MATIO(PHK,30,NHC)
08540     CALL MUL (PEJ,PEJN,PEM1,30,30,30,30,30,30,NE1,NE1,NE1,1,1)
08550     CALL MUL (PHJ,PHJN,PHM1,30,30,30,30,30,30,NH1,NH1,NH1,1,1)
08560     CALL MUL (PEI,PEIN,PEMT,30,30,30,30,30,30,NET,NET,NET,1,1)
08570     CALL MUL (PHI,PHIN,PHMT,30,30,30,30,30,30,NHT,NHT,NHT,1,1)
08580     CALL MUL (PEK,PEKN,PEMC,30,30,30,30,30,30,NEC,NEC,NEC,1,1)
08590     CALL MUL (PHK,PHKN,PHMC,30,30,30,30,30,30,NHC,NHC,NHC,1,1)
08600 C
08610     DO 14 I=1,NE1
08620     DO 14 J=1,NE1
08630 14 EL(I,J) = -(RNP1*PEM1(I,J)+RNPC*PEMC(I , J ))
08640     DO 15 I=1,NE1
08650     DO 15 J=NE1+1,NEC
08660 15 EL(I , J ) = - RNPC*PEMC(I , J )
08670     DO 16 I=NE1+1,NEC
08680     DO 16 J=1,NE1
08690 16 EL(I , J ) = - RNPC*PEMC(I , J )
08700     DO 17 I=1,NET
08710     DO 17 J=1,NET
08720 17 EL(I+NE1,J+NE1) = RNPT*PEMT(I,J)-RNPC*PEMC(I+NE1,J+NE1)
08730 C
08740     DO 18 I=1,NE1
08750     DO 18 J=1,NH1
08760 18 EL(I , J+NEC ) = PA1C*TH1(I,J)*FACT1
08770     DO 19 I=1,NE1
08780     DO 19 J=1,NHT
08790 19 EL(I , J+NEC+NH1) = 0.0D0
08800     DO 30 I=1,NET
08810     DO 30 J=1,NH1
08820 30 EL(I+NE1,J+NEC ) = 0.0D0
08830     DO 31 I=1,NET
08840     DO 31 J=1,NHT
08850 31 EL(I+NE1,J+NEC+NH1) = PATC*THT(I,J)*FACTT
08860 C
08870     DO 32 I=1,NH1
08880     DO 32 J=1,NE1
08890 32 EL(I+NEC , J ) = PA1C*TE1(I,J)*FACT1
08900     DO 33 I=1,NH1
08910     DO 33 J=1,NET
08920 33 EL(I+NEC , J+NE1) = 0.0D0
08930     DO 34 I=1,NHT
08940     DO 34 J=1,NE1
08950 34 EL(I+NEC+NH1, J ) = 0.0D0
08960     DO 35 I=1,NHT
08970     DO 35 J=1,NET
08980 35 EL(I+NEC+NH1, J+NE1) = PATC*TET(I,J)*FACTT
08990 C
09000     DO 36 I=1,NH1
09010     DO 36 J=1,NH1
09020 36 EL(I+NEC , J+NEC ) = PI1*PHM1(I,J)+PIC*PHMC(I , J )
09030     DO 37 I=1,NH1
09040     DO 37 J=NH1+1,NHC
09050 37 EL(I+NEC , J+NEC ) = PIC*PHMC(I , J )
09060     DO 38 I=NH1+1,NHC
09070     DO 38 J=1,NH1

```

ANALYSIS OF SIDE-TUNNEL FIBERS

L861212 PAGE 15

```
09080 38 EL(I+NEC ,J+NEC )= PIC*PHMC(I ,J )
09090 DO 39 I=1,NHT
09100 DO 39 J=1,NHT
09110 39 EL(I+NEC+NH1,J+NEC+NH1)=-PIT*PHMT(I,J)+PIC*PHMC(I+NH1,J+NH1)
09120 RETURN
09130 END
```

```
09140 *
09150 *
09160 SUBROUTINE CHKB(A,B,N,NMAT)
09170 IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
09180 DIMENSION A(N,N),B(N)
09190 C
09200 NHALFL= NMAT/2
09210 WRITE(6,*) ' '
09220 WRITE(6,*) ' ' LEFT RIGTH ERR
09230 DO 10 I=1,NMAT
09240 ALEFT= 0
09250 ARIGH= 0
09260 DO 11 J=1,NHALFL
09270 11 ALEFT= ALEFT+A(I,J)*B(J)
09280 DO 12 J=NHALFL+1,NMAT
09290 12 ARIGH= ARIGH+A(I,J)*B(J)
09300 IF(ALEFT.NE.0) ERR= DABS((ALEFT+ARIGH)/ALEFT)
09310 WRITE(6,400) ALEFT,ARIGH,ERR
09320 10 CONTINUE
09330 RETURN
09340 400 FORMAT(1H, 3(1PD13.3))
09350 END
```

```

09360 *
09370 *
09380 *
09390      SUBROUTINE RIGOR
09400      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
09410      COMMON
09420      */NN/N1,NT,NC,NE1,NH1,NET,NHT,NEC,NHC,NMAT,NEP
09430      */NS/NL,NSY
09440      */NA/JM1(30),NNU(0:1,30),JE1(30),JH1(30),JET(30),JHT(30),NSIG(2)
09450      */BR/BKC(0:40),BKD(0:40),BIB(0:20),DIB(0:20)
09460      */PK/PEK(30,30),PEKN(30,30),PHK(30,30),PHKN(30,30)
09470      */PA/PAI,PAIH,PAIQ,PAID,PHAI
09480      */PP/PI1,PIC,PIT,AP1,APC,APT,RNP1,RNPC,RNPT,PA1C,PATC
09490      */SH/RRB,RRC,THT1,THT3
09500 C
09510      NSGN= NSIG(1)
09520      DO 10 I=0, NNU(NL,N1)+JM1(NT)
09530 10  BKC(I)= DKBES(I,APC*RRC)
09540      DO 11 I=0, JM1(NT)*2
09550 11  BKD(I)= DKBES(I,APC*RRC*2)
09560      DO 12 I=0, NT
09570 12  BIB(I)= DIBES(I,APC*RRB)
09580      DO 13 I=0, JM1(NT)
09590 13  DIB(I)= I/(APC*RRB)*BIB(I)+BIB(I+1)
09600      DO 30 I=1, NE1
09610      DO 30 J=1, NET
09620      II= NNU(NL,JE1(I))
09630      JJ= JM1(      JET(J))
09640      PEK (I      ,J+NE1)= F1T(II,JJ,PHAI)
09650      PEKN(I      ,J+NE1)= DF1T(II,JJ,PHAI)
09660 30  CONTINUE
09670      DO 31 I=1, NET
09680      DO 31 J=1, NET
09690      II= JM1(JET(I))
09700      JJ= JM1(JET(J))
09710      PEK (I+NE1,J+NE1)= PEK (I+NE1,J+NE1)+ FTT(II,JJ,PHAI)*NSGN
09720      PEKN(I+NE1,J+NE1)= PEKN(I+NE1,J+NE1)+DFTT(II,JJ,PHAI)*NSGN
09730 31  CONTINUE
09740      DO 32 I=1, NH1
09750      DO 32 J=1, NHT
09760      II= NNU(NL,JH1(I))
09770      JJ= JM1(      JHT(J))
09780      PHK (I      ,J+NH1)= F1T(II,JJ,PHAI-PAIH)
09790      PHKN(I      ,J+NH1)= DF1T(II,JJ,PHAI-PAIH)
09800 32  CONTINUE
09810      DO 33 I=1, NHT
09820      DO 33 J=1, NHT
09830      II= JM1(JHT(I))
09840      JJ= JM1(JHT(J))
09850      PHK (I+NH1,J+NH1)= PHK (I+NH1,J+NH1)+ FTT(II,JJ,PHAI-PAIH)*NSGN
09860      PHKN(I+NH1,J+NH1)= PHKN(I+NH1,J+NH1)+DFTT(II,JJ,PHAI-PAIH)*NSGN
09870 33  CONTINUE
09880      RETURN
09890      END

09900 *
09910 *
09920 *
09930      FUNCTION F1T(I,J,ROU)
09940      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
09950      COMMON
09960      */BR/BKC(0:40),BKD(0:40),BIB(0:20),DIB(0:20)
09970      */PA/PAI,PAIH,PAIQ,PAID,PHAI
09980      */PP/PI1,PIC,PIT,AP1,APC,APT,RNP1,RNPC,RNPT,PA1C,PATC
09990      */SH/RRB,RRC,THT1,THT3
10000 C
10010 C      BKP= DKBES(I+J,APC*RRC)
10020 C      BKM= DKBES(I-J,APC*RRC)
10030 C      BIJ= DIBES(      J,APC*RRB)
10040      BKP= BKC(IABS(I+J))
10050      BKM= BKC(IABS(I-J))
10060      BIJ= BIB(      J )
10070      MINUS=(-1)**J
10080      F1T= MINUS*PAIH*(DCOS(2*ROU)*BKP+BKM)*BIJ*RRB
10090      RETURN
10100      END

```

```

10110 *
10120 *
10130 *
10140     FUNCTION FTT(I,J,ROU)
10150     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
10160     COMMON
10170     */BR/BKC(0:40),BKD(0:40),BIB(0:20),DIB(0:20)
10180     */PA/PAI,PAIH,PAIQ,PAID,PHAI
10190     */PP/PI1,PIC,PIT,AP1,APC,APT,RNP1,RNPC,RNPT,PA1C,PATC
10200     */SH/RRB,RRC,THT1,THT3
10210 C
10220 C     BKP= DKBES(I+J,APC*RRC*2)
10230 C     BKM= DKBES(I-J,APC*RRC*2)
10240 C     BIJ= DIBES( J,APC*RRB )
10250     BKP= BKD(IABS(I+J))
10260     BKM= BKD(IABS(I-J))
10270     BIJ= BIB( J )
10280     MINUS= (-1)**(I+J)
10290     FTT= MINUS*PAIH*(DCOS(2*ROU)*BKP+BKM)*BIJ*RRB
10300     RETURN
10310     END

10320 *
10330 *
10340 *
10350     FUNCTION DF1T(I,J,ROU)
10360     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
10370     COMMON
10380     */BR/BKC(0:40),BKD(0:40),BIB(0:20),DIB(0:20)
10390     */PA/PAI,PAIH,PAIQ,PAID,PHAI
10400     */PP/PI1,PIC,PIT,AP1,APC,APT,RNP1,RNPC,RNPT,PA1C,PATC
10410     */SH/RRB,RRC,THT1,THT3
10420 C
10430 C     BKP= DKBES(I+J,APC*RRC)
10440 C     BKM= DKBES(I-J,APC*RRC)
10450 C     DIJ= J/(APC*RRB)*DIBES(J,APC*RRB)+DIBES(J+1,APC*RRB)
10460     BKP= BKC(IABS(I+J))
10470     BKM= BKC(IABS(I-J))
10480     DIJ= DIB( J )
10490     MINUS= (-1)**J
10500     DF1T= MINUS*PAIH*(DCOS(2*ROU)*BKP+BKM)*DIJ*RRB
10510     RETURN
10520     END

10530 *
10540 *
10550 *
10560     FUNCTION DFTT(I,J,ROU)
10570     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
10580     COMMON
10590     */BR/BKC(0:40),BKD(0:40),BIB(0:20),DIB(0:20)
10600     */PA/PAI,PAIH,PAIQ,PAID,PHAI
10610     */PP/PI1,PIC,PIT,AP1,APC,APT,RNP1,RNPC,RNPT,PA1C,PATC
10620     */SH/RRB,RRC,THT1,THT3
10630 C
10640 C     BKP= DKBES(I+J,APC*RRC*2)
10650 C     BKM= DKBES(I-J,APC*RRC*2)
10660 C     DIJ= J/(APC*RRB)*DIBES(J,APC*RRB)+DIBES(J+1,APC*RRB)
10670     BKP= BKD(IABS(I+J))
10680     BKM= BKD(IABS(I-J))
10690     DIJ= DIB( J )
10700     MINUS= (-1)**(I+J)
10710     DFTT= MINUS*PAIH*(DCOS(2*ROU)*BKP+BKM)*DIJ*RRB
10720     RETURN
10730     END

```

ANALYSIS OF SIDE-TUNNEL FIBERS

```
10740 *
10750 *
10760 *
10770 SUBROUTINE CHAN(A,IA,JA,N,M1,M2)
10780 IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
10790 DIMENSION A(IA,JA)
10800 C
10810 DO 10 I=1,N
10820 WORK= A(I,M1)
10830 A(I,M1)= A(I,M2)
10840 A(I,M2)= WORK
10850 10 CONTINUE
10860 RETURN
10870 END
```

B-5-2 遮断周波数解析のための主および副プログラム

```

*****
* CUTOFF FREQUENCY OF SIDE-TUNNEL FIBERS
* DATE=86-12-12
*****

```

```

00010 *
00020 * ANALYSIS OF SIDE TUNNEL OPTICAL FIBERS (CUTOFF)
00030 * BY MODIFIED BOUNARY INTEGRAL METHOD (M-B.I.M) (86. 7. 7)
00040 *
00050 PROGRAM STFCUT
00060 IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
00070 CHARACTER CL(0:1)*1,CS(0:1)*1,CIN(0:1)*31
00080 COMMON
00090 */NN/N1,NT,NC,NE1,NH1,NET,NHT,NEC,NHC,NMAT,NEP
00100 */NS/NL,NSY
00110 */NV/N10,NAO,NB0,NAV,NBV,NAP,NBP,NP0
00120 COMMON
00130 */AK/AK,BK
00140 */B1/B1
00150 */NR/RN1,RNC,RNT,RN12,RNC2,RNT2
00160 */PA/PAI,PAIH,PAIQ,PAID,PHAI
00170 */SH/RRB,RRC,THT1,THT3
00180 DATA CL,CS/'0','1','0','E'/
00190 DATA CIN/'Input Rb,Rc,Nr1,Nrc,Nrt,Nl,Nsy',
00200 * 'Input a,>b,Nr1,Nrc,Nrt,Nl,Nsy'/
00210 PAI= 3.141592653589793D0
00220 PAIH= 0.5*PAI
00230 PAIQ= 0.5*PAIH
00240 PAID= 2.0*PAI
00250 C
00260 90 WRITE(6,*) 'Input NPA(0:RB 1:a)'
00270 READ(5,*,ERR=90) NPA
00280 IF(NPA.EQ.0) WRITE(6,210) ';'
00290 IF(NPA.NE.0) THEN
00300 WRITE(6,211) ';'
00310 NPA= 1
00320 ENDIF
00330 EPS= 1.0D-6
00340 20 WRITE(6,*) CIN(NPA)
00350 READ(5,*,ERR=20) RB,RC,RN1,RNC,RNT,NL,NSY
00360 IF(NPA.EQ.0) THEN
00370 RRB= RB
00380 RRC= RC
00390 ELSE
00400 RRB= (1.0D0-RC)/(2.0D0*RB)
00410 RRC= (1.0D0+RC)/(2.0D0*RB)
00420 ENDIF
00430 RN12= RN1*RN1
00440 RNC2= RNC*RNC
00450 RNT2= RNT*RNT
00460 PHAI= -PAIH*(1-NSY)
00470 21 WRITE(6,*) 'Input Na0,Nav,Nb0,Nbv,Np0,eps'
00480 READ(5,*,ERR=21) NAO,NAV,NB0,NBV,NP0,NEP
00490 EPS= 10.0**(-NEP)
00500 22 WRITE(6,*) 'Input N1,Nt'
00510 READ(5,*,ERR=22) N1,NT
00520 CALL SETN
00530 CALL COOR
00540 CALL TANF
00550 JAK= 0
00560 23 WRITE(6,*) 'Input B'
00570 READ(5,*,ERR=23) B1
00580 IF(B1.LE.0) B1= 1.0D-4
00590 24 WRITE(6,*) 'Input V1,Vd,Ve'
00600 READ(5,*,ERR=24) V1,VD,VE
00610 IF(V1.EQ.0.OR.VD.LE.0) GOTO 27
00620 AK= V1/DSQRT(RN12-RNC2)
00630 CALL CLOCK
00640 Y1= VALUE(B1)
00650 CALL CLOCK(TIME)
00660 WRITE(6,400) TIME
00670 400 FORMAT(1H,'TIME=',1PD13.3,' SEC')
00680 WRITE(6,200) V1,' B1',B1,Y1
00690 25 V2=V1+VD
00700 AK= V2/DSQRT(RN12-RNC2)
00710 IF(V2.GE.VE.OR.JAK.EQ.3) GOTO 26
00720 Y2= VALUE(B1)

```


CUTOFF FREQUENCY OF SIDE-TUNNEL FIBERS

L861212 PAGE 2

```

00730 IF(Y1.GT.0.AND.Y2.LT.0 .OR. Y1.LT.0.AND.Y2.GT.0
00740 * .OR. Y1.EQ.0 .OR. Y2.EQ.0 ) THEN
00750 JAK= 1
00760 CALL SOLVE(V1,V2,Y1,Y2,VO,YO,EPS)
00770 WRITE(6,200) VO,'*B0',B1,YO
00780 ENDIF
00790 WRITE(6,200) V2,' B2',B1,Y2
00800 V1= V2
00810 Y1= Y2
00820 GOTO 25
00830 26 IF(NPA.EQ.0) WRITE(6,210) ' '
00840 IF(NPA.EQ.1) WRITE(6,211) ' '
00850 IF(JAK.GT.0) THEN
00860 WRITE(6,220) ' ',RB,RC,RN1,RNC,RNT,CL(NL),CS(NSY),N1,NT,NEP,
00870 * NA0,NAP,NB0,NBP,NP0,VO,B1
00880 JAK= 0
00890 ELSE
00900 WRITE(6,220) ' ',RB,RC,RN1,RNC,RNT,CL(NL),CS(NSY),N1,NT,NEP,
00910 * NA0,NAP,NB0,NBP,NP0
00920 ENDIF
00930 27 WRITE(6,*) '0:V 1:B1 2:N 3:Ndiv,EPS 4:Ra,NL,Nsy 5:Field 6:Stop'
00940 READ(5,100,ERR=27) NJ
00950 GOTO (24,23,22,21,20,28,40),NJ+1
00960 28 CALL FIELD(VO,B1,CL,CS)
00970 GOTO 27
00980 40 STOP 0
00990 100 FORMAT(I1)
01000 200 FORMAT(1H , 'AK=',F20.15,3X,A3,'=',F12.9,' Y=',1PD25.15)
01010 210 FORMAT(1H ,A1,' RB RC NR1 NRC NRT',
* ' Mode N1 NT Nep Na0 Nap Nb0 Nbp Np0 ',
01020 * ' V P')
01030
01040 211 FORMAT(1H ,A1,' a b NR1 NRC NRT',
* ' Mode N1 NT Nep Na0 Nap Nb0 Nbp Np0 ',
01050 * ' V P')
01060
01070 220 FORMAT(1H ,A1,5F8.5,2X,2A1,8I4,F16.10,F19.15)
01080 END

```

```
01090 *
01100 *      SOLUTION OF TRANSCENDENTAL EQUATION
01110 *
01120      SUBROUTINE SOLVE(XSM,XBI,YSM,YBI,XO,YO,EPS)
01130      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
01140      COMMON
01150      */AK/AK,BK
01160      */NR/RN1,RNC,RNT,RN12,RNC2,RNT2
01170      */B1/B1
01180 C
01190      F(XL,XB,YL,YB)= (XB*YL-XL*YB)/(YL-YB)
01200      XQ=-1.0
01210      X1= XSM
01220      X2= XBI
01230      Y1= YSM
01240      Y2= YBI
01250      XO= F(X1,X2,Y1,Y2)
01260 20 IF(DABS(XO-XQ).LT.EPS) RETURN
01270      AK= XO/DSQRT(RN12-RNC2)
01280 C      WRITE(6,*) XO,B1,AK
01290 C      IF(1.EQ:1) STOP
01300      YO= VALUE(B1)
01310      XQ= XO
01320      YY= YO/Y1
01330      IF(YY) 21,27,22
01340 C
01350 21 IF(DABS(Y2)-DABS(YO).LE.0) GOTO 25
01360      XP= F(XO,X2,YO,Y2)
01370      X2= XO
01380      Y2= YO
01390      IF(XP-X1) 23,23,24
01400 C
01410 22 IF(DABS(Y1)-DABS(YO).LE.0) GOTO 26
01420      XP= F(X1,XO,Y1,YO)
01430      X1= XO
01440      Y1= YO
01450      IF(X2-XP) 23,23,24
01460 C
01470 23 XO= X1+0.5*(X2-X1)
01480      GOTO 20
01490 C
01500 24 XO= XP
01510      GOTO 20
01520 C
01530 25 X2= XO
01540      Y2= YO
01550      GOTO 23
01560 26 X1= XO
01570      Y1= YO
01580      GOTO 23
01590 C
01600 27 WRITE(6,*) ' YO= 0 (Y-AJ ?YL~)'
01610      RETURN
01620      END
```